

令和4年度 博士論文

分散性または不確実性を有する  
Optimal Power Flow の2レベル最適化手法  
に関する研究

東京都立大学大学院 システムデザイン研究科  
電子情報システム工学域

鈴木 亮平



# 論文要旨

電力システムを安定にかつ効率的に運用するために、システム最適化の考え方が従前より取り入れられ、電力システムおよび電力設備の多くが集中定数回路による高精度のモデル化が可能であることから、数理モデルに基づく最適化問題の定式化と最適化手法の適用が行われてきた。たとえば電力システムの安定性や経済性の向上のために、最適潮流計算（Optimal Power Flow; OPF）が広く用いられている。OPFの最適化問題では、電力システムにおける発電機や負荷に対する有効電力・無効電力の節点ごとの需給バランス、およびそれらの節点間をつなぐ送電ネットワークが等式制約で表わされ、節点ごとの電圧制約や電源等の容量制約が不等式制約として課され、また送電損失や発電コストなどが目的関数として用いられる。本論文では、OPFに関する計算手法を対象とし、近年の電力システムにおいて直面、ないしは近い将来新たに惹起しうる課題のうち、そのいくつかを解決することを主眼としている。

従来の電力システムでは、特別高圧の基幹システムまたは地域システム（以降、これらを上位システムと称する）に連系された大容量の電源から、高圧ないしは低圧の配電システムに連系された需要家まで、電力が一方向に流れるような運用が行われてきた。これに対して近年では、需要家自体やそれに近接する配電システムにいわゆる分散電源が導入されるようになり、この傾向が将来にわたって拡大していく状況となっている。また電力システム改革や需給調整市場、容量市場の開設により、既存の送配電事業者や大口需要家に加え、多数の分散電源を保有・運用する新たな事業者、たとえば特定卸売供給事業者（アグリゲータ）やマイクログリッド事業者、配電ライセンス事業者などの参入が今後活発化する見込みである。

このような電力システムにおける設備・事業者の構成の変化により、多くの運用上の課題が提起されている。たとえば、事業者が多数介在することによる意思決定の分散化の問題が挙げられる（以降、この特性を「分散性」と称する）。すなわち、上述した様々な事業者が

それぞれの目的のために分散電源を導入・運用することにより、電力品質や経済性がこれまでよりも低下する可能性がある。具体的には、需給調整市場の取引量の増加により、分散電源の発電量は今後増加すると見込まれるが、同時に分散電源が接続される配電系統の電圧逸脱や系統混雑化を助長する可能性がある。また配電系統の運用が複数の事業者により分割されることにより、円滑な運用が損なわれ、全体の運用コストの増加ならびに電気料金の高騰を招く可能性がある。これらの問題は互いに密接に関連していることから、今後どのようにして安定かつ効率的に電力系統を運用していくかが課題となる。

また、配電系統に大量導入される分散電源の多くが自然エネルギー由来の間欠性の電源であることに起因する「不確実性」の問題もある。自然エネルギー由来の分散電源以外にも、たとえば電気自動車や自家発電設備も個人レベルの需要家の行動に大きく依存する電源のため、それらの不確実な出力変動に伴う配電系統の電力品質の低下などが懸念されている。

以上のような電力系統の運用上の課題に対して、システム最適化の導入と最適化手法の適用は重要な解決手段と考えられる。システム最適化の考え方を導入するにあたり、上述した分散性や不確実性を考慮した最適化問題は、意思決定が入れ子構造となる2レベル最適化問題として定式化することができる。具体的には、意思決定が分散化した場合には、元の最適化問題が意思決定者ごとのより規模の小さい複数の部分問題への分割と、それらを協調するための中央の問題からなる2レベル構造の問題に変換され、その複数の部分問題における意思決定と、中央の意思決定が入れ子の構造となる。またシステムの不確実性を考慮した最適化問題は、不確実下における最悪の状況を想定した意思決定が min-max 問題として表されることから、その構造をもって2レベル最適化問題とみなすことができる。しかしながら、これら2レベル最適化問題に対する既存の解法の多くが、目的関数や制約条件が線形かつ凸関数で表される場合に限定されており、潮流方程式が交流法で記述される電力系統に対する OPF においては、その電力系統が非線形かつ非凸のシステム方程式で記述されるために、従来の解法をそのまま適用することはできない。とくに不確実性を有する OPF においては、その問題の定式化さえも確立されていないのが現状である。そこで本論文では、分散性あるいは不確実性を有する OPF に対して、2レベル最適化の考え方に基づく定式化を行うとともに、実用的な解法を提案することを目的とする。

本論文は、全4章より構成されており、各章の概要および得られた成果は以下の通りである。

第1章の序論では、本研究の背景・目的・位置づけ、及び本論文の構成について述べた。

第2章では、離散変数を有する Multi-Area OPF を対象として、資源配分型分割に基づく分散型計算法を提案した。離散変数を有する Multi-Area OPF は、その意思決定が分散化していることに加え、離散変数と連続変数の両方を含む混合変数非線形最適化問題 (MINLP) となり容易に解くことはできないが、上述の MINLP において離散変数を連続変数に緩和して得られる近似問題に対し、資源配分型分割を適用してその資源配分変数の連続解を効率よく求めることにより、MINLP を直接連続緩和して得られる解よりも誤差を少なく抑え、各部分問題の計算過程における他の Area との情報交換を省略することにより、計算効率を大幅に向上させることができる手法を提案した。複数のテストシステムにより構成された実用的な規模の multi-area OPF 問題に対して数値計算を実行した結果、最適解が高い精度で得られており、計算量に関しても適用する問題規模に応じて優れたスケーラビリティを持つことを確認した。

第3章では、予測が困難な再生可能エネルギー由来の電源や負荷の急峻な変動を不確実性と捉え、これら不確実下での Robust AC OPF の定式化とその解法を提案した。定式化にあたっては、非線形等式制約条件を含む一般的な不確実下での最適化問題（以降、不確実最適化問題と称する）を検討し、この問題に対する厳密な解法がこれまで提案されてこなかったことを指摘した上で、新たな解法を提案している。具体的には、目的関数に関しては min-max 基準を、不等式制約条件に対してはロバスト性基準を適用した定式化をおこない、システムの状態をシナリオとして想定し、不等式制約条件の制約逸脱量が最大となるシナリオを逐次生成することで不確実最適化問題の解を求める新たな制約緩和法を提案した。提案法は、不確実な分散電源や負荷を考慮した Robust AC OPF に対し、厳密な意味でロバスト性を満たす解を導出しており、得られた解の運用上の妥当性についても検証している。

第4章は、本論文の結論であり、本研究で得られた研究成果、および今後の課題と展望をまとめた。とくに今後の予定としては、「分散性」と「不確実性」を同時に考慮した最適化問題の解決や、動的な最適化問題への拡張などを挙げている。



# 目次

論文要旨	i
<b>1 はじめに</b>	<b>1</b>
1.1 本研究の背景と目的	1
1.2 表記法について	6
<b>2 Multi-Area Optimal Power Flow に対する 2 レベル分散型計算法</b>	<b>9</b>
2.1 本章について	9
2.2 離散変数を有する Multi-Area OPF	11
2.3 2 レベル最適化に基づく分散型計算法	14
2.3.1 提案手法の原理	14
2.3.2 計算手順	18
2.4 数値実験とその結果	20
2.4.1 ベンチマークと比較手法の条件	20
2.4.2 簡易システムに対する結果	22
2.4.3 複数のシステムに対する結果	24
2.4.4 複数計算機における数値実験とその結果	28
2.5 おわりに	30
<b>3 Robust AC Optimal Power Flow に対する制約緩和法</b>	<b>33</b>
3.1 本章について	33
3.2 システムの不確実性を考慮した最適化問題の定式化	35
3.3 システムの不確実性を考慮した拡張型制約緩和法	40

---

3.3.1	制約緩和の原理と計算手順	40
3.3.2	システムに不確実性を有する簡単な例題による確認	45
3.4	不確実性を考慮した Robust AC OPF への適用	47
3.4.1	問題の定式化	47
3.4.2	簡易系統問題に対する計算結果	51
3.5	おわりに	65
<b>4</b>	<b>結論</b>	<b>67</b>
4.1	本論文のまとめ	67
4.2	今後の展望	68
<b>A</b>	<b>補足事項</b>	<b>71</b>
A.1	システム方程式がない場合の制約緩和法	71
A.2	2 bus system に対する Robust AC Optimal Power Flow の定式化と緩和問題の導出	74
	参考文献	77
	謝辞	87



# 1

## はじめに

### 1.1 本研究の背景と目的

電力システムを安定にかつ効率的に運用するために、システム最適化 [1] の考え方が従前より取り入れられ、電力システムおよび電力設備の多くが集中定数回路による高精度のモデル化が可能であることから、数理モデルに基づく最適化問題の定式化とそれへの数理計画法 [22] の適用がされてきた。たとえば電力システムの安定性や経済性の向上のために、最適潮流計算 (Optimal Power Flow; OPF [3]) が広く用いられている。OPF の最適化問題では、電力システムにおける発電機や負荷に対する有効電力・無効電力の節点ごとの需給バランス、およびそれらの節点間をつなぐ送電ネットワークが等式制約で表わされ、節点ごとの電圧制約や電源等の容量制約が不等式制約として課され、また送電損失や発電コストなどが目的関数として用いられる。本論文では、OPF に関する計算手法を対象とし、近年の電力システムにおいて直面、ないしは近い将来新たに惹起しうる課題のうち、そのいくつかを解決することを主眼としている。

電力システムは、発電所とその電力を消費する需要家を連結する大規模かつ複雑なネットワークであり、そこにおける電圧の階級によって、主として基幹系統・地域系統・配電系統によって構成される。従来では、電圧の高いところから低いところへ、すなわち特別高圧の基幹系統または地域系統 (以降、これらを上位系統と称する) に連系された大容量の電源から、高圧ないしは低圧の配電系統に連系された需要家まで、電力が一方向に流れるような運用が行われてきた [4,5]。これに対して近年では、需要家自体やそれに近接する配電系統

にいわゆる分散電源が導入されるようになり、この傾向が将来にわたって拡大していく状況となっている。具体的には、2009年開始の固定価格買取制度 [6] によって、大規模太陽光発電所の導入が急速に進み、我が国におけるその発電量は、平地面積当たり世界最大となっている [7]。さらに2021年改定のエネルギー基本計画 [8] では、2030年時点での全電源における再生可能エネルギーの占める割合を2019年時点から倍増させる計画が示され、この割合は2050年カーボンニュートラルの実現に向けてさらに大きく拡大していく見通しである [9]。今後再生可能エネルギーの主力として期待されるのは、配電系統に導入される小容量の分散電源であり、この分散電源が大量に導入されて発電割合の多くを占めることにより、上位系統の大容量電源の並列数が減少するなど、電力系統における設備構成は大きく変化していくこととなる。また電力システム改革 [10] や需給調整市場 [11]、容量市場 [12] の開設により、既存の送配電事業者や大口需要家に加え、多数の分散電源を保有・運用する新たな事業者、たとえば特定卸売供給事業者（アグリゲータ） [13] や、マイクログリッド事業者 [14]、配電ライセンス事業者 [15] などの事業者の参入が今後活発化する見込みである。

このような電力系統における設備・事業者の構成の変化により、多くの運用上の課題が提起されている [16–19]。たとえば、事業者が多数介在することによる意思決定の分散化の問題が挙げられる（以降、この特性を「分散性」と称する）。すなわち、上述した様々な事業者がそれぞれの目的のために分散電源を導入・運用することにより、事業者間の相互運用が必要となり、電力品質や経済性がこれまでよりも低下する可能性がある。具体的には、需給調整市場の取引量の増加により、分散電源の発電量は今後増加すると見込まれるが、同時に分散電源が接続される配電系統の電圧逸脱や系統混雑化を助長する可能性がある [16]。また配電系統の運用が複数の事業者により分割されることにより、円滑な運用が損なわれ、全体の運用コストの増加ならびに電気料金の高騰を招く可能性がある [17]。それと同時に、分散電源の発電量増加は上位系統における同期発電機の接続数減少による電圧安定性や過渡安定度の悪化も懸念される [18]。このため、電力品質の維持には上位系統と配電系統をそれぞれ協調させた大規模ネットワークとしての運用が必要となると考えられるが、上述の分散性の問題が、電力品質の維持をより困難にする可能性がある。これらの問題は互いが密接に関連していることから、上述の複数の事業者の相互運用が必要な状況において、どのようにして効率的にかつ安定に電力系統を運用していくかが課題となる。

また、配電系統に大量導入される分散電源の多くが自然エネルギー由来の間欠性の電源

であることに起因する「不確実性」の問題もある [19]。自然エネルギー由来の分散電源以外にも、たとえば電気自動車や自家発電設備も個人レベルの需要家の行動に大きく依存する電源であるため、それらの不確実な出力変動に伴う下位系統の電力品質の低下が懸念されている [19]。今後、需給調整市場における高速取引や電気自動車の超高速充電などが活発化すれば、分散電源や負荷の出力はますます急峻に変動すると考えられ、それらの出力を予測することは困難となる。さらに配電系統では制御用通信インフラは十分に整備されておらず、センサ付き開閉器などの計測機器の不足もあり [20]、系統情報や設備情報の可視化が困難なため、上述の分散電源の増加により生じる不確実性の増大と電力品質の低下に対し、どのように運用をすべきかが課題となっている。

以上のような電力系統の運用上の課題に対して、システム最適化の導入と最適化手法の適用は重要な解決手段と考えられる。システム最適化の考え方を導入するにあたり、上述した分散性や不確実性を考慮した最適化問題は、意思決定が入れ子構造となる2レベル最適化問題 [21–23] として定式化することができる。具体的には、意思決定が分散化した場合には、元の最適化問題が意思決定ごとのより規模の小さい複数の部分問題への分割と、それらを協調するための中央の問題からなる2レベル構造の問題に変換され、その複数の部分問題における意思決定と、中央の意思決定が入れ子の構造となる。またシステムの不確実性を考慮した最適化問題は、不確実下における最悪の状況を想定をした意思決定が min-max 問題として表されることから、その構造をもって2レベル最適化問題とみなすことができる [24]。しかしながら、これら2レベル最適化問題に対する既存の解法の多くが、目的関数や制約条件が線形かつ凸関数で表される場合に限られており、潮流方程式が交流法で記述される電力系統に対する OPF においては、その電力系統の特性が非線形かつ非凸のシステム方程式で記述されるために、従来解法をそのまま適用することはできない。とくに不確実性を有する OPF においては、その問題の定式化においてさえも確立されていないのが現状である。そこで本論文では、分散性あるいは不確実性を有する OPF に対して、2レベル最適化の考え方に基づく定式化を行うとともに、実用的な解法の提案を目的とする。

以上のような課題と本論文の目的と位置づけを整理すると Fig. 1.1 のようになる。すなわち、配電系統に分散的に所在する分散電源が主力電源化することに起因する意思決定の分散性と、それら電源が再生可能エネルギーを由来とするために生じる不確実性へのシス

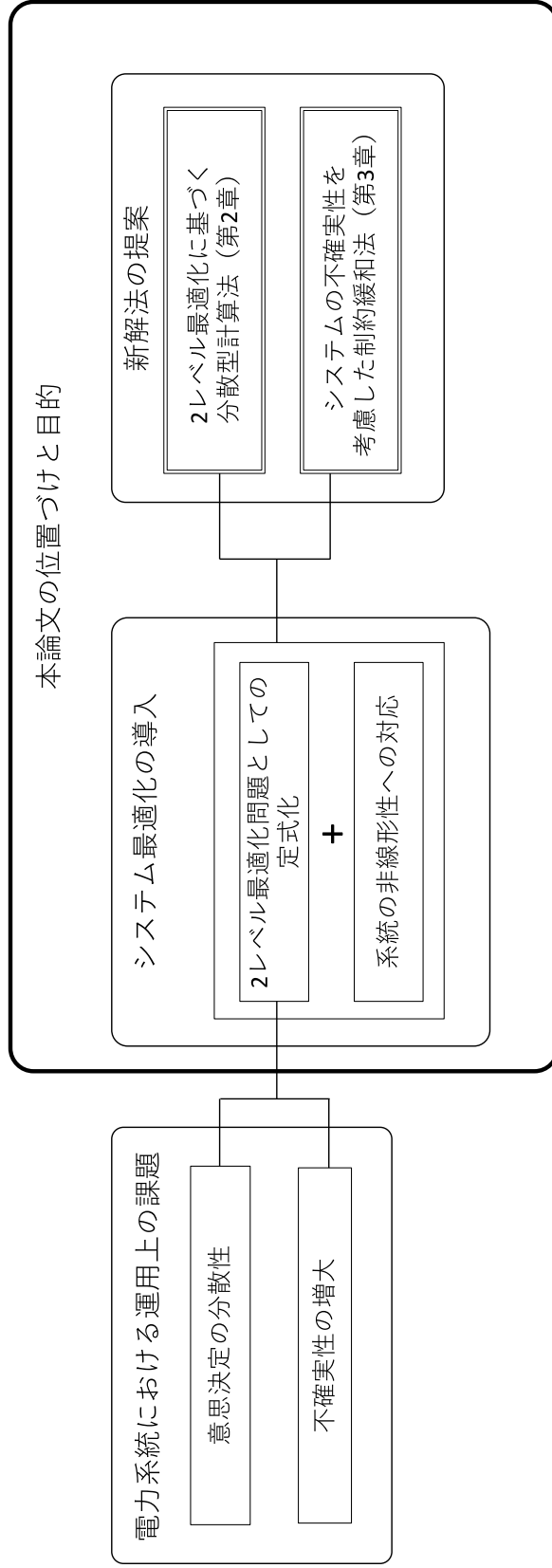


Fig. 1.1 : Positioning and Purpose of the Thesis

テム最適化による解決を本論文の課題と位置付け、それぞれの課題に対する実用的な解法を提案する。

まず本論文の第2章では、分散性を考慮した OPF を対象として、大規模かつ離散変数を含む系統全体の最適化に適した計算法 [25] を考える。分割解法に基づく最適化法により、電力系統における地域(以下では Area と呼ぶ)ごとに分散的に解を算出する multi-area OPF [26] の適用がすでに検討されている。この分割解法 [26] は、より規模の小さい複数の部分問題と、それらを協調するための中央の問題からなる 2 レベル構造の問題に、大規模な最適化問題を分割・変換して解く手法であり、ラグランジュ緩和法や Benders 分解法などが古くから研究・開発されていて [1,27], multi-area OPF に適用した場合には、Area ごとの部分問題に対する並列分散処理が可能である点で、電力系統全体に対して集中型解法を適用するよりも計算速度の面で優れる可能性がある [26]。しかしながら、既存の手法では、変圧器タップ比や調相設備などの離散変数を設計変数にもつ機器が存在する multi-area OPF に対する分割解法ないしはそれに基づく分散型計算法で算出される解は、その精度と計算効率の両面で実用性を有さない可能性があり、これら両面で実用性のある手法の提案が課題となっている。そこで第2章では、離散変数を有する multi-area OPF に対し、計算量の削減を目的とした離散変数の連続緩和による 2 レベル最適化に基づく分散型計算法を提案する。この手法では、隣接する Area 間の干渉変数を調整変数とするために、Area ごとの部分問題が互いに独立した問題となり、これらを完全に分散化して解くことができ、連続緩和による解精度の改善と計算効率化という両面での改善が期待される。

本論文の第3章では、予測が困難な再生可能エネルギー由来の電源や負荷の急峻な変動を不確実性と捉え、これら不確実下での最適化問題の定式化とその解法 [28] を考える。すなわち、電力系統における分散電源の出力変動や負荷変動などの不確実変数を含む潮流方程式を非線形等式制約条件として陽に考慮した不確実最適化問題の定式化とその合理解を算出する解法を考える。不確実性に対処する合理解基準として、目的関数に対しては「min-max 基準」を、不等式制約条件に対しては「ロバスト性基準」を導入し、それぞれの基準に基づく不確実変数の値を、決定変数の値に応じたシナリオとして事前に想定することにより、等式制約条件である潮流方程式を満たす残りの変数である「状態変数」もそれらに従属して想定することが可能となる。このような等式制約条件である潮流方程式を満たす変数の区別化により、不確実変数を含む最適化問題を等式制約条件付き不確実最適化問題として定式化し、この問題を解くための OPF を第3章において提案する。

なお、本研究で提案する解法は、それぞれが高い汎用性をもつように設計されている。たとえば、第2章において考える最適化問題においては、潮流方程式がノードとアークとが接続された一般的なネットワークとして記述されており、提案する解法が問題固有の関数形式や特性を利用したものではないことに留意されたい。また第3章で想定する不確実最適化問題は、非線形の目的関数と非線形の等式制約条件ならびに不等式制約条件を有するきわめて一般的な問題構造であり、提案する解法は電力系統の問題のみならず、広く一般に適用可能なものである。

## 1.2 表記法について

**変数** 実数全体からなる集合を  $\mathbb{R}$ 、離散変数全体からなる集合を  $\mathbb{Z}$ 、自然数全体からなる集合を  $\mathbb{N}$  で表す。本論文では、とくに断りのないかぎり、変数とは列ベクトルを指すものとし、 $N \in \mathbb{N}$  次元の変数を、たとえば

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

と表す。ここで  $u_n (n = 1, \dots, N)$  を  $\mathbf{u}$  の第  $n$  要素という。 $N$  次元変数全体の集合を  $N$  次元ユークリッド空間といい、 $\mathbb{R}^N$  で表す。さらに本論文では、 $A$  個の  $N$  次元の変数をまとめて記述する場合に、括弧付きの添え字を伴う変数  $\mathbf{u}^{(a)}$ ,  $a = 1, \dots, A$  を導入する。ここで、通常の変数と同様に

$$\mathbf{u}^{(a)} = \begin{pmatrix} u_1^{(a)} \\ u_2^{(a)} \\ \vdots \\ u_N^{(a)} \end{pmatrix}, \quad a = 1, \dots, A \quad (1.2)$$

とする。また便宜上、 $A$  個  $N$  次元の変数の添え字  $a = 1, \dots, A$  を中括弧を用いて  $\{\mathbf{u}^{(a)}\}$  と略記する場合がある。

**システムの最適化問題** 本論文における設計・計画の対象システムは、時間依存性のない静的システムとし、システムを構成する要素の状態量を表す「状態変数」とよばれる

変数と、要素間の関連性を表すシステム方程式によってモデル化される。このとき、計画・設計の自由度が存在する場合、人為的に決定することができる「決定変数」とよばれる変数が含まれ、システムを評価する目的関数を最小化ないしは最大化するような決定変数と状態変数の値を、このシステム方程式を等式制約条件として求めるのがシステムの最適化問題である。ここで決定変数を  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^N$ 、状態変数を  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^L$  とし、関数  $\mathbf{h} : \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^L \rightarrow \mathbb{R}^L$  を用いてシステム方程式を

$$\mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (1.3)$$

なる等式制約条件として表す。また、目的関数や不等式制約条件においても関数  $f : \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^L \rightarrow \mathbb{R}^1$ 、関数  $\mathbf{g} : \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^L \rightarrow \mathbb{R}^M$  を用いて最適化問題を、たとえば目的関数最小化の場合には、

$$\min_{\mathbf{u}} f(\mathbf{u}, \mathbf{x}) \quad (1.4a)$$

$$\text{subj.to } \mathbf{g}(\mathbf{u}, \mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \quad (1.4b)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (1.4c)$$

と表す。





# 2

## Multi-Area Optimal Power Flow に対する 2 レベル分散型計算法

### 2.1 本章について

電力系統において、その設計・計画・運用のための計算技術として最適潮流計算 (Optimal Power Flow; OPF) が古くより研究されている。OPFでは、電力系統における節点ごとの発電機や負荷の有効電力・無効電力の需給バランス、およびそれぞれの節点をつなぐ送電ネットワークを等式制約で表し、節点ごとの電圧制約や電源等の容量制約を不等式制約とし、発電コストや送電損失などを目的関数として表した最適化問題である。送電ネットワークを交流法で表す場合、OPFは非線形最適化問題 (Nonlinear Optimization Problem; NLP) として定式化することができる [3]。

OPFは従来、集中型解法によって解かれてきたが、近年、複数の電力ネットワークを接続してより大規模な電力ネットワークを構成し、その間の電力を融通し合うことや、いわゆる地産地消型の小規模の電力ネットワークを多数接続して構成した大規模な OPF に対して、分割解法を基にそれぞれの地域 (以下では Area と呼ぶ) で分散的に解を算出する multi-area OPF の研究が活性化している [26, 29, 30]。たとえば文献 [26] では近年数多く提案されている分散的に解を算出する OPF について、計算手法の分類・整理が行われている。文献 [26] は主に計算手法に焦点をあてたものであるが、実際的な取り組みとしては、Transactive Control [29] と呼ばれる商取引を介した分散型運用の実証が米国で行われている。また我が国においても数多くの地産地消コミュニティモデルの実証が行われている [30]。また最近では分散電源の導入促進のための施策として日本版コネクト&マネー

ジ [31] が検討されており、その中で地域系統の系統制約を分散的に算出する仕組みが検討されていることから [32]、今後、我が国でも分散型の系統運用が導入される可能性が高いと考えられる。

このような分散的に解を算出する方式の研究が活発な理由としては、上記の分割解法による multi-area OPF が、集中型解法と比して、サイバーセキュリティやデータプライバシーの面で優位性を持ち、並列に計算されることにより、集中型解法よりも計算速度の面で優れる可能性があるためである [26]。これまで、multi-area OPF に対する手法として、Auxiliary Problem Principle (APP) [33] による分割解法や、Alternating Direction Method of Multipliers (ADMM) [34] を用いた解法が提案されている。これらの手法では、元の OPF における最適化問題がより規模の小さい複数の部分問題への分割と、それらを協調するための中央の問題からなる 2 レベル構造の問題に変換され、その複数の部分問題に対して分散処理が適用されるものである。さらに近年、multi-area OPF に対して中央による協調を必要とせず、隣接の Area との情報交換のみで実行可能な完全分散型計算法が開発されている。たとえば Optimality Condition Decomposition (OCD) [35]、Proximal Message Passing [36] 等が提案されている。また、集中型解法と収束性能がほぼ同等の Distributed-Interior Point Method が完全分散型計算法として提案されている [37]。しかしながら、これらの手法では、変圧器タップ比や調相設備などの離散変数を制御変数にもつ機器の取扱いができないため、multi-area OPF に対して機器制御を行う場合に算出される解は、その精度と計算効率の両面で実用性を有さない可能性がある。このため、離散変数を有する multi-area OPF に対して、解の精度と計算効率の両面で実用性のある手法の提案が課題となっている。

ところで、離散変数を有する multi-area OPF は、決定変数に連続変数と離散変数の両方を含む混合変数非線形最適化問題 (Mixed Integer Non-Linear optimization Problem; MINLP) として記述される。解くことが比較的容易な連続変数最適化問題とは異なり、必ずしも解くことが容易ではない一般的な MINLP に対しても、ラグランジュ緩和による価格調整型や資源配分型の汎用的分割解法が古くから研究されてきた [1, 27]。しかし、離散変数を有する OPF に限ると、前者の分割解法の制約条件に対する非許容性や、後者の分割解法の計算上の非効率性が欠点として顕著に表れることが多く、解の精度と計算効率の両面で有能な分割解法が少なく、離散変数を有する OPF に対しては、集中型解法に依存しているのが現状である [38–40]。たとえば文献 [39] ではペナルティ法を用いてペナルティ係数を徐々に変化させていき連続変数から離散変数への移動を促す戦略を提案している。また文

文献 [40] では連続緩和で得られた離散変数の連続緩和解を離散変数に丸める方向を目的関数の感度に基づき決定する手法を提案している。とくに連続緩和解を離散変数に丸める方法では、一回の丸めでは許容解が得られないケースが生じることが指摘されている [40]。文献 [38–40] で提案された手法はいずれもが集中型解法を繰り返し適用する手順となっており、分散処理としての実装には適さない。離散変数を有する multi-area OPF に対する有力な分割解法の提案はきわめて少なく、たとえば、連続変数に対して双対分解を適用しながら、離散変数に対して Ordinal Optimization 戦略を用いて実行可能な解を探索する方法 [41] が提案されているに過ぎない。

本章では、まず計算量の削減を目的として、離散変数を有する multi-area OPF に対して、離散変数の連続緩和を考慮した資源配分型分割に基づく分散型計算法を提案する。資源配分型分割を用いるのは、計算過程での許容性の担保の他に、「離散変数の連続緩和による誤差を資源配分変数が吸収・緩衝する可能性がある」という新たな知見に基づいている。具体的には、離散変数を連続変数に緩和して得られる近似問題に対し、資源配分型分割を適用してその資源配分変数の連続解が効率よく求められていれば、その下で元の MINLP を分割して得られる解は、元の MINLP を直接連続緩和して得られる解よりも誤差を少なく抑えられる可能性がある。その一方において、本章の提案手法では、隣接する Area 間で干渉する変数を資源配分変数とするために、分割して得られる部分問題が互いに独立した問題となり、元の MINLP を完全に分散化して解くことができ、元の MINLP に対して離散変数を残したまま分割解法を直接適用するよりも、その計算量を大幅に削減する可能性もある。このように本章で提案する離散変数を有する multi-area OPF に対する資源配分型分割は、連続緩和による解精度の改善と計算効率化という両面での寄与が期待される。

本章の構成は以下の通りである。まず 2.2 節にて離散変数を有する multi-area OPF の定式化とその分解について述べ、2.3 節にて提案する2レベル最適化に基づく分散型計算法を説明する。また 2.4 節にて複数の IEEE テストシステムにより構成された multi-area OPF 問題へ適用し、その有効性を示し、2.5 節にて結論と今後の展望を述べる。

## 2.2 離散変数を有する Multi-Area OPF

離散変数を有する multi-area OPF を定式化するにあたり以下の記号を導入する。

- $a$  : Area  $a$  を表す添え字
- $A$  : Area の分割数
- $C(a)$  : Area  $a$  と接続している Area の添え字集合。ただし  $a \notin C(a)$
- $\mathbf{u}^{(a)}$  : Area  $a$  の要素に独立に決定される状態変数 (発電量などの有効・無効電力)
- $\mathbf{v}^{(a)}$  : Area  $a$  の内部要素の状態変数 (Area  $a$  内部の母線の電圧の大きさ・電圧位相, 変圧器タップ比, 調相設備の投入量など)
- $\mathbf{y}^{(a)}$  : Area  $a$  の境界要素の状態変数 (Area  $a$  境界の母線の電圧の大きさ・電圧位相, 変圧器タップ比, 調相設備の投入量など)
- $\mathbf{w}^{(a,a)}$  : Area  $a$  の内部要素間の関係によって決まる従属変数 (Area  $a$  内部の送電線の有効および無効電力潮流など)
- $\mathbf{w}^{(a,\alpha)}$  : Area  $\alpha$  の境界要素から Area  $a$  の境界要素への関係によって決まる従属変数 (Area  $\alpha$  から Area  $a$  への送電線の有効および無効電力潮流)
- $\mathbf{d}^{(a)}$  : Area  $a$  の要素に外部から与えられる変数 (負荷などの有効・無効電力)

ここで、「要素」とは、電力系統を表すネットワークのノードに相当するもので、要素間の「関係」がネットワークのノード間を接続するアークに相当する。また Area  $a$  の「内部要素」とは、その Area に属する他の要素とだけ関係する要素のことで、「境界要素」とは、他の Area  $\alpha$  ( $\alpha \neq a$ ) の要素と直接的に関係する要素のことで、他の Area  $\alpha$  のノードとアークで接続している。

また、 $\mathbf{u}^{(a)}$ ,  $a = 1, 2, \dots, A$  などすべての添え字集合を伴う変数を表す場合、便宜上  $\{\mathbf{u}^{(a)}\}$  と略して記す。このとき、multi-area OPF は、以下のような全体問題

$$\min_{\{\mathbf{u}^{(a)}, \mathbf{v}^{(a)}, \mathbf{y}^{(a)}\}} \sum_{a=1}^A f_a(\mathbf{u}^{(a)}, \mathbf{v}^{(a)}) \quad (2.1a)$$

$$\text{subj.to } \mathbf{w}^{(a,\alpha)} = \mathbf{h}^{(a,\alpha)}(\mathbf{y}^{(a)}, \mathbf{y}^{(\alpha)}), \alpha \in C(a), a = 1, \dots, A \quad (2.1b)$$

$$\mathbf{w}^{(a,a)} = \mathbf{h}^{(a,a)}(\mathbf{v}^{(a)}), a = 1, \dots, A \quad (2.1c)$$

$$\mathbf{u}^{(a)} = \mathbf{w}^{(a,a)} + \sum_{\alpha \in C(a)} \mathbf{w}^{(a,\alpha)} + \mathbf{d}^{(a)}, a = 1, \dots, A \quad (2.1d)$$

$$\mathbf{u}^{(a)} \in \mathcal{U}_a, \mathbf{v}^{(a)} \in \mathcal{V}_a, \mathbf{y}^{(a)} \in \mathcal{Y}_a, a = 1, \dots, A \quad (2.1e)$$

として定式化することができる。ここで式 (2.1b) の関数  $\mathbf{h}^{(a,\alpha)}$  は、Area  $a$  の境界要素の状態  $\mathbf{y}^{(a)}$  とそれと異なる Area  $\alpha$  の境界要素の状態  $\mathbf{y}^{(\alpha)}$  との関係によって決まる量  $\mathbf{w}^{(a,\alpha)}$  を規

定する関数, 式(2.1c)の関数  $\mathbf{h}^{(a,a)}$  は, Area  $a$  の内部要素の状態  $\mathbf{v}^{(a)}$  のみによって決まる量  $\mathbf{w}^{(a,a)}$  を規定する関数であり, 電力系統でいえば, 式(2.1b,2.1c)はいずれも潮流方程式で, 送電線の有効電力および無効電力潮流が母線の電圧の大きさ・電圧位相, 変圧器タップ比, 調相設備の投入量の変数で陽的に与えられているとする。また式(2.1d)は節点方程式に相当する。この等式は, たとえば他のAreaからの潮流の影響があるいわゆる境界節点に発電機がない場合や, 他のAreaからの潮流の影響がないいわゆる内部節点のみに発電や負荷がある場合,

$$\mathbf{0} = \mathbf{w}^{(a,a)} + \sum_{\alpha \in C(a)} \mathbf{w}^{(a,\alpha)}, a = 1, \dots, A \quad (2.2a)$$

$$\mathbf{u}^{(a)} = \mathbf{w}^{(a,a)} + \mathbf{d}^{(a)}, a = 1, \dots, A \quad (2.2b)$$

とに分けることができるが, 以下では式(2.1d)で議論を進める。また状態変数  $\mathbf{u}^{(a)}, \mathbf{v}^{(a)}, \mathbf{y}^{(a)}$ ,  $a = 1, \dots, A$  はそれぞれ固有の制約領域  $\mathcal{U}_a, \mathcal{V}_a, \mathcal{Y}_a, a = 1, \dots, A$  を持つ。また従属変数  $\mathbf{w}^{(a,a)}, \mathbf{w}^{(a,\alpha)}, \alpha \in C(a), a = 1, \dots, A$  についても固有の制約領域が課せられるが, ここでは状態変数  $\mathbf{u}^{(a)}, \mathbf{v}^{(a)}, \mathbf{y}^{(a)}, a = 1, \dots, A$  の制約領域に陰的な制約として含むこととする。また関数  $f_a, \mathbf{h}^{(a,a)}, \mathbf{h}^{(a,\alpha)}, \alpha \in C(a), a = 1, \dots, A$  は連続変数空間で定義された非線形関数であり, とくに潮流方程式  $\mathbf{h}$  は極座標形式で与えられる非線形方程式であり, 問題(2.1)は非凸MINLPとなる。

ところで, すべての境界要素の状態変数  $\{\mathbf{y}^{(a)}\}$  を一旦固定すると, 全体問題の中の式(2.1b)を一旦考慮せずにすみ, 式(2.1d)右辺第2項目は固定となるため, 全体問題は, Areaごとに互いが独立した部分問題

$$\min_{(\mathbf{u}^{(a)}, \mathbf{v}^{(a)})} f_a(\mathbf{u}^{(a)}, \mathbf{v}^{(a)}) \quad (2.3a)$$

$$\text{subj.to } \mathbf{w}^{(a,a)} = \mathbf{h}^{(a,a)}(\mathbf{v}^{(a)}) \quad (2.3b)$$

$$\mathbf{u}^{(a)} = \mathbf{w}^{(a,a)} + \sum_{\alpha \in C(a)} \mathbf{w}^{(a,\alpha)} + \mathbf{d}^{(a)} \quad (2.3c)$$

$$\mathbf{u}^{(a)} \in \mathcal{U}_a, \mathbf{v}^{(a)} \in \mathcal{V}_a \quad (2.3d)$$

に分割される。この部分問題の最小値を  $\phi(\{\mathbf{y}^{(a)}\})$  とおき, 境界要素の状態変数  $\{\mathbf{y}^{(a)}\}$  を資源配分型分割における資源配分変数(以下では上位変数と呼ぶ)とみなし, 内部要素の状態変数  $(\mathbf{u}^{(a)}, \mathbf{v}^{(a)})$  を下位変数とみなすことにより, multi-area OPFの全体問題(2.1)は部分問

題を入れ子にした形であつ、部分問題の従属変数  $w$  を消去した形で記述すると、分割型2レベル最適化問題

$$\min_{\{\mathbf{y}^{(a)}\}} \sum_{a=1}^A \phi_a(\{\mathbf{y}^{(a)}\}) \quad (2.4a)$$

$$\text{subj.to } \mathbf{y}^{(a)} \in \mathcal{Y}_a, a = 1, \dots, A \quad (2.4b)$$

$$\text{where } \phi_a(\{\mathbf{y}^{(a)}\}) = \min_{(\mathbf{u}^{(a)}, \mathbf{v}^{(a)})} f_a(\mathbf{u}^{(a)}, \mathbf{v}^{(a)}) \quad (2.4c)$$

$$\text{subj.to } \mathbf{u}^{(a)} = \mathbf{h}^{(a,a)}(\mathbf{v}^{(a)}) + \sum_{\alpha \in C(a)} \mathbf{h}^{(a,\alpha)}(\mathbf{y}^{(a)}, \mathbf{y}^{(\alpha)}) + \mathbf{d}^{(a)} \quad (2.4d)$$

$$\mathbf{u}^{(a)} \in \mathcal{U}_a, \mathbf{v}^{(a)} \in \mathcal{V}_a \quad (2.4e)$$

$$a = 1, \dots, A$$

に等価的に変換することができる。このとき、式(2.4d)が示すように、Area  $a$  が接続するすべてのAreaの境界変数  $\mathbf{y}^{(\alpha)}, \alpha \in C(a)$  が、Area  $a$  自体の境界変数  $\mathbf{y}^{(a)}$  とともに、等式制約条件中の資源配分変数となっている。この点において、資源制約と称する部分問題固有の不等式制約の上限値だけを資源配分変数とする旧来の資源配分型分割の問題とは、形式上異なっているが、制約領域  $\mathcal{Y}_a, a = 1, \dots, A$  を満たす  $\{\mathbf{y}^{(a)}\}$  に対して下位部分問題(2.4c)~(2.4e),  $a = 1, \dots, A$  が許容であれば、それらの解のペアは必ず元問題(2.1)の許容解である、という特徴により、問題(2.4)の分割型2レベル最適化問題を考える分割も資源配分型分割と称することとする。

## 2.3 2レベル最適化に基づく分散型計算法

### 2.3.1 提案手法の原理

前節の分割型2レベル最適化問題(2.4)において、下位部分問題は依然としてMINLPではあるものの、分割により問題サイズは小さくなっている。また上位変数  $\{\mathbf{y}^{(a)}\}$  の最適解  $\{\mathbf{y}^{*(a)}\}$  を得ることができれば、下位部分問題はそれぞれ独立に解くことができ、計算効率の向上が期待される。本節では解  $\{\mathbf{y}^{*(a)}\}$  を近似的に効率よく算出する方法を考える。

記述の簡略化のため、変数

$$\mathbf{x}^{(a)} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}^{(a)} \\ \mathbf{v}^{(a)} \end{pmatrix}, a = 1, \dots, A \quad (2.5)$$

を導入する。ここで  $\{\mathbf{x}^{(a)}\}$  は変圧器タップ比や、調相設備投入量を含むため、連続値のみならず離散値をとる混合変数である。一方、状態変数  $\mathbf{y}^{(a)}, a = 1, \dots, A$  は連続変数として議論を進める。ここで式(2.4d)を変数  $\mathbf{x}_a, \{\mathbf{y}^{(a)}\}$  について一般化した制約条件

$$\mathbf{H}^{(a)}(\mathbf{x}^{(a)}, \{\mathbf{y}^{(a)}\}) = \mathbf{0}, a = 1, \dots, A \quad (2.6)$$

で置き換えて分割型2レベル最適化問題(2.4)を書き換えた問題

$$\min_{\{\mathbf{y}^{(a)}\}} \sum_{a=1}^A \phi_a(\{\mathbf{y}^{(a)}\}) \quad (2.7a)$$

$$\text{subj.to } \mathbf{y}^{(a)} \in \mathcal{Y}_a, a = 1, \dots, A \quad (2.7b)$$

$$\text{where } \phi_a(\{\mathbf{y}^{(a)}\}) = \min_{\mathbf{x}^{(a)}} f_a(\mathbf{x}^{(a)}) \quad (2.7c)$$

$$\text{subj.to } \mathbf{H}^{(a)}(\mathbf{x}^{(a)}, \{\mathbf{y}^{(a)}\}) = \mathbf{0} \quad (2.7d)$$

$$\mathbf{x}^{(a)} \in \mathcal{X}_a \quad (2.7e)$$

$$a = 1, \dots, A$$

を考える。なお  $\mathcal{X}_a = \mathcal{U}_a \times \mathcal{V}_a$  である。このとき下位変数  $\mathbf{x}^{(a)}, a = 1, \dots, A$  の離散変数成分を連続変数に緩和した  $\hat{\mathbf{x}}^{(a)}, a = 1, \dots, A$  を用いて近似した分割型2レベル緩和最適化問題

$$\min_{\{\mathbf{y}^{(a)}\}} \sum_{a=1}^A \hat{\phi}_a(\{\mathbf{y}^{(a)}\}) \quad (2.8a)$$

$$\text{subj.to } \mathbf{y}^{(a)} \in \mathcal{Y}_a, a = 1, \dots, A \quad (2.8b)$$

$$\text{where } \hat{\phi}_a(\{\mathbf{y}^{(a)}\}) = \min_{\hat{\mathbf{x}}^{(a)}} f_a(\hat{\mathbf{x}}^{(a)}) \quad (2.8c)$$

$$\text{subj.to } \mathbf{H}^{(a)}(\hat{\mathbf{x}}^{(a)}, \{\mathbf{y}^{(a)}\}) = \mathbf{0} \quad (2.8d)$$

$$\hat{\mathbf{x}}^{(a)} \in \hat{\mathcal{X}}_a \quad (2.8e)$$

$$a = 1, \dots, A$$

を導入する。ここで集合  $\hat{\mathcal{X}}_a$  は元の混合変数  $\mathbf{x}^{(a)}$  を連続緩和したときの連続変数  $\hat{\mathbf{x}}^{(a)}$  の定義域であり,  $\hat{\mathcal{X}}_a \supset \mathcal{X}_a$  であるから, 問題 (2.7) の下位部分問題の最小値関数  $\phi_a(\{\mathbf{y}^{(a)}\})$  と異なる最小値関数  $\hat{\phi}_a(\{\mathbf{y}^{(a)}\})$  が定義され, 一般に

$$\hat{\phi}_a(\{\mathbf{y}^{(a)}\}) \leq \phi_a(\{\mathbf{y}^{(a)}\}) \quad (2.9)$$

である。また, 上位変数の同じある値  $\mathbf{y}^{(a)} \in \mathcal{Y}_a, a = 1, \dots, A$  に対する非緩和下位部分問題 (2.7c-2.7e), および緩和下位部分問題 (2.8c-2.8e) の最適解をそれぞれ  $\mathbf{x}^{*(a)}$  および  $\hat{\mathbf{x}}^{*(a)}$  として, 関数  $f_a$  がリプシッツ連続<sup>1</sup>であるとすると, 集合  $\mathcal{Y}_a$  の上では,

$$\begin{aligned} & |\phi_a(\{\mathbf{y}^{(a)}\}) - \hat{\phi}_a(\{\mathbf{y}^{(a)}\})| \\ &= |f_a(\mathbf{x}^{*(a)}) - f_a(\hat{\mathbf{x}}^{*(a)})| \leq C \|\mathbf{x}^{*(a)} - \hat{\mathbf{x}}^{*(a)}\| \end{aligned} \quad (2.10)$$

を満たす正のリプシッツ定数  $C$  が存在する。不等式 (2.9) を考慮すると,

$$\hat{\phi}_a(\{\mathbf{y}^{(a)}\}) \geq \phi_a(\{\mathbf{y}^{(a)}\}) - C \|\mathbf{x}^{*(a)} - \hat{\mathbf{x}}^{*(a)}\| \quad (2.11)$$

が成り立つ。したがって, 問題 (2.7) と問題 (2.8) の上位目的関数に関しては,

$$\begin{aligned} \sum_{a=1}^A \phi_a(\{\mathbf{y}^{(a)}\}) &\geq \sum_{a=1}^A \hat{\phi}_a(\{\mathbf{y}^{(a)}\}) \\ &\geq \sum_{a=1}^A \phi_a(\{\mathbf{y}^{(a)}\}) - \sum_{a=1}^A C_a \|\mathbf{x}^{*(a)} - \hat{\mathbf{x}}^{*(a)}\| \end{aligned} \quad (2.12)$$

となり,  $\mathbf{y}^{(a)}$  を仮に1変数として, 二つの関数  $\sum_{a=1}^A \hat{\phi}_a(\{\mathbf{y}^{(a)}\})$ ,  $\sum_{a=1}^A \phi_a(\{\mathbf{y}^{(a)}\})$  の関係をイメージ図で示すと, Fig. 2.1 のようになり, 後者の関数を下方側へ  $\sum_{a=1}^A C_a \|\mathbf{x}^{*(a)} - \hat{\mathbf{x}}^{*(a)}\|$  だけシフトした帯状値域に, 前者の関数が存在することがわかる。したがって, 連続緩和によって生じる部分問題の最適解の誤差が大きくても, リプシッツ定数  $C_a, a = 1 \dots, A$  が小さければ, 問題 (2.7) と問題 (2.8) の上位目的関数それぞれを最小にする最適解  $\{\mathbf{y}^{*(a)}\}$  と

<sup>1</sup> 関数  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  が任意の変数  $\forall x_1, x_2, \in \mathbb{R}^n$  に対し,

$$|f(x_1) - f(x_2)| \leq C \|x_1 - x_2\|$$

を満たす正の定数  $C$  が存在するとき,  $f$  はリプシッツ連続である。



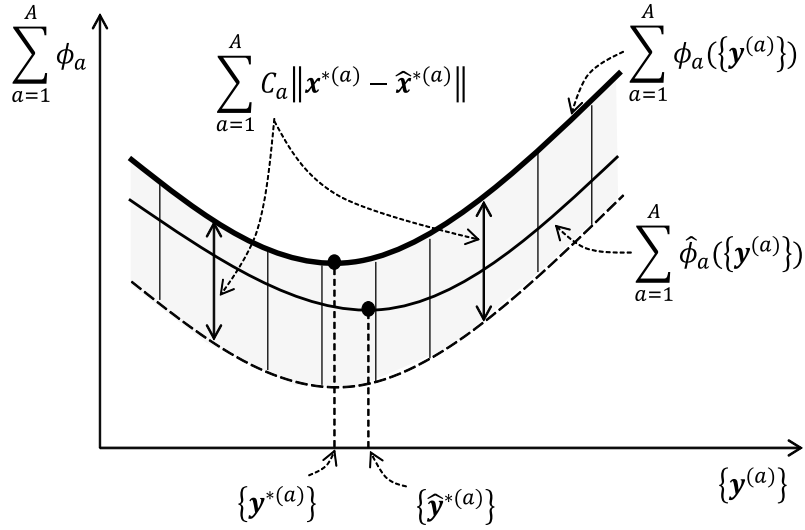


Fig. 2.1 : A Relationship between  $\sum \phi_a$  and  $\sum \hat{\phi}_a$

$\{\hat{\mathbf{y}}^{*(a)}\}$  の差が比較的小さくなる可能性がある。このように、混合変数の連続緩和によって生じる誤差が、資源配分変数に関する上位目的関数値の差に吸収・緩衝されることが期待される。そこで分割型2レベル最適化問題(2.7)の上位変数の最適解  $\{\mathbf{y}^{*(a)}\}$  の代わりに近似解として、分割型2レベル緩和最適化問題(2.8)の上位変数の最適解  $\{\hat{\mathbf{y}}^{*(a)}\}$  を採用する。

ところで、分割型2レベル緩和最適化問題(2.8)の上位問題の最適解  $\{\hat{\mathbf{y}}^{*(a)}\}$ 、およびこれに対応して連続緩和された下位部分問題の最適解  $\{\hat{\mathbf{x}}^{*(a)}\}$  は明らかに元問題(2.1)を直接連続緩和した最適化問題

$$\min_{\{\hat{\mathbf{x}}^{(a)}, \mathbf{y}^{(a)}\}} \sum_{a=1}^A f_a(\hat{\mathbf{x}}^{(a)}) \quad (2.13a)$$

$$\text{subj.to } \mathbf{H}^{(a)}(\hat{\mathbf{x}}^{(a)}, \mathbf{y}^{(a)}) = \mathbf{0}, a = 1, \dots, A \quad (2.13b)$$

$$\hat{\mathbf{x}}^{(a)} \in \hat{\mathcal{X}}_a, \mathbf{y}^{(a)} \in \mathcal{Y}_a, a = 1, \dots, A \quad (2.13c)$$

の最適解  $\{\hat{\mathbf{x}}^{o(a)}, \hat{\mathbf{y}}^{o(a)}\}$  である。以上のことを言い換えると、元の混合変数最適化問題(2.1)を直接連続緩和した問題(2.13)の最適解  $\{\hat{\mathbf{x}}^{o(a)}, \hat{\mathbf{y}}^{o(a)}\}$  は、連続変数空間での最適化計算により効率良く求めることができるため、この  $\{\hat{\mathbf{y}}^{o(a)}\}$  を、連続緩和していない分割型2レベル最適化問題(2.4)の最適解  $\{\mathbf{y}^{*(a)}\}$  の近似解とみなすことができる。そして、本来求めたいの

は連続緩和していない混合変数  $\{\mathbf{x}^{(a)}\}$  の最適解であるから、 $\{\mathbf{y}^{*(a)}\}$  の代わりに  $\{\hat{\mathbf{y}}^{o(a)}\}$  を用いて  $\mathbf{y}^{(a)} = \hat{\mathbf{y}}^{o(a)} (= \hat{\mathbf{y}}^{*(a)})$ ,  $a = 1, \dots, A$  とした分割型2レベル最適化問題 (2.7) の下位部分問題

$$\min_{\mathbf{x}^{(a)}} f_a(\mathbf{x}^{(a)}) \quad (2.14a)$$

$$\text{subj.to } \mathbf{H}^{(a)}(\mathbf{x}^{(a)}; \{\hat{\mathbf{y}}^{o(a)}\}) = \mathbf{0} \quad (2.14b)$$

$$\mathbf{x}^{(a)} \in \mathcal{X}_a \quad (2.14c)$$

$$a = 1, \dots, A$$

を解き、この解  $\{\mathbf{x}^{*(a)}\}$  と  $\{\hat{\mathbf{y}}^{o(a)}\}$  のペアをもって元のMINLPの最適解  $\{\mathbf{x}^{o(a)}, \mathbf{y}^{o(a)}\}$  とみなす。こうしてMINLPに対し、その近似問題として連続緩和問題を導入しつつも、その近似解としての利用を分割型2レベル最適化問題の上位の資源配分変数だけに留めることで精度を確保すると同時に、この近似解を効率よく求め、これを与えた下でMINLPに対する混合変数を有する部分問題に適用して混合変数の近似解を求めることで、精度の確保と計算効率の両面での実用性を持たせることが可能である。

以上の論理展開を整理した図を Fig. 2.2 に示す。Fig. 2.2 の左側が混合変数の問題、右側がそれを連続緩和した近似問題であり、上から2段目が境界要素の状態変数を上位変数として2レベル分割化した問題で、連続緩和した右側の分割型2レベル緩和問題の上位変数の最適解を近似解として求め、その下で左側の混合変数問題の分割型2レベル最適化問題の部分問題を解くことを、3段目にかけての右側から左側への斜めの矢印が示している。

### 2.3.2 計算手順

前節における提案手法の原理的説明において、近似下位部分問題 (2.14) における固定されるべき上位変数が、元問題 (2.1) を直接連続緩和した最適化問題の最適解を利用することを示した。したがって従来の集中型解法ないし分割解法による連続変数非線形最適化手法を用いて、あらかじめ直接連続緩和最適化問題の最適解を求めることが得策である。さらに分割して得られる部分問題が互いに独立した問題となることから、完全に分散化された手順で解くことができる。したがって以下の2段階の手順を考えることができる (Fig. 2.2 参照)。

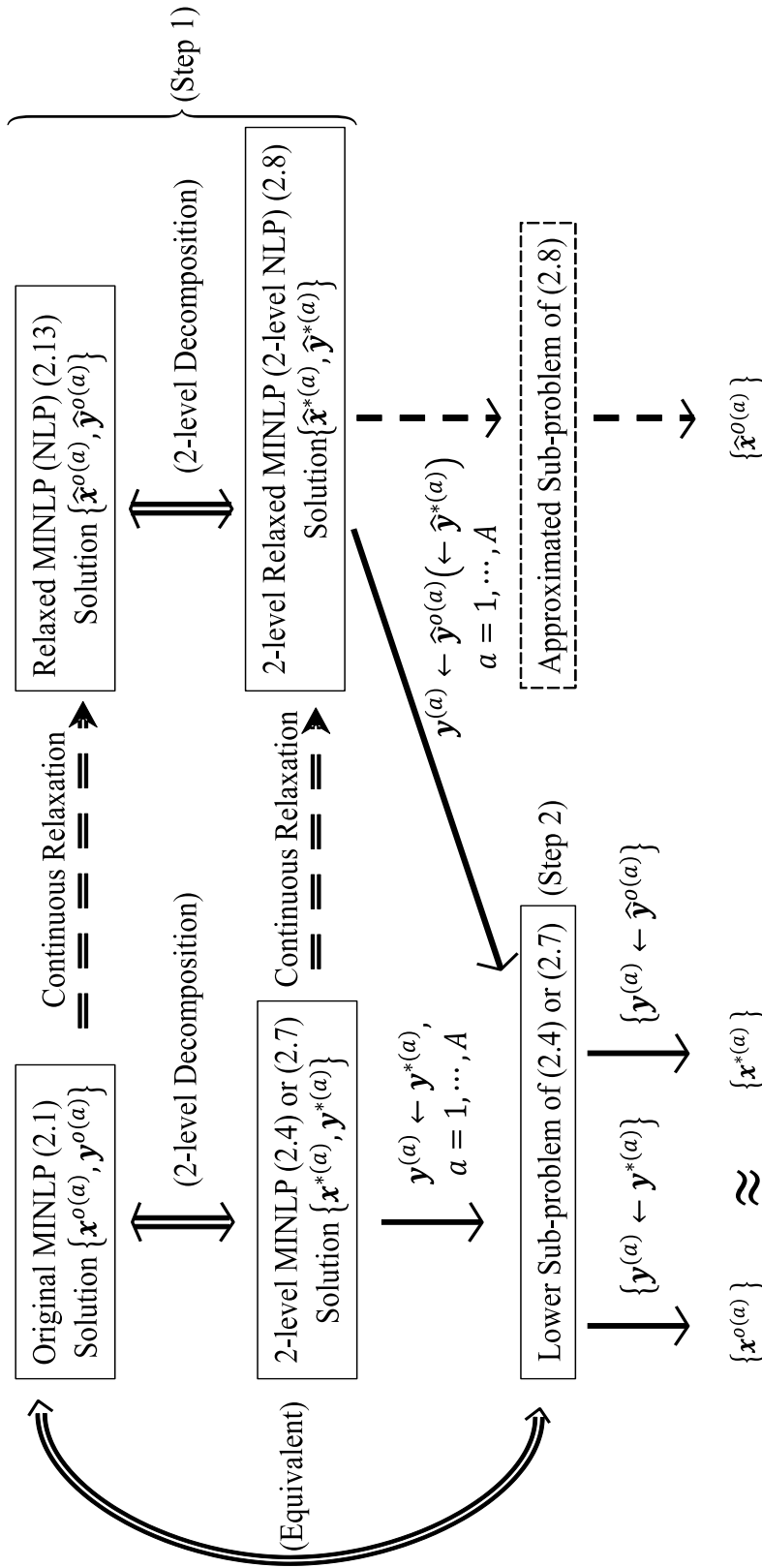


Fig. 2.2 : A Reformulation Scheme of the Proposed Method

**Step 1:** 元問題 (2.1) の代わりに、分割型2レベル最適化問題 (2.4) を想定し、この問題の上位変数最適化問題  $\{\mathbf{y}^{(a)}\}$  の近似解として、分割型2レベル緩和最適化問題 (2.8) の上位変数最適解  $\{\hat{\mathbf{y}}^{*(a)}\}$  を採用し、これを求めるために、元問題 (2.1) を直接連続緩和した最適化問題 (2.13) を解き、得られる解を  $\{\hat{\mathbf{x}}^{o(a)}, \hat{\mathbf{y}}^{o(a)}\}$  とする。

**Step 2:** Step 1 で求めた  $\{\hat{\mathbf{y}}^{o(a)}\}$  を分割型2レベル最適化問題 (2.4) の上位変数  $\{\mathbf{y}^{(a)}\}$  の近似解とし、 $\mathbf{y}^{(a)} \leftarrow \hat{\mathbf{y}}^{o(a)}, a = 1, \dots, A$  とした近似下位部分問題 (2.14) を解き、この解  $\{\mathbf{x}^{*(a)}\}$  を分割型2レベル最適化問題 (2.4) の下位最適解  $\{\mathbf{x}^{o(a)}\}$  とみなし、元問題 (2.1) の最適解とみなす。

## 2.4 数値実験とその結果

### 2.4.1 ベンチマークと比較手法の条件

9~944 母線規模の範囲のテストシステムを使用して、提案手法の性能を評価した。本評価にて考慮する目的関数としては2次形式の発電コストを用いた。また状態変数の制約条件としては、電源の容量制約に加えて電圧制約、送電線容量制約を考慮することとした。Table 2.1 に各ケースの母線、送電線、離散変数と全変数のサイズ、および提案手法を適用する際のシステム分割の数を示す。Case 9 は、標準的なテストシステムである IEEE 9 bus system であり、Case 28 は、IEEE 14 bus system をくし形に2個接続したものである。また Case 175 は IEEE 118 bus system と IEEE 57 bus system をくし形に接続したものであり、Case 350 は IEEE 118 bus system と IEEE 57 bus system をそれぞれ交互に計4個接続したものである。さらに Case 236, Case 472, Case 944 は、IEEE 118 bus system をそれぞれ2, 4, 8個くし型に接続したものである。Case 236, Case 472, Case 944 は、部分 Area の規模や構成が均一の場合、Case 175, Case 350 は、部分 Area の規模や構成が不均一の場合で、とくに後者の二つはそれらの接続構造も異なるものとした。このときの変圧器タップ比と調相設備投入量の離散変数のステップサイズを Table 2.2 に示す。さらに本手法の潮流状態の依存性を確認するために、各テストシステムに所在する負荷を、A:1.0, B:1.2, C:0.6 と定数倍で一律に変更した。なお本実験では、次の3種類のアルゴリズムを適用した。

Table 2.1 : IEEE Test Systems and Partitions

Case of Systems	Number of Buses/ Branches	Number of Total Variables	Number of Discrete Variables	Number of Partitions
Case 9	9/9	70	0	2
Case 28	28/41	309	8	2
Case 175	175/267	1983	43	2
Case 236	236/373	2,790	46	2
Case 350	350/535	3,970	86	4
Case 472	472/747	5,584	92	4
Case 944	944/1,495	11,172	184	8

- Discrete-OPF: 変圧器タップ比と調相設備投入量を離散変数として扱った元問題 (2.1) に対し, 集中型解法に基づいて直接 MINLP ソルバを適用
- Relaxed-OPF: 変圧器タップ比と調相設備投入量を連続変数として扱った連続緩和問題 (2.13) に対し, 集中型解法に基づいて NLP ソルバを適用
- Proposed Method: 変圧器タップ比と調相設備投入量を離散変数として扱い, 提案手法を適用

それぞれのアルゴリズムにおいて, NLP ソルバとして IPOPT [42] を使用し, MINLP ソルバとして BONMIN [43] を使用した。計算機環境は HP Z240 SFF Workstation, 16GB memory, 3.3GHz Inter Xeon processor E3-1225 を使用した。なお本実験では連続緩和問題の求解は集中型解法を用いたが, これは連続緩和問題をどのように解くかは, 本研究の主眼ではなく, あくまで計算量の削減を第一目的としているからである。また提案手法における部分問題の求解においては, 単一計算機上のマルチスレッド方式を採用しており, 1つのスレッドにおいて1つの部分問題を解くこととした。

**Table 2.2** : Step Sizes of Discrete Variables for Transformers and Shunt Capacitors

Name of Systems	Tap Ratios of Transformers	Sizes of Switchable Capacitors
Case 9	-	-
Case 28	0.01	0.05
Case 175	0.01	0.05
Case 236	0.01	0.05
Case 350	0.01	0.05
Case 472	0.01	0.05
Case 944	0.01	0.05

## 2.4.2 簡易システムに対する結果

はじめに、IEEE 9 bus の系統図を示したものを Fig. 2.3 に示す。この系統は、2つの Area が Fig. 2.3 中の破線で表される境界において相互に接続された形となっている。さて本例では、離散変数が存在しないため、元問題と緩和問題の解は一致し、さらに部分問題の解はそれらの解と一致すると想定される。得られた解の例として各母線の電圧の大きさを Fig. 2.4 に示す。緩和解 (図中 Original OPF) と提案手法によって得られた部分問題の解 (図中 Proposed Method) が一致していることがわかる。この結果は元問題を資源配分型分割によって分割した際、境界要素のみに基づいて部分問題を解けば、元問題の解を復元できることを示しており、資源配分型分割による定式化が元問題と等価であることを数値的に裏付けたものといえる。

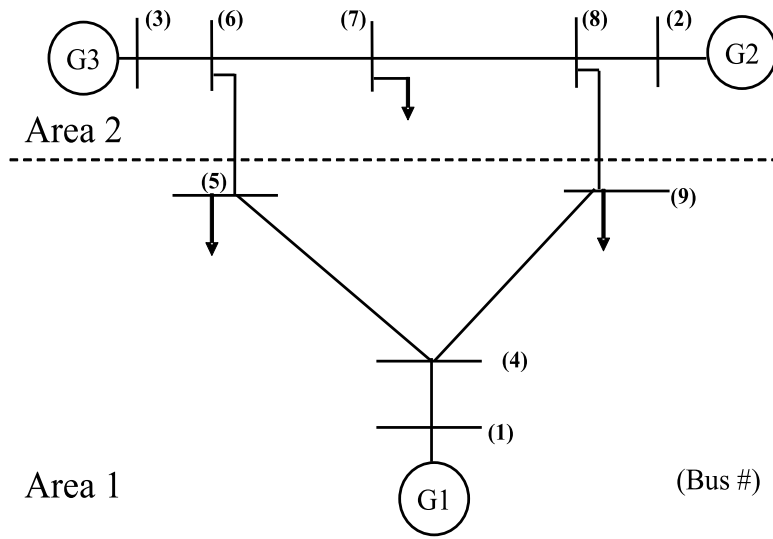


Fig. 2.3 : IEEE 9 Bus System

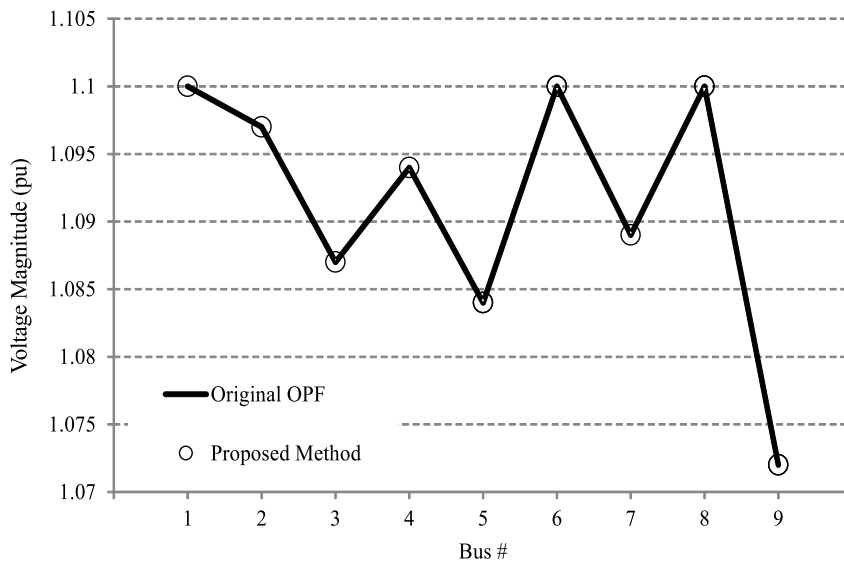


Fig. 2.4 : Comparison of Optimization Result for IEEE 9 Bus System

### 2.4.3 複数の系統に対する結果

次に複数のテスト系統に対して提案手法を適用した結果として、目的関数のコスト、CPU時間をTable 2.3に示す。ここでProposed MethodとDiscrete-OPFが得た目的関数(表中、Total Costs)の相対誤差を表中Errors (%)として示し、Discrete-OPFに対するProposed MethodのCPU時間の割合を表中Speedupとして示す。Relaxed-OPFはDiscrete-OPFと比してTotal Costが低くなっているが、これは離散変数が連続値のままの緩和解であり、制約条件を満たさない非許容解であることを意味している。一方、Proposed Methodは、Discrete-OPFに対してきわめて少ない誤差範囲で、すべてのケース、すべての部分問題において制約逸脱は発生しておらず、得られた解が許容であることを確認した。さらに、目的関数値の差異が僅差であっても、それらの最適解に差異が生じる可能性があるため、このことを確認するための一例として、Proposed MethodとDiscrete-OPFの目的関数の相対誤差が最大となったCase 28-Cにおける各母線の電圧の大きさの結果をFig. 2.6に、変圧器タップ比の結果をTable 2.4に示す。母線3及び7において、Discrete-OPFとProposed Methodの電圧に誤差が生じているが、これは上記の母線に隣接する変圧器2及び3のタップ比がそれぞれ一ステップ異なる解を算出したからである。しかしながら、電圧制約(上限1.06pu, 下限0.94pu)は十分に満たしており、全体的にはほぼ同等の解を得ていることがわかる。またCase175やCase350のような異なる構成の系統を接続した場合は、同じ構成の系統を接続した場合と比してProposed Methodの相対誤差が大きくなっていることから、提案手法は、Areaごとの系統の規模や構成に大きな格差が無い場合にとくに有効であると考えられる。

次にそれぞれの手法のCPU時間を比較したものをFig. 2.5に示す。Discrete-OPFは系統の規模が増加するにつれて、指数関数的にCPU時間を費やしているのに対して、Proposed Methodは、系統の規模に対してややCPU時間の増加がみられるものの、スケーラブルな計算特性を示していることがわかる。また負荷の大きさに関わらず、安定して短時間で求解していることがわかる。なおProposed MethodのCPU時間の増加は、スレッドの数の増加によるメモリアクセス効率の低下に起因していると考えられる。



Table 2.3 : Comparison of Optimization Results for the Test

Name of Systems	Number of Partition	Discrete-OPF		Relaxed-OPF		Proposed Method			
		Total Costs (\$)	Times (s)	Total Costs (\$)	Times (s)	Total Costs (\$)	Errors (%)	Times (s)	Speedup
Case 28	A	17,115.57	0.453	17,115.55	0.062	17,115.59	1.60E-04	0.452	1.00
	B	21,145.42	0.421	21,145.41	0.063	21,145.43	4.01E-05	0.219	1.92
	C	9,306.39	0.421	9,306.39	0.062	9,306.76	3.94E-03	0.453	0.93
Case 175	A	171,254.24	10.203	171,253.00	0.219	171,256.67	1.42E-03	4.219	2.42
	B	216,380.97	10.047	216,377.77	0.219	216,381.19	9.92E-05	3.531	2.85
	C	88,169.12	12.625	88,167.37	0.328	88,170.04	1.04E-03	4.735	2.67
Case 236	A	256,727.73	13.641	256,705.82	0.375	256,727.75	6.66E-06	5.453	2.50
	B	324,266.88	12.156	324,264.56	0.313	324,266.88	6.29E-07	4.797	2.53
	C	132,650.11	15.625	132,648.48	0.328	132,650.11	1.91E-06	5.984	2.61
Case 350	A	342,430.68	40.844	342,428.49	0.484	342,433.27	7.56E-04	6.829	8.07
	B	432,534.73	40.297	432,526.64	0.516	432,538.97	9.80E-04	4.609	8.74
	C	176,293.00	43.782	176,289.82	0.672	176,294.53	8.67E-04	5.594	7.83
Case 472	A	512,487.95	55.140	512,486.71	0.688	512,487.95	5.50E-08	6.829	8.07
	B	647,405.36	46.312	647,400.72	0.625	647,405.37	1.21E-06	5.843	7.93
	C	264,841.66	60.687	264,838.40	0.640	264,841.67	2.17E-06	6.844	8.87
Case 944	A	1,024,050.65	219.844	1,024,044.20	1.640	1,024,050.70	4.40E-06	13.499	16.29
	B	1,293,682.30	181.968	1,293,673.00	1.172	1,293,682.34	2.94E-06	10.625	17.13
	C	529,224.59	239.172	529,218.08	1.234	529,224.61	2.30E-06	12.937	18.49

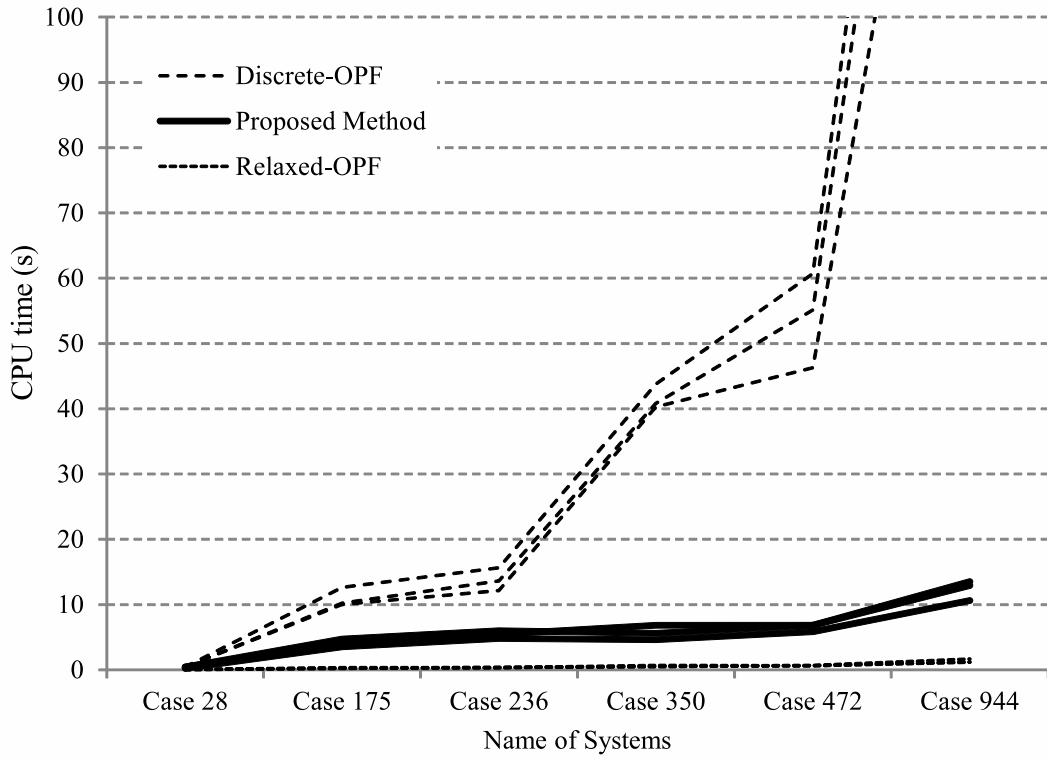


Fig. 2.5 : Comparison of Optimization Result for IEEE Test Systems

Table 2.4 : Comparison of Tap Ratios (pu) Results for Case 28-C

Transformer #	Discrete-OPF	Proposed Method
1	1.03	1.02
2	0.90	0.91
3	0.97	0.97
4	1.07	1.07
5	0.90	0.90
6	0.99	0.99

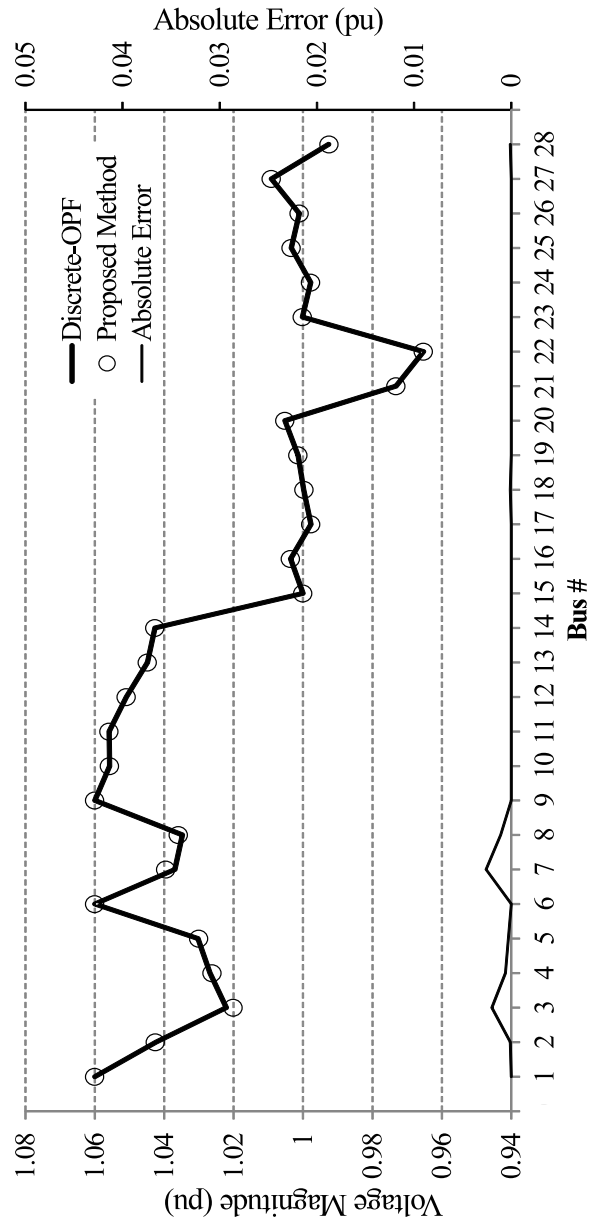


Fig. 2.6 : Comparison of Optimization Result for Case 28-C

Table 2.5 : Allocation of Partial Problems by Multi-PC

Name of Systems	Number of Partition	Number of PC
Case 28	2	2
Case 236	2	2
Case 472	4	4
Case 944	8	4

#### 2.4.4 複数計算機における数値実験とその結果

次に複数の計算機を用いての数値実験を行った。本数値実験では、計算機環境は DELL Precision Tower 3431, 16GB memory, 3.5GHz Inter Xeon processor E-2224G を最大4台使用し、テスト系統 Case 28, Case 236, Case 472, Case 944 に対して提案手法を適用した。本実験における部分問題求解の割り当て条件を Table 2.5 に示す。Case 28, Case 236, Case 472 においては各計算機がそれぞれ1つの部分問題を解くこととし、Case 944 においては4台の計算機それぞれにおいて、マルチスレッドを併用して2つの部分問題を並列に求解することとした。

複数計算機による提案手法 (Proposed Method of Multi-PC) と、単一計算機による提案手法 (Proposed Method of Single-PC), Discrete-OPF, Relaxed-OPF の比較結果を Table 2.6 に示す。また CPU 時間の比較をグラフ化したものを Fig. 2.7 に示す。Proposed Method of Multi-PC は、従来法と比べて34倍の高速化を示しており、Single-PC の場合よりも更にスケーラブルな計算特性をもっていることを確認した。これは単一の計算機よりも複数の計算機を用いたグリッド計算の方が、提案手法における部分問題の求解が他 Area との情報交換はなく完全に独立に行われるという特性をより有効に活用しているためと考えられる。

Table 2.6 : Comparison of Optimization Results for the Test (Additional)

Name of Systems	Number of Partition	Discrete-OPF		Relaxed-OPF		Proposed Method of Single-PC (Multi-PC)			
		Total Costs [\$]	Times [s]	Total Costs [\$]	Times [s]	Total Costs [\$]	Errors [%]	Times [s]	Speedup
Case 28	2	17,115.56	0.359	17,115.55	0.297	17,115.59	1.6e-4	0.453 (0.407)	0.79 (0.88)
Case 236	2	256,706.58	10.625	256,705.96	0.281	256,706.58	0.0e-0	4.078 (3.734)	2.61 (2.85)
Case 472	4	512,487.95	43.094	512,486.71	0.516	512,487.95	5.5e-8	5.250 (4.515)	8.21 (9.54)
Case 944	8	1,024,050.65	173.093	1,024,048.20	1.032	1,024,050.70	4.4e-6	10.250 (5.078)	16.89 (34.09)

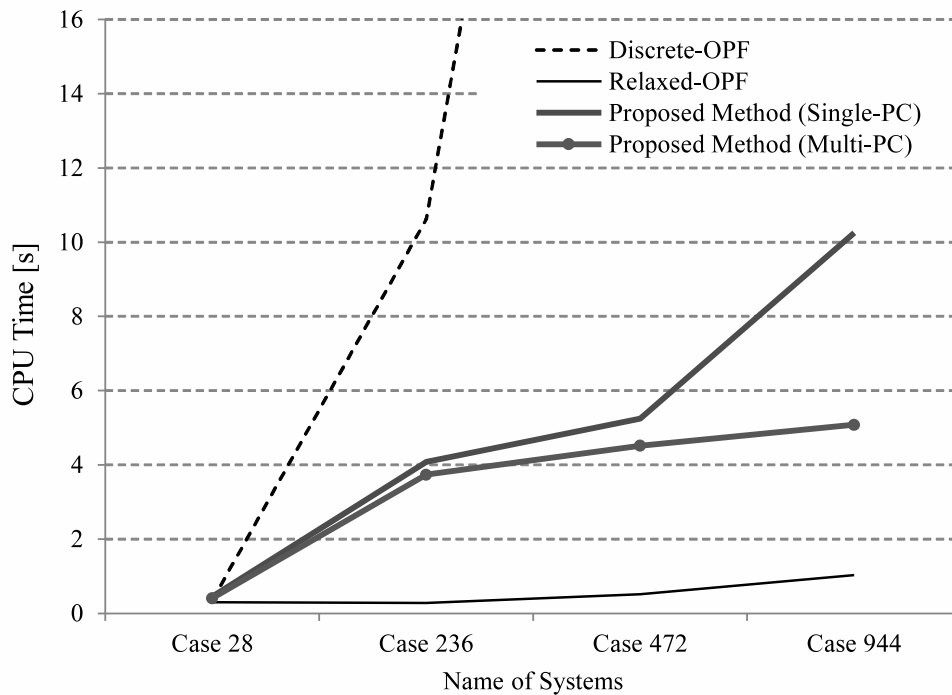


Fig. 2.7 : Comparison of Optimization Result for IEEE Test Systems (Additional)

## 2.5 おわりに

本章では、離散変数を有する multi-area OPF に対して、資源配分型分割に基づく分散型計算法を提案した。提案手法は各部分問題の計算過程において、他の Area との情報交換を必要としないため、計算効率を大幅に向上させることができることが特徴である。複数の IEEE テストシステムにより構成された 9~944 母線のサイズの multi-area OPF 問題に対して数値計算を実行した結果、最適解が高い精度で得られており、計算量に関しても適用する問題規模に応じて優れたスケーラビリティを持つことを確認した。

なお提案手法における離散変数の解を得る手順は、隣接する Area の境界情報のみを利用するため、完全に分散化されている。このため連続緩和問題の求解に分散型計算法を適用すれば、すべての手順において完全分散化された手順により MINLP を解くことが可能である。

ところで、元の全体問題に許容解が存在しても分割の仕方やそれによる部分問題で付与するパラメータ(たとえば境界要素の電圧や潮流状態)次第で、許容解が存在しなくなって求解できなくなる可能性が原理的にはありえる。このような求解不可能性をあらかじめ回避するためには、部分問題の解法にペナルティ法を適用してその制約条件を緩和することが考えられる。このような実際のOPFで生じる数値計算上の課題については、今後の課題とする。

また当然のことながら、提案手法は単一Areaでの離散変数を有するOPFに対する分割解法としても適用することができる。その場合、単一のAreaを複数のAreaにどのように分割するかが今後の課題である。また再生可能エネルギーが大量導入された系統や、より大規模な系統への適用についても検討していく予定である。





# 3

## Robust AC Optimal Power Flow に対する 制約緩和法

### 3.1 本章について

システムの設計・計画問題は最適化問題として定式化されるが、システムが外部環境から受ける影響が不確定の場合、目的関数や制約条件に未知のパラメータなどの不確実変数が存在するいわゆる「不確実下での最適化問題 (optimization problems under uncertainty)」(以降、「不確実最適化問題」と称する)として定式化される。この場合、目的関数に不確実変数が含まれる場合は、不確実下での意思決定問題として議論されており [44], min-max 問題 (または max-min 問題) と称されてその最適性条件や計算法が古くから考察されてきた [1, 45, 46]。また、不等式制約条件に不確実変数が含まれる最適化問題に対しては、たとえば最適解の実装後の不確実変数の想定範囲内の変動に対して不等式制約条件の充足を事前に保障するいわゆる頑健 (ロバスト) 性 (robustness) を課すロバスト最適化 [49, 50] の考え方が提唱され、目的関数や制約条件が非線形の場合に対しても、近年盛んに研究されるようになってきている [51]。しかし、想定範囲内のあらゆる不確実変数値に対する不等式制約条件についての考慮は、古典的といえる文献 [52] で最適性条件がすでに考察され、文献 [53] において線形の等式制約条件を有する問題にまで拡張されており、また解法についても、想定範囲内のあらゆる不確実変数値に対応した非可算無限個の制約条件を有限個の制約条件に緩和する、いわゆる「制約緩和」の考え方に基づく手法が文献 [54] で与えられている。また、不等式制約条件に対するロバスト性と等価な考え方により、最悪状況を想定した下での制約条件の満足化と同時に、その最悪状況に対してより上位の視点から制約

を課したり目的関数で評価したりする2レベル最適化の考え方に基づく「最適満足化問題」が文献 [24] で提案され、この問題に対する近似的解法も提案されている。

ところで、システム的设计・計画問題では、システムの特徴が最適化問題の等式制約条件として記述されるのが一般的であり、しかもそのシステムの特徴が不確実変数の影響を直接受ける場合は、その等式制約条件に直接不確実変数が含まれることが多い。たとえば電力系統における分散電源の出力変動や負荷変動などの不確実性を考慮した最適潮流計算 (Optimal Power Flow: OPF [3]) は、分散電源の出力変数や負荷の変数が不確実変数となり、それらの変数が潮流方程式からなる非線形等式制約条件に含まれる問題、いわゆる Robust AC OPF として定式化される。しかしながら、不等式制約条件に対してのみロバスト性を考慮するこれまでのロバスト最適化の考え方をこのような非線形等式制約条件付き最適化問題に直接適用することは困難である。そこで、文献 [55,56] では、線形等式制約条件付き問題に対して、従属変数を消去することで不等式制約条件のみの問題に変換してこの課題を克服し、また非線形等式制約条件付き問題に対する文献 [57] では、非線形等式を線形化した近似問題に変換することで非線形性による課題を克服している。また、文献 [58], [59] では、凸緩和の適用によって等式制約条件を消去している。さらに不確実変数のランダムサンプリングに基づいてその値を確定させる scenario approach [60,61] や、不確実変数のサンプルをヒューリスティックに与える近似的手法 [62] が提案されている。いずれにせよ、これらの関連研究は、非線形性を線形近似するものや近似的手法によるものであり、非線形等式制約条件を考慮した不確実最適化問題に対して厳密な意味でロバスト性を満たす解を算出する手法は著者の知る限りこれまで提案されていない。

そこで本章では、Robust AC OPF への適用を念頭に、非線形等式制約条件を陽に考慮した不確実最適化問題の定式化と厳密な意味でロバスト性を満たす解を算出するための解法を考える。システムの特徴を記述した等式制約条件は、等式の本数以上の個数の変数を有し、その等式の本数を越えた変数の個数分の自由度が存在するが、これらの自由度のある変数のうち人為的にその値を確定することができる「決定変数」と、確定することができない未知の「不確実変数」とに分けることができる。このため、不確実変数による不確実性に対処する何らかの合理的な基準のもとで、不確実変数の値を決定変数に応じて事前に想定すれば、等式制約条件を満たす残りの変数である「状態変数」もそれらに従属して想定することが可能である。本章では、このような等式制約条件を満たす変数の区別化によってシステムの特徴を考慮することで、不確実変数を含む等式制約条件のある不確実最適化

問題を第3.2節で定式化する。この不確実変数の想定やそれに伴う状態変数の想定のための合理的基準としては「min-max 基準」や「ロバスト性基準」を採用するが、このような想定はシステムの特性に対するある種のシナリオとも解釈され、文献 [60] にも通じる概念でもあり、本章では、この概念と「制約緩和」[21, 48, 54] の考え方との融合により、このシステムの想定状態をシナリオとして逐次生成して増やすことによって、目的関数に対しては min-max 基準を、不等式制約条件に対してはロバスト性基準を同時に満たす解を求めることが可能な解法を第3.3節において提案する。さらに以上の定式化と解法を、分散電源の不確実性を考慮した Robust AC OPF に適用することを第3.4節において試みる。

## 3.2 システムの不確実性を考慮した最適化問題の定式化

設計・計画の対象システムは、時間依存性のない静的システムとし、システムを構成する要素の状態量を表す「状態変数」とよばれる変数と、要素間の関連性を表すシステム方程式によってモデル化される。このとき、計画・設計の自由度が存在する場合、人為的に決定することができる「決定変数」とよばれる変数が含まれ、システムを評価する目的関数を最小化ないしは最大化するような決定変数と状態変数の値を、このシステム方程式を等式制約条件として求めるのがシステムの最適化問題である。一方、システムの外部環境から受ける影響など、人為的に決定することができない未定の変数ないしは未知パラメータを「不確実変数」と称することにする。ここで決定変数を  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^N$ 、不確実変数を  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^I$ 、状態変数を  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^L$  とし、関数  $\mathbf{h} : \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^I \times \mathbb{R}^L \rightarrow \mathbb{R}^L$  を用いてシステム方程式を

$$\mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{y}, \mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (3.1)$$

とし、以降ではこのように変数を区別化した等式制約条件をとくに「システム方程式」と称することにする。また、目的関数や不等式制約条件においても外部環境からの不確定な影響を同じ不確実変数で考慮するものとし、関数  $f : \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^I \times \mathbb{R}^L \rightarrow \mathbb{R}^1$ 、関数  $\mathbf{g} : \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^I \times \mathbb{R}^L \rightarrow \mathbb{R}^M$  を用いてそれぞれ

$$f(\mathbf{u}, \mathbf{y}, \mathbf{x}) \quad (3.2)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{u}, \mathbf{y}, \mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \quad (3.3)$$

と表すと、最適化問題は単純に

$$\min_{\mathbf{u}} f(\mathbf{u}, \mathbf{y}, \mathbf{x}) \quad (3.4a)$$

$$\text{subj.to } \mathbf{g}(\mathbf{u}, \mathbf{y}, \mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \quad (3.4b)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{y}, \mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (3.4c)$$

と考えることができるが、不確実変数  $\mathbf{y}$  の値が未定のため、この問題を解くことは事実上不可能である。そこで、何らかの基準に基づいて不確実変数  $\mathbf{y}$  の値を想定することで、最適化問題 (3.4) を解いて決定変数  $\mathbf{u}$  の最適値を確定することができれば、これに基づいて実システムの計画・設計が事前になされてその値が実装され、その実システムが実際に外部環境からの影響を受けた段階で、すなわち不確実変数  $\mathbf{y}$  の値が確定した段階で、これに対応した実システムの状態変数  $\mathbf{x}$  の値が初めて確定する。そこで何等かの合理的基準の導入に拠って不確実変数  $\mathbf{y}$  の値を想定することが、事前の設計・計画段階で不可欠である。なお、ここで考察の対象としているシステムの設計・計画では、この不確実変数  $\mathbf{y}$  に確率的・統計的な情報すらも伴わないような不確実な状況下 (under uncertainty) にあるとする。

以上のような不確実変数を有するシステム方程式が等式制約条件となる最適化問題の例として、分散電源が導入された電力系統における OPF を考えることができる。すなわち、通常の発電機の動作状態など電源に付帯する変数の値を人為的に確定させることが可能ないわゆる電源 (以降では「確定電源」と略記する) 以外に、動力源が自然エネルギー由来でかつ急峻に出力変動する場合や、自家発電設備やデマンドレスポンスなど需要家の行動に大きく依存する電源の場合のように、あらかじめ予見が困難な出力特性のためにその動作状態を表す変数の値が不確定な分散電源 (以降では「不確定電源」と略記する) も有する電力系統において、電圧や潮流をある所定の範囲内に管理する OPF を考えることができる。このような電力系統のシステム方程式は、あるノードやブランチの集合のパターンをノード集合  $\mathcal{N}$  やブランチ集合  $\mathcal{B}$  をもちいて  $(\mathcal{N}, \mathcal{B})$  とし、電力系統におけるネットワーク関係、および交流法にもとづく電力と電圧の関係をモデル化した潮流方程式として

$$\mathbf{h}_{(\mathcal{N}, \mathcal{B})}(\mathbf{u}, \mathbf{y}, \mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (3.5)$$

と表すことができる。システム方程式 (3.5) での  $\mathbf{u}$  はあらかじめ確定させることが可能な動作状態を表す決定変数であり、主に確定電源に対する出力設定値や電圧設定値、不確定

電源に対する有効電力制限値に相当する。またシステム方程式 (3.1) での  $\mathbf{y}$  は不確定電源の動作状態を表す変数であり、 $\mathbf{x}$  はシステム方程式 (3.1) の状態変数であり、電力系統の電圧や送電線潮流に相当する。このとき決定変数の最適値  $\mathbf{u}^*$  を実際の電力系統に実装したのち、不確定変数である不確定電源の検出値  $\mathbf{y}^*$  が得られた段階で、これらに応じた電力系統の状態値  $\mathbf{x}^*$  が確定する。また、事前に何らかの基準により不確定電源の変数の値  $\mathbf{y}$  を想定すれば、これと決定変数の値  $\mathbf{u}$  に対応した状態変数の値を想定することができる。

一般的に、システムの設計・計画段階で不確定変数  $\mathbf{y}$  の値が未定な状況下では、たとえば安全・安心を担保するいわゆる危機管理の方略の一つとして、最悪の状況を想定することが合理的とされている [44]。具体的には、まず物理的に課せられる不等式制約条件式 (3.3) に対し、不確定変数の値が不等式制約条件にとって最悪の状況が設計・計画の事後に生起しても、制約条件の侵害が回避される安全性の基準、いわゆる「ロバスト性基準」を採用する。すなわち、不等式制約関数の個々の成分関数  $g_m(\mathbf{u}, \mathbf{y}, \mathbf{x})$  ごとにそれを最大にするような不確定変数  $\mathbf{y}$  の値が生起しても、不等式制約条件を侵害しないように、不等式制約条件 (3.4b) の代わりに

$$\text{subj.to } \max_{\mathbf{y} \in \mathcal{Y}} g_m(\mathbf{u}, \mathbf{y}, \mathbf{x}) \leq 0, \quad m = 1, \dots, M \quad (3.6)$$

とする<sup>1</sup>。ただし、 $\mathbf{g} = (g_1, \dots, g_M)^T$  で、不確定変数  $\mathbf{y}$  の集合  $\mathcal{Y}$  は、その変数の値がとりうる想定範囲を表し、有界閉集合であるとする。また、目的関数に対しても同様に、それを最悪にするような不確定変数の値の生起を想定し、このときの状況を最大限改善するいわゆる「min-max 基準」に基づいて、式 (3.4a) の目的関数の最小化の代わりに

$$\min_{\mathbf{u}} \max_{\mathbf{y} \in \mathcal{Y}} f(\mathbf{u}, \mathbf{y}, \mathbf{x}) \quad (3.7)$$

を採用する。この目的関数値を覚悟さえすれば、どのような不確定変数の値が事後に生起しても、この値よりは改善されるという意味での安心が保証される。

<sup>1</sup> 文献 [49] などによるロバスト性の記述では、あらゆる不確定変数  $\mathbf{y} \in \mathcal{Y}$  に対して不等式制約条件が成り立つとし、全称記号  $\forall$  を用いて

$$\text{subj.to } g_m(\mathbf{u}, \mathbf{y}, \mathbf{x}) \leq 0 \quad \forall \mathbf{y} \in \mathcal{Y}$$

とするが、この記述と式 (3.6) の記述とは本質的に等価であり、また、目的関数に対して導入される min-max 基準と統合的に扱うためにも、式 (3.6) のように max 演算を用いて記述する。

以上のような不確実変数  $\mathbf{y}$  に対する想定において留意すべきことは、目的関数  $f$  や制約関数の複数の成分関数  $g_m, m = 1, \dots, M$  ごとに異なる種類の最悪状況を想定していることである。このようなことは、たとえば不等式制約条件の場合は、異なる安全基準が課せられている場合に、それら安全基準ごとに最悪の状況を想定することに相当する。したがって、物理的には同一の不確実変数であっても、目的関数  $f$  や制約関数の複数の成分関数  $g_m, m = 1, \dots, M$  ごとに意味的には区別化した添え字付き変数  $\mathbf{y}_0, \mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_M$  で記し、区別化したこれらの変数を「想定変数」と称することにする。なお、それら想定変数に固有の制約集合、つまり想定変数  $\mathbf{y}_0, \mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_M$  の想定範囲については、不確実変数  $\mathbf{y}$  に固有の集合  $\mathcal{Y}$  で共通であるとする。また、決定変数  $\mathbf{u}$  の任意の値とそれとは独立に想定される想定値  $\mathbf{y}_m$  に対応してシステム方程式を満たすように想定される状態変数についても、同様に目的関数  $f$  や制約関数の複数の成分関数ごとに異なる想定変数と見做して  $\mathbf{x}_m, m = 0, 1, \dots, M$  と区別化し、それを与えるシステム方程式も式(3.6)や式(3.7)における  $\mathbf{y}_m, m = 0, 1, \dots, M$  に関する最大化演算の個々の制約条件とみなす。したがって、システム方程式の不確実性を考慮して最悪の状況を想定した不確実最適化問題を

$$\min_{\mathbf{u} \in \mathcal{U}(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)} \max_{\mathbf{y}_0 \in \mathcal{Y}} \{f(\mathbf{u}, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) | \mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) = \mathbf{0}\} \quad (3.8a)$$

$$\text{subj. to } \max_{\substack{(\mathbf{x}_m, \mathbf{y}_m) \\ \mathbf{y}_m \in \mathcal{Y}}} \{g_m(\mathbf{u}, \mathbf{x}_m, \mathbf{y}_m) | \mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{x}_m, \mathbf{y}_m) = \mathbf{0}\} \leq 0, m = 1, \dots, M \quad (3.8b)$$

と定式化し、以降、問題(3.8)を本章における元問題とする。ここで  $\mathcal{U}$  は決定変数固有の制約集合であり、また状態変数に対する想定変数  $\mathbf{x}_m, m = 0, 1, \dots, M$  に対してもそれらに共通の固有の制約集合  $\mathcal{X}$  が考えられるが、この集合は変数  $\mathbf{x}_m$  のみを引数としてもつ不等式制約条件  $g_m(\mathbf{x}_m) \leq 0$  として、 $g_m(\mathbf{u}, \mathbf{x}_m, \mathbf{y}_m) \leq 0, m = 1, \dots, M$  の一部に組み込まれているものとする。

以上のように、等式制約条件の中に不確実変数が含まれる問題を対象とするも、目的関数と不等式制約条件のみに不確実変数が含まれることを前提とするロバスト最適化や最適満足化の考え方を適用するために、等式制約条件の消去や近似的手法の適用が可能な場合だけがこれまでは扱われてきた。これに対して、不確実変数の最大化演算の下で状態変数の導入とそれを含むシステム方程式として等式制約条件を位置付けることで、不確実変数を含む非線形等式制約条件を直接扱えるようにしたのが本研究の特徴である。また、等式制約条件としてシステム方程式を考慮して不確実変数を想定する場合、システム方程式を

満たす不確実変数や状態変数の想定値が存在するような決定変数に限定すること、すなわち、決定変数  $\mathbf{u}$  に対して陰的な制約条件

$$\exists(\mathbf{x}_m, \mathbf{y}_m) \text{ such that } \mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{x}_m, \mathbf{y}_m) = \mathbf{0} \text{ and } \mathbf{y}_m \in \mathcal{Y}, m = 0, 1, \dots, M \quad (3.9)$$

を考える必要があるが、ここでは議論簡略化のために、決定変数固有の制約集合  $\mathcal{U}$  の任意の要素に対して式 (3.9) の条件が成り立つものとする。

ところで、問題 (3.8) は、

$$\max_{\substack{(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) \\ \mathbf{y}_0 \in \mathcal{Y}}} \{f(\mathbf{u}, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) | \mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) = \mathbf{0}\} \leq \sigma \quad (3.10)$$

を満たす目的関数の上限に相当する変数  $\sigma$  を導入すると

$$\min_{\sigma, \mathbf{u} \in \mathcal{U}} \sigma \quad (3.11a)$$

$$\text{subj.to } \max_{\substack{(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) \\ \mathbf{y}_0 \in \mathcal{Y}}} \{f(\mathbf{u}, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) | \mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) = \mathbf{0}\} - \sigma \leq 0 \quad (3.11b)$$

$$\max_{\substack{(\mathbf{x}_m, \mathbf{y}_m) \\ \mathbf{y}_m \in \mathcal{Y}}} \{g_m(\mathbf{u}, \mathbf{x}_m, \mathbf{y}_m) | \mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{x}_m, \mathbf{y}_m) = \mathbf{0}\} \leq 0, m = 1, \dots, M \quad (3.11c)$$

と等価に書き換えることができ、さらに

$$G_0(\mathbf{u}, \sigma) = \max_{\substack{(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) \\ \mathbf{y}_0 \in \mathcal{Y}}} \{f(\mathbf{u}, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) | \mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) = \mathbf{0}\} - \sigma \quad (3.12a)$$

$$G_m(\mathbf{u}) = \max_{\substack{(\mathbf{x}_m, \mathbf{y}_m) \\ \mathbf{y}_m \in \mathcal{Y}}} \{g_m(\mathbf{u}, \mathbf{x}_m, \mathbf{y}_m) | \mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{x}_m, \mathbf{y}_m) = \mathbf{0}\}, m = 1, \dots, M \quad (3.12b)$$

とすると、式 (3.11b, 3.11c) が同時に成り立つことと、

$$\max\{G_0(\mathbf{u}, \sigma), G_1(\mathbf{u}), \dots, G_M(\mathbf{u})\} \leq 0 \quad (3.13)$$

が成り立つことは等価であり、しかもこの外側の max 演算と、 $G_0(\mathbf{u}, \sigma), G_m(\mathbf{u}), m = 1, \dots, M$  に含まれる max 演算とを交換して後者の最大化変数  $(\mathbf{x}_m, \mathbf{y}_m)$  を共通化することができて

$$\max_{\substack{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \\ \mathbf{y} \in \mathcal{Y}}} [\max\{f(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{y}) - \sigma, g_1(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{y}), \dots, g_M(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{y})\} | \mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{0}] \leq 0 \quad (3.14)$$

と、式(3.11b,3.11c)を一つの制約条件にまとめることができる。以上より、システム方程式を考慮した不確実最適化問題(3.8)は、目的関数に対する min-max 基準と不等式制約条件に対するロバスト性基準を統合した等価な最適化問題

$$\min_{\sigma, \mathbf{u} \in \mathcal{U}} \sigma \quad (3.15a)$$

$$\begin{aligned} \text{subj.to } \max_{\substack{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \\ \mathbf{y} \in \mathcal{Y}}} [ & \max\{f(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{y}) - \sigma, g_1(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{y}), \\ & \cdots, g_M(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{y})\} | h(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{0}] \leq 0 \end{aligned} \quad (3.15b)$$

と最終的に定式化しなおすことができる。

### 3.3 システムの不確実性を考慮した拡張型制約緩和法

#### 3.3.1 制約緩和の原理と計算手順

問題(3.15)の解法を考える。問題(3.15)、および等価な問題(3.11)は、その構造から2レベル最適化問題[63]とみなすことができるが、不確実変数 $\mathbf{y}$ に応じたシステム方程式から想定される状態変数 $\mathbf{x}$ を考慮した2レベル最適化問題の解法は、著者の知る限り、これまで提案されていない。またその不等式制約条件(3.15b)が、複数の関数のうちの最大成分の関数を取り出し(内側の最大化演算)、その状態変数 $\mathbf{x}$ と不確実変数 $\mathbf{y}$ に関する最大化演算(外側の最大化演算)の最大値がゼロ以下になることを要求する変数 $(\sigma, \mathbf{u})$ に対する複雑な制約条件となっている。このため、不等式制約条件(15b)の左辺の関数は変数 $(\sigma, \mathbf{u})$ に関して微分不可能関数にもなり、問題(15)の解法として非線形最適化手法を直接用いることは困難である。

一方、式(3.15b)の変数 $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ に関する外側の最大化演算は全称記号 $\forall$ を用いて

$$\begin{aligned} \max\{f(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{y}) - \sigma, g_1(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{y}), \cdots, g_M(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{y})\} \leq 0 \\ \text{for } \forall (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \text{ such that } h(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{0} \text{ and } \mathbf{y} \in \mathcal{Y} \end{aligned} \quad (3.16)$$

と等価的に表現しなおすことができる。不確実変数の制約集合 $\mathcal{Y}$ が非可算無限個の要素からなる場合、この不等式制約条件の個数も、それらあらゆる $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ に対応した非可算無限



個となる。そこで本研究では、非可算無限個の不等式制約条件付最適化問題の解法である制約緩和による手法 [54](以降、「制約緩和法<sup>1</sup>」と略記する)を拡張することを考える。不確実変数  $\mathbf{y}$  の想定値として有限個のサンプル  $\mathbf{y}^{(s)} \in \mathcal{Y}, s = 1, \dots, S$  を選択し、任意の決定変数  $\mathbf{u} \in \mathcal{U}$  のもとで不確実変数のサンプル  $\mathbf{y}^{(s)}$  に応じたある種のシナリオといえるシステム方程式

$$\mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{x}^{(s)}, \mathbf{y}^{(s)}) = \mathbf{0} \quad (3.17)$$

と、それから想定される状態量  $\mathbf{x}^{(s)}$  を考える。この  $\mathbf{x}^{(s)}$  がサンプル  $\mathbf{y}^{(s)}$  に対応したシステム方程式 (3.17) を満たす変数であることに留意すると、非可算無限個の不等式 (3.16) は、サンプルごとに対応した  $S$  個の不等式制約条件とシステム方程式の組

$$\begin{cases} \max\{f(\mathbf{u}, \mathbf{x}^{(s)}, \mathbf{y}^{(s)}) - \sigma, g_1(\mathbf{u}, \mathbf{x}^{(s)}, \mathbf{y}^{(s)}), \dots, g_M(\mathbf{u}, \mathbf{x}^{(s)}, \mathbf{y}^{(s)})\} \leq 0 & (3.18a) \\ \mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{x}^{(s)}, \mathbf{y}^{(s)}) = \mathbf{0} & (3.18b) \end{cases}$$

$$s = 1, \dots, S$$

に緩和され、さらに式 (3.18a) は  $M + 1$  個の不等式

$$\begin{cases} f(\mathbf{u}, \mathbf{x}^{(s)}, \mathbf{y}^{(s)}) \leq \sigma \\ g_m(\mathbf{u}, \mathbf{x}^{(s)}, \mathbf{y}^{(s)}) \leq 0, m = 1 \dots, M \end{cases} \quad (3.19)$$

が同時に成立することと等価であるから、不確実最適化問題 (3.15) の制約条件緩和問題として、

$$\min_{\sigma, \mathbf{u} \in \mathcal{U}, \{\mathbf{x}^{(s)}\}_{s=1}^S} \sigma \quad (3.20a)$$

$$\text{subj.to } f(\mathbf{u}, \mathbf{x}^{(s)}, \mathbf{y}^{(s)}) \leq \sigma, s = 1, \dots, S \quad (3.20b)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{u}, \mathbf{x}^{(s)}, \mathbf{y}^{(s)}) \leq \mathbf{0}, s = 1, \dots, S \quad (3.20c)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{x}^{(s)}, \mathbf{y}^{(s)}) = \mathbf{0}, s = 1, \dots, S \quad (3.20d)$$

$$\text{where } \mathbf{y}^{(s)} \in \mathcal{Y}; \text{ given}, s = 1, \dots, S \quad (3.20e)$$

<sup>1</sup> 制約緩和法は、もともと非可算無限個の不等式制約条件付最適化問題の解法として提案されたが [54]、その後、min-max 問題への適用 [47, 48] や、最適満足化問題への適用 [21] がされている。以上の制約緩和法の計算手順については付録 A.1 を参照されたい。

を得ることができる。この緩和問題において留意されなければならないことは、不確実変数  $\mathbf{y}$  に関してはサンプル  $\mathbf{y}^{(s)}$  が想定値として与えられるのに対して、状態変数  $\mathbf{x}$  に関しては、この想定値の下での決定変数  $\mathbf{u}$  に対応したシステム方程式 (3.20d) を満たす従属変数として  $\mathbf{x}^{(s)}$  が想定されていることである。したがって不確実変数のサンプル個数分の全部で  $S$  通りのシステム方程式を等式制約として考慮する点で、等式制約条件を考慮することができない最適満足化法やロバスト最適化法とは異なっていて、不確実変数の複数の想定値に対応していわばシナリオとして複数通りのシステム方程式を想定する点において、文献 [60] の scenario approach と共通する考え方である。一方、scenario approach がロバスト性を厳密に満たすために無限個のシナリオを考慮する必要があるのに対して、制約緩和法で生成されるシナリオは有限個であることが大きな違いである。

制約緩和法は、緩和問題を解いて得られる解がもっとも侵害するような元の問題の不等式制約条件を見出し、これを緩和問題に付加して解きなおすという手順を繰り返す手法である。制約緩和法の反復手順における反復回数を  $k$  とし、第  $k$  反復での不確実変数  $\mathbf{y}$  のサンプル個数を  $S(k)$  とし、 $S = S(k)$  とした緩和問題 (3.20) の最適解を  $(\bar{\sigma}(k), \bar{\mathbf{u}}(k), \{\bar{\mathbf{x}}^{(s)}(k)\}_{s=1}^{S(k)})$  とすると、この解が元の不確実最適化問題の不等式制約条件式 (3.15b) を満たすか否かの判定と、満たさない場合にそれらのうちでもっとも侵害する不等式制約条件を見出す作業は、式 (3.15b) (または式 (3.14)) の左辺に  $(\bar{\sigma}(k), \bar{\mathbf{u}}(k))$  を代入し、その最大化演算を実行することで、つまり最大化問題

$$\max_{\substack{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \\ \mathbf{y} \in \mathcal{Y}}} \max\{f(\bar{\mathbf{u}}(k), \mathbf{x}, \mathbf{y}) - \bar{\sigma}(k), g_1(\bar{\mathbf{u}}(k), \mathbf{x}, \mathbf{y}), \dots, g_M(\bar{\mathbf{u}}(k), \mathbf{x}, \mathbf{y})\} \quad (3.21a)$$

$$\text{subj.to } \mathbf{h}(\bar{\mathbf{u}}(k), \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{0} \quad (3.21b)$$

の最大値が非正であるかどうかで判定することができる。具体的には、この問題の最大解の一つを  $(\hat{\mathbf{x}}(k), \hat{\mathbf{y}}(k))$  とすると、その最大値

$$\phi(\bar{\sigma}(k), \bar{\mathbf{u}}(k)) = \max\{f(\bar{\mathbf{u}}(k), \hat{\mathbf{x}}(k), \hat{\mathbf{y}}(k)) - \bar{\sigma}(k), g_1(\bar{\mathbf{u}}(k), \hat{\mathbf{x}}(k), \hat{\mathbf{y}}(k)), \dots, g_M(\bar{\mathbf{u}}(k), \hat{\mathbf{x}}(k), \hat{\mathbf{y}}(k))\} \quad (3.22)$$

に対して、 $\phi(\bar{\sigma}(k), \bar{\mathbf{u}}(k)) \leq 0$  ならば、元の不確実最適化問題の不等式制約条件式 (3.15b) (これと等価な条件式 (3.16)) を満たし、 $(\bar{\sigma}(k), \bar{\mathbf{u}}(k))$  が元の不確実最適化問題 (3.15) の最適解となり、 $\phi(\bar{\sigma}(k), \bar{\mathbf{u}}(k)) > 0$  ならば、 $(\bar{\sigma}(k), \bar{\mathbf{u}}(k))$  が不等式制約条件式 (3.15b) をもっとも侵

害する。これを等価な条件式 (3.16) でいえば、これら非可算無限個の不等式制約条件のうち、 $(\hat{\mathbf{x}}(k), \hat{\mathbf{y}}(k))$  に対応した不等式制約条件

$$\max\{f(\mathbf{u}, \hat{\mathbf{x}}(k), \hat{\mathbf{y}}(k)) - \sigma, g_1(\mathbf{u}, \hat{\mathbf{x}}(k), \hat{\mathbf{y}}(k)), \dots, g_M(\mathbf{u}, \hat{\mathbf{x}}(k), \hat{\mathbf{y}}(k))\} \leq 0 \quad (3.23)$$

をもっとも侵害する。そこで  $\hat{\mathbf{y}}(k)$  を不確定変数の新たなサンプル  $\mathbf{y}^{(S(k)+1)}$  とし、これと決定変数  $\mathbf{u}$  に対応した新たなシステム方程式

$$\mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{x}^{(S(k)+1)}, \mathbf{y}^{(S(k)+1)}) = \mathbf{0} \quad (3.24)$$

を満たす状態変数  $\mathbf{x}^{(S(k)+1)}$  を導入し、

$$\max\{f(\mathbf{u}, \mathbf{x}^{(S(k)+1)}, \mathbf{y}^{(S(k)+1)}) - \sigma, g_1(\mathbf{u}, \mathbf{x}^{(S(k)+1)}, \mathbf{y}^{(S(k)+1)}), \dots, g_M(\mathbf{u}, \mathbf{x}^{(S(k)+1)}, \mathbf{y}^{(S(k)+1)})\} \leq 0 \quad (3.25a)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(\mathbf{u}, \mathbf{x}^{(S(k)+1)}, \mathbf{y}^{(S(k)+1)}) \leq \sigma \\ \mathbf{g}(\mathbf{u}, \mathbf{x}^{(S(k)+1)}, \mathbf{y}^{(S(k)+1)}) \leq \mathbf{0} \end{cases} \quad (3.25b)$$

を、式 (3.24) とともに緩和問題 (3.20) に付け加えて新たな緩和問題とし、これを解きなおすことを繰り返すのが本章で提案する拡張型制約緩和法の手順である。この手順をまとめると以下のようなになる。

**Step 1:** 初期サンプル  $\mathbf{y}^{(1)} \in \mathcal{Y} \cap \mathcal{Y}'$  を選び、 $S(1) = 1$  とし、 $k = 1$  とおく。ただし

$$\mathcal{Y}' = \{\mathbf{y} \mid \text{there exist } \mathbf{u} \in \mathcal{U} \text{ and } \mathbf{x} \text{ such that } \mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{0}\} \quad (3.26)$$

とする。

**Step 2:**  $S = S(k)$  とした緩和問題 (3.20) を解いた最適解を  $(\bar{\sigma}(k), \bar{\mathbf{u}}(k), \{\bar{\mathbf{x}}^{(s)}(k)\}_{s=1}^S)$  とする。

**Step 3:** 最大化問題 (3.21) を解いて、その最大解を  $(\hat{\mathbf{x}}(k), \hat{\mathbf{y}}(k))$  とする。

**Step 4:** もし式 (3.22) の最大値関数に対して  $\phi(\bar{\sigma}(k), \bar{\mathbf{u}}(k)) \leq \varepsilon$  が成り立つならば、計算を終了して  $\bar{\mathbf{u}}(k)$  を問題 (3.15) の最適解  $\mathbf{u}$  とし、 $\phi(\bar{\sigma}(k), \bar{\mathbf{u}}(k)) > \varepsilon$  であれば、 $S(k+1) = S(k)+1$ 、 $\mathbf{y}^{(S(k+1))} = \hat{\mathbf{y}}(k)$  とおき、 $k \leftarrow k+1$  として **Step 2** に戻る。なお  $\varepsilon$  はあらかじめ与えられた十分小さな正数である。

なお、**Step 3**における最大化問題 (3.21) は、その目的関数の二つの  $\max$  演算を入れ替えることができるため、最大解  $(\hat{\mathbf{x}}(k), \hat{\mathbf{y}}(k))$  の算出は比較的容易である。すなわち、問題 (3.21) は、

$$\max \left[ \begin{array}{l} \max_{\substack{(x,y) \\ \mathbf{y} \in \mathcal{Y}}} \{f(\bar{\mathbf{u}}(k), \mathbf{x}, \mathbf{y}) - \bar{\sigma}(k) | \mathbf{h}(\bar{\mathbf{u}}(k), \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{0}\}, \\ \max_{\substack{(x,y) \\ \mathbf{y} \in \mathcal{Y}}} \{g_1(\bar{\mathbf{u}}(k), \mathbf{x}, \mathbf{y}) | \mathbf{h}(\bar{\mathbf{u}}(k), \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{0}\}, \dots, \\ \max_{\substack{(x,y) \\ \mathbf{y} \in \mathcal{Y}}} \{g_M(\bar{\mathbf{u}}(k), \mathbf{x}, \mathbf{y}) | \mathbf{h}(\bar{\mathbf{u}}(k), \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{0}\} \end{array} \right] \quad (3.27)$$

と等価であるため、この大括弧の中の  $M + 1$  個の等式制約条件付最大化問題

$$\max_{\substack{(x,y) \\ \mathbf{y} \in \mathcal{Y}}} f(\bar{\mathbf{u}}(k), \mathbf{x}, \mathbf{y}) - \bar{\sigma}(k) \quad (3.28a)$$

$$\text{subj.to } \mathbf{h}(\bar{\mathbf{u}}(k), \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{0} \quad (3.28b)$$

$$\max_{\substack{(x,y) \\ \mathbf{y} \in \mathcal{Y}}} g_m(\bar{\mathbf{u}}(k), \mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (3.28c)$$

$$\text{subj.to } \mathbf{h}(\bar{\mathbf{u}}(k), \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{0} \quad (3.28d)$$

$$m = 1, \dots, M$$

を解き、それぞれの最大解  $(\hat{\mathbf{x}}_m(k), \hat{\mathbf{y}}_m(k)), m = 0, 1, \dots, M$  とこれらに対応した  $M + 1$  個の関数値  $f(\bar{\mathbf{u}}(k), \hat{\mathbf{x}}_0(k), \hat{\mathbf{y}}_0(k)) - \bar{\sigma}(k), g_m(\bar{\mathbf{u}}(k), \hat{\mathbf{x}}_m(k), \hat{\mathbf{y}}_m(k)), m = 1, \dots, M$  を求め、これらの関数値のなかでさらに最大の関数値を  $\phi(\bar{\sigma}(k), \bar{\mathbf{u}}(k))$  とし、この値を与える  $(\hat{\mathbf{x}}_m(k), \hat{\mathbf{y}}_m(k))$  を改めて  $(\hat{\mathbf{x}}(k), \hat{\mathbf{y}}(k))$  とすることで **Step 3** を実行することができる。また、**Step 4** における判定条件に  $\varepsilon (> 0)$  を導入したのは、不等式制約条件式 (3.16) の充足に微小の誤差を許容することで、不確実変数  $\mathbf{y}$  の有限個のサンプル生成によって有限回の反復で提案法を終了させるためである。

### 3.3.2 システムに不確実性を有する簡単な例題による確認

提案法の収束性を確認するため、まず簡単な数値例

$$\min_u f(u, x) = (u + x - 50)^2 \quad (3.29a)$$

$$\text{subj.to } g_1(u, x, y) = -(2u - x + y - 20)^2 + 100 \leq 0 \quad (3.29b)$$

$$g_2(u, x) = 2u - x - 5 \leq 0 \quad (3.29c)$$

$$g_3(x) = -x \leq 0 \quad (3.29d)$$

$$g_4(x) = x - 25 \leq 0 \quad (3.29e)$$

$$h(u, x, y) = u - x - y + 20 = 0 \quad (3.29f)$$

$$u \in \mathcal{U} = \{u \mid 0 \leq u \leq 25\} \quad (3.29g)$$

$$y \in \mathcal{Y} = \{y \mid 0 \leq y \leq 10\} \quad (3.29h)$$

を考える。この例題では、目的関数に不確実変数  $y$  が含まれていないが、状態変数  $x$  が含まれているため、不確実変数  $y$  を含むシステム方程式に相当する等式制約条件式 (3.29f) による min-max 基準  $\min_x \max\{f(u, x) \mid h(u, x, y) = 0\}$  が適用される。また、決定変数  $u$  や不確実変数  $y$  が含まれていない制約関数  $g_3, g_4$  についても同様であり、たとえば  $g_3$  に対するロバスト性基準が等式制約条件によって  $\max_x \{g_3(x) \mid h(u, x, y) = 0\}$  となる。以上のことに注意すると、この例題に対する緩和問題 (3.20) は、不確実変数  $y$  の  $S$  個のサンプル  $y^{(s)}, s = 1, \dots, S$  に対して想定される状態変数  $x^{(s)}, s = 1, \dots, S$  が関数  $f, g_1, g_2, g_3, g_4$  の引数となり、

$$\min_{\sigma, u \in \mathcal{U}, \{x^{(s)}\}_{s=1}^S} \sigma \quad (3.30a)$$

$$\text{subj.to } f(u, x^{(s)}) = (u + x^{(s)} - 50)^2 \leq \sigma \quad (3.30b)$$

$$g_1(u, x^{(s)}, y^{(s)}) = -(2u - x^{(s)} + y^{(s)} - 20)^2 + 100 \leq 0 \quad (3.30c)$$

$$g_2(u, x^{(s)}) = 2u - x^{(s)} - 5 \leq 0 \quad (3.30d)$$

$$g_3(x^{(s)}) = -x^{(s)} \leq 0 \quad (3.30e)$$

$$g_4(x^{(s)}) = x^{(s)} - 25 \leq 0 \quad (3.30f)$$

$$h(u, x^{(s)}, y^{(s)}) = u - x^{(s)} - y^{(s)} + 20 = 0 \quad (3.30g)$$

$$\text{where } y^{(s)} \in \mathcal{Y}; \text{ given} \quad (3.30h)$$

$$s = 1, \dots, S$$

**Table 3.1** : Solutions of Relaxed Problem (3.30)

$k$	$y^{(s)}$	$\bar{\sigma}(k)$	$\bar{u}(k)$	$\{\bar{x}^{(s)}(k)\}_{s=1}^S$
1	{5}	225	10	15
2	{5, 10}	400	10	{15, 20}
3	{5, 10, 0}	900*	5*	{15, 20, 25}

**Table 3.2** : Solutions of Maximize Problem (3.31)

$k$	$f - \sigma$	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$\phi$
1	1.75e+2	7.00e-8	-5	-20	5	1.75e+2
2	3.86e-8	2.98e-8	-5	-20	5	5
3	5.38e-8	-1.25e+2	-10	-10	2.60e-9	5.38e-8

となる。また、この問題に対する最大化問題 (3.21) は

$$\max_{\substack{(x,y) \\ y \in \mathcal{Y}}} \max\{(\bar{u}(k) + x - 50)^2 - \bar{\sigma}(k), -(2\bar{u} - x + y - 20)^2 + 100, \\ 2\bar{u}(k) - x - 5, -x, x - 25\} \quad (3.31a)$$

$$\text{subj.to } h(\bar{u}(k), x, y) = \bar{u}(k) - x - y + 20 = 0 \quad (3.31b)$$

と定式化される。なお、提案法の手順の **Step 2** の緩和問題 (3.30) や、**Step 3** で最大化問題 (3.31) を解くために実際に実行する問題 (3.28) (この例題では  $M = 4$  で 5 題) に適用する非線形最適化手法としては IPOPT [42] を用いることとし、**Step 4** の判定条件の許容パラメータ  $\varepsilon$  は  $\varepsilon = 1e-7$  と設定した。このとき不確実変数の初期サンプルを  $y^{(1)} = 5$  (初期サンプル個数は  $S(1) = 1$ ) として提案法を適用した結果を Table 3.1, 3.2 に示す。Table 3.1 の列は順に、生成された不確実変数のサンプルの集合  $y^{(s)}$ 、緩和問題 (3.30) の解の  $\bar{\sigma}(k)$  と  $\bar{u}(k)$ 、そして最後の列が  $y^{(s)}$  に対応した  $\{\bar{x}^{(s)}(k)\}$  である。Table 3.1 より  $k = 3$  において、決定変数の最適解  $u^* = 5$  とこれに対応する min-max 値  $\sigma^* = 900$  が得られたことを上付き\*で示してある。Table 3.2 の列は順に、最大化問題 (3.31) を解くために実行した問題 (3.28) の 5 題の最大値と、さらにそれらの中のさらなる最大値  $\phi$  (式 (3.22)) を示している。これらの値がすべて終了判定条件  $\varepsilon (= 1e-7)$  を満たしたために  $k = 3$  で終了したことを示している。以上の計算終了までに至る過程は、まず Table 3.1 での  $k = 1$  の行の緩和問題の解が、目的

関数に関する制約条件 (3.30b) をもっとも侵害することが、Table 3.2 での  $k = 1$  の行の最大値  $1.75e+2 = \phi(\bar{\sigma}(1), \bar{u}(1)) = f(\bar{u}(1), \bar{x}(1)) - \bar{\sigma}(1)$  によって判定され、これを与える最大解  $\hat{y}(1) = 10$  が不確実変数  $y$  の新しいサンプル  $y^{(2)} = 10$  としてこれに対応する制約条件が緩和問題に付加される。この緩和問題の解が Table 3.1 での  $k = 2$  の行で、この解がもっとも侵害する制約条件として Table 3.2 での  $k = 2$  の行の最大値  $5 = \phi(\bar{\sigma}(2), \bar{u}(2)) = g_4(\hat{x}(2))$  によって判定され、これを与える最大解  $\hat{y}(2) = 0$  が不確実変数  $y$  の新しいサンプル  $y^{(3)} = 0$  としてこれに対応する制約条件が緩和問題に付加されて  $k = 3$  に至る。なお不確実変数の初期サンプルの位置をランダムに 100 回変更した場合でも上記と同様の結果が得られており、初期サンプルの選択に対する提案法の大域的収束性や不確実変数に対するロバスト性も確認された。

## 3.4 不確実性を考慮した Robust AC OPF への適用

### 3.4.1 問題の定式化

電力システムに導入された不確定電源の下で、電力システムを最適に運用する問題を考える。この問題における意思決定者は系統運用者を想定し、保有する系統情報に基づいて OPF を定式化し、それに基づいて送電線の電圧や潮流を管理・維持することを考える。不確定電源は、発電事業者や需要家が保有する分散電源を想定しており、インバータ連系により電力系統に接続されたものとする。これら不確定電源の有効電力の出力や負荷は様々な要因により不確実性を有するものの、それらの値がとりうる領域は既知であると仮定する。また系統運用者は、ある制約の下で不確定電源に対して有効電力と無効電力を指令することができる。すなわち、有効電力に関しては任意の設定値による出力制限を行うことができ、無効電力に関しては、無効電力を直接指令する無効電力一定 (Constant Reactive Power : CRP) 方式と、力率角を指令する力率一定 (Constant Power Factor : CPF) 方式のどちらかを選択して実行することができる。ここで変数

- $p_G \in \mathcal{P}_G$ : 確定電源の有効電力設定値
- $p_{G0} \in \mathcal{P}_{G0}$ : スラック母線の有効電力値

- $q_G \in Q_G$ : 確定電源の無効電力値
- $v_G \in V_G$ : 確定電源の電圧設定値
- $p_D \in P_D$ : 不確定電源に対する有効電力制限値
- $\bar{p}_D \in P_D$ : 不確定電源の出力制限後の有効電力値
- $q_D \in Q_D$ : 不確定電源に対する無効電力設定値
- $\theta_D \in \Theta_D$ : 不確定電源に対する力率角設定値
- $y_D \in P_D$ : 不確定電源の有効電力値
- $y_L \in Y_L$ : 負荷の有効電力値
- $p$ : 線路の有効電力値
- $q$ : 線路の無効電力値
- $v \in V$ : 電圧の大きさ
- $\delta$ : 電圧位相角

を導入すると、不確定電源の出力制限後の有効電力値  $\bar{p}_D$  は、有効電力制限値  $p_D$  と不確定変数である有効電力値  $y_D$  の大小関係により変化するため、max 演算を用いて

$$\bar{p}_{Di} = y_{Di} - \max\{y_{Di} - p_{Di}, 0\}, \quad i = 1, \dots, I \quad (3.32)$$

と表わされる。また不確定電源の無効電力値  $q_D$  は、皮相電力容量  $a_D$  の単位円で表されるインバータ出力容量制約

$$\bar{p}_{Di}^2 + q_{Di}^2 \leq a_{Di}^2, \quad i = 1, \dots, I \quad (3.33)$$

が課された下で、力率角  $\theta_D$  を用いて、

$$q_{Di} = \bar{p}_{Di} \tan \theta_{Di}, \quad i = 1 \dots, I \quad (3.34)$$

と表わされる。

以上の関係に基づき、CRP 方式と CPF 方式それぞれの場合における Robust AC OPF を定式化する。まず CRP 方式の場合では、 $p_G, v_G, p_D, q_D$  が系統運用者の決定変数、 $y_D, y_L$  が不確定変数となり、これらの変数に従属する形で  $p_{G0}, q_G, p, q, v, \delta$  が潮流方程式 (システム方程式) を満たす状態変数となる。ここで記述簡略化のため、決定変数を合成した変数と



その直積集合を

$$\mathbf{u} = (\mathbf{p}_G, \mathbf{v}_G, \mathbf{p}_D, \mathbf{q}_D), \mathcal{U} = \mathcal{P}_G \times \mathcal{V}_G \times \mathcal{P}_D \times \mathcal{Q}_D \quad (3.35)$$

とし、状態変数を合成した変数を

$$\mathbf{x} = (p_{G0}, \mathbf{q}_G, \mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{v}, \boldsymbol{\delta}) \quad (3.36)$$

とし、さらに不確実変数を合成した変数を

$$\mathbf{y} = (\mathbf{y}_D, \mathbf{y}_L) \quad (3.37)$$

とすると、Robust AC OPF を、

$$\min_{\mathbf{u} \in \mathcal{U}} \left[ f_0(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{y}) + \rho \sum_{i=1}^I \max\{y_{Di} - p_{Di}, 0\} \right] \quad (3.38a)$$

$$\text{subj.to } p_l \leq p_{G0} \leq p_u \quad (3.38b)$$

$$q_{li} \leq q_{Gi} \leq q_{ui}, \quad i = 0, \dots, L_1 \quad (3.38c)$$

$$v_{li} \leq v_i \leq v_{ui}, \quad i = 1, \dots, L_2 \quad (3.38d)$$

$$p_i^2 + q_i^2 \leq a_i^2, \quad i = 1, \dots, L_3 \quad (3.38e)$$

$$(y_{Di} - \max\{y_{Di} - p_{Di}, 0\})^2 + q_{Di}^2 \leq a_{Di}^2, \quad i = 1, \dots, I \quad (3.38f)$$

$$\mathbf{h}_{(\mathcal{N}, \mathcal{B})}(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{0} \quad (3.38g)$$

$$\mathbf{y}_D \in \mathcal{Y}_D \quad (3.38h)$$

$$\mathbf{y}_L \in \mathcal{Y}_L \quad (3.38i)$$

と定式化することができる。ここで、目的関数 (3.38a) の第一項  $f_0$  は、電力系統全体の送電損失であり、第二項は、不確定電源  $i$  の有効電力  $y_{Di}$  の制限値  $p_{Di}$  からの超過分に対し、全体  $I$  個の総和量をできる限り抑制することを表し、 $\rho (> 0)$  はこの目的関数の重み係数である。また、式 (3.38b-3.38e) は電力系統の状態変数  $p_{G0}, \mathbf{q}_G, \mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{v}$  についての不等式制約条件であって、式 (3.38b) はスラック母線の有効電力の上下限制約、式 (3.38c) は確定電源の無効電力の上下限制約、式 (3.38d) は電圧の上下限制約、式 (3.38e) は線路容量制約であり、 $a_i$  は線路  $i$  の容量とする。また式 (3.38f) は不確定電源  $i$  ごとのインバータ出力容量制

約で、その容量  $a_{Di}$  は既知であるとする。さらに式 (3.38g) は電力系統全体の潮流方程式である。ここで、さらに

$$f(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{y}) = f_0(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{y}) + \rho \sum_{i=1}^I \max\{y_{Di} - p_{Di}, 0\} \quad (3.39a)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \begin{pmatrix} p_l - p_{G0} \\ p_{G0} - p_u \\ \mathbf{q}_l - \mathbf{q}_G \\ \mathbf{q}_G - \mathbf{q}_u \\ \mathbf{v}_l - \mathbf{v} \\ \mathbf{v} - \mathbf{v}_u \\ p_1^2 + q_1^2 - a_1^2 \\ \vdots \\ p_{L_3}^2 + q_{L_3}^2 - a_{L_3}^2 \\ (y_{D1} - \max\{y_{D1} - p_{D1}, 0\})^2 + q_{D1}^2 - a_{D1}^2 \\ \vdots \\ (y_{DI} - \max\{y_{DI} - p_{DI}, 0\})^2 + q_{DI}^2 - a_{DI}^2 \end{pmatrix} \quad (3.39b)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{h}_{(N, \mathcal{B})}(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (3.39c)$$

とおきなおし、目的関数 (3.39a) に対しては min-max 基準を、不等式制約関数 (3.39b) に対してはロバスト性基準を適用することにより、問題 (3.8) や問題 (3.15) の定式化、およびこれらの問題に対する提案法の計算手順をそのまま適用することができる。

一方、CPF 方式の場合には、不確定電源の力率角  $\theta_D$  が決定変数となり、無効電力  $\mathbf{q}_D$  は式 (3.34) によって定まる従属変数となるため、不確定電源の無効電力  $\mathbf{q}_D$  を力率角  $\theta_D$  に置き換えて、決定変数を合成した変数と直積集合

$$\mathbf{u} = (\mathbf{p}_G, \mathbf{v}_G, \mathbf{p}_D, \theta_D), \quad \mathcal{U} = \mathcal{P}_G \times \mathcal{V}_G \times \mathcal{P}_D \times \Theta_D \quad (3.40)$$

および、状態変数を合成した変数

$$\mathbf{x} = (p_{G0}, \mathbf{q}_G, \mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{v}, \delta, \mathbf{q}_D) \quad (3.41)$$

を用いれば、CPF 方式の Robust AC OPF は

$$\min_{\mathbf{u} \in \mathcal{U}} \left[ f_0(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{y}) + \rho \sum_{i=1}^I \max\{y_{Di} - p_{Di}, 0\} \right] \quad (3.42)$$

subj.to Eq. (3.34), (3.38b)-(3.38f), (3.38g), (3.38h), (3.38i)

Table 3.3 : Parameters of Test Systems

case	2 bus system	4 bus system
$p_l$	0.00	-3.00
$p_u$	7.00	3.00
$q_l$	-1.00	(-2.00, -0.50)
$q_u$	1.00	(2.00, 0.50)
$v_l$	1.00	(1.04, 1.04, 1.04)
$v_u$	1.10	(1.05, 1.05, 1.05)
$a$	-	(5.00, 5.00, 5.00, 5.00, 5.00, 5.00)
$a_D$	1.00	(1.50, 1.50)
$v_{G0l}$	1.15	1.0
$v_{G0u}$	1.15	1.1
$y_{Ll}$	6.00	(0.40, 0.40, 0.60)
$y_{Lu}$	6.00	(0.80, 0.80, 1.00)
$y_{Dl}$	0.00	(0.00, 0.00)
$y_{Du}$	1.00	(1.50, 1.50)

と定式化することができ、問題 (3.38) と同様に提案法の計算手順を適用することができる。

### 3.4.2 簡易システム問題に対する計算結果

提案法の有用性を確認するため、2つの簡易なテストシステム (2 bus system, 4 bus system) に対して提案法を適用した。それぞれのシステム図を Fig. 3.1, 3.3 に示す。またこれらテストシステムの制約条件などの設定を Table 3.3 に示す。ここで図表の値の単位はすべて PU とする。2 bus system では負荷は固定値として扱い、不確定変数が1つの場合を考える。一方、4 bus system では、2つのノードにおける負荷と不確定電源の有効電力を不確定とみなして合計5個の不確定変数の場合を考える。また提案法の許容パラメータを  $\varepsilon = 1e-7$  とし、非線形最適化手法として IPOPT を使用した。なお本問題 (3.39a), (3.39b) にある max 演算を含む式は微分不可能点を含み、そのまま非線形最適化手法を適用することができないが、平滑化関数である Fischer-Burmeister 関数 [64] で置き換えることにより微分不可能性を回避した。なお 2 bus system の場合については、その定式化の詳細を付録 A.2 にて述べる。

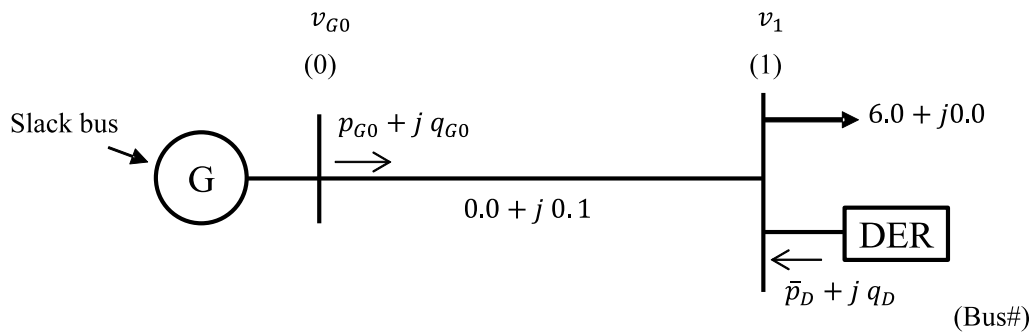


Fig. 3.1 : 2 Bus System

Table 3.4 : Solutions for 2 Bus System

$\sigma^*$	$u^*$			
	$p_D$	$q_D$		
333.8413	0.6715	0.1893		
$x^{(1)}$				$y^{(1)}$
$p_{G0}^{(1)}$	$q_{G0}^{(1)}$	$v_1^{(1)}$	$\delta_1^{(1)}$	
5.3285	-0.1893	1.0500	0.4570	1.0000
$x^{(2)}$				$y^{(2)}$
$p_{G0}^{(2)}$	$q_{G0}^{(2)}$	$v_1^{(1)}$	$\delta_1^{(2)}$	
6.0000	-0.1893	1.0000	0.5489	0.0000

まず 2 bus system に対して CRP 方式の提案法を適用して得られた最適解  $u^*$ , および状態変数  $x^{(s)}$ , 不確実変数  $y^{(s)}$  を Table 3.4 に, 対応する不等式制約関数値  $f - \sigma^*, g$  を Table 3.5 に示す。このときの 2 bus system の系統図と変数の割り当てを示したものを Fig. 3.1 に示す。Table 3.5 における  $g_1, g_2$  は  $p_{G0}$  の下限制約の値, 上限制約の値であり,  $g_3, g_4$  は  $q_{G0}$  の下限制約の値, 上限制約の値である。また  $g_5, g_6$  は  $v_1$  の下限制約の値, 上限制約の値であり,  $g_7$  はインバータ出力容量制約の値である。表中の太字の数字は不等式制約条件が活性になっている箇所である。反復回数は 2 回で終了し, 初期サンプル  $y^{(1)}$  と最大化問題を解いたことにより得られたサンプル  $y^{(2)}$  によって 2 つのシナリオが想定され, それぞれのシナリオにおいて制約条件を満たす解が得られている。参考までに得られた解  $q_D^*$  に基づ

Table 3.5 : Inequality Constraints Values for 2 Bus System

$f - \sigma^*$	$g(u^*, x^{(1)}, y^{(1)})$			
	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$
<b>0.0000</b>	-5.3285	-0.6715	-0.8107	-1.1893
	$g_5$	$g_6$	$g_7$	
	-0.0500	<b>0.0000</b>	-1.7633	
$f - \sigma^*$	$g(u^*, x^{(2)}, y^{(2)})$			
	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$
-334.6678	-6.0000	-1.0000	-0.8107	-1.1893
	$g_5$	$g_6$	$g_7$	
	<b>0.0000</b>	-0.0500	-2.2142	

いて潮流方程式を解析的に解いて算出した  $p_{G0}-v_1$  曲線を Fig. 3.2 に示す。想定された2つの不確実変数のサンプル  $y^{(1)}, y^{(2)}$  は、不確実変数の最大値  $y_u$ 、最小値  $y_l$  とそれぞれ一致しており、各シナリオにおいて、電圧上限制約  $g_5, g_6$  が満たされるように算定された  $u^*$  と不確実変数  $y$  によって従属的に定まる状態変数である電圧  $v_1$  の変動全体が電圧の上下限制約内にちょうど収まっており、不確実変数  $y$  のとりうるすべての範囲  $[0, 1]$  において常に制約条件を厳密に満たす解が得られていることがわかる。

さらに得られた解  $u^*$  の妥当性を検証するため、固定された決定変数  $u^*$  のもとで、不確実変数  $y$  の値をその集合  $\mathcal{Y}$  内でランダムで生起し、それらに対して定まる状態変数  $x$  とその目的関数値、および不等式制約関数値をそれぞれ算定した。生起させる点数は100点としたが、それぞれの場合において算定された目的関数値は min-max 値  $\sigma^*$  よりも小さく、さらにすべての不等式制約条件を満足しており、得られた解が min-max 基準、ロバスト性基準それぞれを担保していることを確認した。

つぎに4 bus system に対してCRP方式とCPF方式に基づいて、提案法を適用して得られた最適解  $u^*$ 、および状態変数  $x^{(s)}$ 、不確実変数  $y^{(s)}$  をそれぞれ Table 3.6, 3.8 に、不等式制約関数値  $f - \sigma^*, g$  を Table 3.7, 3.9 に示す。このときの系統図と変数の割り当てを示したものを Fig. 3.3 に示す。ここで Table 3.7, 3.9 における  $g_1, g_2$  は  $p_{G0}$  の下限制約の値、上限制約の値であり、 $g_3, g_4$  は  $q_G$  の下限制約の値、 $g_5, g_6$  は、 $q_G$  の上限制約の値である。ま

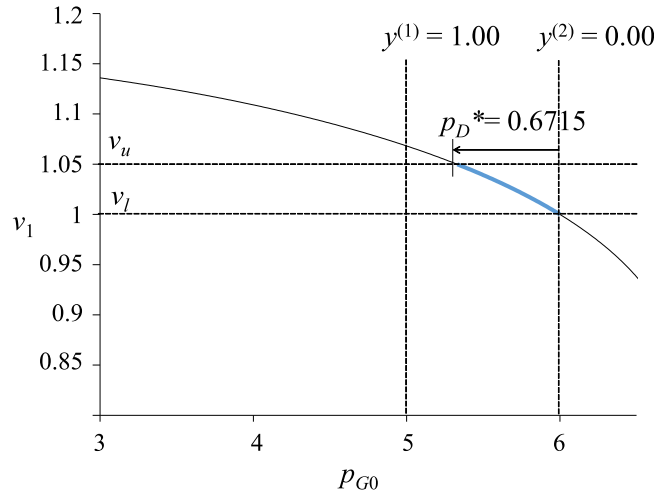


Fig. 3.2 : Solution Curve of 2 Bus System

た  $g_7, g_8$  は  $v_1, v_2$  の下限制約の値,  $g_9, g_{10}$  は  $v_1, v_2$  の上限制約の値である。さらに  $g_{11} \sim g_{16}$  は線路容量制約の値で,  $g_{17}, g_{18}$  はインバータ出力容量制約の値である。この例題では, 反復回数は CRP 方式の場合には 3 回, CPF 方式の場合には 2 回でそれぞれ終了しており, 初期サンプルを含めて最大 3 個のサンプル想定で最適解が得られている。本例題では不確実変数  $\mathbf{y}$  の集合  $\mathcal{Y}$  を上下限制約で与えていることから, 提案法によって生成されるその変数のサンプルは, その集合の端点が選択される可能性が高く, 事実, Table 3.6, 3.8 の結果においても多くのサンプルが端点となっている。不確実変数が 5 個ある本例題の端点数は合計  $32 (= 2^5)$  個あるものの, そのうちの最大 3 個のサンプルの生成で, つまり最大 3 回の反復回数で収束していることは注目に値する。すなわち, 不確実変数の有効電力の範囲を上下限制約で想定する場合には, その端点の個数と比較してかなり少ない反復で提案法が収束することが期待される。

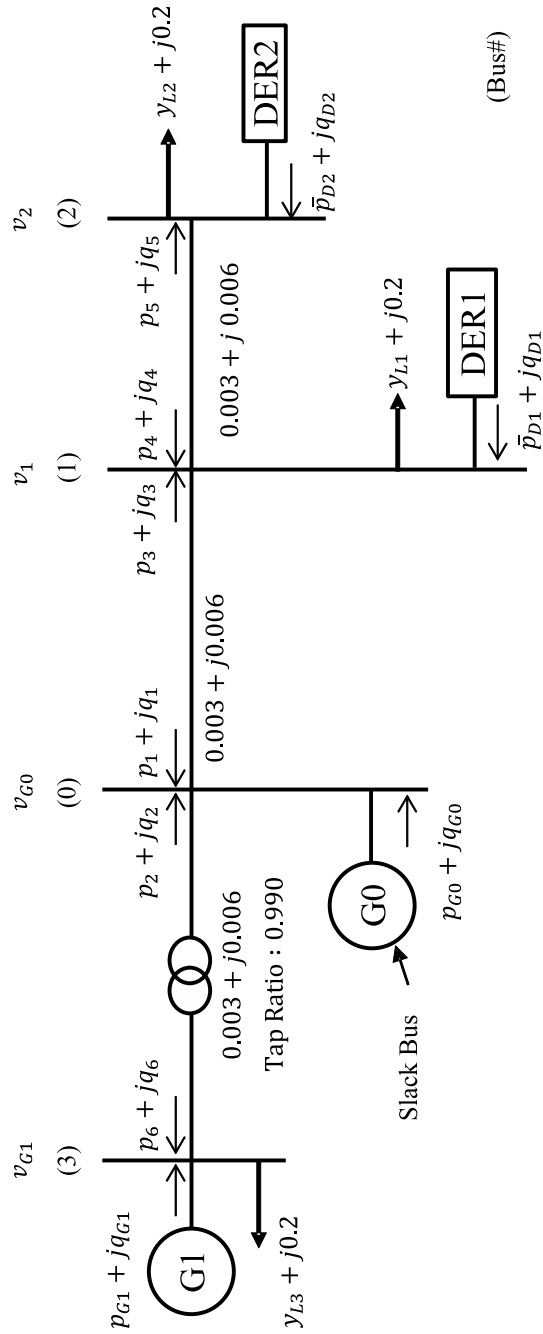


Fig. 3.3 : 4 Bus System

Table 3.6 : Solutions for 4 Bus System Using CRP Mode

$\sigma^*$	$\boldsymbol{u}^*$											
	$p_{G1}$	$v_{G0}$	$v_{G1}$	$p_{D1}$	$p_{D2}$	$q_{D1}$	$q_{D2}$					
1140.6884	0.9997	1.0500	1.0400	1.4639	0.3980	-0.3272	0.2010					
$\boldsymbol{x}^{(1)}$												
$p_{G0}^{(1)}$	$q_{G0}^{(1)}$	$q_{G1}^{(1)}$	$p_1^{(1)}$	$p_2^{(1)}$	$p_3^{(1)}$	$p_4^{(1)}$	$p_5^{(1)}$	$p_6^{(1)}$	$q_1^{(1)}$	$y_{D1}^{(1)}$	$y_{D2}^{(1)}$	$y_{L1}^{(1)}$
-1.4573	0.6456	0.0892	1.0619	0.3997	-1.0581	-0.0020	0.0020	-0.3992	-0.5262	1.5000	1.5000	0.6000
$q_2^{(1)}$	$q_3^{(1)}$	$q_4^{(1)}$	$q_5^{(1)}$	$q_6^{(1)}$	$v_1^{(1)}$	$v_2^{(1)}$	$\delta_1^{(1)}$	$\delta_2^{(1)}$	$\delta_3^{(1)}$	$y_{L2}^{(1)}$	$y_{L3}^{(1)}$	
-0.1108	0.5338	0.0010	-0.0010	0.1118	1.0500	1.0500	0.0072	0.0072	0.0025	0.4000	0.4000	
$\boldsymbol{x}^{(2)}$												
$p_{G0}^{(2)}$	$q_{G0}^{(2)}$	$q_{G1}^{(2)}$	$p_1^{(2)}$	$p_2^{(2)}$	$p_3^{(2)}$	$p_4^{(2)}$	$p_5^{(2)}$	$p_6^{(2)}$	$q_1^{(2)}$	$y_{D1}^{(2)}$	$y_{D2}^{(2)}$	$y_{L1}^{(2)}$
-0.2602	0.4404	0.2886	0.2615	-0.0003	-0.2605	-0.4020	0.4024	0.0003	-0.5271	1.5000	1.5000	1.0000
$q_2^{(2)}$	$q_3^{(2)}$	$q_4^{(2)}$	$q_5^{(2)}$	$q_6^{(2)}$	$v_1^{(2)}$	$v_2^{(2)}$	$\delta_1^{(2)}$	$\delta_2^{(2)}$	$\delta_3^{(2)}$	$y_{L2}^{(2)}$	$y_{L3}^{(2)}$	
0.0886	0.5290	0.0010	-0.0001	-0.0886	1.0477	1.0466	0.0029	0.0007	-0.0002	0.8000	0.8000	
$\boldsymbol{x}^{(3)}$												
$p_{G0}^{(3)}$	$q_{G0}^{(3)}$	$q_{G1}^{(3)}$	$p_1^{(3)}$	$p_2^{(3)}$	$p_3^{(3)}$	$p_4^{(3)}$	$p_5^{(3)}$	$p_6^{(3)}$	$q_1^{(3)}$	$y_{D1}^{(3)}$	$y_{D2}^{(3)}$	$y_{L1}^{(3)}$
1.4932	0.5153	0.2302	-1.6018	0.1165	1.6096	-0.8000	0.8018	-0.1164	-0.5297	0.0000	0.0000	0.8832
$q_2^{(3)}$	$q_3^{(3)}$	$q_4^{(3)}$	$q_5^{(3)}$	$q_6^{(3)}$	$v_1^{(3)}$	$v_2^{(3)}$	$\delta_1^{(3)}$	$\delta_2^{(3)}$	$\delta_3^{(3)}$	$y_{L2}^{(3)}$	$y_{L3}^{(3)}$	
0.0302	0.5454	0.0010	0.0026	-0.0302	1.0423	1.0400	-0.0073	-0.0118	0.0006	0.8000	0.8000	



Table 3.7 : Inequality Constraints Values for 4 Bus System Using CRP Mode

$f-\sigma^*$	$g(u^*, x^{(1)}, y^{(1)})$								
	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$	$g_6$	$g_7$	$g_8$	$g_9$
-1.1971	-0.5427	-3.4573	-1.6456	-0.3544	-0.5892	-0.4108	-0.0100	-0.0100	<b>0.0000</b>
	$g_{10}$	$g_{11}$	$g_{12}$	$g_{13}$	$g_{14}$	$g_{15}$	$g_{16}$	$g_{17}$	$g_{18}$
	<b>0.0000</b>	-23.5955	-24.8280	-23.5955	-25.0000	-25.0000	-24.8281	<b>0.0000</b>	-2.0512
$f-\sigma^*$	$g(u^*, x^{(2)}, y^{(2)})$								
	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$	$g_6$	$g_7$	$g_8$	$g_9$
<b>0.0000</b>	-1.7398	-2.2602	-1.4404	-0.5596	-0.7886	-0.2114	-0.0077	-0.0066	-0.0023
	$g_{10}$	$g_{11}$	$g_{12}$	$g_{13}$	$g_{14}$	$g_{15}$	$g_{16}$	$g_{17}$	$g_{18}$
	-0.0034	-24.6538	-24.9921	-24.6523	-24.8384	-24.8381	-24.9921	<b>0.0000</b>	-2.0512
$f-\sigma^*$	$g(u^*, x^{(3)}, y^{(3)})$								
	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$	$g_6$	$g_7$	$g_8$	$g_9$
-1138.1955	-3.4932	-0.5068	-1.5153	-0.4847	-0.7302	-0.2698	-0.0023	<b>0.0000</b>	-0.0077
	$g_{10}$	$g_{11}$	$g_{12}$	$g_{13}$	$g_{14}$	$g_{15}$	$g_{16}$	$g_{17}$	$g_{18}$
	-0.0100	-22.1537	-24.9855	-22.1117	-24.3600	-24.35711	-24.9855	-2.1430	-2.2096



Table 3.9 : Inequality Constraints Values for 4 Bus System Using CPF Mode

		$g(u^*, x^{(1)}, y^{(1)})$																	
$f-\sigma^*$		$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$	$g_6$	$g_7$	$g_8$	$g_9$								$g_8$	$g_9$
<b>0.0000</b>		-0.8977	-5.1023	-4.1317	-1.8683	-0.7109	-0.2891	-0.0100	-0.0098	<b>0.0000</b>								<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>
		$g_{10}$	$g_{11}$	$g_{12}$	$g_{13}$	$g_{14}$	$g_{15}$	$g_{16}$	$g_{17}$	$g_{18}$								$g_{17}$	$g_{18}$
		-0.0002	-19.3021	-24.9999	-19.2975	-23.5753	-23.5748	-24.9999	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>								<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>
		$g(u^*, x^{(2)}, y^{(2)})$																	
$f-\sigma^*$		$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$	$g_6$	$g_7$	$g_8$	$g_9$								$g_8$	$g_9$
-82.7988		-4.7541	-1.2459	-3.3329	-2.6671	-0.7861	-0.2139	-0.0035	<b>0.0000</b>	-0.0065								<b>0.0000</b>	-0.0065
		$g_{10}$	$g_{11}$	$g_{12}$	$g_{13}$	$g_{14}$	$g_{15}$	$g_{16}$	$g_{17}$	$g_{18}$								$g_{17}$	$g_{18}$
		-0.0100	-22.2709	-24.9716	-22.2344	-24.3200	-24.3154	-24.9717	-0.2127	-2.1257								-0.2127	-2.1257

つぎに、4 bus system において得られた解  $\mathbf{u}^*$  の妥当性を検証するため、固定された決定変数  $\mathbf{u}^*$  のもとで、不確実変数  $\mathbf{y}$  の値をその集合  $\mathcal{Y}$  内で実際の時系列値に基づいて生起し、それらに対して定まる状態変数  $\mathbf{x}$  が不等式制約を満たすかどうかを確認した。時系列値として、Fig. 3.10 で示される実際の太陽光発電システムの出力値、及び Fig. 3.11 で示される負荷の値 [65] を用いた。使用した時系列値は、昼間には太陽光出力の特性によりきわめて激しく変動しており、正午から夕方にかけて太陽光出力が低下するに伴い 17:00 頃に最大となる特性をもっている。

以上の条件において、CRP 方式と CPF 方式に基づいて提案法により算出された解の運用の評価を行った。出力制限と無効電力出力をいっさい行わない場合の運用 (以下、Without Control) と比較した電圧  $v_1, v_2$  の結果を Fig. 3.12 に示す。Without Control の場合には、昼間において電圧上限である 1.05PU を侵害し、夕方においては電圧下限 1.04PU を侵害しているのに対して、提案法は CRP 方式と CPF 方式のどちらの場合においても電圧の上下制限制約を満たしていることがわかる。とくに CPF 方式の場合には、太陽光出力が弱まる夕方において無効電力出力が出来なくなり電圧下限の侵害が予想されたものの、Table 3.8 で示すように電圧  $v_{G0}$  をわずかに増加させるという提案法の運用により、制約侵害を回避していることがわかる。なお昼間の時間帯において提案法による電圧の解  $v_1, v_2$  と電圧上限 1.05PU との間に余裕が大きくとられているが、これは提案法では負荷が最小かつ太陽光出力が最大となるような電圧上昇によって起こりうる最も過酷なシナリオを想定していたが、本時系列データでは、そのようなシナリオが顕在化しなかったためと考えられる。また、DER1 および DER2 の皮相電力の結果を Fig. 3.13 に示す。CRP 方式と CPF 方式どちらの場合においても、インバータ出力容量制約の上限である 1.5PU 以下に制限されていることがわかる。なお CRP 方式では、DER2 において皮相電力が小さくなっているが、これは電圧上限制約と下限制約を同時に満たそうとした結果、有効電力制限値が小さくなったためであり、機会損失の面で十分に実用的とは言えない。したがって長期間固定とするような運用では、CRP 方式よりも CPF 方式の方が適しているといえる。以上より、提案法は CRP 方式、CPF 方式のいずれの場合においても、不確実な変動の下で制約条件を必ず満たす解を算出しており、ある一定の期間において設定値を固定とするような運用においてとくに有効であると考えられる。

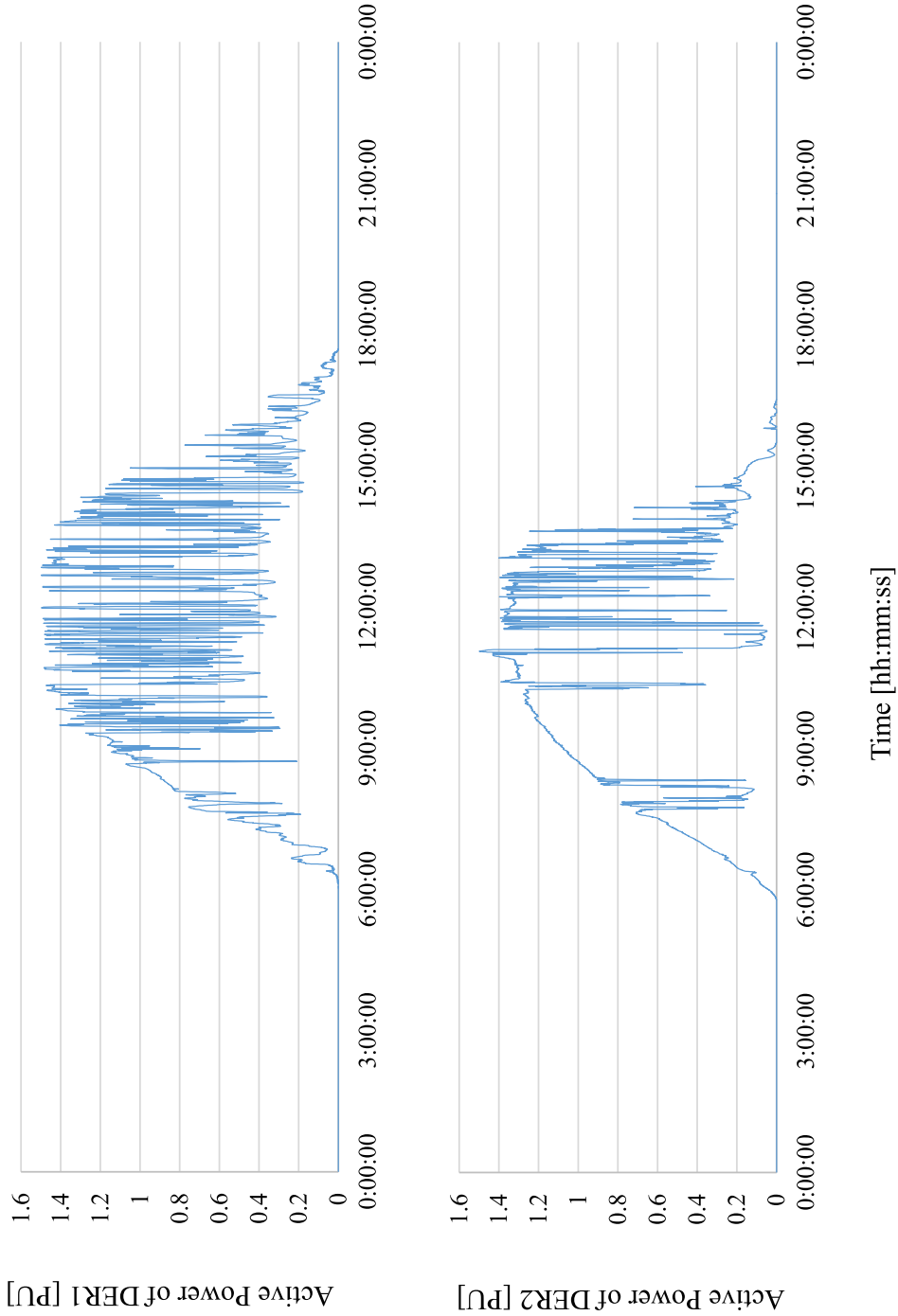


Table 3.10 : Active Power Conditions of DER1 (Upper) and DER2 (Lower)

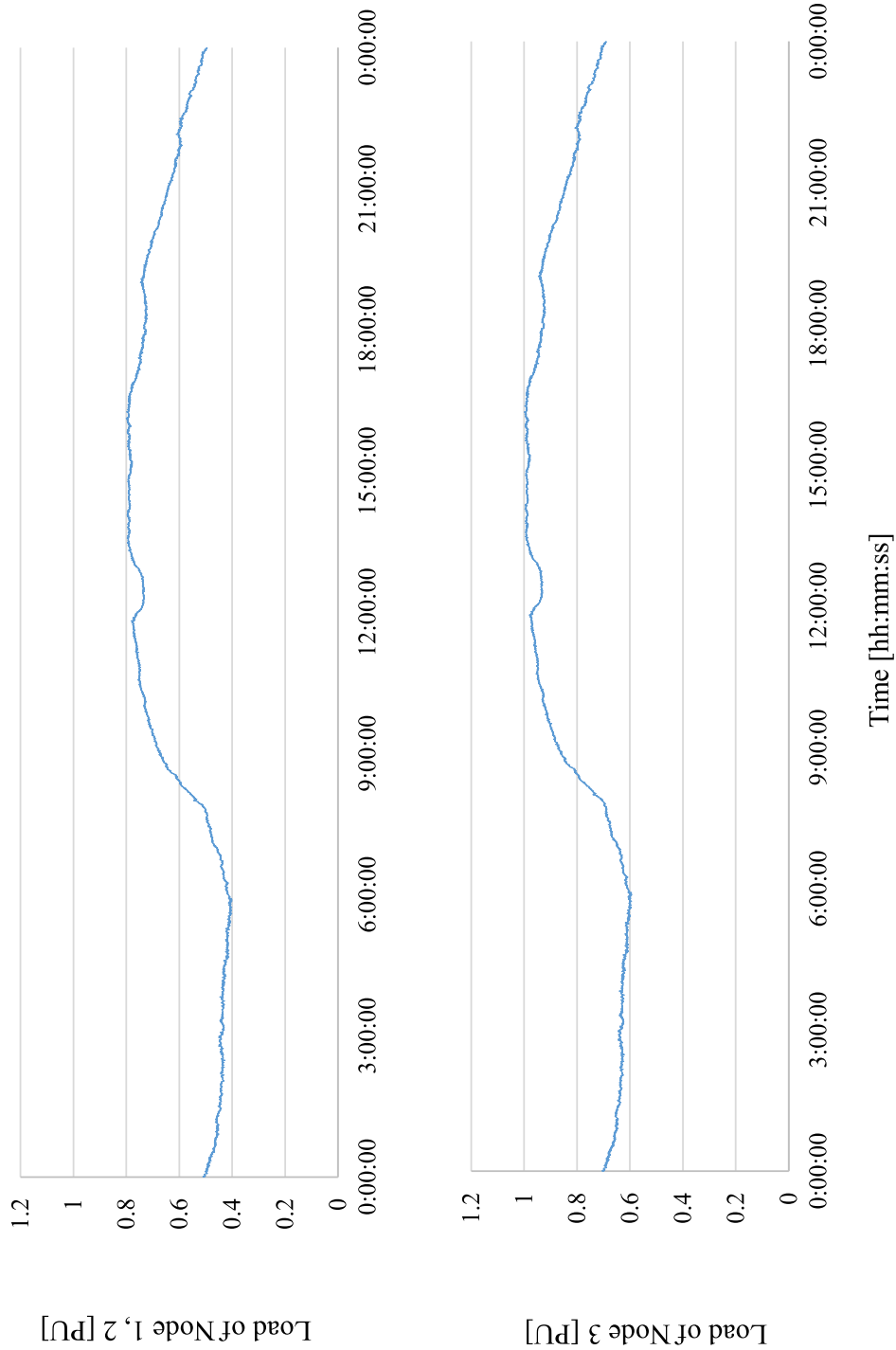


Table 3.11 : Active Power Loads of Node 1, 2 (Upper) and Node 3 (Lower)

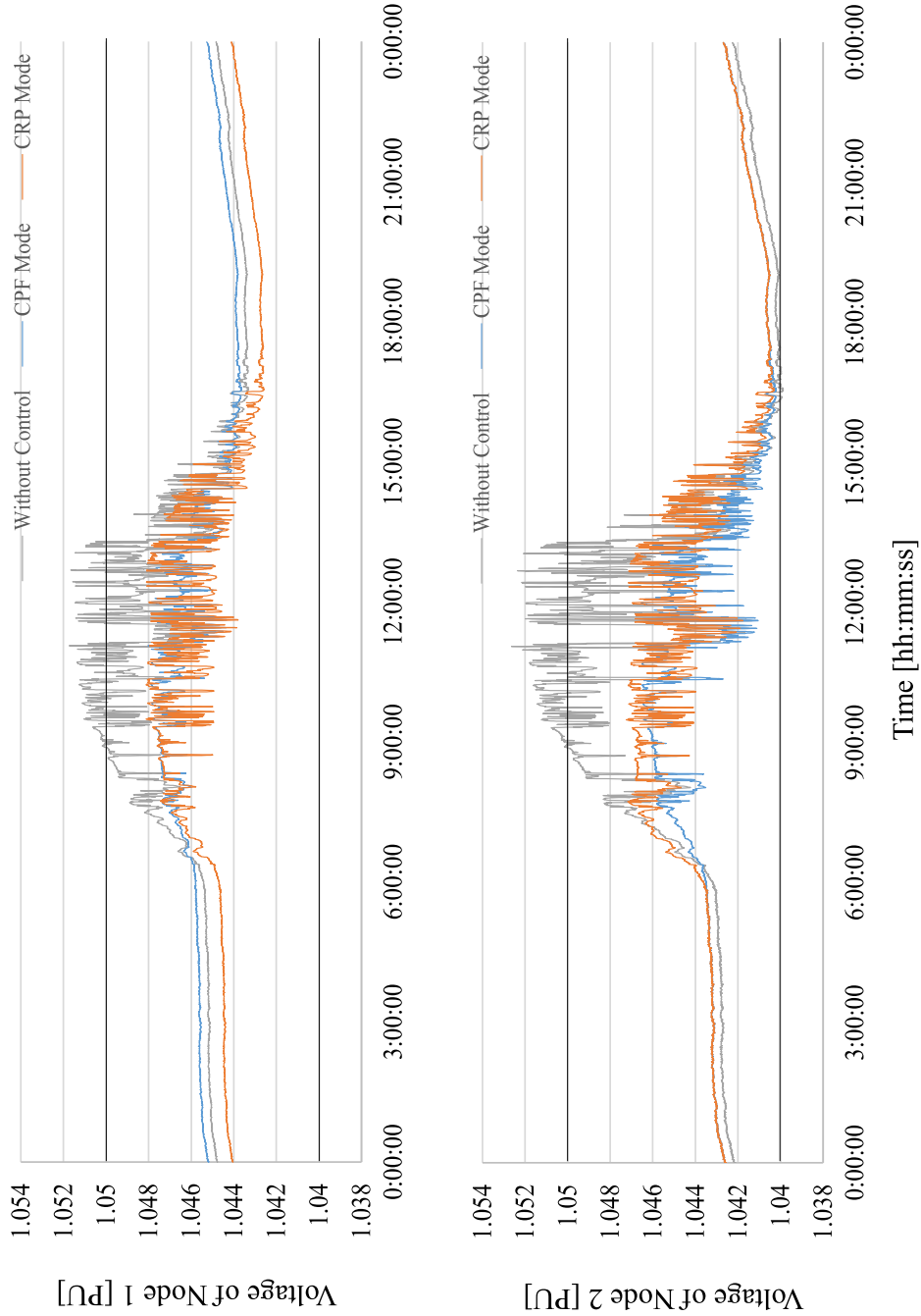


Table 3.12 : Comparison Results of  $v_1$  (Upper) and  $v_2$  (Lower)

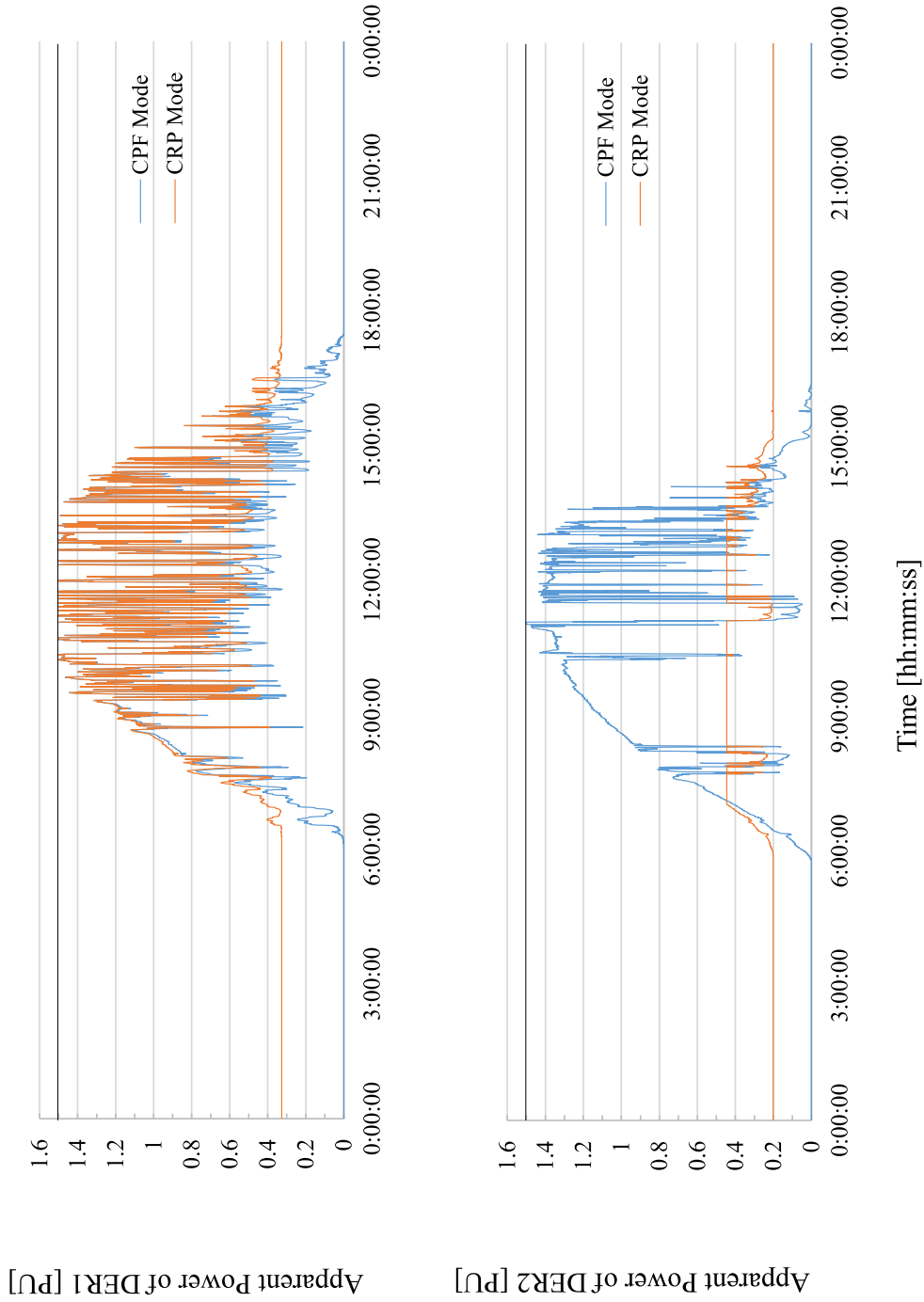


Table 3.13 : Apparent Power Results of DER1 (Upper) and DER2 (Lower)



### 3.5 おわりに

本章では、システムの特性を記述した等式制約条件を含む不確実最適化問題に対し、目的関数に関しては min-max 基準を、不等式制約条件に対してはロバスト性基準を適用した定式化をおこない、システムの状態をシナリオとして想定してそれを逐次増やすことで不確実最適化問題の解を求める新たな制約緩和法を提案し、分散電源の不確実性を考慮した Robust AC OPF への有用性も確認した。

ところで、本章では時間依存性のない静的システムを対象としたが、制御対象に蓄電池などの蓄積機能がある場合のシステム最適化は、時間断面ごとに独立した最適化問題ではなくなり、その状態の時間的遷移が不確実変数も含む差分方程式で記述される最適制御問題となる。このようないわば「不確実最適制御問題」に対しても、本章で提案した考え方を拡張することができる。

なお、本章では、式 (3.12) を一つの式にまとめた単一の不等式制約条件付き問題 (3.15) に対して制約緩和法を適用しているが、式 (3.12) の  $M + 1$  個の max 演算を含む不等式ごとに (つまり問題 (3.11) に対して) 制約緩和法を適用することも考えられる。この場合には、 $M + 1$  種類の不確実変数  $\mathbf{y}$  のサンプルの同時生成によって、不確実変数  $\mathbf{y}$  の次元が大きい場合に効率化する可能性もあるが、一方で、解の探索に無駄な不等式制約条件が多数生成されて緩和問題に付加される可能性もある。また本章では非線形最適化手法として局所解を求める IPOPT を使用したが、目的関数や制約条件に含まれる非線形性によっては、問題が多峰性を有する可能性もあり [66]、その場合には近年進歩が著しい大域的最適化手法の適用が考えられる。以上のような提案法の効率改善や多峰性への対応については今後の課題とする。



# 4

## 結論

### 4.1 本論文のまとめ

本論文では、電力系統の運用における最適化問題、とくに Optimal Power Flow(以下、OPF)を対象とし、分散的に解が算出される方式である Multi-Area OPF や、不確実な状況を考慮した Robust AC OPF など、単一的意思決定者により解を算出することが容易でない最適化問題に対する解法をそれぞれ提案し、その有効性を検証した。

以下、各章の内容を改めてまとめる。

第1章では、我が国の現在から将来にわたっての電力系統の運用上の課題を整理した上で、とくに配電系統に分散的に所在する分散電源が主力電源化することに起因する意思決定の「分散性」と、それら電源が再生可能エネルギーを由来とするために生じる「不確実性」の増大による問題を指摘した。さらに上述の電源および電力系統を運用するための最適化問題である OPF が、「分散性」や「不確実性」の特性を考慮する場合には、意思決定が入れ子構造となる2レベル最適化問題となり、非線形のシステム方程式で記述される電力系統の特性を同時に考慮する場合には、従来の最適化手法では容易に解くことができないという課題を指摘した上で、「分散化や不確実性を有する OPF の2レベル最適化問題に基づく定式化とその実用的な解法の提案」が本論文の目的であることを明確にした。

第2章では、離散変数を有する Multi-Area OPF を対象として、資源配分型分割に基づく分散型計算法を提案した。離散変数を有する Multi-Area OPF は、その意思決定が分散化していることに加え、離散変数と連続変数の両方を含む混合変数非線形最適化問題 (MINLP)

となることから容易に解くことできないが、上述の MINLP において離散変数を連続変数に緩和して得られる近似問題に対し、資源配分型分割を適用してその資源配分変数の連続解を効率よく求めることにより、MINLP を直接連続緩和して得られる解よりも誤差を少なく抑え、各部分問題の計算過程における他の Area との情報交換を省略することにより、計算効率を大幅に向上させることができる手法を提案した。複数のテストシステムにより構成された実用的な規模の multi-area OPF 問題に対して数値計算を実行した結果、最適解が高い精度で得られており、計算量に関しても適用する問題規模に応じて優れたスケーラビリティを持つことを確認した。

第3章では、分散電源や需要の不確実性を考慮した OPF が、システムの特性を記述した等式制約条件を含む不確実最適化問題であることに注目し、目的関数に関しては min-max 基準を、不等式制約条件に対してはロバスト性基準を適用した定式化をおこない、システムの状態をシナリオとして想定してそれを逐次増やすことで不確実最適化問題の解を求める新たな制約緩和法を提案し、複数の小規模テストシステムへの有用性も確認した。

## 4.2 今後の展望

本論文では、電力システムにおける「分散化」と「不確実性」の特性をそれぞれ独立に考慮した上で、異なる2つの解法を提案したが、実際の電力システムの運用においては、「分散化」と「不確実性」は同時に考慮されるべきであろう。将来的には、下位システムに接続された分散電源の導入が進み、上位システムを介しての広域の電力融通が活発化すると予想されるが、これはまさしく不確実な状況下における分散化した意思決定者の最適化問題である。したがって「分散化」と「不確実性」を同時に考慮した最適化問題の解決を今後の課題としたい。具体的には、第2章で提案した資源配分型分割に基づく最適化問題に対して、第3章で提案した不確実変数と制約緩和によるシナリオの想定を導入することで、両手法の統合は十分に可能であると考えられる。

また3.5節でも述べた通り、本論文での OPF は時間依存性のない静的システムのみを対象としたが、発電機の過渡的な動特性 [67–70] や制御対象に揚水発電や蓄電池などの蓄積機能をもつ設備を考慮する場合 [71] には、時間断面間の干渉によって OPF は動的システム

の最適制御問題となる。本論文の成果は、このような分散性・不確実性を有する OPF の最適制御問題へも拡張することができると考えられる。また、この OPF 最適制御問題は、オフラインでの長短期間の運用計画問題 [72–79] だけでなく、オンラインによるフィードバック制御方式の一つであるモデル予測制御 [80–85] にも用いられる重要な問題といえる。しかしながら、このような OPF 最適制御問題における分散性・不確実性の考慮は、これまでほとんど研究されておらず、本論文で提案した手法の拡張と展開が期待される。

以上のように、本論文で提案した手法の統合や拡張を行うとともに、実用化に向けての研究を引き続き行っていく予定である。



# A

## 補足事項

### A.1 システム方程式がない場合の制約緩和法

第3章ではシステム方程式を有する不確実下での最適化問題(不確実最適化問題)を検討したが、システム方程式がない場合、すなわち不等式制約条件のみを有する不確実最適化問題についてはこれまで複数の解法が提案されている。本節では、文献 [2,21,22,48] をもとに不等式制約条件のみを有する不確実最適化問題に対する制約緩和法の計算手順について述べる。不等式制約条件を有する不確実最適化問題

$$\min_{\mathbf{u} \in \mathcal{U}} f(\mathbf{u}) \tag{A.1a}$$

$$\text{subj.to } g_m(\mathbf{u}, \mathbf{y}_m) \leq 0 \quad \text{for } \forall \mathbf{y}_m \in \mathcal{Y}, m = 1, \dots, M \tag{A.1b}$$

を考える。ここで  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^N$  は決定変数、 $\mathbf{y}_m \in \mathbb{R}^I$ ,  $m = 1, \dots, M$  は不確実変数であり、目的関数および不等式制約関数を  $f: \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^1$ ,  $\mathbf{g}: \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^I \rightarrow \mathbb{R}^M$  とし、集合  $\mathcal{Y}$  は無限個の要素からなる集合と仮定する。ここで不確実変数  $\mathbf{y}$  の下付き添え字は不等式制約条件の成分関数  $g_1, \dots, g_M$  ごとに異なる最悪状況を想定するために導入されたものであり、 $\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_M$  は物理的に同一の変数であるとする。さらに、関数  $f, g_1, \dots, g_M$  はそれぞれ  $\mathbb{R}^N$  および  $\mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^I$  上で連続であり、集合  $\mathcal{U}, \mathcal{Y}$  はそれぞれコンパクトであると仮定する。

一般に問題 (A.1) は無限個の制約条件をもつために、通常非線形最適化手法の適用は困難である。そこで制約緩和法では、無限個の制約式を有限個の制約式に緩和した制約条

件緩和問題

$$\min_{\mathbf{u} \in \mathcal{U}} f(\mathbf{u}) \quad (\text{A.2a})$$

$$\text{subj.to } g_m(\mathbf{u}, \mathbf{y}_m^{(s)}) \leq 0 \quad \text{for } \forall \mathbf{y}_m^{(s)} \in \mathcal{Y}, s = 1, \dots, S, m = 1, \dots, M \quad (\text{A.2b})$$

を考える。問題 (A.2) の最適解を  $\mathbf{u}^*$  とするとき、 $\mathbf{u}^*$  が元の問題 (A.1) の許容解であれば、あきらかに  $\mathbf{u}^*$  は問題 (A.1) の最適解である。もし  $\mathbf{u}^*$  が元の問題 (A.1) の許容解でなければ、無限個の制約式 (A.1b) のうち少なくとも 1 つを侵害するので、このうちもっとも侵害する制約式を成分  $m$  ごとに生成し緩和問題 (A.2) に付加する。このような手順を繰り返す手法が制約緩和法である。制約緩和法の反復手順における反復回数を  $k$  とし、第  $k$  反復での不確実変数  $\mathbf{y}_m$ ,  $m = 1, \dots, M$  のサンプル個数を  $S_m(k)$  とし、 $S = S_m(k)$  とした緩和問題 (A.2) の最適解を  $\bar{\mathbf{u}}(k)$  とすると、この解が元の不確実最適化問題の不等式制約条件式 (A.1b) を満たすか否かの判定と、満たさない場合にそれらのうちでもっとも侵害する不等式制約条件を見出す作業は、 $M$  個の最大化問題

$$\max_{\mathbf{y}_m \in \mathcal{Y}} g_m(\bar{\mathbf{u}}(k), \mathbf{y}_m), m = 1, \dots, M \quad (\text{A.3})$$

の最大値がそれぞれ非正であるかどうかで判定することができる。具体的には、この問題の最大解を  $\hat{\mathbf{y}}_m(k)$ ,  $m = 1, \dots, M$  とすると、その最大値

$$\phi_m(\bar{\mathbf{u}}(k)) = g_m(\bar{\mathbf{u}}(k), \hat{\mathbf{y}}_m(k)), m = 1, \dots, M \quad (\text{A.4})$$

に対して、 $\phi_m(\bar{\mathbf{u}}(k)) \leq 0$ ,  $m = 1, \dots, M$  ならば、元の不確実最適化問題の不等式制約条件式 (A.1b) を満たし、 $\bar{\mathbf{u}}(k)$  が元の不確実最適化問題 (A.1) の最適解となる。一方、ある  $m \in \{1, \dots, M\}$  に対し  $\phi_m(\bar{\mathbf{u}}(k)) > 0$  ならば、 $\bar{\mathbf{u}}(k)$  が不等式制約条件式 (A.1b) をもっとも侵害する。そこで、このような  $m$  ごとに  $\hat{\mathbf{y}}_m(k)$  を不確実変数の新たなサンプル  $\mathbf{y}_m^{(S_m(k)+1)}$  とし、緩和問題 (A.2) に付け加えて新たな緩和問題とし、これを解くことを繰り返す。この手順をまとめると以下のようなになる。

**Step 1:** 初期サンプル  $\mathbf{y}_m^{(1)} \in \mathcal{Y}$ ,  $m = 1, \dots, M$  を選び、 $S_m(1) = 1$  とし、 $k = 1$  とおく。

**Step 2:**  $S = S_m(k)$  とした緩和問題 (A.2) を解いた最適解を  $\bar{\mathbf{u}}(k)$  とする。

**Step 3:**  $M$  個の最大化問題 (A.3) を解いて、その最大解を  $\hat{\mathbf{y}}_m(k)$ ,  $m = 1, \dots, M$  とする。



**Step 4:** もし式 (A.4) の最大値関数に対して  $\phi_m(\bar{\mathbf{u}}(k)) \leq \varepsilon$ ,  $m = 1, \dots, M$  が成り立つならば, 計算を終了して  $\bar{\mathbf{u}}(k)$  を問題 (A.1) の最適解  $\mathbf{u}^*$  とし, もし  $\phi_m(\bar{\mathbf{u}}(k)) > \varepsilon$  となる  $m$  がある場合には,  $S_m(k+1) = S_m(k) + 1$ ,  $\mathbf{y}_m^{(S_m(k+1))} = \hat{\mathbf{y}}_m(k)$  とおき,  $k \leftarrow k+1$  として **Step 2** に戻る。なお  $\varepsilon$  はあらかじめ与えられた十分小さな正数である。

なお, **Step 4** における判定条件に  $\varepsilon (> 0)$  を導入したのは, 不等式制約条件式 (3.16) の充足に微小の誤差を許容することで, 不確実変数  $\mathbf{y}$  の有限個のサンプル生成によって有限回の反復で終了させるためである。この収束の有限性や, 問題 (A.1) の最適性条件とその性質については文献 [2] を参照されたい。

問題 (A.1) を解くその他の手法として, 最大化問題 (A.3) が凸性を持つ場合には複数の手法が提案されている。たとえばペナルティ法に基づく方法 [24], 許容方向法 [21], 微分不可能最適化法 [2, 22], 最大化問題 (A.3) をその最適性条件で置換する方法 [51, 63] などがある。

## A.2 2 bus system に対する Robust AC Optimal Power Flow の定式化と緩和問題の導出

3.4.2 節で取り上げた 2 bus system (Fig. 3.1) に対する Robust AC Optimal Power Flow (以下, Robust AC OPF) の定式化と, その制約条件緩和問題の導出について述べる。なお本例では, スラック母線の電圧  $v_{G0}$  および負荷  $p_L, q_L$  を固定値として扱っている。また目的関数  $f$  第 1 項の送電損失については, 本例では送電線の抵抗成分がなく有効電力の損失が発生しないため, 代わりに送電線に流れる有効電力すなわち確定電源の有効電力  $P_{G0}$  をそのまま用いた。このとき変数

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) = (p_D, q_D), \quad \mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4) = (p_{G0}, q_{G0}, v_1, \delta_1), \quad y = y_D$$

を用いて, 目的関数  $f$ , 不等式制約関数  $\mathbf{g}$  をそれぞれ

$$f(u_1, x_1, y) = P_{G0} + \rho \max\{y_D - p_D, 0\} \quad (\text{A.5a})$$

$$\mathbf{g}(u_1, u_2, x_1, x_2, x_3, y) = \begin{pmatrix} g_1(x_1) \\ g_2(x_1) \\ g_3(x_2) \\ g_4(x_2) \\ g_5(x_3) \\ g_6(x_3) \\ g_7(u_1, u_2, y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_l - p_{G0} \\ p_{G0} - p_u \\ q_{l,0} - q_{G0} \\ q_{G0} - q_{u,0} \\ v_{l,1} - v_1 \\ v_1 - v_{u,1} \\ (y_D - \max\{y_D - p_D, 0\})^2 + q_D^2 - a_D^2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.5b})$$

とする。また潮流方程式は, 送電線のリアクタンスを  $X$  とし, 線路潮流の変数を消去すると,

$$\mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{x}, y) = \begin{pmatrix} h_1(x_1, x_3, x_4) \\ h_2(x_2, x_3, x_4) \\ h_3(u_1, x_1, y) \\ h_4(u_2, x_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{G0} - \frac{v_{G0}v_1}{X} \sin \delta_1 \\ q_{G0} - \frac{v_{G0}v_1}{X} \cos \delta_1 + \frac{v_1^2}{X} \\ p_{G0} - p_L + y_D - \max\{y_D - p_D, 0\} \\ q_{G0} - q_L + q_D \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (\text{A.6})$$

と表される。このとき, 不確実性を考慮した Robust AC OPF は, 問題 (3.15) の形式で,

$$\min_{\sigma, \mathbf{u} \in \mathcal{U}} \sigma \quad (\text{A.7a})$$

$$\text{subj.to } \max_{\substack{(\mathbf{x}, y) \\ y \in \mathcal{Y}}} [ \max\{f(u_1, x_1, y) - \sigma, g_1(x_1), g_2(x_1), g_3(x_2), g_4(x_2), \\ g_5(x_3), g_6(x_3), g_7(u_1, u_2, y)\} | \mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{x}, y) = \mathbf{0} ] \leq 0 \quad (\text{A.7b})$$

と表される。ここで3.3.1節の手順に基づき、この問題を不確実変数  $y$  の想定値である有限個のサンプル  $y^{(s)}, s = 1, \dots, S$  を用いて緩和すると、制約条件緩和問題

$$\min_{\sigma, \mathbf{u} \in \mathcal{U}, \{\mathbf{x}^{(s)}\}_{s=1}^S} \sigma \quad (\text{A.8a})$$

$$\text{subj.to } f(u_1, x_1^{(s)}, y^{(s)}) \leq \sigma, s = 1, \dots, S \quad (\text{A.8b})$$

$$g_1(x_1^{(s)}) \leq 0, s = 1, \dots, S \quad (\text{A.8c})$$

$$g_2(x_1^{(s)}) \leq 0, s = 1, \dots, S \quad (\text{A.8d})$$

$$g_3(x_2^{(s)}) \leq 0, s = 1, \dots, S \quad (\text{A.8e})$$

$$g_4(x_2^{(s)}) \leq 0, s = 1, \dots, S \quad (\text{A.8f})$$

$$g_5(x_3^{(s)}) \leq 0, s = 1, \dots, S \quad (\text{A.8g})$$

$$g_6(x_3^{(s)}) \leq 0, s = 1, \dots, S \quad (\text{A.8h})$$

$$g_7(u_1, u_2, y^{(s)}) \leq 0, s = 1, \dots, S \quad (\text{A.8i})$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{x}^{(s)}, y^{(s)}) = \mathbf{0}, s = 1, \dots, S \quad (\text{A.8j})$$

$$\text{where } y^{(s)} \in \mathcal{Y}; \text{ given, } s = 1, \dots, S \quad (\text{A.8k})$$

が得られる。



# 参考文献

- [1] 志水清孝：「システム最適化理論」，コロナ社 (1976)
- [2] 志水清孝・相吉英太郎：「数理計画法」，第 11 章，昭晃堂 (1984)
- [3] 関根泰次・横山明彦・安田恵一郎・林泰弘・田辺隆也・岡本浩・多田泰之：「電力系統の最適潮流計算 (OPF; Optimal Power Flow)」，日本電気協会 (2002)
- [4] 関根泰次・林宗明・芹澤康夫・豊田淳一・長谷川淳：「電力系統工学」，コロナ社 (1979)
- [5] 給電自動化システムの機能調査専門委員会編：「給電自動化システムの機能」，電気学会技術報告，No. 931 (2003)
- [6] 資源エネルギー庁：「再生可能エネルギーの固定価格買取制度について」 (2012)
- [7] 資源エネルギー庁：「今後の再生可能エネルギー政策について」，再生可能エネルギー大量導入・次世代電力ネットワーク小委員会第 25 回資料 (2021)
- [8] 資源エネルギー庁：「第 6 次エネルギー基本計画」 (2021)
- [9] 経済産業省：「2050 年カーボンニュートラルに伴うグリーン成長戦略」 (2021)
- [10] 経済産業省：「電力システム改革について」，[https://www.enecho.meti.go.jp/category/electricity\\_and\\_gas/electric/system\\_reform.html](https://www.enecho.meti.go.jp/category/electricity_and_gas/electric/system_reform.html) (2020)
- [11] 送配電網協議会：「需給調整市場とは」，<https://www.tdgc.jp/jukyuchoseishijo/outline/outline.html> (2020)

- [12] 電力広域的運営推進機関：「容量市場について」, [https://www.occto.or.jp/market-board/market/files/youryou\\_gaiyousetumei.pdf](https://www.occto.or.jp/market-board/market/files/youryou_gaiyousetumei.pdf) (2019)
- [13] 経済産業省：「特定卸供給事業にかかる届出義務について」, [https://www.enecho.meti.go.jp/category/electricity\\_and\\_gas/electricity\\_measures/009/009.html](https://www.enecho.meti.go.jp/category/electricity_and_gas/electricity_measures/009/009.html) (2022)
- [14] 経済産業省：「地域マイクログリッド構築のてびき」, [https://www.meti.go.jp/shingikai/energy\\_environment/energy\\_resource/pdf/015\\_s01\\_00.pdf](https://www.meti.go.jp/shingikai/energy_environment/energy_resource/pdf/015_s01_00.pdf) (2021)
- [15] 経済産業省：「配電事業制度の設計」, [https://www.enecho.meti.go.jp/committee/council/basic\\_policy\\_subcommittee/system\\_kouchiku/010/010\\_04.pdf](https://www.enecho.meti.go.jp/committee/council/basic_policy_subcommittee/system_kouchiku/010/010_04.pdf) (2021)
- [16] NEDO：「再生可能エネルギーの大量導入に向けた次世代電力ネットワーク安定化技術開発／分散型エネルギーリソースの更なる活用に向けたフェージビリティスタディ」 (2021)
- [17] 経済産業省：「地域マイクログリッドの構築や配電事業の実施に向けた課題等の意見整理」, [https://www.meti.go.jp/shingikai/energy\\_environment/energy\\_resource/pdf/015\\_04\\_00.pdf](https://www.meti.go.jp/shingikai/energy_environment/energy_resource/pdf/015_04_00.pdf) (2021)
- [18] 白崎圭亮・北内義弘：「再生可能エネルギー大量導入時の各種系統条件が基幹系統の過渡安定度に及ぼす基本的な影響」, 電学論B, Vol. 137, No. 4 (2017)
- [19] NEDO：「NEDO 再生可能エネルギー技術白書」 [https://www.nedo.go.jp/library/ne\\_hakusyo\\_index.html](https://www.nedo.go.jp/library/ne_hakusyo_index.html)(2014)
- [20] 配電自動化技術の高度化専門委員会：「配電自動化技術の高度化」, 電気協同研究, 第72巻第3号 (2016)
- [21] 志水清孝：「多目的と競争の理論」, 共立出版 (1982)
- [22] K. Shimizu, Y. Ishizuka, and J. F. Bard：「Nondifferentiable and Two-Level Mathe-

- mathematical Programming”, Springer (1997)
- [23] J. F. Bard : “Practical Bilevel Optimization: Algorithms and Applications”, Springer (1999)
- [24] K. Shimizu and E. Aiyoshi : “A New Solution to Optimization-Satisfaction Problems by a Penalty Method”, *Automatica*, Vol. 18, No. 1, pp. 37-46 (1982)
- [25] 鈴木亮平・安田恵一郎・相吉英太郎 : 「離散変数を有する Multi-Area Optimal Power Flow に対する 2 レベル最適化に基づく分散型計算法」, *電学論 B*, Vol. 140, No. 11, pp. 786-794 (2020)
- [26] D. K. Molzahn, F. Dörfler, H. Sandberg, S. H. Low, S. Chakrabarti, R. Baldick, and J. Lavaei : “A Survey of Distributed Optimization and Control Algorithms for Electric Power Systems”, *IEEE Transactions on Smart Grid*, Vol.8, No.6, pp.2941-2962 (2017)
- [27] L. S. Lasdon : “Optimization Theory for Large Systems (Dover Books on Mathematics)”, Dover Publications (1970)
- [28] 鈴木亮平・安田恵一郎・相吉英太郎 : 「システムの不確実性を考慮した最適化法と Robust AC Optimal Power Flow への応用」, *電学論 C*, Vol. 142, No. 3, pp. 401-411 (2022)
- [29] J. Hu, G. Yang, K. Kok, Y. Xue, and H. W. Bindner : “Transactive Control: A Framework for Operating Power Systems Characterized by High Penetration of Distributed Energy Resources”, *Journal of Modern Power Systems and Clean Energy*, Vol. 5, No. 3, pp.451-464 (2017)
- [30] 泉井良夫 : 「電力・エネルギーの地産地消コミュニティモデル」, *電気学会誌*, Vol.139, No.4, pp.233-236 (2019)
- [31] 第 1 回 総合資源エネルギー調査会 省エネルギー・新エネルギー分科会／電力・ガス事業分科会 再生可能エネルギー大量導入・次世代電力ネットワーク小委員会 : 「資料 3 再生可能エネルギーの大量導入時代における政策課題と次世代ネットワークの

- 在り方」 (2017)
- [32] 第41回 広域系統整備委員会：「資料1 流通設備効率の向上に向けて」 (2019)
- [33] R. Baldick, B.H. Kim, C. Chase, and Y. Luo : “A Fast Distributed Implementation of Optimal Power Flow”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol.14, No.3, pp.858-864 (1999)
- [34] T. Erseghe: “Distributed Optimal Power Flow Using ADMM”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol.29, No.5, pp.2370-2380 (2014)
- [35] F. J. Nogales, F. J. Prieto, and A. J. Conejo : “A Decomposition Methodology Applied to the Multi-Area Optimal Power Flow Problem”, Annals of Operations Research, Vol.120, No.1, pp.99-116 (2003)
- [36] M. Kraning, E. Chu, J. Lavaei, and S. Boyd : “Dynamic Network Energy Management via Proximal Message Passing”, Found. Trends Optim., Vol. 1, No. 2, pp.70-122 (2013)
- [37] W. Lu, M. Liu, S. Lin, and L. Li : “Fully Decentralized Optimal Power Flow of Multi-Area Interconnected Power Systems Based on Distributed Interior Point Method”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol.33, No.1, pp.901-910 (2018)
- [38] M. A. Elizondo, N. Samaan, Y. V. Makarov, J. Holzer, M. V. R. Huang, B. Vyakaranam, X. Ke, and F. Pan : “Literature Survey on Operational Volt-age Control and Reactive Power Management on Transmission and Sub-transmission Networks”, in Proceeding of IEEE Power & Energy Society General Meeting (2017)
- [39] M. Liu, S. K. Tso, Ying Cheng : “An Extended Nonlinear Primal-Dual Interior-Point Algorithm for Reactive-Power Optimization of Large-Scale Power Systems with Discrete Control Variables”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 17, No. 4, pp. 982-991 (2002)
- [40] F. Capitanescu, and L. Wehenkel : “Sensitivity-Based Approaches for Handling Dis-



- crete Variables in Optimal Power Flow Computations”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 25, No. 4, pp. 1780-1789 (2010)
- [41] C. Lin, and S. Lin : “Distributed Optimal Power Flow With Discrete Control Variables of Large Distributed Power Systems”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol.23, No.3, pp.1383-1392 (2008)
- [42] Ipopt (Interior Point OPTimizer), <https://projects.coin-or.org/Ipopt>
- [43] Bonmin (Basic Open-source Nonlinear Mixed INteger program-ming), <https://www.coin-or.org/Bonmin/>
- [44] I. Gilboa : “Theory of Decision under Uncertainty”, Cambridge University Press (2009)
- [45] J. Bram : “The Lagrange Multiplier Theorem for Max-Min with Several Constraints,” SIAM J. Applied Mathematics, Vol. 14, pp. 665-667 (1966)
- [46] V. F. Demyanov and V. N. Malozemov : “Introduction to Minmax,” John Wiley (1974)
- [47] 相吉英太郎・志水清孝：「Min-Max 計画法-理論と計算法」，計測自動制御学会論文集，15 卷，6 号 (1979)
- [48] K. Shimizu and E. Aiyoshi : “Necessary Conditions for min-max Problems and Algorithms by a Relaxation Procedure”, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 25, No. 1 (1980)
- [49] A. Ben-Tal and A. Nemirovski : “Robust Convex Optimization”, Mathematics of Operations Research, Vol.23, No. 4, pp. 769-805 (1998)
- [50] A. Ben-Tal, L. El Ghaoui, and A. Nemirovski : “Robust Optimization”, Princeton University Press (2009)
- [51] S. Leyffer, M. Menickelly, T. Munson, C. Vanaret, and S. M. Wild : “A Survey of Non-linear Robust Optimization”, Information Systems and Operational Research, Vol. 58,

- No. 2, pp. 342-373 (2020)
- [52] F. John : “Extremum Problems with Inequalities as Side Conditions”, in *Studies and Essays, Courant Anniversary Vol. K,O, Friedrichs, O.E. Neugebauer and J.J. Stoker (Eds.)*, Wiley-Interscience, New York (1948)
- [53] K.R. Gehner : “Necessary and Sufficient Optimality Conditions for the Fritz John Problem with Linear Equality Constraints”, *SIAM J. Control*, Vol. 12, pp. 140-149 (1974)
- [54] J. W. Blankenship and J. E. Falk : “Infinitely Constrained Optimization Problems”, *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 19, pp. 261–281 (1976)
- [55] R. A. Jabr : “Adjustable Robust OPF With Renewable Energy Sources”, *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 28, No. 4, pp. 4742-4751 (2013)
- [56] N. Yorino, M. Abdillah, Y. Sasaki, and Y. Zoka : “Robust Power System Security Assessment Under Uncertainties Using Bi-Level Optimization”, *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 33, No. 1, pp. 352-362 (2018)
- [57] Y. Zhang : “General Robust-Optimization Formulation for Nonlinear Programming”, *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 132, pp. 111–124 (2007)
- [58] X. Bai, L. Qu, and W. Qiao : “Robust AC Optimal Power Flow for Power Networks With Wind Power Generation”, *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 31, No. 5, pp. 4163-4164 (2016)
- [59] R. Louca and E. Bitar : “Robust AC Optimal Power Flow”, *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 34, No. 3, pp. 1669-1681 (2019)
- [60] M. C. Campi, S. Garatti, and M. Prandini : “The Scenario Approach for Systems and Control Design”, *Annual Reviews in Control*, Vol. 33, No. 2, pp. 149-157 (2009)
- [61] T. Wada, R. Morita, T. Asai, I. Masubuchi, and Y. Fujisaki : “Randomized Solution for Robust Optimal Power Flow”, *53rd IEEE Conference on Decision and Control* (2014)

- [62] J. Bessa, P. Pinson, and H. Morais :“Active Distribution Grid Management Based on Robust AC Optimal Power Flow”, IEEE Trans. on Smart Grid, Vol. 9, No. 6, (2018)
- [63] O. Stein :“Bi-Level Strategies in Semi-Infinite Programming”, Springer (2003)
- [64] A. Fischer :“A special Newton-Type Optimization Method”, Optimization, Vol. 24, pp. 269-284 (1992)
- [65] 電力需給解析モデル標準化調査専門委員会：「電力需給・周波数シミュレーションの標準解析モデル」, 技術報告, 第 1386 号 (2016)
- [66] W. A. Bukhsh, A. Grothey, K. I. M. McKinnon, P. A. Trodden : “Local Solutions of the Optimal Power Flow Problem”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 28, No. 4, pp. 4780 - 4788 (2013)
- [67] 鈴木 亮平・吉岡 康哉・中澤 親志・原田 慈・小島 武彦：「スマートグリッド解析向けハイブリッドリアルタイムシミュレータの開発」, 電気学会 電力・エネルギー部門大会, No. 163 (2012)
- [68] R. Suzuki, Y. Yoshioka, C. Nakazawa, A. Harada and T. Kojima: “Development of a New Coupling Method for Analog-Digital Hybrid Real-Time Power System Simulator”, 2013 North American Power Symposium (NAPS), pp. 1-5 (2013)
- [69] R. Suzuki, H. Ito, S. Takano and Y. Ishigami: “A FPGA Implementation of DFIG Wind Turbines for Analog-Digital Hybrid Real-Time Simulation”, IECON 2018 - 44th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, pp. 39-44 (2018)
- [70] 原田 慈・鈴木 亮平・高野 幸雄・石上 雄太：「系統解析シミュレータ送電系統向けエントリーモデルの開発」, 電気学会保護リレーシステム研究会, pp. 49-53 (2021)
- [71] 鈴木 亮平・大井 章弘, 藤本 久：「大規模混合整数非線形計画問題に対する緩和分解に基づく準最適化手法の提案」, 電気学会全国大会, 3-030 (2018)
- [72] R. Suzuki, F. Kawai, S. Kitagawa, T. Matsui, K. Matsumoto, D. Xiang and Y. Fukuyama: “The  $\varepsilon$  Constrained Differential Evolution Approach for Optimal Oper-

- ational Planning of Energy Plants”, IEEE Congress on Evolutionary Computation, pp. 1-6 (2010)
- [73] R. Suzuki, F. Kawai, H. Ito, C. Nakazawa, Y. Fukuyama and E. Aiyoshi: “Optimal Operational Planning and Control of Energy Plants by  $\varepsilon$  Constrained Particle Swarm Optimization”, 2010 IEEE International Conference on Control Applications, pp. 2077-2081 (2010)
- [74] 鈴木 亮平・河合 富貴子・北川 慎治・松本 宏治・項 東輝・松井 哲郎・福山 良和: 「 $\varepsilon$  制約 Differential Evolution によるエネルギープラント最適運用」, 電気学会 電子・情報・システム部門大会, TC13-3, pp. 472-473 (2010)
- [75] 鈴木 亮平・北川 慎治・松井 哲郎・福山 良和: 「 $\varepsilon$  制約メタヒューリスティクスを用いたエネルギープラント最適運用」, 電気学会産業計測制御研究会, IIC-11, pp. 1-6 (2011)
- [76] 鈴木 亮平・中沢 親志: 「混合整数計画法とパラメータ予測に基づくエネルギープラント最適化」, 電気学会産業計測制御研究会, IIC-12, pp. 19-22 (2012)
- [77] 鈴木 亮平・岡本 卓: 「エネルギープラント運用計画のための最適化ベンチマーク問題」, 電気学会 電子・情報・システム部門大会, TC7-2 (2012)
- [78] 岡本 卓・足立 直紀・鈴木 亮平・小坪 成一・平田 廣則: 「エネルギープラント運用計画問題と最適化手法の適用例」, 電気学会全国大会, 4-S21-6 (2014)
- [79] R. Suzuki and T. Okamoto: “An introduction of the energy plant operational planning problem: A formulation and solutions”, IEEJ International Workshop on Sensing, Actuation, and Motion Control, IS1-5 (2015)
- [80] R. Suzuki and T. Okamoto: “An optimization benchmark problem based on the energy plant model in the smart-community”, IEEJ international workshop on Sensing, Actuation, Motion Control, and Optimization, IS2-4 (2016)
- [81] 岡本 卓・鈴木 亮平: 「スマートコミュニティにおけるエネルギープラント運用計画

- のための最適化ベンチマーク問題」, 電気学会全国大会, 3-S10-2 (2017)
- [82] R. Suzuki, F. Kawai, H. Ito, C. Nakazawa, Y. Fukuyama and E. Aiyoshi: “Automatic Tuning of Model Predictive Control Using Particle Swarm Optimization”, 2007 IEEE Swarm Intelligence Symposium, pp. 221-226 (2007)
- [83] F. Kawai, H. Ito, C. Nakazawa, T. Matsui, Y. Fukuyama, R.Suzuki and E. Aiyoshi: “Automatic Tuning for Model Predictive Control: Can Particle Swarm Optimization find a better parameter?”, 2007 IEEE 22nd International Symposium on Intelligent Control, pp. 646-651 (2007)
- [84] 鈴木 亮平・河合 富貴子・中沢 親志・福山 良和・相吉 英太郎: 「Particle Swarm Optimization を用いたモデル予測制御器の自動チューニング」, 電気学会全国大会, pp. 147-148 (2007)
- [85] 鈴木亮平・河合富貴子・中沢親志・松井哲郎・相吉英太郎: 「PSO を用いたモデル予測制御のパラメータ最適化」, 電学論 C, Vol. 129, No. 3, pp. 432-440 (2009)
- [86] 鈴木 亮平・河合 富貴子・大井 章弘・中沢 親志・松井 哲郎・藤原 ひろ絵・松本 宏治・西田 英幸: 「モデル予測制御実装に関する計算性能についての評価」, 電気学会全国大会, pp. 302-303 (2009)



# 謝辞

本研究を実施するにあたり、研究のご指導を快くお引き受け下さった東京都立大学システムデザイン研究科の安田恵一郎 教授に深く感謝申し上げます。安田恵一郎 教授の電力系統及びシステム最適化への深い知識と洞察力に基づく丁寧なご指導のおかげで、電力系統のシステム最適化という社会的に重要な課題に対して取り組むことができました。

本論文をまとめるにあたって、様々な視点からのご討論、ご助言をいただいた東京都立大学 システムデザイン研究科 須原理彦 教授、相馬隆郎 准教授、そして千葉大学工学研究科 小畑成一 教授に厚く御礼申し上げます。先生方から明晰なコメントを頂けた事は、私にとって貴重な経験でありました。今後の研究に活かしていきたいと思えます。

そして論文執筆の基本的な事項や心構えから考察の仕方まで丁寧にご指導を下さった相吉英太郎 慶應義塾大学名誉教授に深く感謝申し上げます。学部生の時代から現在に至るまで長い間、相吉英太郎 教授からご指導いただけたことは私にとって非常に幸運でした。

本研究は、筆者が所属する富士電機株式会社での業務と深く関連しています。本研究を暖かい目で見守って下さった富士電機株式会社技術開発本部デジタルイノベーション研究所 瀬谷彰利 所長に御礼申し上げます。また日頃より様々な形でご指導、助言を下さったシステム制御研究部 藤本久部長、部メンバー一同に感謝します。

最後に、会社と大学の両立を陰で支えてくれ、私を常に温かく見守ってくれた家族に感謝します。