

氏名	山崎 紗紀子
所属	人文科学研究科 文化基礎論専攻
学位の種類	博士（文学）
学位記番号	人博 第152号
学位授与の日付	令和元年9月30日
課程・論文の別	学位規則第4条第1項該当
学位論文題名	命題と証明の概念の哲学的基礎 ——多様な論理体系とその様相埋め込みを手がかりに
論文審査委員	主査 教授 岡本 賢吾 委員 教授 松阪 陽一 委員 准教授 佐野 勝彦(北海道大学)

【論文の内容の要旨】

本論では、命題が持つ、「推論の対象となる」という性質に着目し、このように特徴付けられた性質の中での命題概念には多様性や階層性があるということについて、様相同伴関係に着目することで、その説明を行う事を目指す。

推論の対象となる命題というものは、19世紀以来非常によく扱われてきた論理体系（例えば、直観主義論理(intuitionistic logic)）に登場するよく知られた命題に他ならないと見ることができるが、他方で、近年情報科学などの著しい発展に伴い、線形論理(linear logic)など、より繊細な論理的区別を具現する、多様な弱い論理体系が発見された。それに伴い、命題概念の多様性・階層性は一挙に広範なものとなったと考えられる。

論理学や情報科学での研究が進んだことにより、ある命題がどれほどの確定性や精確性を持つかは、その命題を構成し支配している論理法則の体系（いわゆる、「論理体系」）によって決定されるということも明らかにされてきた。命題についての考察に、論証や証明といった概念が重要な働きをするということが次第に明らかにされてきたのである。論証・証明概念を手掛かりに命題についての考察を行うためには、一つの論理的言語を定めることから始めなければならない。その際、どのような性質を持った、どのような範囲の諸命題を取り扱い対象とするのかを定め、これらの命題の間で、どのような推論を行うことが許されるのかを可能な限り正確に特定する必要がある。この二点を定めることで、様々な種類の命題の範囲を扱うことができるようになる。このとき、例えば、直観主義論理や古典論理(classical logic)などについて考えようとする際には、連言・選言・条件法/含意・否定といった文演算子の範囲を扱う論理体系を考えればよい。ただし、直観主義論理と古典論理などでも同じ種

類の演算子を扱っているが、各結合子について採用する公理や推論規則が異なるため、各論理体系ごとに扱うことのできる、つまり、証明することのできる命題の範囲（集合）には違いが生じてくると考えられる。そのため、命題の集合たちは、その大きさを基準とした、一定の階層構造を形成するのである。例えば、直観主義論理と古典論理では、その証明できる命題の集合が異なっており、古典論理の方が直観主義論理より大きな集合を持つ。

このとき、その各論理体系ごとに定められた、各々の命題概念は、各論理体系が目指す論証概念（帰結概念）を反映していると概ね考えて良い。では、このように各論理体系ごとに定められた命題概念、あるいは、論証概念たちの間にはどのような関係性があるのだろうか。この点を考察するために必要となる概念の候補は、様々に考えることができるが、本論では、その目的のため、様相概念を用いることとする。様相概念を扱うことのできる論理体系のことを、様相論理（modal logic）と呼ぶ。これに対し、直観主義論理や古典論理などは、非様相論理（non-modal logic）と呼ばれる。

一般に様相論理では、様相概念は、必然性や可能性と考えられることが多い。しかし、本論では、様相概念を、証明可能性や論証可能性といった概念と結びつけて考察を行う。このような読み方をすることが、命題概念の分析とどのように関係づけられるのかについては、K. ゲーデルが、1933年に一つの結果を与えている。ゲーデルは、直観主義論理がある種の翻訳のもとで様相論理 S4 に埋め込み可能であることを示したのである。これは、直観主義論理が様相論理 S4 を用いて解釈可能であるということを表している。非様相論理の一つである直観主義論理が特定の様相論理を用いて解釈可能であるということが知られ、直観主義論理以外の多様な非様相論理の体系も、それぞれ対応する様相論理を用いて解釈可能であるということが次第に明らかになってきた。この結果は、現代の論理学の用語で、様相同伴（modal companion）関係として知られている。そこで、本論では、様相同伴関係についての考察を中心とし、論証対象としての命題概念の多様性や階層性、命題と証明の関係性を明らかにする。