様相の現代論理とその哲学的射程
――反事実条件法・ゲティア問題・情報フロー――

細川雄一郎

平成 30 年 5 月

目次

第 1 章

序論：様相論理とクリプキ構造の哲学史における位置付け

本論文は、標準的な様相論理とクリプキ意味論を拡張し、古典的な哲学的問題に応用した結果を、二つ提出する。その二つとは、(1) 反事実条件文の従来の D. ルイスのものとは異なる形式化と、(2) 知識の定義に関わる代表的な認識論的問題、ゲティア問題および Red Barn 問題の形式化、である。

これら二つの結果を提示する前に、この序論では、次の問いについて考察する。つまり、そもそもなぜ、様相論理とクリプキ構造が、一般に哲学にとって有効な道具立てとなるのか、様相論理とクリプキ構造は、哲学史の中でどのように位置づけられるべきなのか、という問いである。本論文の二つの結果の哲学的意義を明らかにするためにも、この問いに対する見通しを、主にカントの「可能性」概念、そしてウィトゲンシュタインの「像」「モデル」概念に基づいて、以下に与えておく。この見通しは、上の二つの結果を提示した後、本論文の結論となる第 4 章においてさらに具体化される。

1.1 ライプニッツ・バウムガルテンからカントへ

様相論理は、「p」をある命題として、「p は可能である」を可能性演算子「$\Diamond$」を用いて「$\Diamond p$」と形式化し、この「$\Diamond$」を含む文の振る舞いを特定する論理体系である。他方、クリプキ意味論は、様相論理の開発に大きく遅れて、「$\Diamond p$」つまり「p は可能である」ということの意味を、「現在の状態から到達関係にある少なくとも一つの状態で p」と解釈することによって与えた、様相論理のモデル論的意味論である。つまり、様相論理とクリプキ意味論は、一対で合わせて、「可能性」概念を構文論と意味論の両面から論理学的に分析する理論、とみることができる。

ところで、哲学史の上で現在のわれわれにも素朴に理解できる伝統的な「可能性」の定

義がある。それは、カントが自身の形而上学講義の底本として使い続けたバウムガルテンの『形而上学』([9]) にある、次のものである。

> 表象可能なもの、矛盾を含まないあらゆるもの、A かつ非 A でないあらゆるものが、可能なものである。

この著作は、いわゆるライプニッツ＝ヴォルフ学派の形而上学を代表する著作であり、この定義は、その第一部「存在論」、「可能なもの」と題された第一節に置かれている。このことから思い起こされるとおり、この定義の背景には、よく知られたライプニッツの存在論がある。それは、存在するものの領域は、現実的に存在するものだけでなく、現実的には存在しないものも含む、「可能なもの」の広大な領域から成っており、実は、現実的に存在するものの領域は、その背後に広がる遥かに広範な「可能なもの」の領域、その一部を成すにすぎない、という存在論である。この存在論を背景として、バウムガルテンにおける「可能なもの」の領域とは、「矛盾を含まないもの」「A かつ非 A でないもの」の領域ということになる。

さて、翻って、ライプニッツからヴォルフを経て、直接にはバウムガルテンによって、この伝統的な存在論を背景とする「可能性」の定義を確実に受容したはずの当のカントにおいて、「可能性」概念が著しい複雑化を遂げていることは、誰の目にも明らかであろう。『純粋理性批判』に頻出するカントの「可能性」の用法は多岐にわたり、一つの用法を定めるのは困難であるが、しかしその中でも、有名なカテゴリー表の「様相」のうち、まさに「可能性」のカテゴリー使用のための原則が、中核的な「可能性」の用法を簡潔に定めていると考えられる。それは

> 経験の形式的諸条件（直観および概念に関する）と一致するものは、可能的である。[A218/B265]

という、「経験的思惟一般の要請」の第一命題として立てられたものである。この用法がカントにおいて中核的といえるのは、それが「経験の可能性」つまり「経験が成立するための直観および概念に関する一定の形式的諸条件」の解明を通じて、「可能な経験」つまり「そうした一定の形式的諸条件と一致した経験」の範囲を画定する、という『批判』の目的、カントにおける『批判』の意味に直結しているからである。そして、『純粋理性批判』の事業の困難を極める部分がまさしく「直観および概念に関する一定の形式的諸条件」の解明である以上、この、「直観および概念に関する一定の形式的諸条件に一致すること」という「可能性」の定義は、カントが受容したはずのバウムガルテンの定義よりも遥かに複雑な内容を蔵していることが容易に予想できる。

しかし、バウムガルテンからカントで起こった「可能性」の定義の複雑化には、ある基本的な考え方の継承があるということを見逃してはならないだろう。というのも、前者

の「矛盾を含まない」「A かつ非 A でない」ということもまた、矛盾律と呼ばれる一見無内容な、純粋に形式論理的なものであるとはいえ、かえってそのためにおよそ事物の成立のための第一条件と見なされてきた「形式的条件」の一つであって、こうした「形式的条件」の規準を満たすか否かに照らして、はじめて、「可能性」の意味がはじめて確定される、という洞察である。実際バウムガルテンは、先の『形而上学』第一部・第一節に続く節で、矛盾律に加え、排中律、同一律も導入しており、結局、バウムガルテンにおいて「可能なもの」とは、これら伝統的な形式論理の諸原理すべてを満たす限りの任意のもの、として特徴付けられる（岡本, 1995 [80]）。ここに継承されているのはつまり、「可能性」の意味とは、事物が成立するために満たさなければならない形式的条件から成る、「可能性」の規準である、という考え方である。

この観点からみれば、カントにおける「可能性」の定義の複雑化は、「可能性」の規準となる形式的条件の、たんに数的な豊富化ともみることができる。しかしそれでもやはり、バウムガルテンとカントの間には、そうした「形式的条件」の性格そのものに、質的な変化があることも見落としてはならないだろう。つまり、第一に、カントの「形式的条件」は、「経験の」という限定が付されている。そして第二に、カントの「形式的条件」は、「概念に関する」だけでなく、「直観に関する」、ということである。

これら二つの事柄はもちろん別々のことではない。第一の点は、いわゆる「コペルニクス的展開」が「可能性」概念にも直接波及したものと考えられる。つまり、「経験の［形式的諸条件］」という限定は、「可能性」の意味を確定する規準もまた、主観の側の形式的諸条件に従わねばならない、ということを宣言しているものと思われる。したがって第二の点も、それに必然的に伴う変更点であると考えられる。というのも、バウムガルテンの時点で導入されていたあの伝統的な形式論理の諸原理は、カントにおいては対象一般を思惟する形式として、悟性の領域に組み入れられる。従って、カントに至っては明確に、それら伝統的な形式論理の諸原理は、対象の側にあるのではなく、主観の側にある。ここで、あの「純粋悟性概念の演繹」と同じ課題が、「可能性」概念に関しても当然生じることになる。すなわち、主観の側の思惟に関する形式的条件が、どうして対象の側の「可能性」に関係しうるのか、言い換えれば、主観の側にある「可能性」の規準が、同時に、どうして対象の側の「可能性」の規準となりうるのか、という問題である。

1.1.1　可能性の図式

ここで、「図式」ならびにそれを産出する「構想力」が、「純粋悟性概念の演繹」の核心にあるとされることは、ハイデガー（[30]）のみならず、多くのカント解釈者が指摘するところである。悟性は、一般に構想力の産出する図式を介して、対象に関係する。それは、図式が対象の時間規定を含み、この時間規定が、当の対象に対する悟性使用の妥当性

の根拠となるからであるとされる。ところで、図式を産出する構想力は、それが図式において達成するものが対象の「時間」規定であることからも、直観の能力に属する。その意味で、カントにおいて「可能性」の定義を構成する形式的条件が「概念に関する」だけでなく「直観に関する」のは、単なる外的な補足ではなく、実はバウムガルテンの時点で潜在していた「可能性」という「純粋悟性概念の演繹」の問題が、カントにおいて顕在化したために、理論的に要請されたものであった（他ならぬバウムガルテンの「可能性」の定義の中の、「表象可能なもの」という要件が、この要請を予想していた）といえる。そしてその問題の解決とは、主観の側の思惟における「可能性」の形式的諸条件が、同時に対象の「可能性」の規準となりうるのは、「可能性」の図式が、当の対象の時間規定を含み、直接にはこの時間規定に対して、主観的思惟の側の形式的諸条件が妥当し、適用されるからである、というものである。ここで、

> 可能性の図式とは、各種の表象の総合を時間の諸制約一般に合致せしめることであり（たとえば、相互に対立したものは一つの事物（Ding）の中で共存することはできず、単に継起しうるのみである）、したがって一つの事物の表象を何らかの時間に限定することである [A144/B184]

このことと、一般に、

> 純粋悟性概念の図式は、これら純粋悟性概念を客観に関係せしめ、同時に意味を与えるところの、真にして唯一の条件である [A146/185]（強調原著）

ことから、カントにおいて、「可能性」の意味とはつまるところ、「可能性」の図式そのものに、すなわち、各種の表象の総合を時間の諸制約一般に合致せしめること、一つの事物の表象を何らかの時間に限定すること、に行き着くことになる。

可能性の図式の本質は、事物（Ding）の時間規定——表象としての事物の時間的諸制約による限定——である。ここでカントが「時間」というとき、そこでカントが語る時間構造は、「継起性」並びに「同時性」、そしてこの二つの関係の基体となる「常住不変性」、また量として考えられた場合の「連続性」、などといった構造的性質を備えた抽象構造であり、これは、「時間」の狭義の日常的意味に限定されない、事物一般に内在する根源的・普遍的なプロセス構造である、と言ってよい。その上で確認しておかなければならないことは、カントが「可能性」の意味の探究において、「可能性」の規準となる形式的諸条件をこえて、さらにその妥当性の根拠を、究極的には事物に内在する時間的プロセス構造の図式に求めていることである。この目的は、『純粋理性批判』全体の主旨からも明らかである。つまり、そうでなければ、カント以前の形而上学が陥ったように、また、カント以後のわれわれが繰り返しそれに陥る危険性があるように、「可能性」の概念はただちに「仮象」となりうる。事物に内在する時間的プロセス構造を、われわれ自身が直観ないし構想

し、われわれ自身の感性に従ってそれを図式化するのでなければ、当の事物の「可能性」は「仮象的」なものにすぎず、「実在的」なものにはなりえない。この、「仮象的可能性」と「実在的可能性」が区別されねばならないこと、そしてこの区別のために、「可能性の図式」が不可欠なものとして要請されること、このことこそが、カントの「可能性」概念の最も重要なポイントであろう。

さて、それでは、カントのいう「可能性の図式」とは具体的には一体いかなるものであるのか。カントが特に「可能性の図式」として挙げている例は見当たらないが、以下の図式一般の例が、その手がかりとなるだろう。

> [⋯] 図式（Schema）はやはり形象（Bild）とは区別されねばならない。たとえば私が5つの点を順次に打つ場合、・・・・・、これは5という数の形象である。これに反して、私が数一般を単に考える場合、それはさしあたり5でも100でもありえるが、その場合この思考はむしろ、ある特定の概念に従って、一つの集合量（Menge）（たとえば1000）を、一つの形象に表象する方法の表象（*die Vorstellung einer Methode*）であって、この形象そのものではない。このような形象を私は、1000というような集合量においては、見渡して概念と比較することは難しいであろう。そこで、このようにある概念にその形象を得させるという構想力のある一般的手続きの表象（*Diese Vorstellung von einem allgemeinen Verfahren*）を、私はこの概念に対する図式と名づけるのである。（強調筆者）[A140/B179-180]

> 三角形一般の概念には決していかなる三角形の形像も合致することはないであろう。なぜなら三角形の形象は、三角形の概念をして直角であろうと斜角であろうと、その他あらゆる三角形に適用せしめるところの、概念の普遍性に達することなく、つねにただ三角形の領域の一部に制限されているであろうからである。三角形の図式は決して思考の中以外のどこにも存在しえず、空間における純粋な形体に関して、構想力のもつ総合の規則を意味する。[A141/B180]（傍点筆者）

> 犬という概念は、私の構想力がそれに従って一定の四足獣を一般的に示すことのできる規則を意味するものであって、経験が私に与えてくれる何らか唯一特殊な形体や、あるいはまた、私が具体的に示すことのできるそれぞれの可能な形象に、制限されているものではない。[A141/B180]（傍点筆者）

1.1.2　カントの「図式」とウィトゲンシュタインの「像」

このように、カントにおいては、数、三角形、犬が例に挙げられ、それらの図式が、(1) 個別的な形象や形体そのものとは区別された、(2) それらを生み出す一般的な方法や規則

の表象、であることが、繰り返し強調されている。そして、

> 現象とそのたんなる形式とに作用するわれわれの悟性のこの図式性は、人間の心の内奥にひそむ隠された技術である。われわれが、この技術を自然から察知して真に会得し、それを明らかにすることは容易ならざることではあろう。[A141/B180]（傍点筆者）

と言われる。さて、カントの影響の憶測は控えるべきであるが、カント以後、上の (1)(2) の特徴をもつ独自の対象と、それを使用する人間の技術に焦点を当て、執拗にその観察を集積した仕事として、他に類を見ない仕事がある。それはウィトゲンシュタインの『数学の基礎』と呼ばれる一連の講義録 [20] と著作 [72] である。そこでウィトゲンシュタインは、この (1)(2) の特徴をもつ独自の対象のことを、「像 picture」ないし「モデル model」と呼ぶ。講義録と著作の両者に、この「像」「モデル」の比較的わかりやすい例として、あるパズルの解を示した次の図が登場する。

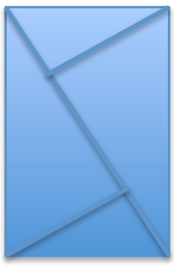

図 1.1

> われわれがみなこれらの小片を［長方形に］組み合わせようとして、それができないとしよう。そしてわれわれはみなこう言う——「これらは［長方形に］組み合わせることができない」。そのとき、誰かがこの図を書き、それを見てわれわれはこう言う——「結局、それは［長方形に］組み合わせることができる」。［このとき］われわれは彼が何を為したと言えるだろうか？
>
> ［というのも］彼は［現実には］何も組み合わせることをしていない。［そうではなくて］彼はわれわれにモデル model を与えたのである。［つまり］彼は、われわれがそれを見れば、これらの小片を［長方形に］組み合わせることが今や容易となるような、あるものをわれわれに与えたのである。——［このとき］もしわれわれが、「この図はそれを［長方形に］組み合わせることができることを示している」と言うならば、［そのとき］われわれは、「［長方形に］組み合わせることができる」ということに、ある新しい意味を与えたのである。そしてその意味は、われわれがこ

> れらの小片を弄くり回していた際にこの表現に結び付けていた意味とは異なるものである。［つまり］われわれはそれ［＝「［長方形に］組み合わせることができる」という表現］に、ある新しい規準を見つけたのである。（傍点筆者）

> この［「これらの小片は［長方形に］組み合わせることができる」という］証明において、何も［現実には］組み合わせられていない。［にもかかわらず］われわれはそれを、これらの小片が［長方形に］組み合わせることができることの証明と呼ぶ。なぜならそれは、これらのものがどのようにして［長方形に］組み合わせられることができるのか、についての、像 picture であるからである。それは、そのようなものが［長方形に］組み合わせられることの範例 paradigm である。そしてわれわれはそれをモデル model として用いることができるのである。（傍点筆者）

以上から、まず、少なくともこの時期のウィトゲンシュタインに至って、「像」は「範例」という概念を介して「モデル」とほとんど同義のものとして使用され、「モデル」もまた「範例」と訳されるのが適切であろうことが読み取れる。そしてこの「範例」の概念は、この直後、「比較の対象 object of comparison」「測定の単位 the unit of measurement」と比較される。

> 範例および比較の対象は、測定の単位の選択と同じように、有用 useful か有用でない useless かと言われうるのみである。

「比較の対象」「測定の単位」とのこの比較によって、ウィトゲンシュタインの「範例」の概念が、カントの「図式」の先験的性格――経験から生み出されるのではなく、むしろ経験をはじめて可能にする――と極めて類似した性格を有していることが推測される。つまり、「範例」は、それを現実と比較したり、それによって現実のあり方を測定・評価したり、それに従ってわれわれの行為を制御・規制したりすることによって、新たな「経験の可能性」を生み出す。その意味で、それは「できる」ということの、つまり「可能性」の新たな意味、「可能性」の新たな規準を与える。

それでは、上の例において、「可能性」の新たな規準となる、新たな形式的諸条件とはどのようなものであるのか。その中核にあるのは、(1) 上の図そのものに含まれている、当の小片がどのようにして［長方形に］組み合わせられることができるのか、という、その方法、手順、構成手続きの、時間的プロセスである。そして上の図それ自体は、当の時間的プロセスが完了した、その終極（テロス）における形態を示していると考えられる。さらにウィトゲンシュタインにおいては、(2) 上の図そのものには一見含まれていない、しかし上の図そのものが「有用 useful」な範例として効力をもつための、ふつう見過ごされている不可欠な条件もまた考察される。たとえば、上の図からその時間的プロセスをいわば解凍して読み取り、一連の実践に移すことのできるパズルのプレイヤーの存在と能力、

そして、小片が帯電して互いに近づけると反発し合ったり、何らかの理由でくっつけようとすると溶解したりするなどといった、異常な物理的条件が排除された、現実に与えられたパズルの素材や資源、プレイヤーを取り囲むその環境、である。

ここに、カントの「図式」概念との親和性とともに、ウィトゲンシュタインの「範例」概念に独自に起こっている特筆すべき展開が見られる。というのも、(1) はカントが突き止めたそれ自体極めて重要な、主観の側の感性的直観を総合して対象の時間構造を規定する先天的能力、つまり構想力の働きと重なる部分であるが、(2) は、カント自身も究極的にそこから自由ではありえなかった、近世哲学の感覚主義・主観主義を超え出る部分であるからである。つまり、上の図と次の図との比較による以下の注意書きからもわかるように、ウィトゲンシュタインにおいて、カントの「図式」に対応する「範例」の成立根拠は、主観の側の構想力だけではなく、当の図を取り巻く「ゲーム」の全体であることが明示されている。

図 1.2

> ［この顔の図］は、ある顔が描かれることができることの証明ではないのか？なぜ［第一の図］がある可能性を示すのに対して、「この顔の図」はそうではないのか？――しかし、われわれはこれ［＝この顔の図］があることを示すと言うことができる。というのも、ここには、誰かが子供に鉄の輪と、二つの角砂糖と、２本のチョークを与え、そして彼にそれらから一つの顔を作るように頼む、そのようなゲーム *game* があるかもしれないからである。その場合、この［顔の］図は、そうすることが可能であることを証明する。（傍点筆者）

カントにおいて、「図式」の時間的プロセス構造は、専ら主観の側の感性におけるア・プリオリな直観の総合能力、「構想力」によって産出されるのに対し、ウィトゲンシュタインにおいては、「範例」の時間的プロセス構造は、当の図を取り巻く「ゲーム」――あらゆる人間の実践、活動、そして自然プロセスを含む――全体によって立ち上がる。この対照によって指摘したいのは、カント的「図式」の主観性をそのまま許容し包括しつつ、それが表す時間的プロセス構造の客観的実在性を高めるものとして、ウィトゲンシュタイン的「範例」概念を評価することの有効性である。というのも、後者によれば、カント的「図式」の表す時間的プロセス構造の客観的実在性を、必ずしも「それに従ってはじめて経

験が可能になる／それに従わなければ経験が可能にならない」という形の先験的議論にのみ基づかせる必要はなくなる。つまり、「図式」を主観の認識プロセスだけではない、人間の実践・活動や自然プロセスまでも含み込む、ゲームというより広い文脈に位置づけ、当の「図式」がそのゲームの中で「有用 useful」であると判定されることによって、そのゲーム全体から必要とされ、その使用がプレイヤーに強いられ、ゲーム全体を成り立たせる不可欠な構成要素として要請されるにまで至って、よりこの現実に根差した、強固な客観性、実在性の根拠を獲得する、と考えることの有効性である*1

もちろん、ゲームという経験の可能性もまた、先験的に主観の側に基づける、といったカント的包含の方向の可能性も考えられるかもしれない。しかし、一般にわれわれが経験を超えた悟性の使用によって「仮象」に導かれないための「図式」の役割、特に「実在的」可能性を「仮象的」可能性から区別する、という「可能性の図式」のポイントを踏まえるならば、「図式」をその産出能力である「構想力」とともに、主観の側の感性の領域から、ゲームというより広い文脈に開放し、その地平で客観的実在性の根拠を広げることで、概念一般の、特に「可能性」概念の「実在性」を高める、という、カント的「図式」の文脈原理的・ゲーム論的基礎付けの試みをウィトゲンシュタインにみることの意義が、理解されるだろう。

さらに、図式を主観の感性の内にでなく、それを取り巻くゲーム全体の内に基礎付けることによって、可能性の図式の本質が、対象の時間規定に存する、ということの意味、「可能性」と「時間」の内的関係、も明瞭になる。というのも、なぜ対象の時間規定が、同時に、その対象の可能性を構成するのか、その可能性の客観的実在性を与えるのか、ということが、以下のカントの可能性の図式の定義を振り返っても、それ自体では直ちに明らかではないからである。

> 可能性の図式とは、各種の表象の総合を時間の諸制約一般に合致せしめることであり（たとえば、相互に対立したものは一つの事物の中で共存することはできず、単に継起しうるのみである）、したがって一つの事物の表象を何らかの時間に限定することである。[A144/B184]

しかし今、この可能性の図式を取り巻くゲームの全体それ自体が、当然時間的なプロセスの構造を備えていることを考え合わせるならば、上の定義の意図が、以下のように自然に補完される。つまり、ある事物の可能性がその事物の時間的プロセス構造を規定するこ

---

*1 この観点からすれば、もともとカントの先験的議論は、ウィトゲンシュタインの「ゲーム」を「主観の認識活動」に限局した場合の議論、として捉え直すことができるかもしれない。つまり、「図式」の客観的実在性は、「図式」が「主観の認識」というゲーム全体の成立にとって有用であり、不可欠な役割を果たし、当のゲーム全体をはじめて可能ならしめる、ということによって保証される、としてカントの先験的議論を再構成することができるかもしれない。

とによって構成され、客観的実在性を与えられるのは、次の理由による。すなわち、ある事物の時間的プロセス構造を規定することは、当の事物の時間的プロセス構造が、それを取り巻くある現実的なゲーム（自然プロセスを含む）の時間的プロセス構造の内に何らかの仕方で適合し、当の現実的なゲームの時間的プロセス構造の内部で、それが実現されるように規定することだからである。このとき、ところでわれわれは、カントが執拗に注意したように、物自体の時間的プロセス構造自体には直接アクセスすることはできない。したがって、現実的に与えられたゲーム実践（自然プロセスの発現を含む）の時間的プロセス構造の把握と、同時に、その内部に適合しその内部で実現されるように定められる事物の時間的プロセス構造の規定は、物自体ではなく、物自体の現象の総合的統一、すなわち「構想力」による「図式」を介してのみ、はじめてもたらされる。

1.1.3 「図式」「像」としての状態遷移図

このことは実は、カントの時代よりも、現代のコンピューター科学の実践とその所産に接する現代のわれわれの方が、はるかに理解しやすい立場にある。というのも、次の図は、ある単純化された自動販売機の設計を表す、コンピューター科学における「状態遷移図」の一種である。

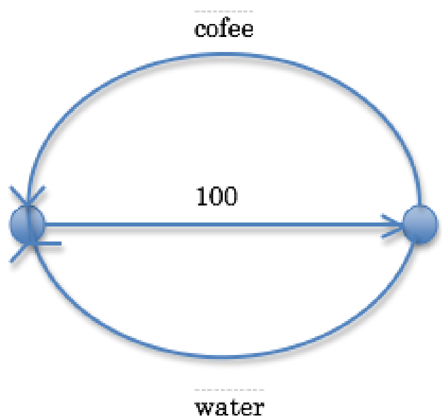

図 1.3

これは、この自販機が、(a)100 円を入れると、(b) コーヒーか水を出す、そのような時間的プロセス構造をもつ事物であることを示している。われわれは、このような事物が実際に可能であることを、ただちに直観する。しかしそれは実は、カントが上の引用で表面上述べているように、(a)(b) のプロセスが、たんにそれ自体で矛盾しない継起的構造をもつ、という根拠だけによるのではない。そうではなく、われわれが上の事物の実在的な可能性を直観するのは、それ以前に、大きく分けて以下の二種類の根拠による。

第一に、(1) われわれは、(a)(b) のプロセスがその中で適合し実現されるところの、現実的なゲームの存在、その時間的なプロセスの構造を、すでに先行的に把握している。具体的には、われわれは暗黙に、以下の状態遷移図に表される、(a)(b) のプロセスがそれに適合するところの、当のゲームの断片的な部分構造を把握している。

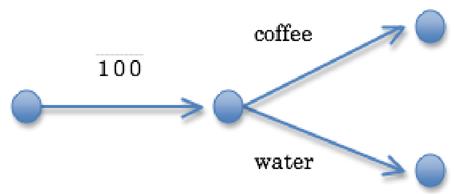

図 1.4

この図は、(a') 100 円を出して、(b') コーヒーか水を買う、そのような人間の消費活動があることを示している。例えばこうした人間の消費活動の時間的なプロセス構造、それを取り囲むゲーム全体の構造が、すでに現実的に存在することを先行的に把握していることによって、われわれは当のゲームに適合する上の自販機の実在的な可能性を、はじめて直観するのである[*2]。

第二に、(2) われわれは、それが必ずしもわれわれ自身である必要はない、図 3 の「状態遷移図」をそれが意図する自販機の「仕様 specification」として読み取り、その「実装 implementation」を与える、エンジニア（技術者）の存在とその能力があることを知っている。クライアントによって要求された自販機を設計し、現実に自販機を組み立てる彼らの活動もまた、それ自体、図 4 のような「状態遷移図」によって原理的に表される、時間的なプロセス構造である。またさらに、一般にわれわれがその詳細に精通していることはないが、そのためにふつう見過ごされ潜在化されている時間構造があることを、われわれは思い出すことができる。それは、エンジニア（技術者）たちが自販機の実装に用いる、正常な物理的条件に従った、その素材や資源、設備、環境である。これらもまた、図 3 の

[*2] 主題上今は置くが、このときこうした自販機の実在的な可能性の導入に伴って、もともとの人間の消費活動というゲーム全体のあり方が大きく変化し拡張されることが、容易に想像される。これと類比的なことが、数学というゲームにおいてはそのゲームの本性上起こるということが、ウィトゲンシュタインの「証明は命題の意味を変える」という趣旨の所見に表される『数学の基礎』の核心的主題であると思われる。つまり、数学的な対象や概念の実質的な導入は、一般にそれを定義する数学的命題（公理の形をとる場合が一般的である）と、さらにその定義（公理）を利用した数学的命題の証明によって行われる。この命題の証明は、通常その命題の「正当化」であると言われるが、しかしウィトゲンシュタインが観察したこの「正当化」の実質はといえば、実は、当の命題と、それ以前に存在している数学的命題／概念／対象との、内的関係を構築すること、その意味でそれ以前に確立されている数学的活動の断片と適合すること、以上の何ものでもない。この内的関係の構築、数学的活動の断片との適合によって、当の数学的命題／概念／対象は、数学的活動全体における新たな役割・機能を与えられ、逆に、数学的活動全体は、こうして与えられた当の数学的命題／概念／対象の新たな役割・機能によって、本質的な変化と拡張をもたらされる。

自販機の「状態遷移図」の物理的基盤となる下部構造・周縁構造として、時間的なプロセス構造を備えている（安定性・恒常性もまた時間的なプロセスである）。

こうして、われわれが図 3 の自販機の実在的可能性を直観する根拠として、(1) の側面は当の自販機の「使用 use」を、(2) の側面は当の自販機の「構成 construction」を、与えているといえる[*3]。先のウィトゲンシュタインの『数学の基礎』における、パズルの解の例（図 1 ）の一つの重要なポイントは、自販機のような通常の対象とちがって、数学的対象においては、この (1) 「使用」の側面と (2)「構成」の側面とが分離できない、ということであると思われる。つまり、パズルの解の場合は、それが範例としてどのように使用されるかが理解されるのと同時に、その範例としての存在がすでに構成されている。そして、このポイントはまた言語的対象一般において同様であるということが、フレーゲにおいて「数学」の哲学から「言語」の哲学が誕生した、その出生の必然性の根拠であると思われる。[*4]

しかし今われわれにとってのポイントは、(1) の「使用」の側面にせよ、(2) の「構成」の側面にせよ、これらはどちらもその本性上、それ自体時間的なプロセス構造として把握される、ということである。つまり、当の事物それ自体の時間的プロセス構造の規定だけでなく、当の構造の「使用」と「構成」、少なくともこれら二種類の時間的プロセス構造の先行的な把握が与えられ、前者の規定が、後者二種の把握に適合することを根拠としてはじめて、われわれは当の事物の実在的な可能性を直観する、と考えられる。

さて、図 3 や図 4 は、コンピューター科学における「状態遷移図」の一種であると述べた。これらの図は、より正確には「ラベル付き遷移構造」と呼ばれ、クリプキ構造が 1980 年代からコンピューター科学に本格的に導入され「状態遷移図」として理論的に応用されたものである。そして実際上も、クリプキ構造は、上のような自販機に例示される、われわれが日常的に利用する現実的なシステムの設計・開発・モデリングのために応用されている。この実際的な意味において、クリプキ構造は、分析哲学における「可能世界意味論」としての受容とは独立に、コンピューター科学の側で、実用的なシステムのまさに「可能性の図式」として受容されているということが、上の自販機の例によってある程度明らかになったのではないだろうか。

つまり、クリプキ構造はふつう分析哲学の脈絡においては、形而上学的な「可能世界の宇宙」を表すものとして、専らライプニッツの「可能世界」の着想と「可能世界論」の構想にのみ、ほとんど離散的に結び付けられてきた、と言える。しかし、以上を通じて顕在

[*3] 現代のコンピュータ科学の用語でいえば、(1) の側面は自販機の「仕様」を、(2) の側面は自販機の「実装」を、与えている、と言い換えられてよい

[*4] したがって、現代のコンピュータ科学の用語でいえば、数学的対象、より一般には、言語ゲーム的対象においては、「仕様」の段階と「実装」の段階が分離できない、と言い換えても、それほど事の本質を取り逃がさないように思われる。

化したと思われるのは、クリプキ構造が、それがコンピューター科学における実際的な受容において眺められた場合、少なくともライプニッツからバウムガルテン、カント、ウィトゲンシュタインにまで脈打つ、「可能性」概念の客観的実在性の根拠を明らかにする哲学的探究の先端に、「可能性の図式（像／モデル）」の正統な継承概念、その技術的具体化として、連続的に位置づけられる、という見通しである。

1.1.4 本論文の構成

本論の第 2 章は以上の見通しに基づいて、「反事実条件文」のクラスのうちに、客観的実在性を有するもの、たんに主観的な「仮象的可能性」にではなく、客観的な「実在的可能性」に関わるもの、が確かに存在することを前提する。その上で、それら実在的可能性に関わる反事実条件文は、D. ルイスによる従来の分析のように、初めから現実世界と可能世界の間の「類似性」の概念によって分析される必要はなく、現実の環境を一種の「実時間計算システム」と捉えたときの「時間性」によって分析されることで十分であること、それればかりか、後者によれば前者よりも遥かに肌理の細かい反事実条件文の分析が可能となること、を提案する。しかもその際、D. ルイスによる分析の数学的な実体である球体系 $ を、分岐時間モデルから技術的に再構成することによって、それが必ずしも「類似性」の概念によって解釈される必要はなく、ごく基本的な時間概念によって解釈できることを示す。

本論の第 3 章は、複数のクリプキ構造を同時に記述する多領域様相論理 Many sorted Hybrid Logic (MSHL, 付録 A 参照) [*5]を用いて、ゲティア問題と Red Barn 問題の形式化を行う。この出発点は、ゲティア問題と Red Barn 問題のシナリオにおける「強い証拠からの推論」が、蓋然的な常識的相関関係によるものである、という事実の観察である。MSHL のモデルと言語は、この常識的相関関係を、複数の分散した領域の関係としてモデル化した上で、その関係を明示する様相論理式によって記述する。これにより、ゲティア問題と Red Barn 問題は、 知識概念についての重要な批判と洞察を含んでいたことを、論理学的に明らかにする。

本論文の結論となる第 4 章は、第 2 章と第 3 章で提出されたクリプキ構造と様相論理による具体的成果を、この序論に引き続きカントとウィトゲンシュタインの論理思想の下に位置付ける。より限定していえば、『論考』における「写像の論理」および『純粋理性批判』における「超越論的論理学」の構想、その具体的実現の一部として、本論の第二部と第三部の成果が位置付けられることを述べる。さらにこれによって逆に、一方で「写像の論理」における（命題による可能的事態の）「投射 projection」と呼ばれる現象のメカニ

[*5] このシステムは 2013 年から佐野勝彦氏（現・北海道大学）と共同開発したものである。

ズム、他方で「超越論的論理学」における「様相」のカテゴリーを切り口とした諸カテゴリーと連続性の関係について、明確な見通しをもつことができることを提案する。

最後に付録として、佐野勝彦氏（現・北海道大学）と共同開発した Many sorted Hybrid Logic の、シンタクス／セマンティクス／公理化／健全性／完全性／その応用をまとめたものを提示しておく。これらは技術的事項であるため、その正確な表現を期して、原案の英語のまま採録することとした。

第 2 章

反事実条件文の再分析

2.1　作用を含む反事実条件文推論の動態論理による形式化

2.1.1　自然言語の論理学的形式化のためのフレーゲ的指針

反事実条件文を形式化し意味論を与える試み——スタルネイカー（[64]）、D. ルイス（[41]）をはじめとする——において、暗黙のうちにあるいは無意識に広く受け入れられている前提がある。それは、すべての反事実条件文が、その文形成としては、命題論理の実質含意「→（ならば）」と類比的な、二項文結合詞で形式化されるのが自然である、という純粋に構文論的な前提である。この、すべての反事実条件文が二つの文をある結合詞で合成したものとして形式化される、という前提は、本当に強制的なものだろうか。

ところで、ある文の論理学的形式化が自然であるといえる根拠、ある文を当該の論理的演算子で形式化することが適切であるといえる根拠の提示は、以下の手続きを含む。まず、(1) そもそも形式化をめざす自然言語の文が、現実の推論実践の中で空疎でない役割を担って使用される、つまり、その文を本質的に含む推論実践が存在する、ということが与えられなければならない。（逆に、そのような推論実践が存在しなければ、当該の文を何らかの論理的演算子によって形式化することの主要な動機付けは失われるだろう。）その上で、(2) その文が他の文からどのように帰結され、他の文をどのように帰結するか、その論理的法則性の観察に基づき、(3) その論理的法則性を厳密に、できるだけ単純に見通しよく説明する推論規則をもつ論理的演算子を採用して、当該の文のもつ文構造、シンタクスを再構成しなければならない。——おおよそ以上のような手続きが、自然言語の論理学的形式化、ということで筆者が念頭に置いているものである。

ここで、本章の目標の類比的理解のため、以上のような手続きが実現された（と少なくとも理想化できる）古典的範例を振り返っておくことにすると、（純粋な自然言語ではなく）数学の言語における極限の慣習的な記法「$\lim_{x\to a} f(x) = l$（$x \to a$ における $f(x)$ の極

限値は l である)」があげられよう。まず、(1) この式（文）は、いうまでもなく数学の推論実践で重要な役割をもつものとして使用されている。しかし、(2) その推論実践をみれば、この等号「=」を含む式は、算術法則による式変形によって得られるわけでもなければ、不可識別者同一の原理のようなものによって得られるわけでもないことがただちに反省される。そこで、「$x \to a$ における $f(x)$ の極限値は l である」という事実を正当化する際、どのような事実の成立が必要十分か、あるいは、「$x \to a$ における $f(x)$ の極限値は l である」という事実が正当化された際、実際に導かれるべき帰結の範囲はどこまでか、どのような帰結を排除したいか、ということがさらに詳しく観察されることになる。（このような観察のうちにはたとえば特に重要なものとして、元の式の l を $f(a)$ で置き換えたもの「$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$（$x = a$ において $f(x)$ は連続である)」によって、どのような関数を連続であるものとして許容し、連続でないものとして排除するか、ということも含まれる。）そしてその結果得られた当の式のいわば推論ポテンシャル[*1] を明示するために、結局自然言語の断片を援用し、「どんな小さな正の数 ε に対しても、ある正の数 δ があって、$0 < |x - a| < \delta$ ならば $|f(x) - l| < \varepsilon$」と定義し直されることになる。そしてこの当の式の推論ポテンシャルを反映した再定義に基づき、(3) この定義に現れる自然言語の「どんな」「ある」の論理的法則性を、汎化、例化という形で厳密かつ単純に説明する推論規則をもつ「∀」「∃」のフレーゲによる“発見”を通して、よく知られた述語論理による形式化「$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x\,(0 < |x - a| < \delta \to |f(x) - l| < \varepsilon)$」が得られる。このとき、元の式の二項述語「=」は跡形もなく消え去り、量化詞「∀」「∃」（および「→」）による論理学的形式化がまさしく自然で適切であることがこの場合もはや「自明」とみなされることになる[*2]。

本章で目指すある特定の種類の――つまり前件に行為、作用 action を表す動詞を含む形の――反事実条件文の形式化は、以上のような単純化と理想化を含む歴史的成功を模範とすることによって進む。つまり、 (1) そのような反事実条件文を前提と帰結にもつ単純な推論が正当化される状況を提出する。 (2) その推論における前提によって成立する事実の範囲を必要十分に描写するモデル（クリプキ構造のわずかな拡張であるラベル付き遷移構造）を観察する。このとき、その推論における帰結がこの事実の範囲に確かに含まれていることを確認する。(3) その推論における帰結が前提からシンタクスの上でも確かに導かれることを正当化する、できるだけ単純な推論規則をもつように、前提と帰結に現れる

[*1] この語は飯田隆著『言語哲学大全 I』([6]) p. 34「論理的ポテンシャル」および R. B. ブランダム著 Making It Explicit （[2]）のたとえば p. 90「推論役割 inferential role」からとられたものであるが、両者の本質的アイディアを損なうことなく含むものとして、現代論理学のもう一人の祖 C. S. パースのプラグマティシズムを反映するものであることを指摘しておきたい。その解説としては、伊藤邦武著『パースのプラグマティズム』([7]) を参照。

[*2] 岡本賢吾「算術の言語から概念記法へ（１）――フレーゲの初期の体系をめぐって――」([10])、特に p. 27 および p. 35 を参照。

すべての反事実条件文を形式化する。

ただし、この手続きを遂行する上で、状況はフレーゲが置かれていたよりもはるかに恵まれていると言える。それは上の解析学の例よりもこれから取り上げる例が卑近なものであることもそうであるが、それ以上に、われわれは今また新しく論理的演算子を“創出”する必要はない、ということである。そうではなく、実はわれわれには反事実条件文の代替的形式化を強く示唆する道具立てがすでに整えられている。その道具立てとは、通常の様相演算子‘□’に添字を付けた多種様相演算子である。というのも、この演算子の表現力を最も素直に生かした理論コンピュータ科学の言語 Hennessy-Milner logic (HML) と Dynamic logic (DL)——これらを総称して動態論理と呼ぶことにする——の式をみてみると、「プログラム a を実行すればプログラム b が実行できる」と自然言語では条件文として表現されることが、‘$[a]\langle b\rangle\mathtt{tt}$’と二項文結合詞をいっさい使用しない形で書かれる[*3]、ということが、ありふれた事実として観察されるからである。こうした自然言語とは独立の「他言語」の観察を手がかりとして、これからみる反事実条件文の推移的推論は、よく知られた通常の様相論理の基本的推論規則をわずかに拡張したもので正当化されることが判明する。以下、その反事実条件文の推移的推論の例を提示し、それに対する D. ルイスの方針に沿った形式化とその含意を確認したあと（以上、2.1.2-2.1.4)、動態論理の表現力を導入し（2.1.5)、それを用いた代替的形式化とその含意をみる（2.1.6)。その上で、二つの形式化の重要な比較を行う（2.1.7)。

2.1.2 作用を含む反事実条件文の推移的推論と D. ルイスによる形式化 (1)

次のような状況を考える。

> （状況）翌朝までに論文を提出しないといけない哲学研究者 I がいて、指導教員に論文を書き終えるまでは研究室から出ないように言われている。その研究室には 100 円で水とコーヒーが買える自販機が置いてある。彼の所持金は 100 円であった。夜更けになって彼は眠くなり、そこで彼はコーヒーを買おうとしたのだが眠気で誤って水の方のボタンを押してしまう。このとき、彼は次のように後悔する——「水を押さなかったらコーヒーが買えたのに！（If I had not pressed the water button, I could buy a can of coffee!)」。（この後、彼は案の定眠ってしまい、起きた時にはもう朝だった。）

ただし、この状況の背景として、さらに次のことが与えられているとする。

> （背景 1）カフェインには実際に覚醒作用がある。

[*3] ‘tt’ はどんな状態でも成り立つ性質を表す式、トートロジーと考えてよい。

（背景 2）哲学研究者 I は以前何度か同じ状況に置かれたが、これまでは誤って水の方のボタンを押すことなくコーヒーを買い、翌朝までに論文を提出することができた。

さて、この状況で、水ボタンを押してしまった I は、次のような正しい推論ができるように思われる。われわれは、なぜ次のような推論が可能なのか、正当化されるのかを分析したい。

$$\frac{\begin{array}{c}\text{水を押さなかったらコーヒーが買えたのに}\\ \text{コーヒーが買えたら論文が書けたのに}\end{array}}{\text{水を押さなかったら論文が書けたのに}}\ (N1)$$

そこでまず、この三つの反事実条件文から成る推移的推論といえる $(N1)$ を、現在でも標準的である D. ルイスの二項文結合詞 ‘$\Box\!\!\rightarrow$’ を用いて形式化することを試みよう。このとき、

$p :=$ I did not press the water button
$q :=$ I buy a can of coffee
$r :=$ I finish writing my paper
$\Diamond q :=$ I can buy a can of coffee
$\Diamond r :=$ I can finish writing my paper

として、第一案は $(L1)$ となるが、これは (FT) の形をしており、ルイスのセマンティクスでは妥当にならない、「推移性の誤謬（fallacy of transitivity）」とルイスが呼ぶ非妥当な推論パターンに分類されてしまう[*4]。

$$\frac{\begin{array}{c}p \;\Box\!\!\rightarrow (\Diamond q)\\ (\Diamond q) \;\Box\!\!\rightarrow (\Diamond r)\end{array}}{p \;\Box\!\!\rightarrow (\Diamond r)}\ (L1) \qquad \frac{\begin{array}{c}\varphi \;\Box\!\!\rightarrow \psi\\ \psi \;\Box\!\!\rightarrow \chi\end{array}}{\varphi \;\Box\!\!\rightarrow \chi}\ (FT)$$

しかし、自然言語による推論 $(N1)$ を次の推論を省略したものと解釈し、

$$\frac{\begin{array}{c}\text{水を押さなかったら（水を押さず）コーヒーが買えたのに}\\ \text{（水を押さず）コーヒーが買えたら論文が書けたのに}\end{array}}{\text{水を押さなかったら論文が書けたのに}}\ (N2)$$

これに応じてルイスの形式化を $(L2)$ とすれば、この推論は妥当になることがルイスのセマンティクスで確かめられる。一般に、(VT)[*5]の形の推論パターンはルイスのセマン

[*4] [41], pp. 32-34。
[*5] valid transitivity の略。[41], p. 35。

ティクスで妥当である*6。

$$\frac{\begin{array}{c} p \;\Box\!\!\rightarrow (p \;\&\; \Diamond q) \\ (p \;\&\; \Diamond q) \;\Box\!\!\rightarrow (\Diamond r) \end{array}}{p \;\Box\!\!\rightarrow (\Diamond r)}\;(L2) \qquad \frac{\begin{array}{c} \varphi \;\Box\!\!\rightarrow (\varphi \;\&\; \psi) \\ (\varphi \;\&\; \psi) \;\Box\!\!\rightarrow \chi \end{array}}{\varphi \;\Box\!\!\rightarrow \chi}\;(VT)$$

2.1.3　作用を含む反事実条件文の推移的推論の D. ルイスによるモデル化

ここで、(FT) したがって $(L1)$ を非妥当にし、(VT) したがって $(L2)$ を妥当にする、ルイスの反事実条件文のモデルは、以下のようにして与えられる。まず、可能世界の集合 W が与えられているとする。このとき、W 中の各可能世界 w に対して、その周囲に w の単元集合（w だけを要素としてもつ集合）$\{w\}$ を中心として、互いに同心円状の包含関係によって並べられた可能世界の集合たちを割り当てる、そのような関数 '\$' を用意する。この関数 \$ のことを、ルイスは 「球体系 system of spheres」と呼ぶ*7。厳密には、このような関数 \$ を与えるためには、W を始域とし、W の部分集合の集合 $\mathcal{P}(\mathcal{P}(W))$ を終域とする関数 $\$: W \to \mathcal{P}(\mathcal{P}(W))$ に対して、次の条件を課せばよい*8。ただし以下、$\$(w)$ のことを $\$_w$ と表記し、これを w における球体系と呼ぶ。

(\$-C)　$\{w\} \in \$_w$.（$\$_w$ は w に中心化されている。）
(\$-1)　If $S, T \in \$_w$, then $S \subseteq T$ or $T \subseteq S$.（$\$_w$ は包含関係について全順序である。）
(\$-2)　If $\mathcal{S} \subseteq \$_w$, then $\bigcup \mathcal{S} \in \$_w$.（$\$_w$ は任意の集合族の和について閉じている。）
(\$-3)　If $\mathcal{S} \neq \emptyset$ and $\mathcal{S} \subseteq \$_w$, then $\bigcap \mathcal{S} \in \$_w$.（$\$_w$ は非空な集合族の共通部分について閉じている。）

こうして与えられる $\$_w$ は、$\{w\}$ を中心に同心円状の包含関係に並べられた集合の族となり、これは直観的に、同心円の中心 $\{w\}$ に近づけば近づくほど、つまり w を要素としてもつ集合として小さければ小さいほど、現実世界 w に類似した可能世界たちを含むものと考えられる。このとき、同心円構造 $\$_w$ で最も小さい集合 $\{w\}$ の唯一の要素 w 自身が、現実世界 w に最も類似した世界と見なされる。

この $\$_w$ の下で、「$\varphi \;\Box\!\!\rightarrow \psi$（$\varphi$ だったら ψ だろう）」の真理条件は、次によって与えられる*9。

w で $\varphi \;\Box\!\!\rightarrow \psi$ が真となるのは、次の場合であり、次の場合に限る。すなわち、

*6 [41], p. 35。
*7 [41], p. 14。
*8 [41], p. 14。
*9 [41], p. 16。

($\Box\!\!\rightarrow$1)　$\$_w$ 中のどの集合 S にも、φ が成り立つ世界は存在しないか、または
($\Box\!\!\rightarrow$2)　$\$_w$ 中のある集合 S があって、
(a)　S は少なくとも一つ φ が成り立つ世界を含み、かつ
(b)　S 中のすべての世界で $\varphi \rightarrow \psi$ が成り立つ。

形式的には、

$w \models \varphi \Box\!\!\rightarrow \psi$
iff
($\Box\!\!\rightarrow$1)　$\neg\exists S \in \$_w \exists w' \in S(w' \models \varphi)$ or
($\Box\!\!\rightarrow$2)　$\exists S \in \$_w($
(a)　$\exists w' \in S(w' \models \varphi)$ and
(b)　$\forall w' \in S(w' \models \varphi \rightarrow \psi))$

となる。($\Box\!\!\rightarrow$1) は、現実世界に類似した世界のうち、φ が成り立つ世界がどこにも存在しない、という理由のために、$\varphi \Box\!\!\rightarrow \psi$ の反事実条件文全体が空疎に真とされる場合である。対して ($\Box\!\!\rightarrow$2) が、これまで広く受け入れられてきた反事実条件文の真理条件の実質的な部分である。これは、現実世界 w との一定の類似度を下回らない可能世界の集合で、φ が成立する可能世界を含む集合が見つかり、しかもその集合の全域で、φ が成立する可能世界では、ψ も成立している、ということを述べている。「φ であること以外は現実世界に最も類似した可能世界のどこでも ψ」としてふつう解説される $\varphi \Box\!\!\rightarrow \psi$ の真理条件は、このことを直観的に理解しやすく述べたものに他ならない。

このとき、($\Box\!\!\rightarrow$2) は、$[\![\varphi]\!]$ を φ が成り立つ可能世界の集合とする、つまり、

$$[\![\varphi]\!] = \{w \in W \mid w \models \varphi\}$$

とすると、集合論の言語で

$\exists S \in \$_w($
(a)　$S \cap [\![\varphi]\!] \neq \emptyset$ and
(b)　$S \cap [\![\varphi]\!] \subseteq [\![\psi]\!])$

と表せる。

さて、以上の $\Box\!\!\rightarrow$ の真理条件の下で、(FT) の反例モデル、したがって $(L1)$ の反例モデルは、次の図 2.1 によって与えられる。つまり、以下で $\varphi \Box\!\!\rightarrow \psi$ と $\psi \Box\!\!\rightarrow \chi$ はともに w で真であるのにもかかわらず、$\varphi \Box\!\!\rightarrow \chi$ は w で偽である。

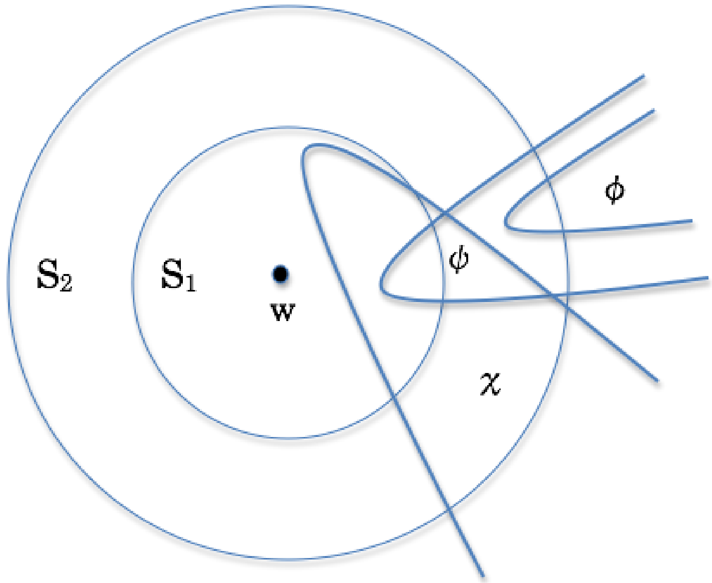

図 2.1

一方、(VT) が反例モデルをもつ可能性がないこと、したがって $(L2)$ が反例モデルをもつ可能性がないことは、次の図 2.2 を見れば直観的に理解できるだろう。

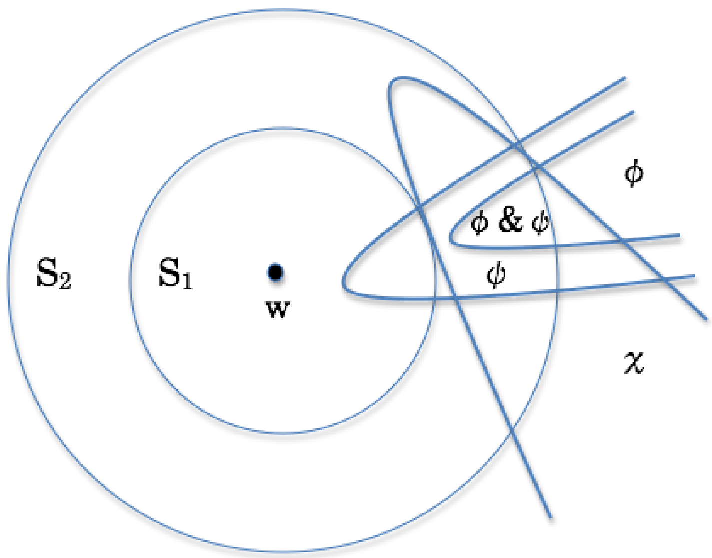

図 2.2

2.1.4　作用を含む反事実条件文の推移的推論の D. ルイスによる形式化 (2)

ところで、ルイスが $\Box\!\!\rightarrow$ に与えたセマンティクスの上でのこうした事実に比べあまりよく知られていない事実であるが、これに対応するシンタクスの上での (VT) したがって $(L2)$ の正当化（演繹）は、ルイスが $\Box\!\!\rightarrow$ に与えた公理系 V の内部で、命題論理と、次の推論規則と公理によってなされる。*10

【Deduction within Conditionals】　任意の $n \leq 1$ について、

$$\frac{(\chi_1 \ \& \ ... \ \& \ \chi_n) \rightarrow \psi}{((\varphi \Box\!\!\rightarrow \chi_1) \ \& \ ... \ \& \ (\varphi \Box\!\!\rightarrow \chi_n)) \rightarrow (\varphi \Box\!\!\rightarrow \psi)} \ DWC$$

【VC 公理 (5)】

$$\vdash (\varphi \Box\!\!\rightarrow \neg\psi) \vee (((\varphi \ \& \ \psi) \Box\!\!\rightarrow \chi) \leftrightarrow (\varphi \Box\!\!\rightarrow (\psi \rightarrow \chi))) \quad \cdots VCA(5)$$

【(VT) の V での演繹】

1. $\varphi \Box\!\!\rightarrow (\varphi \ \& \ \psi)$　前提
2. $(\varphi \ \& \ \psi) \Box\!\!\rightarrow \chi$　前提
3. $(\varphi \Box\!\!\rightarrow \neg\psi) \vee \neg(\varphi \Box\!\!\rightarrow \neg\psi)$　PC
4. $\neg\psi \rightarrow (\psi \rightarrow \chi)$　PC
5. $(\varphi \Box\!\!\rightarrow \neg\psi) \rightarrow (\varphi \Box\!\!\rightarrow ((\psi \rightarrow \chi)))$　4, $DWC(n=1)$
6. $\neg(\varphi \Box\!\!\rightarrow \neg\psi) \rightarrow (((\varphi \ \& \ \psi) \Box\!\!\rightarrow \chi) \leftrightarrow (\varphi \Box\!\!\rightarrow (\psi \rightarrow \chi)))$　$VCA(5)$, PC
7. $\neg(\varphi \Box\!\!\rightarrow \neg\psi) \rightarrow (\varphi \Box\!\!\rightarrow (\psi \rightarrow \chi))$　2, 6, PC
8. $\varphi \Box\!\!\rightarrow (\psi \rightarrow \chi))$　3, 5, 7, PC
9. $((\varphi \ \& \ \psi) \ \& \ (\varphi \rightarrow \chi)) \rightarrow \chi$　PC
10. $((\varphi \Box\!\!\rightarrow (\varphi \ \& \ \psi)) \ \& \ (\varphi \Box\!\!\rightarrow (\psi \rightarrow \chi)) \rightarrow (\varphi \Box\!\!\rightarrow \chi)$　9, $DWC(n=2)$
11. $\varphi \Box\!\!\rightarrow \chi$　1, 8, 10, PC

【$(L2)$ の V での演繹】

上で $\varphi := p, \psi := \Diamond q, \chi := \Diamond r$ とすればよい。

ところで、われわれの問いは、なぜ自然言語の反事実条件文の推移的推論 $(N1)$ が可能なのか、正当化されるのか、であった。この問いに対する——$(N1)$ を $(N2)$ の省略と解釈した上での——以上のルイスの方針に沿った最もありうると思われる純粋に形式的技術的な、シンタクティカルな解答をひとまず明確にしておけば、それは、命題論理と $\Box\!\!\rightarrow$

*10 [41], p. 132。

のもつ推論規則 DWC と公理 $VCA(5)$ によって、というものであろう。これはつまり、$(N1)$ の背景にはこうした規則の原形が陰伏的潜在的に働いており、それを抽出し純化したものが命題論理と $\Box\!\!\rightarrow$ を支配する DWC と $VCA(5)$ である、ということである。直観的に DWC は、現実に成り立つ含意関係は φ という反事実的前提状況のもとでも保存される、ということを述べており、$VCA(5)$ は、φ という反事実的前提状況が ψ と矛盾しない場合、φ と ψ が成り立つ前提状況が χ を伴うことと、φ が成り立つ前提状況では ψ が χ を含意することは同じことである、ということを述べている。われわれが反事実的な状況を前提にして推論する際、十分明確化されないままこのような原理に実際に従っているということは確かにありうることであり、自然言語に含まれる論理的概念の発掘、精錬としても生産的なものであると認めてよいと思われる。[*11]

2.1.5　ラベル付遷移構造と HML および DL の表現力

だが、実は、われわれに用意されている解答は、このように二項文結合詞の推論規則と公理を定めることによって与えられるものだけではない。そのことを見るために、以上のルイスの方針とは別のアプローチで $(N1)$ の形式化を行うことを考える。この形式化のために観察すべき事実は、先の状況を次のように通常のクリプキ構造の到達可能性関係の上に添字をのせたラベル付遷移構造でモデル化することによって得られる。

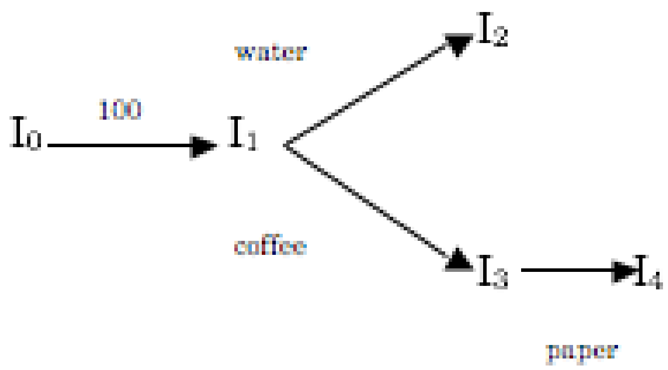

図 2.3

各ノードは哲学研究者 I の状態、矢は I の状態の遷移、矢の上の添字（ラベル）は状態遷移の仕方の種類を表している。（状況）を振り返ると、それは「$I_0 \xrightarrow{100} I_1 \xrightarrow{\text{water}} I_2$」という I の状態の系列が I にとって今回初めて現実になってしまった、ということとして上のラベル付遷移構造上では捉えられる。それに対し、（背景 1）（背景 2）は、カフェインの効

*11 ルイスの反事実条件法論理については、その後、ゲンツェン流のシークエント計算体系（[40], [25]）も提案され、シンタクス面も現代的な洗練を遂げている。

果という実在的基盤と過去に実際に反復された I の振る舞いから、「$I_1 \xrightarrow{\text{coffee}} I_3 \xrightarrow{\text{paper}} I_4$」の部分の傾向性、法則性が I_1 においては確かにあったことを確立するものとして捉えられる。つまり、「$I_0 \xrightarrow{100} I_1 \xrightarrow{\text{water}} I_2$」が I にとって今回初めて発現した現実の系列であるのに対し、「$I_1 \xrightarrow{\text{coffee}} I_3 \xrightarrow{\text{paper}} I_4$」は I にとって統計的にはより蓋然的であったはずの可能な系列、ということになる。

ここで反事実条件文のモデルをルイスのセマンティクスによらずラベル付遷移構造で与えることの利点を見て取られたい。2.1.3 で見たように、ルイスのセマンティクスでは「φ だったら ψ（$\varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \psi$）」の解釈は大まかには「$\varphi$ であること以外は現実世界に最も類似した可能世界のどこでも ψ」として、「世界間の類似関係」に言及して与えられる。そしてこれは当初から、「世界間の類似関係」とは何か、という漠たる形而上学的議論を生まずにはおかなかった*12。今の場合、たとえば、水を買ってコーヒーがもう買えない世界と、水を買わずコーヒーを買った世界はどんな類似関係にあるのか。ルイスの枠組みでは、少なくともそのセマンティクスの形式的表現それ自体のうちには、当の関係の中身をそれ以上詳細に語る概念的要素は含まれていない*13。しかし、上のラベル付遷移構造はそれ自体で当の関係の内実を素朴にありのまま語っている、といえる。つまり、水を買ってもうコーヒーが買えない世界と水を買わずコーヒーを買った世界の類似関係は、「$\longrightarrow^{-1}$」を「$\longrightarrow$」の集合論的逆関係として、「$I_2 \xrightarrow{\text{water}^{-1}} I_1 \xrightarrow{\text{coffee}} I_3$」つまり「水を買った I から見て水を買う前の自分の過去の状態でコーヒーを買う」（関係代数の記法では「$\circ$」を関係積として「$(\xrightarrow{\text{water}^{-1}}) \circ (\xrightarrow{\text{coffee}})$」*14）という、$I$ の作用 act の合成、あるいは過程 process に対応している。そしてここでは、「哲学研究者 I」という具体的個体の状態とその観察可能な振る舞いだけが言及されており、「世界」という抽象的包括的存在への言及自体が完全に回避されていることがわかる。*15

さて、このようなラベル付遷移構造上の局所的な性質、つまり特定のノード、状態からのその後の展開についての情報を簡潔に記述する言語として、HML および DL がある。まず、一般に HML および DL が記述するラベル付遷移構造とは、形式的には、高々可算の添字の集合 Act が与えられているとして、状態の集合 S と、各添字に対応する状態間の遷移関係 $\xrightarrow{a} \subseteq S \times S$ の族から成る、対 $\langle S, \{\xrightarrow{a} | a \in \text{Act}\}\rangle$ のことである。HML はこのラベル付遷移構造を記述する最もシンプルな言語である。この論理は原子命題をもた

---

*12 [41], pp. 91-95. そこでルイス自身は類似関係が曖昧な概念であることを認めた上で、比較の観点に相対的な問題のないものとしている。

*13 [41], pp. 13-16 参照。そこで各世界に対し包含関係の同心円構造をもつ世界の集合の族を割り当てる、2.1.3 で定義した関数 '\$' は、世界間の距離を世界間の類似の度合とみてそれを決定するが、その類似の仕方を与えるものではない。

*14 関係積「$\circ$」の定義は $x(R \circ S)y \leftrightarrow \exists z\,(xRz \text{ and } zSy)$ で与えられる。

*15 このことは作用や過程といった理論コンピュータ科学の動態的概念から可能世界論を見直す余地があることを示唆するものと思われる。

ず（従って解釈に付値を必要とせず）、定項 `tt`（true）と `ff`（false）だけをもつという特徴をもつ。したがってそのシンタクスは

$$\varphi ::= \texttt{tt} \mid \texttt{ff} \mid \neg\varphi \mid \varphi_1 \ \wedge \ \varphi_2 \mid [a]\varphi \mid \langle a\rangle\varphi$$

によって簡素に与えられる。$[a]\varphi$ と $\langle a\rangle\varphi$ の解釈は以下となる。

$$\begin{array}{llll} s \models [a]\varphi & \text{iff} & \forall s'(s \xrightarrow{a} s' \Rightarrow s' \models \varphi) & \cdots [a] \\ s \models \langle a\rangle\varphi & \text{iff} & \exists s'(s \xrightarrow{a} s' \text{ and } s' \models \varphi) & \cdots \langle a\rangle \end{array}$$

DL は HML に原子命題（従って解釈に付値）を加え、ラベルの合成（従って解釈に関係の合成）を許した言語である。そのシンタクスは

$$\varphi ::= \texttt{tt} \mid \texttt{tt} \mid p \mid \neg\varphi \mid \varphi_1 \ \wedge \ \varphi_2 \mid [\pi]\varphi \mid \langle\pi\rangle\varphi$$

$$\pi ::= a \in \mathrm{Act} \mid a^{-1} \mid \pi;\pi' \mid \pi\cup\pi' \mid \pi^* \mid \varphi?$$

というように、式とラベルが（テスト「?」の表現力により）相互再帰的に形成される形で与えられる[*16]。$[\pi]\varphi$ と $\langle\pi\rangle\varphi$ の解釈は上の $[a]\varphi$ と $\langle a\rangle\varphi$ の a をただ π に置き換えただけの形になる。本稿で用いるプログラム演算 '-1'（逆演算 inversion）は、構造上は集合論的逆関係に対応する。つまり、任意の $s, s' \in S$ について、$s \xrightarrow{\pi^{-1}} s' \Leftrightarrow s(\xrightarrow{\pi})^{-1}s' \Leftrightarrow s' \xrightarrow{\pi} s$ となる。[*17]したがって、$\pi = a^{-1}, \pi;\pi', \pi\cup\pi', \pi^*, \varphi?$ の場合の $[\pi]\varphi$ の解釈を明示すれば、それぞれ、

$$\begin{array}{lll} s \models [a^{-1}]\varphi & \text{iff} & \forall s'(s' \xrightarrow{a} s \Rightarrow s' \models \varphi) \\ s \models [\pi;\pi']\varphi & \text{iff} & \forall s', s''(s \xrightarrow{\pi} s' \text{ and } s' \xrightarrow{\pi'} s'' \Rightarrow s'' \models \varphi) \\ s \models [\pi\cup\pi']\varphi & \text{iff} & \forall s'(s \xrightarrow{\pi} s' \text{ or } s \xrightarrow{\pi'} s' \Rightarrow s' \models \varphi) \\ s \models [\pi^*]\varphi & \text{iff} & \forall s'(s(\xrightarrow{\pi})^* s' \Rightarrow s' \models \varphi) \\ & \text{iff} & \forall n \geq 0\ \forall s_0, ..., s_n(s = s_0 \text{ and } s' = s_n \Rightarrow \\ & & \quad \forall i(0 \leq i \leq n-1 \Rightarrow (s_i \xrightarrow{\pi} s_{i+1} \Rightarrow s' \models \varphi))) \\ s \models [\varphi?]\psi & \text{iff} & \forall s'(s = s' \text{ and } s \models \varphi \Rightarrow s' \models \psi) \end{array}$$

となる。また、プログラム演算の有用な拡張として、集合論的関係の共通部分をとる操作 '$\cap$' があり、これを加えた場合、$[\pi\cap\pi']\varphi$ の解釈は、

---

*16 $(\pi;\pi')^{-1} = \pi'^{-1};\pi^{-1}$, $(\pi\cup\pi')^{-1} = \pi^{-1}\cup\pi'^{-1}$, $(\pi^*)^{-1} = (\pi^{-1})^*$ により、逆演算 inversion '-1' は、原子プログラムだけに対して定義すれば十分である。また、これらのプログラム演算を用いて例えば、複合プログラム 'If φ then π else π^{-1}'（「もしシステムの状態が φ ならプログラム π を実行し、そうでなければ、プログラム π を実行する前のシステムの状態に戻る」）を、$(\varphi?;\pi)\cup(\neg\varphi?;\pi^{-1})$ のように書くことができる。

*17 HML については [31] でそのオリジナルのヴァージョンが定式化され、[3] に啓発的な解説がある。DL については [26] に技術的事項が簡潔に含まれており、[29] を見れば、逆演算を含む動態論理のラベル合成の意味、関係代数との対応、それを支配する公理が、ひとつひとつ丁寧に提示されている。

$$s \models [\pi \cap \pi']\varphi \quad \text{iff} \quad \forall s'(s \xrightarrow{\pi} s' \text{ and } s \xrightarrow{\pi'} s' \Rightarrow s' \models \varphi)$$

となる[*18]

これらの言語が特に重要なのは、遷移構造の遷移関係（クリプキ構造の到達関係）を、与えられた状態に働きかけそれを変化させる「作用・行為 action」「プログラムの実行 execution」として捉え、その作用・行為・実行の種類を区別して表すラベルを通常の $\Box$ や $\Diamond$ の添字として明示することで、その添字が表す作用や行為の依存関係を記述することができることにある。この添字が、自然言語の動詞句に対応すると考えることで、自然言語の反事実条件文の前件と後件に現れる動詞句の依存関係を表す HML および DL の形式的表現が得られる。このことを理解するために、まずは基本的な式の意味を大まかに順に見ていくことにしよう。

たとえば、ある状態 s が性質 $[\mathrm{water}]\varphi$ を満たす（$s \models [\mathrm{water}]\varphi$）とは、「$s$ から water 遷移をした先のどんな状態でも φ が成り立つ（古典述語論理で $\forall s'(s \xrightarrow{\mathrm{water}} s' \Rightarrow s' \models \varphi)$）」ということであり、これは「$s$ で水ボタンを押せば（必ず）φ という状況になる」という自然な解釈をもつ。同様に、ある状態 s が性質 $\langle\mathrm{water}\rangle\varphi$ を満たす（$s \models \langle\mathrm{water}\rangle\varphi$）とは、「$s$ から water 遷移をした先の状態が存在して、そこで φ が成り立つ（古典述語論理で $\exists s'(s \xrightarrow{\mathrm{water}} s' \mathrm{and} s' \models \varphi)$）」ということであり、これは「$s$ で水ボタンを押すと φ という状況になりうる（なることが可能）」という自然な解釈をもつ。特に、`tt` をどの状態でも成り立つ性質を表す式（トートロジーと考えてよい）、`ff` をどの状態でも成り立たない性質を表す式（矛盾式と考えてよい）とすると、遷移構造上の状態について次のような重要な基本的性質が記述できる。つまり、$[\mathrm{water}]\mathtt{ff}$ は「水ボタンを押せば（必ず）矛盾が起こる」→「水ボタンを押すことができない」となり、$\langle\mathrm{water}\rangle\mathtt{tt}$ は「水ボタンを押すとトートロジーが成り立つ状態になりうる」→「水ボタンを押して行ける先の状態がある」→「水ボタンを押すことができる」となる。さて、ここまでの道具立てはすべて、与えられた状態から見てまだ行われていない作用、行為に言及するための道具立てであるが、これらに加え、すでに行ってしまった作用、行為に言及する道具立てとして、ラベル（添え字）に対する逆演算子 ‘-1’ を利用する[*19]。これにより、動詞の過去形、より正確には動詞の現在完了形に当たることが表現できる。しかしこれも、HML や DL とは独立に、時

[*18] このプログラム演算 ‘$\cap$’ が有用なのは、これにより、並行作用の表現が可能となるからである。たとえば、自然言語の「この扉は太郎が押しても開かないが、太郎と次郎が押せば開く」のような文は、太郎が押す作用を ‘$\mathrm{push}_{太郎}$’、次郎が押す作用を ‘$\mathrm{push}_{次郎}$’ とし、‘*open*’ を「扉が開いている」という状態を表す命題とすれば、$[\mathrm{push}_{太郎}]\neg open \land [\mathrm{push}_{太郎} \cap \mathrm{push}_{次郎}]open$ によって形式化することができる。

[*19] この演算は構造上では集合論的逆関係によって解釈される。この演算を含む DL のシステム自体はすでに (Nishimura,1979)（[45]）にみられるが、それを現在完了文および反事実条件文の形式化に応用することは著者の知る限りこれまで提案されていない。

間論理で未来必然性を $G\varphi$、過去必然性を $H\varphi$ で表現するのとまったく同じアイディアを参考にしている。$H\varphi$ が「そこから現在に至ったような時点ではいつでも φ（が成り立つ)」と読めるのと同様に、$[\mathrm{water}^{-1}]\varphi$ は「そこから水ボタンを押して現在の状況に至ったような状況ではどこでも φ」と読める。すると、$\langle\mathrm{water}^{-1}\rangle\mathtt{tt}$ は、たんに「そこから水ボタンを押して現在の状況に至ったような状況がある」、つまり、「水ボタンを押した（押してしまった）［ところである］」と読めることになる。こうして、たとえば、水を押してしまった哲学研究者 I_2 の状況を次のように記述できる。

$$\langle\mathrm{water}^{-1}\rangle tt \wedge [\mathrm{water}^{-1}]\langle\mathrm{coffee}\rangle\mathtt{tt} \qquad \cdots(\mathrm{MS})$$

これは、「水ボタンを押してしまったのだが、そのように、そこから水ボタンを押して今の状況になってしまったような過去の状況ではどこでも[*20]、コーヒーが買える状況だった」と述べており、自然言語の反事実条件文（仮定法過去完了文)「水ボタンを押さなかったらコーヒーが買えたのに」がもつ推論に関わる情報を明示化して形式化したものとなっている、と考えられる。(MS) の左側の連言肢 $\langle\mathrm{water}^{-1}\rangle\mathtt{tt}$ は、$[\mathrm{water}^{-1}]\varphi$ が空疎に真になる場合、つまり water^{-1} 関係によって参照できる以前の状態が存在しないことによって真になる場合を排除している。これは自然言語の反事実条件文が一般に前件の仮定と反対の事実を含意する（たとえば「水ボタンを押さなかったら…」は「水ボタンを押した」ことを含意する）ことに対応している。この連言肢がなくても、つまり

$$[\mathrm{water}^{-1}]\langle\mathrm{coffee}\rangle\mathtt{tt} \quad \cdots(\mathrm{MW})$$

としても、これは「水ボタンを押さなかったらコーヒーが買えたのに」の翻訳として、弱い——つまり前件の仮定と反対の事実を含意しない——ヴァージョンと言える。

2.1.6 反事実条件文の推移的推論の動態論理による形式化

さて、以上の道具立てを用いて、自然言語の反事実条件文の推移的推論 $(N1)$ 全体を形式化する。まず、$(N1)$ を次の推論の省略とみる。

$$\frac{\begin{array}{c}\text{水を押さなかったらコーヒーが買えたのに}\\ \text{（水を押さなかったら）コーヒーが買えたら論文が書けたのに}\end{array}}{\text{水を押さなかったら（コーヒーが買えて）論文が書けたのに}}\ (N3)$$

二行目の解釈は、一行目の「水を押さなかったら」という条件が、「コーヒーが買えたら」という条件がそこに累積されてくる基盤、前提条件 precondition として省略されてい

[*20] 現実の遷移構造がツリー構造であることを前提すれば、こうした過去の状況は（左側の連言肢によるその存在の保証によって）一意であることになり、たんにこの部分は「その過去の状況では」と読めることになる。

る、と考えている[21]。帰結部分の解釈は、たとえば「風が吹けば桶屋が儲かる」を、「風が吹けば［…］桶屋が儲かる」の［…］の過程を省略して中抜きした文表現とみることができることを考えれば、それほど不自然ではないだろう。（そして「風が吹けば［…］桶屋が儲かる」の［…］を補った文は $(N3)$ のような形をした長い推移的推論の帰結にあたると考えられる。）このように、自然言語の反事実条件文の中には、それを本質的に使用した推論実践を形成できるものがあり、そのような反事実条件文のクラスは、一般には見た目よりも長い過程の一部を切り出した、「過程の記述」の省略となっている、というのがこの解釈の前提になる仮説である[22]。

この解釈に基づき、既に $(N3)$ の一行目の形式化として (MW) へ進んだ仕方と同様、$(N3)$ の二行目と三行目もあらかじめ弱い形で形式化すれば、

$$\frac{\begin{array}{c}[\mathrm{water}^{-1}]\langle\mathrm{coffee}\rangle\mathtt{tt}\\ [\mathrm{water}^{-1}][\mathrm{coffee}]\langle\mathrm{paper}\rangle\mathtt{tt}\end{array}}{[\mathrm{water}^{-1}]\langle\mathrm{coffee}\rangle\langle\mathrm{paper}\rangle\mathtt{tt}}\ (M)$$

となる。このとき前提右側の [coffee] 部分は「コーヒーが買えたら」に対応しており、これは「coffee 遷移先がもしあれば」ということであって、「coffee 遷移先が実際にある」つまり「実際にコーヒーが買える」ことまでは含意しない。従って前提二行目だけでは水を押す前の時点で「実際にコーヒーが買えて最終的に論文が書ける」ことも含意しない。そこで一行目の ⟨coffee⟩ 部分が水を押す前の coffee 遷移先の存在を保証することによって、その存在には必ず paper 遷移先の存在が付帯する（$[\mathrm{coffee}]\langle\mathrm{paper}\rangle\mathtt{tt}$ 部分）という法則の二行目による確立と合わせて、結論の $\langle\mathrm{coffee}\rangle\langle\mathrm{paper}\rangle\mathtt{tt}$ 部分、つまり「コーヒーを買って論文を書くという二つの作用の継起的連鎖が水を押す前には可能だった」ということが帰結される、というのがここで (M) が述べていることである。

ところで、最も基本的な（正規）様相論理といえる K は、

$$\begin{array}{ll}\text{必然化規則 (N)} & \vdash\varphi \Rightarrow \vdash\Box\varphi\\ \text{公理 (K)} & \Box(\varphi\to\psi)\to(\Box\varphi\to\Box\psi)\end{array}$$

をもち、その定理として

$$(\Theta)\quad (\Box\Diamond\varphi\land\Box\Box\Diamond\psi)\to\Box\Diamond\Diamond\psi$$

[21] $(N2)$ と比較しても、前提条件 precondition の累積、ということが両者に共通しており、この概念が反事実条件文の推移的推論の成立にとって本質的であると考えられる。

[22] 反事実条件文の使用には、もう一方の極として、たんに願望や後悔、不満、安堵の自然的表出に代わる修辞的表現としての機能が主なものが含まれ、この使用と今問題にしている使用との混同を避ける必要がある。たとえば、「鳥だったら飛んで行けるのに」は、「行きたいが行けない」という事実とそれに対する遺憾の意を同時に表す、溜息や嘆息に近いものであるだろう。

がある。この K を作用を表すラベル（添え字）の集合 Act で多種様相化したものを $\mathrm{K_{Act}}$ と呼べば、K に対応して $\mathrm{K_{Act}}$ は

必然化規則 $(\mathrm{N_{Act}})$　$a \in \mathrm{Act}$ について　$\vdash \varphi \Rightarrow \vdash [a]\varphi$
公理 $(\mathrm{K_{Act}})$　$a \in \mathrm{Act}$ について　$[a](\varphi \to \psi) \to ([a]\varphi \to [a]\psi)$

をもち、$a, b, c \in \mathrm{Act}$ として

$$(\Theta_{\mathrm{Act}}) \quad ([a]\langle b\rangle\varphi \wedge [a][b]\langle c\rangle\psi) \to [a]\langle b\rangle\langle c\rangle\psi$$

を定理としてもつ。ここで $\mathrm{water}^{-1}, \mathrm{coffee}, \mathrm{paper} \in \mathrm{Act}$ とすれば明らかに

$$(\Theta'_{\mathrm{Act}}) \quad ([\mathrm{water}^{-1}]\langle\mathrm{coffee}\rangle\mathtt{tt} \wedge [\mathrm{water}^{-1}][\mathrm{coffee}]\langle\mathrm{paper}\rangle\mathtt{tt} \to [\mathrm{water}^{-1}]\langle\mathrm{coffee}\rangle\langle\mathrm{paper}\rangle\mathtt{tt}$$

はこの (Θ_{Act}) の例となっている。したがって、

1. $[\mathrm{water}^{-1}]\langle\mathrm{coffee}\rangle\mathtt{tt}$　前提
2. $[\mathrm{water}^{-1}][\mathrm{coffee}]\langle\mathrm{paper}\rangle\mathtt{tt}$　前提
3. $([\mathrm{water}^{-1}]\langle\mathrm{coffee}\rangle\mathtt{tt} \wedge [\mathrm{water}^{-1}][\mathrm{coffee}]\langle\mathrm{paper}\rangle\mathtt{tt} \to [\mathrm{water}^{-1}]\langle\mathrm{coffee}\rangle\langle\mathrm{paper}\rangle\mathtt{tt}$　(Θ'_{Act})
4. $[\mathrm{water}^{-1}]\langle\mathrm{coffee}\rangle\langle\mathrm{paper}\rangle\mathtt{tt}$　1, 2, 3, PC

となり、この多種様相論理 $\mathrm{K_{Act}}$ で $(N3)$ の形式化 (M) が正当化される。

こうして、以上の形式化に基づけば、自然言語の反事実条件文の推移的推論 $(N1)$ は、――これを $(N3)$ の省略とみた上で――多種様相化された必然化規則 $(\mathrm{N_{Act}})$ と公理 $(\mathrm{K_{Act}})$ および命題論理のみで正当化される推論であったことがわかるだろう。これはつまり、$(N1)$ の背景には――意外なことに――可能性と必然性に関する最も原始的な規則 (N) と (K) が陰伏的潜在的に働いており、これらが局所的な状況で生起する具体的な作用のラベルによって多様化、個別化されることを明示的に許すものとして、$(\mathrm{N_{Act}})$ と $(\mathrm{K_{Act}})$ が抽出される、ということである。あるいは逆に、(N) と (K) の方が、実はこうした自然言語に潜在する (NAct) と (KAct) の個々の例からラベルを抽象した一般化であった、と捉え直されてよいだろう。

2.1.7　D. ルイスによる形式化との比較――前件強化に伴う帰結の可変性

さて、以上の動態論理による形式化と D. ルイスの形式化との比較について言うべきことは多くあるが、その中でもここで述べておくべき重要なポイントがある。それは、「前件の条件が増えれば後件の帰結が変わりうる」という現象をとらえる――通常の実質含意 $\to$（ならば）やそれを必然化した厳密含意にはない――$\Box\!\!\to$ の利点が、同程度、あるいはそれ以上に肌理の細かい形で動態論理の $[\ ], \langle\ \rangle$ によっても実現される、ということである。たとえば、先と同じ状況で、

(1) 水を買ったらコーヒーは買えない
(2) 水を買っても 100 円もらったらコーヒーが買える

を考えよう。この二つがそれぞれ空疎でなく同時に真である、つまりどちらも前件が偽であるためでなく、前件が真でそのとき後件も真であることによって全体が真である、このことに何の矛盾もないことは、直観的には明らかだろう。にもかかわらずこのとき、$p :=$ 水を買う、$q :=$100 円もらう、$r :=$ コーヒーを買う、として、通常の $\rightarrow$ で形式化すれば、(1), (2) はそれぞれ、

(3) $p \rightarrow \neg\Diamond r$
(4) $(p \ \& \ q) \rightarrow \Diamond r$

となるであろうが、前者から $p \ \& \ q \rightarrow \neg\Diamond r$ が帰結するため、この二つと $p \ \& \ q$ からは矛盾が導かれる。したがって当然、両者を空疎でなく（互いの前件が成立するように）同時に真にするモデルはありえない。これは、たとえこの二つを必然化した厳密含意

(5) $\Box(p \rightarrow \neg\Diamond r)$
(6) $\Box((p \ \& \ q) \rightarrow \Diamond r)$

を考えたとしても、$p \ \& \ q$ が成立する可能世界では $\Diamond r$ と $\neg\Diamond r$ が成立し、結局そのような可能世界は存在しないことになるため同じことである。しかし一方、$\Box\!\!\rightarrow$ で (1), (2) を形式化すれば、それぞれ、

(7) $p \ \Box\!\!\rightarrow \neg\Diamond r$
(8) $(p \ \& \ q) \ \Box\!\!\rightarrow \Diamond r$

となり、前者から $(p \ \& \ q) \ \Box\!\!\rightarrow \neg\Diamond r$ は帰結せず、ルイスのセマンティクスで両者を空疎でなく——それぞれ p が成立する状況と $p \ \& \ q$ が成立する状況で——同時に真にするモデルが与えられる*[23]。そしてこれがルイスの体系に代表される条件法論理がもつ大きな特長であった。他方、動態論理では、まず water，coffee というラベルに加え、「100 円もらう」にあたるラベル ‘+100’ を用意する。すると (1), (2) はそれぞれ、

(9) $[\mathrm{water}]\neg\langle\mathrm{coffee}\rangle\mathtt{tt}$
(10) $[\mathrm{water}][+100]\langle\mathrm{coffee}\rangle\mathtt{tt}$

となる。（前者は $[\mathrm{water}][\mathrm{coffee}]\mathtt{ff}$ と書き直しても同じことである。）このとき、先の (MS) と同様にして、それぞれが空疎に真になる場合、つまり「水を買う」という作用

*[23] D. Lewis, 1973, pp. 18-19。

（行為）と「水を買ったあと 100 円もらう」という作用（行為）が不可能であることによって両者が真になる場合を排除すれば、

(11)　$\langle \mathrm{water} \rangle \mathtt{tt} \wedge [\mathrm{water}]\neg\langle \mathrm{coffee} \rangle \mathtt{tt}$

(12) $\langle \mathrm{water} \rangle \langle +100 \rangle \wedge [\mathrm{water}][+100]\langle \mathrm{coffee} \rangle \mathtt{tt}$

となるが、それでも前者と後者から矛盾が帰結しえないことは見た目にも明らかである。というのも、(11) はそれ自体では +100 様相に関する情報は何も含んでいないからである。そしてこの (11), (12) に基づいて単純なラベル付遷移構造「$I_1 \overset{\mathrm{water}}{\longrightarrow} I_2 \overset{+100}{\longrightarrow} I_5 \overset{\mathrm{coffee}}{\longrightarrow} I_6$」を素直に与えれば、$I_1$ において、(9) と (10) は――動態論理の意味で――空疎でなく同時に真であることも明らかであろう。ここで、動態論理が作用や行為の依存関係を記述するということの意味が、出来事の順序、累積、さらにはそれに伴う帰結の時間的変化を記述することとして、改めて理解されるだろう。*24

作用を含む反事実条件件文の動態論理による分析は、このようにルイスによるそれと比較しても、厳密さ、単純さ、見通しのよさ、蓋然性、生産性において、自然言語の形式化という手続きが実現すべき説明力に何ら遜色はないと思われる。従って、さらに広範な比較検討は次章に譲り、本章の結論だけを述べれば、自然言語の反事実条件件文で表現される文のうちには、それを多種様相化された様相演算子 $[\ ], \langle\ \rangle$ で形式化することが、ルイスの $\Box\!\!\rightarrow$ に代表される二項文結合詞で形式化することと、どんなに低く見積もっても少なくとも同程度に自然で適切であるものが存在する、ということである。

2.2　反事実条件件文一般の時間性分析

前節では

(0) 水ボタンを押さなかったら、コーヒーが買えたのに。

という、前件に作用（動作・行為）を含む形の、特定の反事実条件件文を具体例として、D. ルイスのものとは独立の、動態論理による新たな分析を与えた。ところで、動態論理は、個々の作用を時間的プロセスとみなせば、時間論理の亜種と位置づけられる。実際、動態論理は、時制論理の演算子と組み合わされて導入されてきた ([5], [65])。本章では、前章の分析を拡張し、時間論理――より具体的にはハイブリッド時制論理＋動態論理――による反事実条件件文一般の分析を与える。そしてこの分析によって同時に、D. ルイスによる古典的な反事実条件件文の類似性モデルを、分岐時間モデルから再構成する*25。すなわ

*24 以上の事実は本稿の草稿を読んで頂いた佐野勝彦氏（当時、北陸先端科学技術大学院大学）との議論によって明確にされたものである。

*25 反事実条件法を分岐時間モデルとそこで表現される歴史的必然性によって解釈するという試みは、すで

ち、D. ルイスの類似性モデルを、技術的な形で時間的に再解釈する。

2.2.1　反事実条件文と計算システムの時間特性

前節で焦点を当てた

(0) 水ボタンを押さなかったら、コーヒーが買えたのに。

は、時間論理の観点からみて、2 つの重要な特性をもっている。その特性とは、

(i) まだ水ボタンを押していない過去の時点への遡行
(ii) 遡行した過去の時点におけるコーヒーを買う活性

である。ここで「活性 liveness」とは、コンピューター科学における、計算システム一般の「時間特性 temporal property」と呼ばれる性質の一つである[*26]。この分野では、何らかの実用化に向けてある計算システムを設計する際、そのシステムの有効性や安全性を実用前の設計段階で検証しておくこと（モデル検査 model checking ）が実際上不可欠となる。そこでそのシステムの未来の挙動のあらゆる可能性をチェックしておくために、そのシステムのすべての進展の仕方の時間系列を、モデル上用意する。このときたとえば、そのシステムの進展の仕方のある時間系列において、その時間系列上のある時点で、そのシステムに望まれる有効な結果（出来事・状態）が実現される場合、このシステムは「弱活性 weak liveness」をもつ、と言われる。

このことを具体的にみるために、いま、(0) を発話しているあの哲学研究者 I 自身を、哲学活動を行う一種の計算システムと見なすことにしよう（実際、前章で I を「ラベル付き遷移構造」としてモデル化したことは、I をそのようなある種のシステム（エージェント）と見なしたことにほかならない)。すると (0) はまず、現実には水のボタンを押してしまったことによって、「コーヒーを買う」という I に望まれる結果が起こる時間系列が、I にとって今はもう失われてしまったこと、つまり I が過去に有していた「コーヒーを買う」という「弱活性」が失われてしまったこと、を含意している。しかしそれはまた、水

に [68] や [53] に見られる。前者 [68] とは、A. N. Prior 以来の時制論理の基本形式を反事実条件文の形式化に導入することが、後者 [53] とは、類似性を過去の時間系列（歴史）の共有度によって定義する原理的アイディアが、われわれの以下の分析と共通する。これら [68], [53] では得られていない、われわれの分析によって得られる結果のうち主なものは、(1) 前件に作用を含まないタイプと前件に作用を含むタイプの書き分けから、さらに肌理細かな反事実条件文の類型の書き分けを可能にしつつ、しかもそれらを、時制論理のハイブリッド化によるだけで統一的にモデル化し形式化できること（以下 2.2.6 節)、(2) D. ルイスの ‘$\varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \psi$’ のハイブリッド時制論理での翻訳が与えられること（以下 2.2.8 節)、(3) $((A \vee B) \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} C) \rightarrow ((A \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} C) \wedge (B \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} C))$ の排除問題が回避できること（以下 2.2.10 節)、である。

*26 以下で扱う「活性 liveness」や「安全性 safety」といった基本的な時間特性の定義については、[3] および [65] を参照。

ボタンを押す前の時点に戻れば、そこでは、「コーヒーを買う」という I に望まれる結果が起こる時間系列が、I にとって確かに存在していたこと、つまり I が水ボタンを押す前の過去の時点においては、「コーヒーを買う」という「弱活性」を確かに有していたこと、を表現しているものと考えられる。

例文 (0) のこの見方に基づいて、たとえば以下の、作用を含まない形の典型的な反事実条件文を考えてみよう。

(1) 晴れていれば、客が多かったのに。

この文の通常の使用では、(1) はその発話現在、晴れていないことを含意している。したがっていま、p を「晴れている」、q を「客が多い」とすれば、「晴れていない」つまり $\neg p$ であることから、(1) を単純に実質含意の $\rightarrow$（ならば）で形式化してしまうと、$p \rightarrow q$ は前件が偽であることによって、空疎に真になってしまう、という伝統的な問題が生じる。しかし、この実質含意による反事実条件文の形式化の初発の問題は、第一に $\neg p$ であれ $p \rightarrow q$ であれ、(1) のような反事実条件文がそもそも、$\neg p$ や $p \rightarrow q$ の形に表されるような、この現在だけについて述べる文ではない、ということにある。それは、この現在とはちがって、晴れていて、客が多かった、そのような実際にありえたはずの時間進展の可能性に言及している。第二にそれは、にもかかわらず、この現実について述べる文である。それは、D. ルイス以来そのような語り方が浸透しているのに反して、この現実とは分離された、たんにそれに類似した可能世界について述べるものではない。しかしそれでは、この現実について述べながら、しかも、この現在だけについて述べるのではないような、この一見緊張をはらむ特性をもつ文によって、われわれは一体何を表現しようとしているのだろうか。

だが、自然に考えれば事態はそれほど複雑ではないだろう。(1) でもってわれわれは、ふつう「晴れていない（雨が降っている）」という現在の気象条件が、必然的に実現されたものではなく、さまざまな複合的な要因によって、偶然実現されたものであることを前提している。よほどの決定論者、運命論者でない限り、一羽の蝶の羽ばたき一つで気象条件が変わりうるというカオス理論の比喩的説明を持ち出すまでもなく、過去のある時点で、自然プロセスの別様の進展を引き起こす何らか十分大きな偶然的変動があれば、この現実の時間系列が、「晴れている」という気象条件を実現していたことは、十分ありえたことであるということを、(1) は前提していると思われる。すなわちわれわれは、(1) を述べるとき、この現在から遡ったある過去の時点からみて、「晴れている」という気象条件が実現される、そのようなこの現在に至る時間進展とは別様の時間進展があったことを前提しているものと思われる。しかし、その別様の時間進展は、当の過去の時点に至るまで、この現在に至る時間進展と、現実の時間進展を共有している。その意味で、(1) は確かにこの現在に至る現実の時間進展について述べている、と考えられる。

ここで、「弱活性」に対して「強活性 strong liveness」とは、問題となるシステムの進展の仕方の**すべて**の時間系列において、その時間系列上の**ある**時点で、そのシステムに望まれる有効な結果（出来事・状態）が実現されることである。(1) が述べていることは、上述の前提となるわれわれの直観的な時間進展の構造理解に基づいてより詳細に考えば、次のようなことであると考えられる。つまり、(i) この現在から遡ったある過去の時点において、そこからどんな時間進展があっても、ある未来の時点、つまりある店のある営業日（この現在を含むことに注意）が来たとき、晴れていれば、多数の客が見込まれていた。これは、当の過去の時点から始まる**すべて**の時間系列において、その時間系列上の**ある**時点、つまりある店のある営業日で、$p \to q$ が成立している、ということである（こうした諸時点に、この現在が含まれて矛盾しないことに注意）。さらにそれだけでなく、(ii) 当の過去の時点では、晴れていてかつ客が多かった、そのような時間進展の可能性があった。これは、当の過去の時点では、そこから始まる未来の系列上の、ある店のある営業日にあたる未来の諸時点のうち、$p \to q$ が空疎でなく真である時点、つまり $p \ \& \ (p \to q)$、つまり $p \ \& \ q$ が成立する時点が存在していた、ということである。(i) は $p \to q$ という条件文の形の「強活性」を含み、(ii) は $p \ \& \ (p \to q)$ ないし $p \ \& \ q$ という連言の形の「弱活性」を含んでいる。こうして (1) は、過去における「強活性」と「弱活性」を同時に含む文であると解釈できる。

2.2.2　第一段階：計算木論理による強活性と弱活性の表現

A. N. プライアー以来の古典的な時制論理では、Pp によって「過去のある時点で p」、Fp によって「未来のある時点で p」を表現する。前者は自然言語の過去時制「p だった」、後者は自然言語の未来時制「p だろう」に直観的に対応するものとして考えられてきた。またこのとき $Hp \overset{\mathrm{def}}{\equiv} \neg P \neg p$、$Gp \overset{\mathrm{def}}{\equiv} \neg F \neg p$ と定義すれば、Hp は「過去のすべての時点で p」つまり「これまでずっと p だった」、Gp は「未来のすべての時点で p」つまり「これ以降ずっと p だろう」を意味することになる。

古典的時制論理はこのように「ある時点で〜」「すべての時点で〜」という、「時点」への量化を含んでいる。これに対して、特に未来に向かって複数に分岐しうる「時点の系列」「時間系列」全体への量化を許すように拡張した論理が、CTL（computation tree logic, 計算木論理）である。この論理では、未来の時間系列への全称量化を行う演算子 A によって「これ以降のすべての時間系列で〜」を、同様に未来の時間系列への存在量化を行う演算子 E によって「これ以降のある時間系列で〜」を、表現することが許されるようになる（但し、これらの演算子 A, E は、つねに古典的な未来時制演算 F, G と組み合わせられて用いられなければならない）。これによって、古典的な時制論理では書き分けることができなかった、以下の計算システム一般の基本的な時間特性が表現できるようになる。

(強安全性) AGp「これ以降のすべての時間系列で、その時間系列上すべての時点で、p」
(弱安全性) EGp「これ以降のある時間系列で、その時間系列上のすべての時点で、p」
(強活性) AFp「これ以降のすべての時間系列で、その時間系列上のある時点で、p」
(弱活性) EFp「これ以降のある時間系列で、その時間系列上のある時点で、p」

そしてこの時点で、われわれは

(1) 晴れていれば、客が多かったのに。

の形式化の第一段階を、$p :=$「晴れている」、$q :=$「客が多い」として、以下のように与えることができる。

(1.1) $P(AF(p \to q)\ \&\ EF(p\ \&\ q))$

この (1.1) の逐語的読みは、「ある過去の時点において、そこから始まるどの時間系列においても、$p \to q$ が成り立つ時点があって、しかも、当の過去の時点において、そこから始まるある時間系列において、$p\ \&\ q$ が成り立つ時点があった。」この形式化によって、(1) が「過去における条件文の強活性と連言の弱活性」という時間特性を表現する文であるということが、シンタクスの上で明らかになる。

2.2.3　第二段階：ハイブリッド時制論理による基準時の表現

ただしこの (1.1) には、明らかに不十分な点がある。それは、(a) 強活性部分 $AF(p \to q)$ で言及されている $p \to q$ が成り立つ時点と (b) 弱活性部分 $EF(p\ \&\ q))$ で言及されている $p\ \&\ q$ が成り立つ時点が、一致する保証がどこにもないということである。これらはどちらも、ある店の特定の営業日として、この現実の現在の側から言及されているはずである。しかし、(1.1) にはその情報がないために、「晴れているならば客が多い」と言われている時点と、「晴れていて、かつ客が多い」と言われている時点が、まるでずれている、それどころか、どちらも意図されている営業日とは、まったく関係のない時点である可能性も排除できない。

この (1.1) の欠陥は、現在、(i) 言語学の側から出されている、最近の反事実条件文の日本語学研究（蔡 (2014)（[83]））と、(ii) 論理学の側から出されている、ハイブリッド時制論理（Blackburn & Jørgensen (2016)（[12]））によって補うことができる。蔡 (2014) の提案は、本質的に、いまわれわれがやろうとしていること、つまり、反事実条件文のモデルを、CTL の分岐時間のモデルによって与えることの、インフォーマルな提案であると言ってよい。こうした分岐時間モデルの言語学者による応用は、定延 (2004)（[84]）を引き継いだものであるが、蔡のアイディアは、さらに、ライヘンバッハ（[55]）の「基準時」

の概念を、反事実条件文の分析に導入することにある。

ライヘンバッハの「基準時」の概念は、言語学の時制（テンス）・時相（アスペクト）研究において、古典的な説明装置とされてきたものである。ライヘンバッハは、時制文を理解するためには、時制文が、「発話時 speech time」「出来事時 event time」の 2 つの時点だけでなく、第 3 の時点「基準時 reference time」にも言及している、と考える必要があると指摘した。この必要性は、たとえば 英語の過去完了の文 John had run を見れば理解できる。この文を発話するとき、われわれは、ある過去の時点を念頭に置いて、その前に John が走るという出来事を位置づけている。ここで、John が走るという出来事がその前に位置づけられているところの「ある過去の時点」が、基準時である。これにより、ライヘンバッハの記法で、発話時を S, 出来事時を E, 基準時を R と表示すると、3 つの時点の関係は、E-R-S と図式化される。ここで、ハイフン '-' は時間の先後関係を表し、左の項がより以前、右の項がより以後、の出来事を表す。こうして、この E-R-S が過去完了の型であると説明できる。また、このライヘンバッハの理論によれば、発話時と出来事時の 2 点だけでは区別できない、単純過去と現在完了が区別できるようになる。つまり、John ran と John has run は、発話時と出来事時の関係だけではどちらも E-S となり区別ができないが、加えて基準時を考えることによって、それぞれ E,R-S と E-R,S（単純過去は過去の出来事時に基準時が置かれるが、現在完了は現在の発話時に基準時が置かれる）と区別できるようになる。

蔡 (2014) の説は、反事実条件文が、条件節の基準時と、帰結節の基準時、2 つの基準時をもつ、というものである。たとえば、

(2)　あの時、田中がボールを落とさなかったら優勝だった。(定延 2004)

は、条件節と帰結節に、それぞれ、条件節の「田中の捕球」という出来事 E_1 を位置づける基準時 R_1 と、帰結節の「優勝」という出来事 E_2 を位置づける基準時 R_2 の 2 つがあると考えられる。これらを想定することによって、蔡は (2) に対し次のような分岐時間モデルを与える。

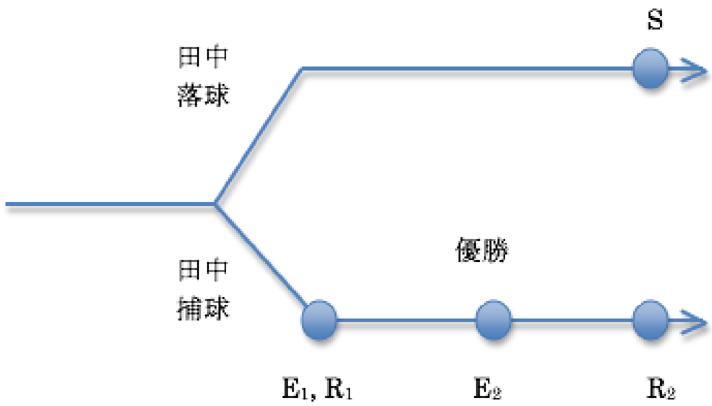

図 2.4

蔡 (2014) の説のポイントは、特にこの帰結節の基準時 R_2 を考えることによって、日本語の反事実条件文における、帰結節のさまざまな時制のヴァリエーションを説明できることである。たとえば今の場合、「優勝だった」の「だった」という過去時制は、上の図で下側の可能的な時間系列上の基準時 R_2 に対して、優勝した出来事時 E_2 が、左側にあることによって説明できる。また、

(3a)　この仕事がなければ、明日は釣りに行くのに。
(3b)　この仕事がなければ、明日は釣りに行ったのに。

では、帰結節の時制が、(3a) では「釣りに行く」という未来時制、(3b) では「釣りに行った」という過去時制になっている。この場合、「釣りに行く」という出来事 E_2 を位置づける基準時を R_2 とすれば、(3a) のモデルは

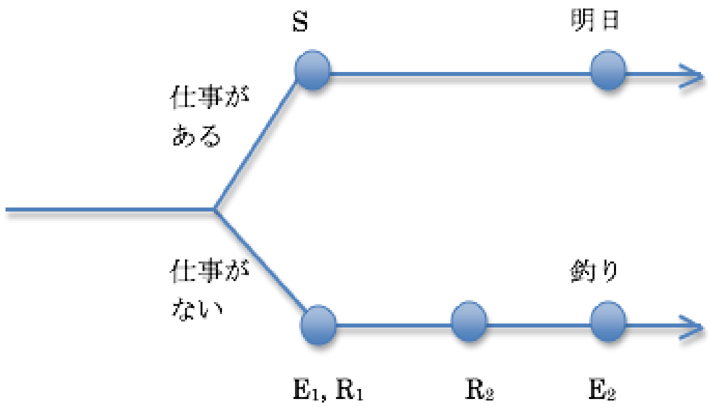

図 2.5

(3b) のモデルは

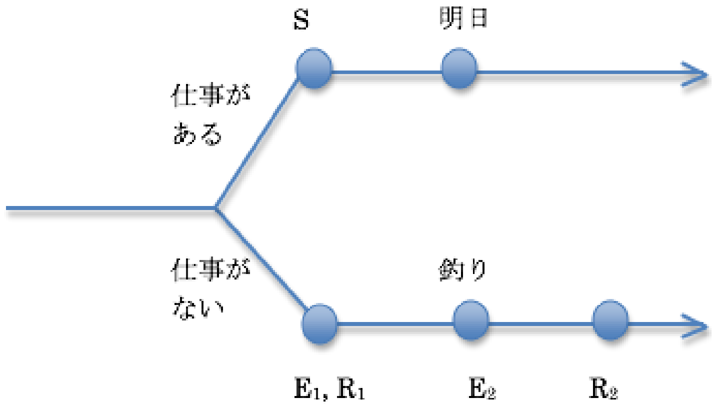

図 2.6

となる。これらを見比べれば、(3a) が未来時制なのは E_2 が R_2 の右側にあること、(3b) が過去時制なのは E_2 が R_2 の左側にあること、によって説明できる。

さて他方、このライヘンバッハの基準時という古典的概念は、現在、論理学の側でも、ハイブリッド時制論理によって形式化できるということが、Blackburn (1990, 1994) ([10], [11]), Blackburn & Jørgensen (2016)（[12]）により提唱されている。しかもこれにより、言語学の側から長く指摘されてきたライヘンバッハの時制理論の難点が克服され、さらにこの基準時という概念のもつ機能のポテンシャルが明らかにされる。ハイブリッド論理とは、ノミナルと呼ばれる、モデル上の唯一の点でしか成り立たない特別な命題記号 $i, j, k, ...$ をもつ論理である。これによって、たとえば今の時間モデルの脈絡では、個々の時点を $i, j, k, ...$ などによって表示することができる。ハイブリッド時制論理は、このノミナルによって基準時を表現する。たとえば先の過去完了 John had run は、ハイブリッド時制論理では、ジョンの走行を φ, 基準時を i として、$P(i \mathbin{\&} P\varphi)$ という論理式により表現される。これは、「過去に基準時 i があって、その i のさらに過去で φ が成り立っていた」と読める文であり、過去の基準時 i のさらに過去に φ つまりジョンの走行という出来事が位置づけられている、ということを述べているのに他ならない。同様に、ハイブリッド時制論理では、単純過去 John ran を $P(i \mathbin{\&} \varphi)$、現在完了 John has run を $i \mathbin{\&} P\varphi$、として書き分けることができる。

ここで、Comrie (1981)（[17]）をはじめとして言語学の側から指摘されてきた、ライヘンバッハの時制理論の難点がある。それは、ライヘンバッハの時制理論では、過去未来（Future in the past）、未来完了（Future perfect）に、余計な分類が生じることである。たとえば未来完了の文 John will have finished his homework は、通常、ジョンの宿題がこれからある期限までに終わる場合（S-E-R）を意図しているが、それは、ジョンの宿題が今もう終わっていても（E-S-R）、今まさに終わったとしても（S,E-R）、正しい文とされるはずである。つまり、ライヘンバッハの時制理論は、自然言語の未来完了に、余計な

3 つの分類を持ち込んでしまっている。過去未来の場合でも、同様の議論が成り立つ。

ところが、ノミナルによる基準時表現を可能にするハイブリッド時制論理では、未来完了の文 John will have finished his homework は、$F(i\ \&\ P\varphi)$ と形式化される。この式はまさに、ジョンの宿題がこれからある期限までに終わる場合（S-E-R）でも、ジョンの宿題が今もう終わっている場合（E-S-R）でも、今まさに終わった（S,E-R）場合でも、真となる式である。これは、過去時制演算子 P が、出来事時 E に対応する、命題 φ が成り立つ時点を、過去向きに不定に位置づける、という適切な抽象度を有していることによる。こうして、ハイブリッド時制論理が、ライヘンバッハの時制理論を、論理学的に具現しつつその欠陥を補完するものであることがわかる。

さらにハイブリッド時制論理は、ライヘンバッハの基準時という古典的概念の論理的なポテンシャルを引き出し、明らかにする。まず第一に、ハイブリッド時制論理では、ライヘンバッハの時制理論では実現できなかった、基準時の再帰的表現が可能となる。たとえば、I shall have been going to see John がその例である。この複雑な文を理解するためには、2 つの基準時 R_1 と R_2 が必要となるが、さらに、ライヘンバッハの図式をこうした複数の基準時を導入して拡張したとしても、その解釈として、S-R_2-E-R_1 だけでなく、S-R_2-R_1-E などの可能性も考えられる。しかし、ハイブリッド時制論理では、R_1 を i, R_2 を j とすれば、これらの意味論的可能性をすべて覆って、$F(i\ \&\ P(j\ \&\ F(\text{I-see-John})))$ として表現できることになる。

第二に、さらに重要なことは、ハイブリッド時制論理による基準時の表現によって、基準時を明示化することの談話 discourse レベルでの機能が明らかになるということである。基準時を明示化することの意味は、たんに単一の文が表す事態の時間順序を精確に記述することにあるのではない。そうではなく、その意味は、明示化した基準時を、談話中いつでも照応可能にし、再利用できるようにしておくこと、にある。たとえば、次の談話を考えよう。「ヴィンセントは目を覚ました。何かがおかしいと感じた。ヴィンセントは銃に手を伸ばした。」この談話では、第一文と第二文はほぼ同時の出来事を記述していると考えられ、第三文は、それらより少し後の出来事を記述していると考えられる。この談話を、ハイブリッド時制論理では、$P(i\ \&\ \text{wake-up})\ \&\ P(j\ \&\ \text{feel-wrong})\ \&\ @_j i\ \&\ P(k\ \&\ \text{reach-for-the-gun})\ \&\ @_k Pj$ によって形式化することができる。一般に $@_i\varphi$ は、今の時間モデルの脈絡では、「時点 i において φ が成り立つ」という意味である。したがって $@_j i$ は「時点 j において i が成り立つ」つまり「時点 j は時点 i と同じ時点である」つまり「時点 j と時点 i は同時である」ことを表すことになる。また $@_k Pj$ は、「時点 k において、過去に j が成り立つ」つまり「時点 j は時点 k の過去である」つまり「時点 k は時点 j の後の時点である」を表す。こうして、第一文の基準時 i と第二文の基準時 j、第三文の基準時 k が明示化されることによって、これらが談話中で互いに照応され、それによって談話の時間的構造化が進

展していくことの表現可能性が、十分見て取れるだろう。

2.2.4　第三段階：時点参照関係と時点参照演算子

　さて、以上、言語学の側と論理学の側からの両者の見地に基づき、

(1) 晴れていれば、客が多かったのに。

の形式化に戻って、

(1.1) $P(AF(p \to q)\ \&\ EF(p\ \&\ q))$

の改良を考える。まず、蔡 (2014) と同じアイディアに従って、(1) の分岐時間モデルを次のように与えてみる。

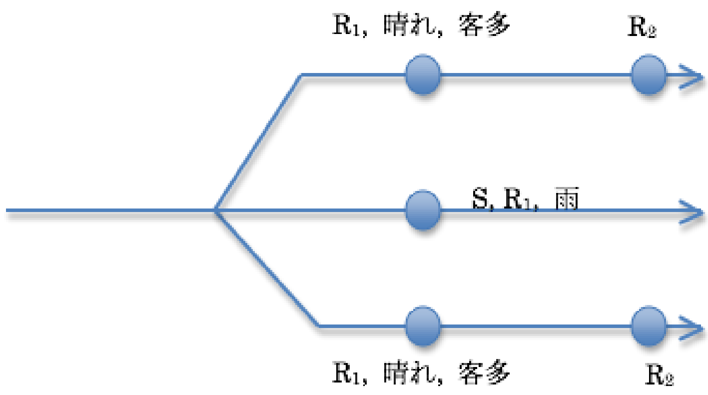

図 2.7

このモデルから、蔡 (2014) と Blackburn (1990, 1994) 及び Blackburn & Jørgensen (2016) のアイディアをそのまま用いることの困難にただちにぶつかる。まず、分岐時間モデルは、一般には、現実の時間系列以外に、複数の可能的な時間系列への分岐をもちうる。その場合、基準時は、複数の時間系列に対して、各時間系列ごとに置かれなければならない。つまり、今の場合 R_1 も R_2 も、モデルに全体として複数存在することになり、話者は、発話時から、複数の時間系列の各々に位置する、複数の R_1 と R_2 に同時に言及していることになる。しかし、Blackburn (1990, 1994), Blackburn & Jørgensen (2016) のように、基準時の表現として単純に一点だけを表示するノミナルを用いる限り、上の複数の R_1 たち、R_2 たちを、一度に指示することはできない。

　この困難に対してはしかし、上のモデルを次のように捉え直すことによって、自然なアプローチが生じてくる。

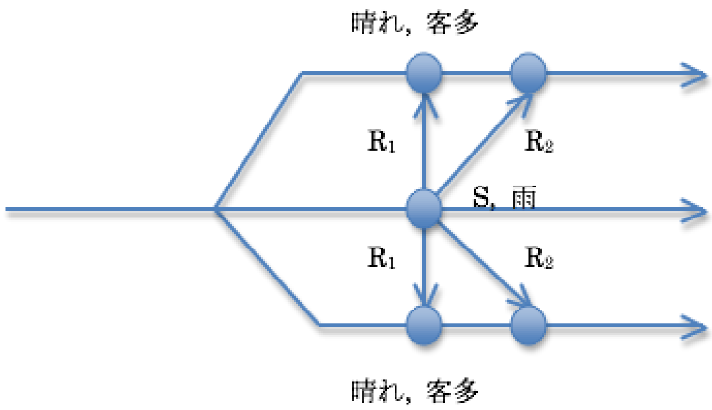

図 2.8

上の図では、基準時というものを、孤立した点としてではなく、発話時からの到達関係として表現している。これにより、点としての基準時 R_1, R_2 は、クリプキ構造上の到達関係 R_1, R_2 として、したがって言語の側では、様相演算子 $\langle R_1\rangle$, $\langle R_2\rangle$ として、複数の基準時 R_1 の分布、複数の基準時 R_2 の分布を表現するものとなる。これら複数の対応する基準時を同時に指示する様相演算子 $\langle R_1\rangle$, $\langle R_2\rangle$ は、プログラミング言語における参照演算子・間接参照演算子との類比から、「時点参照演算子」と呼ばれてよい[*27]。

さて、上の図からからもわかる通り、時点参照関係は、現在の発話時 S を起点とする関係であり、つねにこの現在の時点と相対的に与えられる。幸運なことに、もともとこうした現在の時点を明示する論理学的装置を備えているのが、ハイブリッド論理である。

[*27] 参照演算子（アドレス演算子）& は、変数 x に適用されると、変数 x のアドレス $\&x = a$ を表示する。このアドレス a は、変数 x の表す値そのものではなくて、その値が格納されている場所を指示（参照）する名前、と考えてよい。次に間接参照演算子*は、変数 x のアドレス a に適用されて、この a に格納されている値を取り出す。例えばその値が 2 である場合、$*a = 2$ となる。$a = \&x$ であったから、$*(\&x) = 2$ であり、これは変数 x のアドレス $\&x = a$ を経由して、変数 x の値 2 を間接的に参照している、ということになる。われわれの導入した時点参照演算子 $\langle R_n\rangle$ は、すぐ後に導入される「↓」束縛子と組み合わされて、この「間接参照」と似た働きを実現することができる。まず、$\langle R_n\rangle\downarrow x.x$ によって、現在の状態から R_n で指示される場所に状態変数 x の位置を宣言することができる。次に、$[R_n]i$ によって、現在の状態から R_n で指示される場所に格納されている値が i であることが宣言できる。そしてこの $\langle R_n\rangle\downarrow x.x$ と $[R_n]i$ から、$\langle R_n\rangle\downarrow x.(x \ \& \ i)$ が帰結する。ここで $x \ \& \ i$ は、ハイブリッド論理における $x = i$ ということの正確な表現に他ならない。この働きには時間に関する推論の文脈で次のような応用が考えられる。$R_n := yesterday$, $p :=$「容疑者にはアリバイがある」, $i :=$ 5 月 18 日 としよう。するとまず、$\langle yesterday\rangle\downarrow x.(x \ \& \ p)$ は「昨日、容疑者にはアリバイがあった」を表す。次に、$[yesterday]$ (5 月 18 日) は「昨日は 5 月 18 日だった」を表す。そしてこの二つから、$\langle yesterday\rangle\downarrow x.(x \ \&$ (5 月 18 日) $\& \ p)$、つまり「昨日、5 月 18 日、容疑者にはアリバイがあった」が帰結する。ここで「昨日」（$yesterday$）は、まさに現在から 1 日前への到達関係を表す、と考えるわけである。このように考えれば、「昨日」（$yesterday$）と「明日」（$tomorrow$）の随伴的関係も、過去時制演算子 P と未来時制演算子 F の随伴的関係と類比的に捉えられる。つまり $\langle yesterday\rangle[tomorrow]p \rightarrow p$ と $\langle tomorrow\rangle[yesterday]p \rightarrow p$ を（時制論理の公理 $PGp \rightarrow p$ と $FHp \rightarrow p$ に倣って）公理とすれば、これらはそれぞれ、「昨日、明日 p、ならば p」「明日、昨日 p、ならば p」を表し、これは昨日の明日と明日の昨日がそれぞれどちらも現在（今日）となることを述べていることになる。

この論理学的装置は、「↓」束縛子 downarrow binder と呼ばれる。このオペレーターは、「$\downarrow x.\varphi$」の形で、「現在の状態 the current state を x と名付け、この現在の状態 x で φ が成り立つ」ということを表現できる。φ は任意の論理式であるが、一般に現在の状態の名前である x を式中に含むことによって、この現在の状態 x についての再帰的な言及を可能にする。たとえば「$\downarrow x.GPx$ 」は直観的に「現在の状態を x と名付けると、これ以降ずっと、過去において x という状態が成り立っていたことになる」と読める。

この「↓」束縛子と時点参照演算子 $\langle \mathrm{R}_1 \rangle$, $\langle \mathrm{R}_2 \rangle$ を組み合わせることで、(1) は CTL 特有の時間系列への量化表現 A, E を用いることなく、時点への量化のみを許す古典的な時制演算子 G「これ以降のすべての時点で」と F「これ以降のある時点で」と H「これ以前のすべての時点で」の弱い表現力だけで、次のように再形式化できる。

(1.2) $\downarrow x.P($
(a) $F(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \;\&\; p \;\&\; F\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x) \;\&$
(b) $G(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \to (p \to G(\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x \to H(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \to q))))$

$\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle$, $\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle$ はそれぞれ、$\langle \mathrm{R}_1 \rangle$, $\langle \mathrm{R}_2 \rangle$ 演算子の、第一章で利用した逆関係演算子で、$\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x$ は「時点 x から R_1 で参照されている」と読める。ここで (1. 2) は過去時制演算子 P の内部に

(a) $F(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \;\&\; p \;\&\; F\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x) \;\&$
(b) $G(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \to (p \to G(\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x \to H(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \to q))))$

の二つの時間特性をもっている。

一つ目の時間特性 (a) の読みは、「これ以降のある時間系列上に今の時点 x から R_1 で参照される時点があって、そこで p が成り立ち（そこで晴れていて）、さらにその未来に今の時点 x から R_2 で参照される時点がある」となる。

二つ目の時間特性 (b) の読みは、「これ以降、今の時点 x から R_1 で参照される時点になったとき、そこで p が成り立てば（そこで晴れていれば）、さらにそれ以降、今の時点 x から R_2 で参照される時点になったとき、そこから見てそれ以前に、今の時点 x から R_1 で参照される時点で、q が成り立つ（客が多い）」となる。

この読みから (b) は $G(-)$ という未来必然性の形をもつにもかかわらず、その直後に「今の時点 x から R_1 で参照される時点になったとき」という時制演算子内部の制限 restriction を伴うことによって、次の直観的前提の下で、実質的に「強活性」に近似した時間特性に弱められていることがわかる。つまり、その直観的前提とは、当の過去の時点から始まるあらゆる時間系列（現実の時間系列も含む）において、たとえば R_1 について、「今の時点 x から R_1 で参照される」時点は、たかだか一つである、という前提である。この前提の下では、どの時間系列においても、「今の時点 x から R_1 で参照される」時点、つ

まりここではある特定の営業日を迎えれば、〜が成り立つ、という形で、 (b) の形式上の未来必然性が、いわば「擬強活性」に弱められる。各時間系列における「今の時点 x から R_1 で参照される」時点の一意性、というこの前提自体も、ハイブリッド時制論理の表現力の範囲内で、

(c) $G \downarrow y.(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \to (H(\neg y \to \neg \langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x) \ \&\ G(\neg y \to \neg \langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x)))$

によって、束縛子 $\downarrow x.$ と過去時制演算子 P の内部に明示化することができる。さらに、(1) が実際に (c) の想定を含むものと考えるか否かにかかわらず、(a) と (b) の時間特性から (1.2) は結局

(1.2.1) $\downarrow x.P(F(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \ \&\ p \ \&\ F(\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x \ \&\ H(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \to q))))$

つまり「ある過去の時点において、晴れていて（p 部分）、今の時点 x から R_2 で参照される（$\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x$ 部分）未来の時点からみれば、客が多かった（$F(\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x \ \&\ H(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \to q))$ 部分）、そのような今の時点 x から R_1 で参照される（最初の $\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x$ 部分）未来の時点があった」を含意することになる。

　ところで、

(1) 晴れていたら、客が多かったのに。

に対応する英語の文

(1e) If it were fine, there would be many customers.

における ‘will’ の過去形 ‘would’ は、蔡 (2014) の指摘する日本語の反事実条件文の帰結節のように、「多かった」という真の過去時制を意味するものとは、必ずしも考えられないであろう。とすれば、英語の反事実条件文は、この点に関して、日本語よりも単純な時間構造をもっている可能性がある。つまり、その場合、(1e) の分岐時間モデルは、

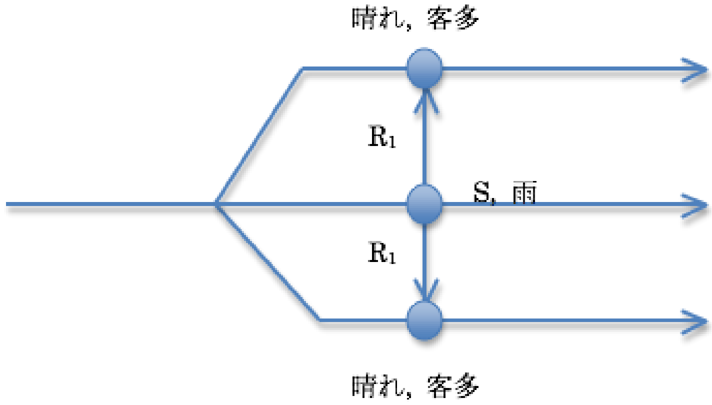

図 2.9

によって与えられる。つまり、英語の反事実条件文では、条件節と帰結節で基準時が一致し、ただ一つの時点参照関係 R_1 しかもたない場合がある、と考えられる。その場合、(1) の形式化 (1.2) は、

(1.2e) $\downarrow x.P($
(a) $F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \;\&\; p)\;\&$
(b) $G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to (p \to q)))$

にまで単純化される。この場合、一つ目の時間特性 (a) の読みは、「これ以降のある時間系列上に今の時点 x から R_1 で参照される時点があって、そこで p が成り立つ（そこで晴れている）」となる。また、二つ目の時間特性 (b) の読みは、「これ以降、今の時点 x から R_1 で参照される任意の時点になったとき、そこで $p \to q$（晴れているならば客が多い）が成り立つ」となる。この (1.2e) は、(1.2) のときと同様、それ自身で

(1.2.1e) $\downarrow x.P(F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \;\&\; p \;\&\; q))$

を含意する。これは「ある過去の時点において、晴れていて（p 部分）、客が多い（q 部分）、そのような今の時点 x から R_1 で参照される（$\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x$ 部分）未来の時点があった」という、(1.2.1) よりも単純な内容となる。

　ここで、以上の (1) と (1e) のハイブリッド時制論理による形式化により、日米の反事実条件文の間の帰結関係が指摘できる。まず、R_1 と R_2 の先後関係、今の場合、R_1 よりも R_2 の方が未来に存在すること、が、ハイブリッド時制論理の pure 式（命題変項としてノミナルしか含まない式）によって、以下のように簡潔に表現できる[*28]。

[*28] (d) が意図する構造的性質を定義することは、次のようにして示される。示すべきことは、任意の時間フレーム $\mathcal{T} = (T, \{\leq\} \cup \{\mathrm{R}_n\}_{n\in\mathbf{N}} \cup \{\xrightarrow{a}\}_{a\in\mathrm{Act}})$（以下 2.2.6 参照）について、

(d) $\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle i \to F\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle i$

これを前提したとき、日本語の反事実条件文

(1) 晴れていれば、客が多かったのに。

の形式化

(1.2) $\downarrow x.P($
(a) $F(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \ \&\ p \ \&\ F\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x) \ \&$
(b) $G(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \to (p \to G(\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x \to H(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \to q))))$

は、対応する英語の反事実条件文

(1e) If it were fine, there would be many customers.

の形式化

(1.2e) $\downarrow x.P($
(a) $F(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \ \&\ p) \ \&$
(b) $G(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \to (p \to q)))$

を帰結する。

2.2.5 反事実条件文一般の推移的推論

以上のハイブリッド時制論理による (1) の形式化により、作用を含まない反事実条件文の推移的推論についても、重要な結果が得られる。次の推移的推論を考える。

$$\frac{\begin{array}{c}\text{(i) 晴れていれば、客が多かったのに。}\\ \text{(ii) 客が多かったら、黒字だったのに。}\end{array}}{\text{(iii) 晴れていれば、黒字だったのに。}}\ (J)$$

(i), (ii), (iii) とも、形式化の際、弱活性部分は省略し、強活性部分のみを考える（強活

$$\forall t, t' \in T\ (t\mathrm{R}_1 t' \Rightarrow \exists t'' \in T\ (t' \leq t'' \text{ and } t\mathrm{R}_2 t'')) \quad \text{iff} \quad \mathcal{T} \models \langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle i \to F\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle i$$

である。そこで、左辺を仮定して、$t' \models \langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle i$ とする。すると、$t'\mathrm{R}_1^{-1}t$, $V(i) = \{t\}$ なる $t \in T$ がある。よって $t\mathrm{R}_1 t'$ であるから、左辺より $t' \leq t''$, $t\mathrm{R}_2 t''$ なる $t'' \in T$ がある。よって $t''\mathrm{R}_2^{-1}t$, $V(i) = \{t\}$ より $t'' \models \langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle i$、これと $t' \leq t''$ より $t' \models F\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle i$ となる。逆に、右辺を仮定して、$t\mathrm{R}_1 t'$ とする。このとき $V(i) = \{t\}$ と定める。すると、この付値 V の下で、$t'\mathrm{R}_1^{-1}t$ より $t' \models \langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle i$ となり、これと右辺から $t' \models F\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle i$ となる。よって、$t' \leq t''$, $t'' \models \langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle i$ なる $t'' \in T$ がある。いま $V(i) = \{t\}$ であるから、$t'' \models \langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle i$ より $t''\mathrm{R}_2^{-1}t$、したがって $t\mathrm{R}_2 t''$ となる。

性部分の帰結関係が成立すれば、弱活性部分の帰結関係も成立する)。すると、結果から言えば、新たに $r :=$「黒字である」として、

$$\frac{\begin{array}{c}\text{(i')}\ \downarrow x.P(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x\ \&\ G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to (p \to G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to H(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to q)))) \\ \text{(ii')}\ \downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x \to G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to (H(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to q) \to G(\langle \mathrm{R}_3^{-1}\rangle x \to H(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to r)))))\end{array}}{\text{(iii')}\ \downarrow x.P(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x\ \&\ G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to (p \to G(\langle \mathrm{R}_3^{-1}\rangle x \to H(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to r))))}\ (J')$$

とすれば、(i'), (ii') から (iii') が帰結し、全体として (J) を成立させる、(J) の形式化となる。

ここで、ポイントとなるのは (ii) およびその形式化 (ii') である。まず、素朴な自然言語の直観レベルで、(i) は、「客が多かったのに」と振り返る帰結節の基準時 R_2 に焦点が置かれていると考えれる。それは、基準時 R_2 における「(基準時 R_1 で) 客が多かった」ことの影響・効果 effect に、話者の最大の関心があるためであると考えられる。そもそも、ある出来事に対して基準時というものを措定する必要性は、その時点に、当の出来事がもたらす周囲への影響・効果を考慮しなければならない何らかの理由が存在するためと考えられる。そうした基準時の判り易い例が、「期限 dead-line」である[*29]。たとえば、(i) の話者にとって、基準時 R_2 はその日の売上報告の期限であると考えれば、基準時 R_2 が措定されている理由が顕在化されるだろう。そこで (ii) は、基準時 R_2 における「(基準時 R_1 で) 客が多かった」ことの影響・効果として、「黒字である」ことを引き出すことによって、基準時 R_2 に話者の焦点が置かれた理由をより明らかにするものものである、と考えることができる。(ii') における追加の基準時 R_3 の措定は、直接には基準時 R_2 で「黒字である」状態をより未来の時点から振り返って述べる日本語のアスペクト「黒字だった」の「だった」をここでも説明するためものである。しかし、今度はこの基準時 R_3 自体も、基準時 R_2 で黒字だった影響・効果を考慮する状況が存在する、そういった時点として措定されている可能性がある (たとえば基準時 R_3 は経営者による店舗存続の判断がかかっている日かもしれない)。したがって、その場合には、この R_3 自体がまた後に談話中で言及される可能性が生じる (「黒字だったら、つぶれなかったのに!」)。ハイブリッド時制論理による基準時表現の効力は、こうして、反事実条件文の推移的推論という論理的推論の文脈でも、十全に生かされる。

(i'), (ii'), (iii') を通じてもう一つ注意しなければならないのは、各式の一番前方に加え

[*29] 「期限 dead-line」の概念は、計算機科学の分野でも、実時間計算システム (real-time computing system) の設計理論の中心的課題をなすものである。実時間計算システムの判り易い例は、自動車のブレーキ・エンジンの制御装置、心臓ペースメーカー、原子炉の制御システムであり、これらは許容された反応時間内に求められる反応が返ってこなければ、当のシステムだけでなく、当のシステムを取り巻く周囲の環境に対し、即座に深刻な影響を与える。そこでは、この許容された反応時間こそが、「期限 dead-line」の明確な基準 (理由) を与える。

られた時点参照 $\langle \mathrm{R}_0^{-1} \rangle x$ である。これは、ここまで隠伏的にされていた、過去における現実の時間進展と可能的な時間進展との分岐時点を明示化したものである。この分岐時点が必要になる理由は以下である。(ii') の「客が多かったら黒字だった」に直接あたる部分 $H(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \to q) \to G(\langle \mathrm{R}_3^{-1} \rangle x \to H(\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x \to r)))$ は、実際は、ある限られた時間系列の範囲の下でのみ成立する。たとえば、客が多くても、その日機材が故障し、その修理代がかかるような時間系列が存在すれば、黒字ではなくなるかもしれない。そこで分岐時点の基準時 R_0 の措定は、そのような想定されていない時間系列を排除し、来客数がそのまま黒字につながるという依存関係が成立する、そのような時間系列の範囲への限定を行う機能がある。一般に、分岐時間モデルにおいて、考慮する分岐時点が過去に遡れば遡るほど、そこから分岐する各時間系列上で参照される特定の基準時（ここでは R_2）の分布は拡大し、それに応じて様々な可能性を考慮しなくてはいけなくなる。ある現在に近い特定の過去の時点に、考慮する分岐時点を留めることで、同時に、参照する基準時の範囲の制限を行い、その可能性の限定を行うのが、この過去の分岐時点への時点参照 $\langle \mathrm{R}_0^{-1} \rangle x$ の役割である（この分岐時点による参照基準時の範囲の制限によって、後で示すように分岐時間モデルから D. ルイスの球体系 \$ が再構成できることになる）。

こうして、

(ii') $\downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0^{-1} \rangle x \to G(\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x \to (H(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \to q) \to G(\langle \mathrm{R}_3^{-1} \rangle x \to H(\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x \to r)))))$

の読みは、「過去のある分岐時点 R_0 まで遡れば、それ以降の各時間系列で、参照時点 R_2 が来たとき、そこで、より以前の参照時点 R_1 で客が多かった（q 部分）ならば、より以後の参照時点 R_3 から振り返ったとき、R_2 で黒字（r 部分）だった」となる。

他方、(J) に対応する英語の反事実条件文の推移的推論

$$\frac{\begin{array}{c}\text{(i-e)If it were fine, there would be many customers.}\\ \text{(ii-e)If there were many customers, we would have a surplus.}\end{array}}{\text{(iii-e)If it were fine, we would have a surplus.}}\ (E)$$

を考え、これを構成する 3 つの英語の反事実条件文が、すべて、分岐時点以外には同じ 1 つの参照時点 R_1 しかもたないと単純化して想定した場合、この (E) の形式化は、

$$\frac{\begin{array}{l}\text{(i'-e)}\ \downarrow x.P(\langle \mathrm{R}_0^{-1} \rangle x\ \&\ G(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \to (p \to q)))\\ \text{(ii'-e)}\ \downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0^{-1} \rangle x \to G(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \to (q \to r))\end{array}}{\text{(iii'-e)}\ \downarrow x.P(\langle \mathrm{R}_0^{-1} \rangle x\ \&\ G(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \to (p \to r)))}\ (E')$$

にまで単純化される。これは、英語の話者が、晴れている時点、客が多い時点、黒字である時点を、たとえば同じ一日という単位でひとまとめに捉えているものと考えれば、合理

的な単純化といえる。

2.2.6 前件に作用を含む反事実条件文と前件に作用を含まない反事実条件文の統一的な言語 HTL$_{CF}$ とその分岐時間モデル

以上の時点参照様相演算子の導入による分析を通して、前件に作用を含まない反事実条件文の典型的論理形式と、前件に作用を含む反事実条件文の典型的論理形式を、以下のように与える。

(CS) 「φ だったら ψ だったのに」(φ を実現する時間系列への分岐時点が過去に存在することを含意する場合)
$\downarrow x.P(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x \ \&$
(a) $F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \ \& \ \varphi \ \& \ F\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x) \ \&$
(b) $G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to (\varphi \to G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to \psi))))$

(CW) 「φ だったら ψ だったのに」(φ を実現する時間系列への分岐時点が過去に存在することを含意しない場合)
$\downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x \to$
(a) $F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \ \& \ \varphi \ \& \ F\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x) \ \&$
(b) $G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to (\varphi \to G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to \psi))))$

(CSA) 「a していたら ψ だったのに」(a を実現する時間系列への分岐時点が過去に存在することを含意する場合)
$\downarrow x.P(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x \ \&$
(a) $F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \ \& \ \langle a\rangle F\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x) \ \&$
(b) $G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to [a]G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to \psi)))$

(CWA) 「a していたら ψ だったのに」(a を実現する時間系列への分岐時点が過去に存在することを含意しない場合)
$\downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x \to$
(a) $F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \ \& \ \langle a\rangle F\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x) \ \&$
(b) $G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to [a]G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to \psi)))$

これらの論理形式を構成するための言語は、$\mathsf{Prop} = \{p, q, r, ...\}$, $\mathsf{Nom} = \{i, j, k, ...\}$, $\mathsf{Var} = \{x, y, z, ...\}$ を、それぞれ命題変項、ノミナル、時点変項の、どれも互いに素な可算無限集合とし、また、$\mathsf{Rel} = \{\mathrm{R}_n\}_{n\in\mathbb{N}} \cup \mathrm{Act}$ を関係記号として、次のシンタクスによっ

て定義される。

$$\varphi ::= \top \mid x \mid i \mid p \mid \neg\varphi \mid \varphi_1 \,\&\, \varphi_2 \mid F\varphi \mid P\varphi \mid \langle \mathrm{R}_n \rangle\varphi \mid \langle \mathrm{R}_n^{-1} \rangle\varphi \mid \langle a \rangle\varphi \mid \langle a^{-1} \rangle\varphi \mid @_i\varphi \mid \downarrow x.\varphi$$

この言語はハイブリッド時制論理の拡張であるため、これを「反事実条件法のためのハイブリッド時制論理 Hybrid Tense Logic for Counterfactuals」として、HTL_{CF} とする。この言語 HTL_{CF} に対し、標準的クリプキモデルを与える。まず時点の集合 T と時点間の関係 $\leq, R_n, \xrightarrow{a}$（$n \in \mathbb{N}$, $a \in \mathrm{Act}$）からなる、クリプキフレーム $\mathcal{T} = (T, \{\leq\} \cup \{\mathrm{R}_n\}_{n\in\mathbb{N}} \cup \{\xrightarrow{a}\}_{a\in\mathrm{Act}})$ を用意する。このクリプキフレーム $\mathcal{T}$ と、命題変項とノミナルに対する付値 V の二重対 $\mathcal{M} = (\mathcal{T}, V)$ が、HTL_{CF} のためのクリプキモデルである。ただし、$\leq$ は時点間の時間順序を表し、strict でない半順序関係とする[*30]。つまり $\leq$ は

(反射性) $\forall t \in T\ (t \leq t)$
(推移性) $\forall t, t', t'' \in T\ (t \leq t' \text{ and } t' \leq t'' \Rightarrow t \leq t'')$
(反対称性) $\forall t, t' \in T\ (t \leq t' \text{ and } t' \leq t \Rightarrow t = t')$

を満たすとする。また、$\leq$ は過去向きに線形であるとする。つまり

(過去線形性) $\forall t, t', t'' \in T\ ((t' \leq t \text{ and } t'' \leq t) \Rightarrow (t' \leq t'' \text{ or } t = t' \text{ or } t'' \leq t'))$

を満たすとする。これは、時間の流れが未来方向に分岐しても、過去方向には分岐しないという、一般的な分岐時間モデルの制約を表している。

このモデル $\mathcal{M}$ のもとで、$P\varphi, F\varphi, H\varphi, G\varphi$ の充足条件を、

$$\begin{array}{lll} t \models F\varphi & \text{iff} & \exists t'\ (t \leq t' \text{ and } t \models \varphi) \\ t \models P\varphi & \text{iff} & \exists t'\ (t' \leq t \text{ and } t \models \varphi) \end{array}$$

によって定める。$G\varphi \equiv \neg F \neg\varphi$、$H\varphi \equiv \neg P \neg \varphi$ と定義すれば、これらの充足条件は、

$$\begin{array}{lll} t \models G\varphi & \text{iff} & \forall t'\ (t \leq t' \Rightarrow t \models \varphi) \\ t \models H\varphi & \text{iff} & \forall t'\ (t' \leq t \Rightarrow t \models \varphi) \end{array}$$

となる。このとき、$\leq$ の（反射性）（推移性）（過去線形性）の制約は、時制論理式の範囲でそれぞれ

$$\begin{array}{ll} \text{(REF)} & \varphi \to F\varphi \\ \text{(TRAN)} & FF\varphi \to F\varphi \\ \text{(LIN-P)} & FP\varphi \to P\varphi \vee \varphi \vee F\varphi \end{array}$$

[*30] クリプキフレームで表現される時間関係は通常 strict な半順序関係 $<$ であるが、われわれの時間モデルでは基準時 $\mathrm{R_n}$ たちの指定を時制演算子 P, F, H, G と組み合わせて行えるようにするため、この strict でない半順序関係 $\leq$ を用いる。

を公理とすることによって表現できる。$\leq$ の（反対称性）には、ハイブリッド論理の表現力が必要であり、

$$\text{(ANTI-SYM)}\quad @_i G(Fi \to i)$$

を公理とすることで表現できる。付随して上の $\leq$ の（反射性）（推移性）（過去線形性）もハイブリッド論理で表現することができ、その場合、

$$\begin{array}{ll} \text{(REF)} & @_i Fi \\ \text{(TRAN)} & @_i Fj \mathbin{\&} @_j Fk \to @_i Fk \\ \text{(LIN-P)} & @_i(Pj \mathbin{\&} Pk) \to (@_j Pk \vee @_j k \vee @_k Pj) \end{array}$$

となる。

以上の時制演算子と同様に、時点参照演算子 $\langle \mathrm{R}_n\rangle\varphi$, $\langle \mathrm{R}_n^{-1}\rangle\varphi$ の充足条件は

$$\begin{array}{lll} t \models \langle \mathrm{R}_n\rangle\varphi & \text{iff} & \exists t'\ (t\mathrm{R}_n t' \text{ and } t \models \varphi) \\ t \models \langle \mathrm{R}_n^{-1}\rangle & \text{iff} & \exists t'\ (t'\mathrm{R}_n t \text{ and } t \models \varphi) \end{array}$$

によって、作用演算子 $\langle a\rangle\varphi$, $\langle a^{-1}\rangle\varphi$ の充足条件は

$$\begin{array}{lll} t \models \langle a\rangle\varphi & \text{iff} & \exists t'\ (t \xrightarrow{a} t' \text{ and } t \models \varphi) \\ t \models \langle a^{-1}\rangle\varphi & \text{iff} & \exists t'\ (t' \xrightarrow{a} t \text{ and } t \models \varphi) \end{array}$$

によって定められる。このとき $G\varphi$、$H\varphi$ と同様、$[\mathrm{R}_n]\varphi \equiv \neg\langle \mathrm{R}_n\rangle\neg\varphi$, $[a]\varphi \equiv \neg\langle a\rangle\neg\varphi$, $[a^{-1}]\varphi \equiv \neg\langle a^{-1}\rangle\neg\varphi$ と定義する。これらの充足条件も $G\varphi$、$H\varphi$ と同様である。

また、時間量 0 の経過も時間の経過のうちに含めるとすれば、その意味で、作用 a には必ず時間の経過が伴うとする。これはフレーム上で

$$\forall t, t' \in T\ (t \xrightarrow{a} t' \Rightarrow t \leq t')$$

によって表され、

$$\text{(ELAPSE)}\qquad @_i(\langle a\rangle j \to Fj)$$

を公理とすることによって表現できる。

最後に、「$\downarrow$」束縛子の充足条件は、「$\downarrow$」束縛子付きハイブリッド論理 $\mathcal{H}(@,\downarrow)$ に従い、時点変項 x たちに T 中の時点 t たちを割り当てる関数 g を用意し、モデル $\mathcal{M}$ とその下での割り当て g を明示化した上で、

$$\mathcal{M}, g, t \models \downarrow x.\varphi \quad \text{iff} \quad \mathcal{M}, g[x \mapsto t], t \models \varphi.$$

によって与えられる。ここで $g[x \mapsto t]$ は、変項 x に時点 t を割り当てる以外は、g と同じ割り当て関数である。

HTL$_{CF}$ は、P. Blackburn and B. Ten Cate (2016) ([14]) による「↓」束縛子付きハイブリッド論理 $\mathcal{H}(@,\downarrow)$ の公理化 $\mathbf{K}_{\mathcal{H}(@,\downarrow)}$ の特殊な場合として、以下によって公理化できる。

Axioms

$$
\begin{aligned}
(PC1)\ & \vdash \varphi \to (\psi \to \varphi).\\
(PC2)\ & \vdash \varphi \to (\psi \to \theta) \to ((\varphi \to \psi) \to (\varphi \to \theta)).\\
(PC3)\ & \vdash (\neg\varphi \to \neg\psi) \to ((\neg\varphi \to \psi) \to \varphi).\\
(K_X)\ & \vdash X(\varphi \to \psi) \to (X\varphi \to X\psi), \text{ where } X \in \{G, H, [\mathrm{R}_n], [\mathrm{R}_n^{-1}], [a], [a^{-1}]\}.\\
(K_@)\ & \vdash @_i(\varphi \to \psi) \to (@_i\varphi \to @_i\psi).\\
(Sd_@)\ & \vdash @_i\varphi \to \neg @_i\neg\varphi.\\
(Ref_@)\ & \vdash @_i i.\\
(Agree)\ & \vdash @_i @_j \varphi \to @_j\varphi.\\
(Intro)\ & \vdash i \to (\varphi \to @_i\varphi).\\
(Back_Y)\ & \vdash Y @_i\varphi \to @_i\varphi, \text{ where } Y \in \{F, P, \langle \mathrm{R}_n\rangle, \langle \mathrm{R}_n^{-1}\rangle, \langle a\rangle, \langle a^{-1}\rangle\}.\\
(GP)\ & \vdash @_i GPi.\\
(HF)\ & \vdash @_i HFi.\\
(+-_R)\ & \vdash @_i[R]\langle R^{-1}\rangle i, \text{ where } R \in \{\mathrm{R}_n, a\}.\\
(-+_R)\ & \vdash @_i[R^{-1}]\langle R\rangle i, \text{ where } R \in \{\mathrm{R}_n, a\}.\\
(DA)\ & \vdash @_i(\downarrow x.\varphi \leftrightarrow \varphi[x := i])\ ^{*31}.
\end{aligned}
$$

Rules

$$
\begin{aligned}
(MP)\ & \text{If } \vdash \varphi \text{ and } \vdash \varphi \to \psi, \text{ then } \vdash \psi.\\
(Gen_X)\ & \text{If } \vdash \varphi, \text{ then } \vdash X\varphi, \text{ where } X \in \{G, H, [\mathrm{R}_n], [\mathrm{R}_n^{-1}], [a], [a^{-1}]\}.\\
(Gen_@)\ & \text{If } \vdash \varphi, \text{ then } \vdash @_i\varphi.\\
(Name)\ & \text{If } \vdash @_i\varphi \text{ and } i \text{ does not occur in } \varphi, \text{ then } \vdash \varphi.\\
(Paste_Y)\ & \text{If } \vdash @_i Y j \ \&\ @_j\varphi \to \psi \text{ and } j \text{ distinct from } i \text{ does not occur in } \varphi \text{ or } \psi, \text{ then}\\
& \vdash @_i Y\varphi \to \psi, \text{ where } Y \in \{F, P, \langle \mathrm{R}_n\rangle, \langle \mathrm{R}_n^{-1}\rangle, \langle a\rangle, \langle a^{-1}\rangle\}.
\end{aligned}
$$

*31 ここで $\varphi[x := i]$ は、φ 中の時点変項 x のすべての現れを、ノミナル i で置き換えたものである。

($PureSubst$) If $\vdash \varphi$ and φ is pure[*32], then $\vdash \varphi^\sigma$, where $(\cdot)^\sigma$ is a uniform substitution for nominals [*33].

Axioms for Frame Properties[*34]

(REF) $\vdash @_i Fi$.
(TRAN) $\vdash @_i Fj \;\&\; @_j Fk \to @_i Fk$.
(ANTI-SYM) $\vdash @_i G(Fi \to i)$.
(LIN-P) $\vdash @_i(Pj \;\&\; Pk) \to (@_j Pk \vee @_j k \vee @_k Pj)$.
(ELAPSE) $\vdash @_i(\langle a \rangle j \to Fj)$.

この公理系は、同じく P. Blackburn and B. Ten Cate (2016) ([14]) による $\mathbf{K}_{\mathcal{H}(@,\downarrow)}$ の完全性の特別な場合として、作用が時間量 0 以上の時間経過を伴う、過去線形な半順序分岐時間フレームのクラスに対して完全である[*35]。

以上の設定から、現在の時点を t とすると、t における前件に作用を含まないタイプの反事実条件文 (CS) の充足条件は、

(CS の充足条件)
$\mathcal{M}, g, t \models \downarrow x.P(\langle \mathrm{R}_0^{-1} \rangle x \;\&$
(a) $F(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \;\&\; \varphi \;\&\; F\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x) \;\&$
(b) $G(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \to (\varphi \to G(\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x \to \psi))))$
iff
$\exists t_0 \leq t \;(t\mathrm{R}_0 t_0 \;\&$

*32 ここで φ が pure であるとは、φ が命題変項を一つも含まない、つまり φ を構成する原子式にノミナルしか使われていない、ということである。

*33 ノミナルに対する一様代入 a uniform substitution for nominals $(\cdot)^\sigma$ は、ノミナルの集合 Nom（これには時点変項は含まれない、つまり、$\mathsf{Nom} \cap \mathsf{Var} = \emptyset$ であったことに注意）から同じ Nom への関数 $\sigma : \mathsf{Nom} \to \mathsf{Nom}$ に基づいて、再帰的に定義される。つまり、$(i)^\sigma = \sigma(i)$, $(\neg\varphi)^\sigma = \neg(\varphi)^\sigma$, $((\varphi \wedge \psi)^\sigma = (\varphi)^\sigma \wedge (\psi)^\sigma$, $(X\varphi)^\sigma = X(\varphi)^\sigma$, $(@_i\varphi)^\sigma = @_{\sigma(i)}(\varphi)^\sigma$, $(\downarrow x.\varphi)^\sigma = \downarrow x.(\varphi)^\sigma$（ただし $X \in \{G, H, [\mathrm{R}_n], [\mathrm{R}_n^{-1}], [a], [a^{-1}]\}$）である。

*34 ここに、必要であれば各時間系列における参照時点の一意性を表す公理

$$(\mathrm{UNIQUE}_{\mathrm{R_n}}) \vdash @_i(\langle \mathrm{R_n} \rangle j \to @_j(H(\neg j \to \neg\langle \mathrm{R_n}^{-1} \rangle i) \;\&\; G(\neg j \to \neg\langle \mathrm{R_n}^{-1} \rangle i))).$$

も追加できる。

*35 ただし、われわれは次節 2.2.7 で D. ルイスの球体系 \$ をこの分岐時間フレームから再構成する際、この分岐時間フレームがさらに過去・未来に整礎であること、すなわち

$$\begin{array}{ll} (\text{WF-P}) & H(H\varphi \to \varphi) \to H\varphi \\ (\text{WF-F}) & G(G\varphi \to \varphi) \to G\varphi \end{array}$$

を仮定するが、これを仮定した場合には、HTL_{CF} の完全性は失われる（[66], p.145 を参照）。

(a) $\exists t_1 \geq t_0\ (t\mathrm{R}_1 t_1\ \&\ t_1 \models \varphi\ \&\ \exists t_2 \geq t_1\ (t\mathrm{R}_2 t_2))$
(b) $\forall t_1 \geq t_0\ (t\mathrm{R}_1 t_1 \to (t_1 \models \varphi \to \forall t_2 \geq t_1\ (t\mathrm{R}_2 t_2 \to t_2 \models \psi))))$

となる。この右辺の充足条件は、現在の時点 t からみて、R_0 で参照された過去のある分岐時点 t_0 があって、(a) その t_0 の時点では、それ以降 R_1 で参照された φ が成立する時点 t_1 が存在し、さらにそれ以降、R_2 で参照される時点 t_2 が存在すること、また、(b) その t_0 の時点では、それ以降 R_1 で参照された時点が来たとき、φ が成立するならば、さらにそれ以降、R_2 で参照された時点が来たとき、ψ が成立する、ということを述べている。

同様に、現在の時点を t とすると、t における前件に作用を含むタイプの反事実条件文 (CSA) の充足条件は、

(CSA の充足条件)
$\mathcal{M}, g, t \models \downarrow x.P(\langle \mathrm{R}_0^{-1} \rangle x\ \&$
(a) $F(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x\ \&\ \langle a \rangle F \langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x)\ \&$
(b) $G(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \to [a] G(\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x \to \psi)))$
iff
$\exists t_0 \leq t\ (t\mathrm{R}_0 t_0\ \&$
(a) $\exists t_1 \geq t_0\ (t\mathrm{R}_1 t_1\ \&\ \exists t_1'((t_1 \xrightarrow{a} t_1')\ \&\ \exists t_2 \geq t_1'\ (t\mathrm{R}_2 t_2)))$
(b) $\forall t_1 \geq t_0\ (t\mathrm{R}_1 t_1 \to \forall t_1'((t_1 \xrightarrow{a} t_1') \to \forall t_2 \geq t_1'\ (t\mathrm{R}_2 t_2 \to t_2 \models \psi))))$

となる。以上、(CS) と (CSA) の充足条件が表す分岐時間モデルの共通な概形を描いたのが、以下の図である。

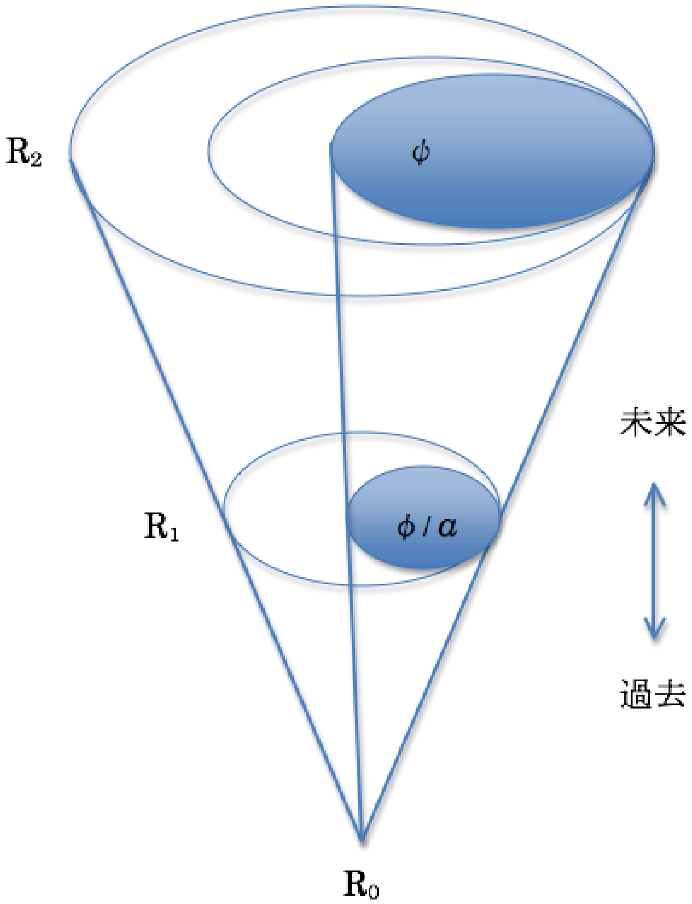

図 2.10

これを見れば、基準時 R_1 での状態 φ/作用 a の成立が、基準時 R_2 での状態 ψ の成立を決定している、その明確な影響関係・依存関係が端的に見て取れるだろう。

さて、すでに前件に作用を含まない (CS) の適用例として

(1) 晴れていれば、客が多かったのに。

が与えられており、その一般性はある程度示唆されただろう（(CS) の図式で、$\varphi := p$, $\psi := H(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \to q)$ とすればよい)。そこでここでは、前件に作用を含む (CSA) の一般性を示唆する事実として、上の (CSA) による図式が与えられたことにより、前件に作用を含む反事実条件文の中でも、自然言語では明確に識別されていなかった区別が顕在化することをみる。たとえば、

(A) あのとき冷凍しておけば、腐っていなかったのに。

と、一見これと同じタイプの文

(B) ニクソンが核ボタンを押していたら、核戦争が起こっていただろう。

を比較してみよう。(A) と (B) の表面上の違いは、前件の「あのとき」の有無であるが、これは、(A) と (B) のある微妙な時間特性の違いを表していると考えられる。というのも、前件の「あのとき」は、前件に含まれる行為が現実の時間軸上でまさに実現される準備が整っていたことを表すからである。たとえば (A) の発話者は、自分が現実に過去の時点で、自宅の冷凍庫の前にいて、その時肉を冷凍する状況が整っていたことを前提しているだろう。それに対して (B) の発話者は、

(B') あのときニクソンが核ボタンを押していたら、核戦争が起こっていただろう。

の発話者であれば有しているであろう、次の恐ろしい前提、すなわちニクソンが現実に過去の時点で、軍事施設の核ボタンの前まで接近したことがあり、そのとき核ボタンを押す状況が整っていた、というような前提はもっていないだろう。(B) の発話者が意図していることはそうではなく、現実のある過去の時点で、歴史の歯車が狂っていれば、そこから上の恐ろしい状況、すなわちニクソンが軍事施設の核ボタンの前まで接近し、まさに核ボタンを押す準備が整えられた状況まで、歴史が進展してしまっていたかもしれない、そしてそこでニクソンが核ボタンを押していれば…ということであろう。このように (B) は (A) のもつ

(A 型) あのとき a していれば、φ だっただろう。

という形から「あのとき」を除いた、

(B 型) a していれば、φ だっただろう。

という、(A 型) よりも弱い形をしており、このタイプは、現実の過去の時点で a 作用が可能であったことを含意しない。そうではなく、このタイプは、現実から分岐した可能な時間軸上で、a 作用が可能な状況に至り、そこで a していれば…ということを表現していると考えられる。そこで (A), (B) を (CSA) の図式の例として、それぞれ次のように形式化し、同時にその充足条件も与える。

(A) の形式化と充足条件
$\mathcal{M}, g, t \models \downarrow x.P(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x\ \&$
(a) $\langle \mathrm{freeze} \rangle F \langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x)\ \&$
(b) $[\mathrm{freeze}] G(\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x \to P \neg \mathrm{rotten})))$
iff
$\exists t_1 \leq t\ (t \mathrm{R}_1 t_1\ \&$
(a) $\exists t_1'((t_1 \overset{\mathrm{freeze}}{\longrightarrow} t_1')\ \&\ \exists t_2 \geq t_1'\ (t \mathrm{R}_2 t_2)))$

(b) $\forall t'_1((t_1 \stackrel{\text{freeze}}{\longrightarrow} t'_1) \to \forall t_2 \geq t'_1\ (t\mathrm{R}_2 t_2 \to t_2 \models P\neg\text{rotten}))))$

(B) の形式化と充足条件
$\mathcal{M}, g, t \models \downarrow x.P(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x\ \&$
(a) $F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x\ \&\ \langle\text{press}\rangle F\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x)\ \&$
(b) $G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to [\text{press}]G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to t_2 \models P\langle\text{war}^{-1}\rangle\top)))$
iff
$\exists t_0 \leq t\ (t\mathrm{R}_0 t_0\ \&$
(a) $\exists t_1 \geq t_0\ (t\mathrm{R}_1 t_1\ \&\ \exists t'_1((t_1 \stackrel{\text{press}}{\longrightarrow} t'_1)\ \&\ \exists t_2 \geq t'_1\ (t\mathrm{R}_2 t_2)))$
(b) $\forall t_1 \geq t_0\ (t\mathrm{R}_1 t_1 \to \forall t'_1((t_1 \stackrel{\text{press}}{\longrightarrow} t'_1) \to \forall t_2 \geq t'_1\ (t\mathrm{R}_2 t_2 \to t_2 \models P\langle\text{war}^{-1}\rangle\top))))$

これらを見比べれば、(B) の方が (CSA) をそのまま例化した一般的な形式である（$a :=$ press, $\psi := P\langle\text{war}^{-1}\rangle\top$ とすればよい）のに対して、(A) の方が、分岐時点と第一参照時点が一致した（$\mathrm{R}_0 = \mathrm{R}_1$, $t_0 = t_1$）、(CSA) の退化した特殊例であることがわかる。

こうして、前件に作用を含むと含まないとに関わらず、典型的な反事実条件文のクラスが、統一的な構文論的・意味論的図式の下、肌理の細かい時間特性をもともと潜在的に含むものとして再認識される。これは、D. ルイスに始まる現実世界と可能世界との「類似性」という、従来の没時間的な観点から反事実条件文を捉えるのではなく、現実世界それ自体の「時間特性」という、純粋に時間的な観点から反事実条件文を捉え直すことである。以後、反事実条件文に対する前者の見方による古典的分析を「類似性分析 Similarity Analysis」、後者の見方によるより現代的な――しかし筆者の誤解でなければ、カントの「可能性」概念に則ったという意味で、より古典的な――分析を「時間性分析 Temporal Analysis」と呼ぶことにする。次節では、D. ルイスの類似性分析の技術的な実体である球体系 $ が、必ずしも類似性によって解釈される必要はなく、時間的にも解釈できることを示すために、分岐時間モデルから球体系 $ を技術的に再構成する。

2.2.7　球体系 $ の分岐時間モデルによる再構成

2.1.3 で見たように、D. ルイスの反事実条件文の類似性モデルを与える関数 $\$: W \to \mathcal{P}(\mathcal{P}(W))$ は「球体系 system of spheres」と呼ばれ、（$\$(w)$ を $\$_w$ と書いて）次の条件が課されていたことを思い出そう。

($-C)　$\{w\} \in \$_w$.（$\$_w$ は w に中心化されている。）
($-1)　If $S, T \in \$_w$, then $S \subseteq T$ or $T \subseteq S$.（$\$_w$ は包含関係について全順序である。）
($-2)　If $\mathcal{S} \subseteq \$_w$, then $\bigcup \mathcal{S} \in \$_w$.（$\$_w$ は任意の集合族の和について閉じている。）

(\$-3)　If $\mathcal{S} \neq \emptyset$ and $\mathcal{S} \subseteq \$_w$, then $\bigcap \mathcal{S} \in \$_w$.（$\$_w$ は非空な集合族の共通部分について閉じている。）

それに対してわれわれはまず、前節で定義した過去線形な半順序分岐時間モデル $\mathcal{M} = (\mathcal{T}, V)$、そのフレーム部分 $\mathcal{T} = (T, \{\leq\} \cup \{\mathrm{R}_n\}_{n \in \mathbf{N}} \cup \{\xrightarrow{a}\}_{a \in \mathrm{Act}})$ から、球体系 $\$^{\mathcal{T}}$ を、以下のように再構成する。

いま、t を現在の時点とする。このとき、$t' \leq t$ なるすべての時点 t' に対し、

$$S_{t'} = \{t'' \in T \mid t' \leq t'' \text{ and } t\mathrm{R}_2 t''\}$$

と定め、$\$^{\mathcal{T}}_t$ を

$$\$^{\mathcal{T}}_t = \{S_{t'}\}_{t' \leq t}$$

によって定める。するとまず、$\$^{\mathcal{T}}_t$ は

$$t \leq t$$

より

($\$^{\mathcal{T}}$-C)　If $t\mathrm{R}_2 t$, then $\{t\} \in \$^{\mathcal{T}}_t$.

を満たす。また、$\$^{\mathcal{T}}_t$ は、次の条件も自明に満たす。

($\$^{\mathcal{T}}$-1)　If $S_{t'}, S_{t''} \in \$^{\mathcal{T}}_t$, then $S_{t'} \subseteq S_{t''}$ or $S_{t''} \subseteq S_{t'}$

(証明)　$\leq$ の過去線形性によって、$\{t' \in T \mid t' \leq t\}$ が全順序集合となることからの、直接的な帰結である。

さらに、$\$^{\mathcal{T}}_t$ は、時間順序 $\leq$ が過去方向にも未来方向にも整礎である（無限な $\leq$ 時点列をもたない）という条件――これらの条件はそれぞれ、時制論理式

$$\begin{array}{ll} \text{(WF-P)} & H(H\varphi \to \varphi) \to H\varphi \\ \text{(WF-F)} & G(G\varphi \to \varphi) \to G\varphi \end{array}$$

に対応する――を課せば、次の二つの条件も満たす[*36]。

($\$^{\mathcal{T}}$-2)　If $\mathcal{S} \neq \emptyset$ and $\mathcal{S} \subseteq \$^{\mathcal{T}}_t$, then $\bigcup \mathcal{S} \in \$^{\mathcal{T}}_t$.
($\$^{\mathcal{T}}$-3)　If $\mathcal{S} \neq \emptyset$ and $\mathcal{S} \subseteq \$^{\mathcal{T}}_t$, then $\bigcap \mathcal{S} \in \$^{\mathcal{T}}_t$.

[*36] ただし先に述べたように、この (WF-P) と (WF-F) を仮定すると、HTL_{CF} の完全性は失われる（[66], p.145 を参照）。

(証明)　$\leq$ が過去線形であることと、過去方向にも未来方向にも整礎であることによって、$\{t' \in T \mid t' \leq t\}$ のどの部分集合も、$\leq$ 最小の時点、$\leq$ 最大の時点をもつことからの、直接的な帰結である。

したがって、$\$^{\mathcal{T}}$ は、オリジナルの球体系 \$ に課された条件

(\$-C)　$\{w\} \in \$_w$.（$\$_w$ は w に中心化されている。）
(\$-1)　If $S, T \in \$_w$, then $S \subseteq T$ or $T \subseteq S$.（$\$_w$ は包含関係について全順序である。）
(\$-2)　If $\mathcal{S} \subseteq \$_w$, then $\bigcup \mathcal{S} \in \$_w$.（$\$_w$ は任意の集合族の和について閉じている。）
(\$-3)　If $\mathcal{S} \neq \emptyset$ and $\mathcal{S} \subseteq \$_w$, then $\bigcap \mathcal{S} \in \$_w$.（$\$_w$ は非空な集合族の共通部分について閉じている。）

に対応して、次の条件

($\$^{\mathcal{T}}$-C)　If $t\mathrm{R}_2 t$, then $\{t\} \in \$^{\mathcal{T}}_t$.（<u>$t$ 自身も R_2 で参照されているならば</u>、$\$^{\mathcal{T}}_t$ は t に中心化されている。）
($\$^{\mathcal{T}}$-1)　If $S_{t'}, S_{t''} \in \$^{\mathcal{T}}_t$, then $S_{t'} \subseteq S_{t''}$ or $S_{t''} \subseteq S_{t'}$.（$\$^{\mathcal{T}}_t$ は包含関係について全順序である。）
($\$^{\mathcal{T}}$-2)　If $\mathcal{S} \neq \emptyset$ and $\mathcal{S} \subseteq \$^{\mathcal{T}}_t$, then $\bigcup \mathcal{S} \in \$^{\mathcal{T}}_t$.（$\$^{\mathcal{T}}_t$ は<u>非空な</u>集合族の和について閉じている。）
($\$^{\mathcal{T}}$-3)　If $\mathcal{S} \neq \emptyset$ and $\mathcal{S} \subseteq \$^{\mathcal{T}}_t$, then $\bigcap \mathcal{S} \in \$^{\mathcal{T}}_t$.（$\$^{\mathcal{T}}_t$ は非空な集合族の共通部分について閉じている。）

を満たすことがわかる。しかも $\$^{\mathcal{T}}$ が満たすこれらの条件は、過去線形で過去・未来に整礎な半順序分岐時間構造 $\mathcal{T}$ の性質から、派性的に導かれていることに注意されたい。

オリジナルの \$ との明らかな違いは、($\$^{\mathcal{T}}$-C) と ($\$^{\mathcal{T}}$-2) である。まず、($\$^{\mathcal{T}}$-C) では、現在時点 t への中心化条件が、無条件なものではなく、「t 自身も R_2 で参照されているならば」という条件付きになっている。これは、現実世界 w への中心化条件 (\$-C) が、反事実条件文における特に「帰結節の参照時点ないし基準時」という観点から見れば、むしろ特別な場合に成り立つ条件であると考えた方が自然であることを示唆している。実際、反事実条件文「φ だったら ψ だっただろう」を考えるときに、特に帰結節の ψ が成り立つ状況の候補として、この「現実世界」を参照することは、極めて例外的なケースであろうと思われる。ここから翻って、それではなぜルイスが現実世界 w への中心化条件 (\$-C) をこの無条件の形で立てたのかという理由も概念的に分析できる。つまり、当然のことであるが、ルイスにおいては、参照時点ないし基準時といった時間的概念は存在せず、世界間の類似性という形而上学的概念を、反事実条件文の絶対的な基礎概念に置いていたからで

あろう。その場合、現実世界に最も似ている可能世界、すなわち現実世界自身を、類似性体系の中心から排除するという発想の方が、逆に極めて不自然に見えることは、よく理解できる。ただ、いずれにせよ、もともとルイスの体系でもこの中心化条件 (\$-C) は必須なものではなく、(\$-C) を課さない体系も許容できるように、ルイスの体系はこの点に関して柔軟に作られている。

次に、($\$^{\mathcal{T}}$-2) においても、$\$^{\mathcal{T}}_t$ は任意の集合和ではなく、非空な集合族の和について閉じている、というように、条件が弱められている。その理由は、空な集合族、つまり空集合 $\emptyset$ の和 $\bigcup\emptyset$ をとると、$\bigcup\emptyset = \emptyset$ であるが、$\$^{\mathcal{T}}_t$ には必ずしも空集合 $\emptyset$ が属しているとは限らないからである。というのも、$\$^{\mathcal{T}}_t$ の要素 $S_{t'} = \{t'' \in T \mid t' \leq t'' \text{ and } t\mathrm{R}_2t''\}$ が空であるのは、t の過去の時点 t' の未来の時点に、t からの R_2 参照時点が見つからない場合であるが、そのような場合が起こる過去の時点 t' が存在することが、どの時点 t についても常に起こるとは、当然言えないからである。逆に言えば、オリジナルの条件 (\$-2) は、$\$_w$ が任意の集合和について閉じている、ということによって、空集合の和、つまり空集合が常に $\$_w$ に属している、という強い条件を含意している。この $\$_w$ における空集合の存在は、実際、D. ルイス自身も「直観的ではない unituitive」としており、さらにそれが、類似性体系による反事実条件文の真理条件において「何の効果ももたない has no effect at all」ことが容易に検証できる、と述べている[*37]。

したがって、再構成された $\$^{\mathcal{T}}$ が、過去線形で過去・未来に整礎な半順序分岐時間構造 $\mathcal{T}$ の性質から派生的に引き継ぐ条件は、オリジナルの \$ に課された条件と本質的な違いはなく、むしろ、前者の条件は後者の条件を適切に弱めたもの、と見ることができる。

以上の構成を要約すれば、現在の時点 t を含む過去の時点 t' たちの上方閉集合たちから、t から R_2 で参照された時点の集合、いわば R_2 参照断面を切り出した集合たちの集合族として、t における球体系 $\$^{\mathcal{T}}_t$ を与える、ということである。この $\$^{\mathcal{T}}_t$ の視覚的構造は以下の図のように表され、これを t における時間的球体系 system of *temporal* spheres と呼ぶことにする。

*37 [41], p. 15。

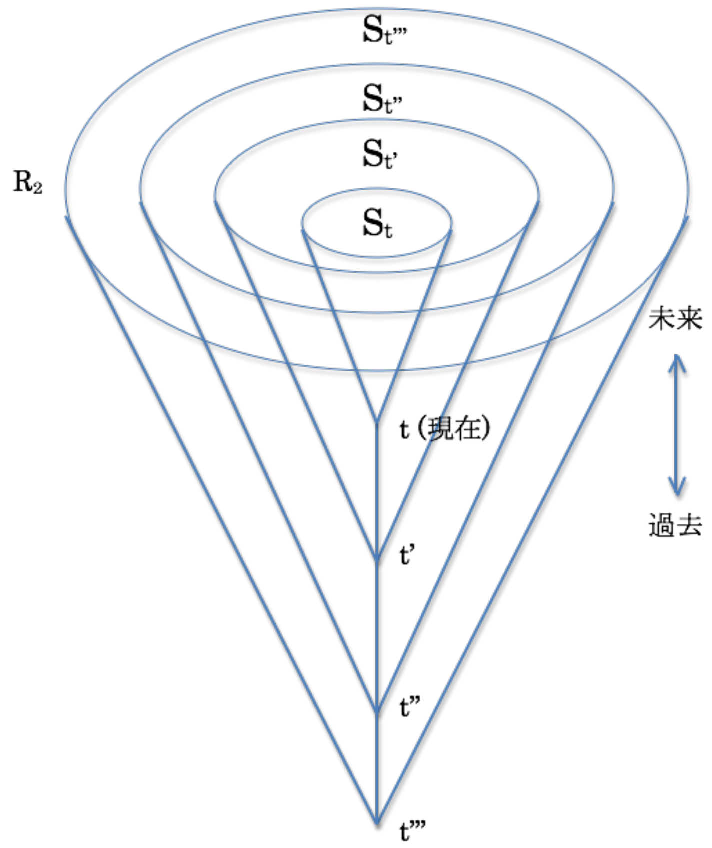

図 2.11

オリジナルの球体系 $\$_w$ との外見上の違いは、オリジナルの類似性の範囲 S たちに対して、われわれの時間的球体系 $\$_t^{\mathcal{T}}$ では、R_2 で参照される反事実的状況の範囲 $S_{t'}$ たちのインデクスとして、$t' \leq t$ なる t'、つまり時点 t より以前の分岐時点 t' の存在が、明示できる点である。これは内容上も、参照される反事実的状況の範囲が、文字通り時間的な指標によって、具体的に与え直されていることを示している。これにより、いま考えている過去線形の分岐時間モデルでは、一般に与えられた時点 t について

$$\forall t', t'' \leq t \ (t'' \leq t' \rightarrow S_{t'} \subseteq S_{t''})$$

となる。つまり、分岐時点を過去に遡れば遡るほど、それ以降現実の時間系列から分岐していく可能な時間系列は増加し、それに応じて、その後の時間進展の先で考察される、帰結節の基準時 R_2 で参照される時点の数も増加する。すなわち、分岐時点を過去に遡れば遡るほど、考察される反事実的状況の範囲は拡大することになる。

2.2.8　$\varphi \mathrel{\square\!\!\rightarrow} \psi$ の HTL_{CF} による翻訳

ここで、D. ルイスの反事実条件法論理体系 VC[*38]から、中心化条件 (\$-C) に対応する公理 (7) $(\varphi \,\&\, \psi) \rightarrow (\varphi \mathrel{\square\!\!\rightarrow} \psi))$ も、弱い中心化条件 (\$-W) [*39]に対応する公理 (6) $(\varphi \mathrel{\square\!\!\rightarrow} \psi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \psi)$ も、ともに除いた体系が V である。以上の時間的球体系 $\$^{\mathcal{T}}$ の構成により、われわれは $\varphi \mathrel{\square\!\!\rightarrow} \psi$ を HTL_{CF} の言語に翻訳する、V から HTL_{CF} への翻訳関係を示すことができる。

いま、V から HTL_{CF} への翻訳関数 translation function $f^\wedge$ を、

$$
\begin{array}{lcl}
f^\wedge(p) & = & p \\
f^\wedge(\neg\varphi) & = & \neg f^\wedge(\varphi) \\
f^\wedge(\varphi \,\&\, \psi) & = & f^\wedge(\varphi) \,\&\, f^\wedge(\psi) \\
f^\wedge(\varphi \vee \psi) & = & f^\wedge(\varphi) \vee f^\wedge(\psi) \\
f^\wedge(\varphi \rightarrow \psi) & = & f^\wedge(\varphi) \rightarrow f^\wedge(\psi) \\
f^\wedge(\varphi \mathrel{\square\!\!\rightarrow} \psi) & = & \downarrow x.(\neg PF(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \,\&\, f^\wedge(\varphi)) \\
 & & \vee P(F(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \,\&\, f^\wedge(\varphi)) \,\&\, G(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \rightarrow (f^\wedge(\varphi) \rightarrow f^\wedge(\psi)))))
\end{array}
$$

によって定める（ここで、‘x’ は fresh な時点変項、つまり、それまでの翻訳中でまだ使われていない時点変項とする）。唯一トリヴィアルでないのは、最後の $\varphi \mathrel{\square\!\!\rightarrow} \psi$ の翻訳だけだが、これは、

($f^\wedge$($\square\!\!\rightarrow$) 1)　φ が成り立つ未来の基準時 R_1 をもつ過去の時点が存在しないか、または
($f^\wedge$($\square\!\!\rightarrow$) 2)　ある過去の時点があって、
(a)　そこでは φ が成り立つ未来の基準時 R_1 があって、かつ
(b)　そこではすべての未来の基準時 R_1 で $\varphi \rightarrow \psi$ が成り立つ

を意味する。これと、$\varphi \mathrel{\square\!\!\rightarrow} \psi$ の意味

($\square\!\!\rightarrow$ 1)　φ が成り立つ世界を含む類似性の範囲 S が存在しないか、または
($\square\!\!\rightarrow$ 2) ある類似性の範囲 S があって、
(a)　そこでは φ が成り立つ世界があって、かつ

[*38] [41], p. 132。
[*39] 弱い中心化条件 (\$-W) とは、

(\$-W)　$\forall w \in W\ (\forall S \in \$_w\ (S \neq \emptyset \rightarrow w \in S)$ and $\exists S \in \$_w\ (S \neq \emptyset))$.（$\$_w$ は w に弱く中心化されている。）

である。この (\$-W) もまた、(\$-C) の場合と同じ理由によって、時間的球体系 $\$^{\mathcal{T}}$ では必ずしも成り立たない。現在の時点 t がいつも帰結節の基準時 R_2 として参照されているとは限らないからである。むしろ、そのようなケースは、反事実条件文の使用として例外的であろう。

(b) そこではすべての世界で $\varphi \to \psi$ が成り立つ

との直観的な対応は、明らかであろう。

ところで、ある過去線形で過去・未来に整礎な半順序分岐時間構造 $\mathcal{T} = (T, \{\le\} \cup \{\mathrm{R}_n\}_{n\in\mathbf{N}} \cup \{\xrightarrow{a}\}_{a\in\mathrm{Act}})$ と、$\mathcal{T}$ 上の付値 V と、時点変項への時点の割り当て g と、$\mathcal{T}$ 上の点 t からなる、HTL_{CF} の時点 t におけるモデル $(\mathcal{T}, V, g, t)$ のことを、「HTL_{CF} の点モデル」と呼ぶことにする。また、一般に世界の集合であっても時点の集合であってもよい集合 X 上の球体系 $\$: X \to \mathcal{P}(\mathcal{P}(X))$ と、V の任意の論理式 φ に X の部分集合 $[\![\varphi]\!]$ を割り当てる関数 $[\![\cdot]\!]$ と、X 上の点 x からなる、V の点 x におけるモデル $(\$, [\![\cdot]\!], x)$ のことを、「V の点モデル」と呼ぶことにする。このとき、「HTL_{CF} の時点モデル」たちの集合から「V の点モデル」たちの集合への関数 $f^{\vee}$ を、

$$f^{\vee}(\mathcal{T}, V, g, t) \quad = \quad (\$^{\mathcal{T}}[\mathrm{R}_2 \mapsto \mathrm{R}_1]_t, [\![\cdot]\!]_V, t)$$

によって定める。ここで、$\$^{\mathcal{T}}[\mathrm{R}_2 \mapsto \mathrm{R}_1]_t$ は、t における時間的類似性体系 $\$^{\mathcal{T}}_t = \{S_{t'}\}_{t' \le t}$ の定義で、$t' \le t$ なる時点 t' に対する $S_{t'}$ の定義

$$S_{t'} = \{t'' \in T \mid t' \le t'' \text{ and } \underline{t\mathrm{R}_2 t''}\}$$

のうち、R_2 の部分を R_1 に置き換え、

$$S_{t'} = \{t'' \in T \mid t' \le t'' \text{ and } \underline{t\mathrm{R}_1 t''}\}$$

としたものである。これは、D. ルイスが、一般に英語の反事実条件文 ‘If it were the case that φ, it would be the case that ψ’ において、帰結節の ψ の基準時 R_2 が、条件節の φ の基準時 R_1 と区別されず一致する、と前提しているだろうことを、忠実に反映している。また、$[\![\cdot]\!]_V$ は、HTL_{CF} の時点モデル $(\mathcal{T}, V, t)$ の付値 V により、V の命題変数 p に対して $[\![p]\!]_V = V(p) \subseteq T$ として、それを V の論理式一般 φ に拡張したものである。

さて、以上の設定の下で、いま

$$(\$, [\![\cdot]\!], x) \text{ で } \varphi \text{ が真} \quad \Longleftrightarrow_{\text{def}} \quad x \in [\![\varphi]\!]$$

$$(\mathcal{T}, V, g, t) \text{ で } \varphi \text{ が真} \quad \Longleftrightarrow_{\text{def}} \quad \mathcal{M}, g, t \models \varphi$$

という言い方を定めると、$(f^{\wedge}, f^{\vee})$ による、V から HTL_{CF} への、次の翻訳関係が成り立つ。

$$f^{\vee}(\mathcal{T}, V, g, t) \text{ で } \varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \psi \text{ が真} \quad \text{iff} \quad (\mathcal{T}, V, g, t) \text{ で } f^{\wedge}(\varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \psi) \text{ が真}$$

（証明）

$$(\mathcal{T}, V, g, t) \text{ で } f^{\wedge}(\varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \psi) \text{ が真}$$
$$\text{iff}$$
$$\mathcal{M}, g, t \models \downarrow x.(\neg PF(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \ \&\ \varphi) \vee P(F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \ \&\ \varphi) \ \&\ G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \rightarrow (\varphi \rightarrow \psi))))$$
$$\text{iff}$$
$$\neg \exists t' \leq t \ \exists t'' \geq t' (t\mathrm{R}_1 t'' \text{ and } t'' \models \varphi) \text{ or}$$
$$\exists t' \leq t \ ($$
$$\exists t'' \geq t' \ (t\mathrm{R}_1 t'' \text{ and } t'' \models \varphi) \ \&$$
$$\forall t'' \geq t' \ (t\mathrm{R}_1 t'' \Rightarrow t'' \models \varphi \rightarrow \psi))$$
$$\text{iff}$$
$$(\mathrel{\Box\!\!\rightarrow}1) \quad \neg \exists S_{t'} \in \$^{\mathcal{T}}[\mathrm{R}_2 \mapsto \mathrm{R}_1]_t \exists t'' \in S_{t'}(t'' \models \varphi) \text{ or}$$
$$(\mathrel{\Box\!\!\rightarrow}2) \quad \exists S_{t'} \in \$^{\mathcal{T}}[\mathrm{R}_2 \mapsto \mathrm{R}_1]_t($$
$$\text{(a)} \quad \exists t'' \in S_{t'}(t'' \models \varphi) \text{ and}$$
$$\text{(b)} \quad \forall t'' \in S_{t'}(t'' \models \varphi \rightarrow \psi))$$
$$\text{iff}$$
$$t \in [\![\varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \psi]\!]_V$$
$$\text{iff}$$
$$f^{\vee}(\mathcal{T}, V, g, t) \text{ で } \varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \psi \text{ が真}$$

（証明終）

この結果は、過去線形で過去・未来に整礎な半順序分岐時間構造 $\mathcal{T}$ から構成した時間的球体系 $\$^{\mathcal{T}}$ 上のある時点で $\varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \psi$ が真であるとき、$\mathcal{T}$ 上のその時点で $\varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \psi$ の HTL_{CF} への翻訳 $\downarrow x.(\neg PF(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \ \&\ \varphi) \vee P(F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \ \&\ \varphi) \ \&\ G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \rightarrow (\varphi \rightarrow \psi))))$ が真であり、逆もまた成り立つ、ということを述べている。これは、D. ルイスの $\mathrel{\Box\!\!\rightarrow}$ が、可能世界の間の類似性、という概念に言及しなくとも、分岐時間構造とそれを記述するハイブリッド時制論理により、基本的な時間概念だけで再解釈できることを、厳密に示している。

こうして、D. ルイスの $\varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \psi$ が空疎でなく真となる場合を、時間的に再解釈し視覚化したものが以下である。

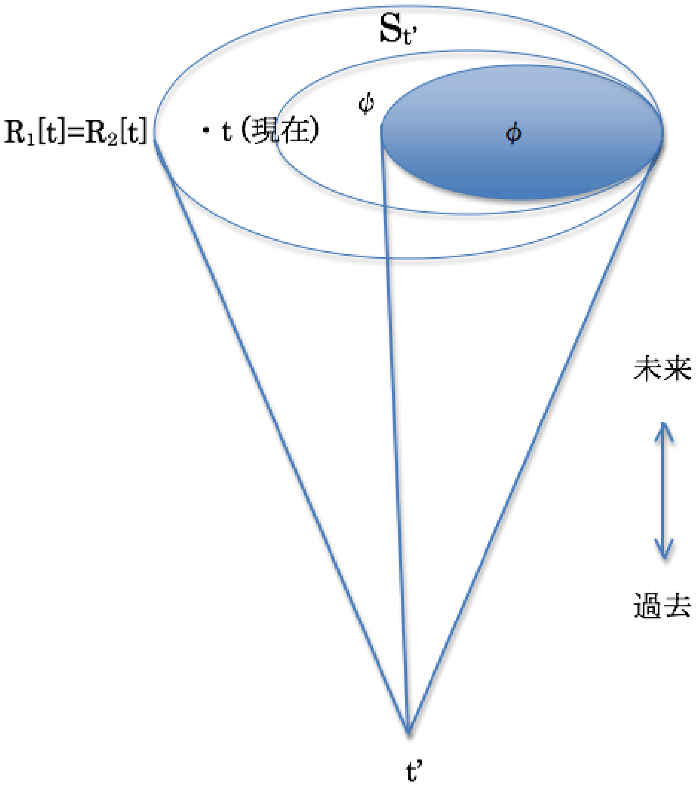

図 2.12

2.2.9　時間的球体系 $\$^{\mathcal{T}}$ による充足条件の表現

この節では、時間的球体系 $\$^{\mathcal{T}}$ によって、条件節と帰結節の基準時が一致しない場合でも、さらにその前件に作用が含まれる場合でも、反事実条件文の充足条件が肌理細かく柔軟に表現できることを示す。そのために、集合論的な二項関係に対する標準的な演算の記法を導入する。一般に二項関係 $R \subseteq X \times Y$ に対し、$A(\subseteq X)$ の R による像 image とは

$$\mathrm{R}[A] = \{y \in B \mid \exists x \in A\ (x\mathrm{R}y)\}$$

である。A が単元集合 $\{x\}$ の場合、$\mathrm{R}[\{x\}](= \{y \in B \mid x\mathrm{R}y\})$ を $\mathrm{R}[x]$ と略記する。また、一般に二項関係 $R \subseteq X \times Y$ と $R' \subseteq Y \times Z$ に対し、R と R' の合成 composition とは、

$$\mathrm{R} \circ \mathrm{R}' = \{(x, z) \in X \times Z \mid \exists y \in Y\ (x\mathrm{R}y\ \&\ y\mathrm{R}z)\}$$

により定められる演算である。このとき X の部分集合 A, Y の部分集合 B について、A 上の同一性関係, B 上の同一性関係をそれぞれ

$$\mathrm{Id}_A = \{(x,x) \mid x \in A\},\ \mathrm{Id}_B = \{(y,y) \mid y \in B\},$$

とすれば、二項関係 $R \subseteq X \times Y$ に対し、

$$\mathrm{Id}_A \circ \mathrm{R} = \{(x,y) \in X \times Y \mid x \in A \ \&\ x\mathrm{R}y\},\ \mathrm{R} \circ \mathrm{Id}_B = \{(x,y) \in X \times Y \mid x\mathrm{R}y \ \&\ y \in B\}$$

が定義できる。したがって、この意味で $A \circ \mathrm{R}, \mathrm{R} \circ B$ を

$$A \circ \mathrm{R} =_{\mathrm{def}} \mathrm{Id}_A \circ \mathrm{R},\ \mathrm{R} \circ B =_{\mathrm{def}} \mathrm{R} \circ \mathrm{Id}_B$$

と定義することができる。つまり、関係合成は、この意味で二項関係と集合の間にも自然に拡張できる。

以上の集合論的二項関係及び集合に対する演算と、すでに構成した時点 t における時間的球体系 $\$_t^{\mathcal{T}}$ により、まず、時点 t における前件に作用を含まないタイプの反事実条件文 (CS) の充足条件は、

$\mathcal{M}, g, t \models \downarrow x.P(\langle \mathrm{R}_0^{-1} \rangle x\ \&$
(a)　$F(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \ \&\ \varphi \ \&\ F\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x)\ \&$
(b)　$G(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \to (\varphi \to G(\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x \to \psi))))$
iff
$\exists t' \in \mathrm{R}_0[t]\ (S_{t'} \in \$_t^*\ \&$
(a)　$S_{t'} \cap (\leq \circ(\mathrm{R}_1[t] \cap [\![\varphi]\!])\circ \leq)[t'] \neq \emptyset$ and
(b)　$S_{t'} \cap (\leq \circ(\mathrm{R}_1[t] \cap [\![\varphi]\!])\circ \leq)[t'] \subseteq \mathrm{R}_2[t] \cap [\![\psi]\!])$

となる。また、時点 t における前件に作用を含むタイプの反事実条件文 (CSA) の充足条件は、

$\mathcal{M}, g, t \models \downarrow x.P(\langle \mathrm{R}_0^{-1} \rangle x\ \&$
(a)　$F(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \ \&\ \langle a \rangle F\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x)\ \&$
(b)　$G(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \to [a]G(\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x \to \psi)))$
iff
$\exists t' \in \mathrm{R}_0[t]\ (S_{t'} \in \$_t^*\ \&$
(a)　$S_{t'} \cap (\leq \circ \mathrm{R}_1[t] \circ (\xrightarrow{a})\circ \leq)[t'] \neq \emptyset$ and
(b)　$S_{t'} \cap (\leq \circ \mathrm{R}_1[t] \circ (\xrightarrow{a})\circ \leq)[t'] \subseteq \mathrm{R}_2[t] \cap [\![\psi]\!]$

となる。そしてこれらの時間的球体系 $\$_t^{\mathcal{T}}$ を用いた充足条件を視覚化したものが以下である。

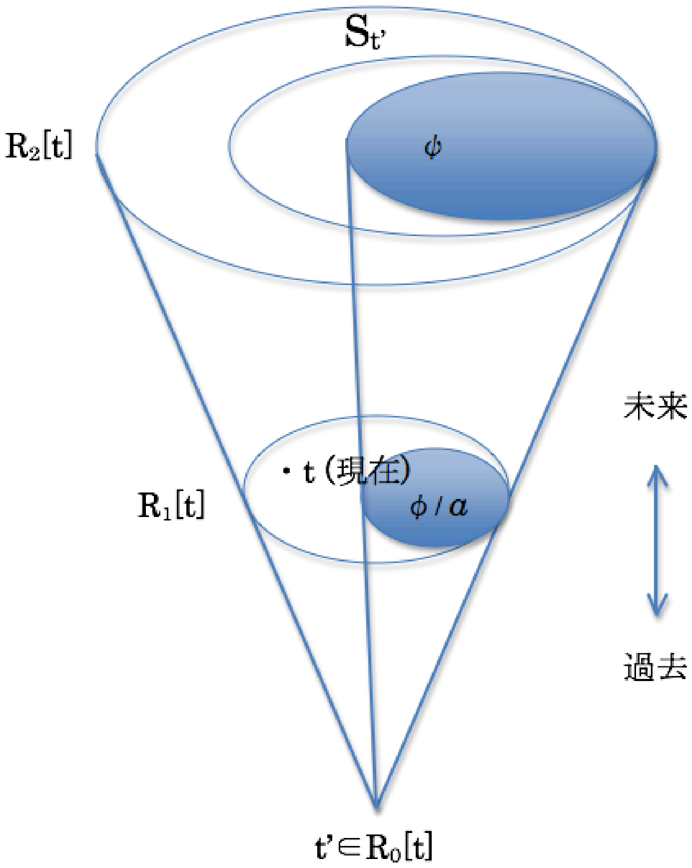

図 2.13

ここで、前章で焦点を当てた作用を含む反事実条件文

「水ボタンを押さなかったらコーヒーが買えたのに」

の強い形式化

$$\langle \text{water}^{-1} \rangle \texttt{tt} \wedge [\text{water}^{-1}] \langle \text{coffee} \rangle \texttt{tt} \qquad \cdots (\text{MS})$$

を振り返ってみよう。上の (MS) にも、隠伏的な基準時として、水のボタンを押す前の分岐時点 R_0、条件節の基準時 R_1、帰結節の基準時 R_2 が存在しているはずである。これらを補って (MS) を再形式化したものが、以下の (MS') である（ただし、トートロジーを表す HML の記法 tt は HTL_{CF} の記法 $\top$ に書き換えてある）。

(MS')
$\downarrow x.\langle \text{water}^{-1} \rangle (\langle \text{R}_0^{-1} \rangle x$ &
(a)　$\langle \text{water} \rangle (\langle \text{R}_1^{-1} \rangle x$ & $\langle \text{water}^{-1} \rangle F \langle \text{R}_2^{-1} \rangle x)$ &
(b)　$[\text{water}](\langle \text{R}_1^{-1} \rangle x \rightarrow [\text{water}^{-1}] G(\langle \text{R}_2^{-1} \rangle x \rightarrow \langle \text{coffee} \rangle \top))$

これを (CSA) の図式

(CSA)
$\downarrow x.P(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x\ \&$
(a)　$F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x\ \&\ \langle a\rangle F\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x)\ \&$
(b)　$G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to [a]G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to \psi)))$

と照らし合わせればわかるように、(CSA) で分岐時点 R_0 に遡行する過去時制演算子 P の役割を (MS') では $\langle \mathrm{water}^{-1}\rangle$ が、(CSA) で条件節の基準時 R_1 に到達するための未来時制演算子 F, G の役割を (MS') では $\langle \mathrm{water}\rangle, [\mathrm{water}]$ が、(CSA) で帰結節の基準時 R_2 に到達するための作用 a と未来時制演算子 F, G の役割を (MS') では再び $\langle \mathrm{water}^{-1}\rangle, [\mathrm{water}^{-1}]$ が、それぞれ担っている。これにより、(CSA) で P, F, G の表現する時点の不定性が、(MS') では作用 water の遡行時点、完了時点として特定されていることがわかる。

このことを踏まえ、(MS') の読みはこうである。「水ボタンを押す前の分岐時点 R_0 に戻って、そこから始まる分岐時間モデルを考える。すると (a) そこで水ボタンを押してしまった基準時 R_1 があり、そこで再び水ボタンを押す前に戻ってそれ以降の基準時として R_2 がある。さらに (b) 水ボタンを押してしまった基準時 R_1 が来たとき、そこで再び水ボタンを押す前に戻ることができれば、それ以降に基準時 R_2 が来たとき、そこではまだコーヒーを買うことが可能であった。」

こうして (MS) を (MS') で再形式化することにより、前章で焦点を当てた、その前件に作用の否定を含む反事実条件文「水ボタンを押さなかったらコーヒーが買えたのに」の充足条件もまた、以下のように時間的球体系によって与えられることになる。

$\mathcal{M}, g, t \models \downarrow x.\langle \mathrm{water}^{-1}\rangle(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x\ \&$
(a)　$\langle \mathrm{water}\rangle(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x\ \&\ \langle \mathrm{water}^{-1}\rangle F\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x)\ \&$
(b)　$[\mathrm{water}](\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to [\mathrm{water}^{-1}]G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to \langle \mathrm{coffee}\rangle\top))$
iff
$\exists t' \in (\mathrm{R}_0 \cap (\xrightarrow{\mathrm{water}^{-1}}))[t]\ (S_{t'} \in \$_t^*\ \&$
(a)　$S_{t'} \cap ((\xrightarrow{\mathrm{water}}) \circ \mathrm{R}_1[t] \circ (\xrightarrow{\mathrm{water}^{-1}}) \circ \leq)[t'] \neq \emptyset$ and
(b)　$S_{t'} \cap ((\xrightarrow{\mathrm{water}}) \circ \mathrm{R}_1[t] \circ (\xrightarrow{\mathrm{water}^{-1}}) \circ \leq)[t'] \subseteq \mathrm{R}_2[t] \cap [\![\langle \mathrm{coffee}\rangle\top]\!]$

ここでは、充足条件の先頭部分 $\exists t' \in (\mathrm{R}_0 \cap (\xrightarrow{\mathrm{water}^{-1}}))[t]\ (S_{t'} \in \$_t^* \cdots$ に示されるように、過去の分岐時点 R_0 に当たる t'、つまり、考察される反事実的状況の範囲を決定するインデクスとなる時点 t' が、具体的な作用の遡行 $\xrightarrow{\mathrm{water}^{-1}}$ によって指定されていることがわかる。

2.2.10 HTL$_{CF}$ の推論上の効用——$((A \vee B) \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} C) \rightarrow ((A \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} C) \wedge (B \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} C))$ 排除問題の解決

以下では、反事実条件文のためのハイブリッド時制論理 HTL$_{CF}$ の推論上の効用、特に分岐時点参照関係 R_0 と分岐時点参照演算子 $\langle \mathrm{R}_0^{-1} \rangle$ の導入の、推論上の明らかな効用について述べる。D. ルイス（[41]）とスタルネイカー（[64]）流の反事実条件法論理には、その出版後間もない時期から、ある明らかな難点が指摘されていた（[23], [42]）。それは、命題論理における選言 $\vee$ についてのほとんど自明な定理

$$((\varphi \vee \psi) \rightarrow \chi) \rightarrow ((\varphi \rightarrow \chi) \mathbin{\&} (\psi \rightarrow \chi))$$

に対応し、実際、自然言語で解釈するとその直観的な反例が見当たらない

$$\text{(T)}\quad ((\varphi \vee \psi) \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \chi) \rightarrow ((\varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \chi) \mathbin{\&} (\psi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \chi))$$

を、公理あるいは定理とすることができない、という難点である*40。

まず、(T) を自然言語で解釈したときに直観的な反例が見当たらないことは、例えば宝くじで「1000 番か 1001 番を買っていたら、当たっていたのに」と言う場合、「1000 番を買っていたら、当たっていたのに」と「1001 番を買っていたら、当たっていたのに」の両方が真でなければ、そもそも「1000 番か 1001 番を買っていたら、当たっていたのに」などとは決して言えないだろうことを考えれば、容易に予想がつく。しかし、この (T) を $\Box\!\!\rightarrow$ に関する公理あるいは定理とすることは、D. ルイスやスタルネイカーの体系にとって壊滅的な代償を支払うことになることが判明している。いま、任意の命題変数 p, q, r が与えられているとしよう。このとき、排中律 $r \vee \neg r$ より、p と $p \mathbin{\&} (r \vee \neg r)$ は等値であり、分配則より、$p \mathbin{\&} (r \vee \neg r)$ は $(p \mathbin{\&} r) \vee (p \mathbin{\&} \neg r)$ と等値である。したがって、p と $(p \mathbin{\&} r) \vee (p \mathbin{\&} \neg r)$ は等値である、つまり

$$p \leftrightarrow (p \mathbin{\&} r) \vee (p \mathbin{\&} \neg r)$$

である。ところで、これと、D. ルイスやスタルネイカーの体系でも、等値式の変換による推論は妥当であることから、

$$p \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} q$$

からは、

$$(p \mathbin{\&} r) \vee (p \mathbin{\&} \neg r) \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} q$$

*40 この問題の存在についても、佐野勝彦氏（北海道大学）から学んだ。

が帰結する。しかし、このとき、問題の (T) が公理あるいは定理であるとすると、

$$((p \mathbin{\&} r) \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} q) \mathbin{\&} ((p \mathbin{\&} \neg r) \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} q)$$

が帰結し、特に、

$$(p \mathbin{\&} r) \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} q$$

が帰結する。以上より、問題の (T) の下では、

$$\frac{p \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} q}{(p \mathbin{\&} r) \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} q}$$

が演繹できる。ここで p, q, r は任意の命題変数であったので、一般の論理式 φ, ψ, χ についても

$$\frac{\varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \psi}{(\varphi \mathbin{\&} \chi) \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \psi}\ (SA)$$

が成り立つ。そしてこれはまさに、D. ルイスやスタルネイカーの体系が、反事実条件文の推論としては妥当でないものとして退けたはずの、「前件強化 strengthening the antecedent」の推論図式である。この (SA) が演繹されるということは、もちろん、2.1.7 で見た「前件の条件が増えれば後件の帰結が変わりうる」という現象をとらえる、通常の実質含意 $\rightarrow$（ならば）やそれを必然化した厳密含意にはない $\Box\!\!\rightarrow$ の利点を、放棄しなければならない、ということである。

しかしこの難点を、われわれの言語 HTL_{CF} は以下のように回避することができる。ただし、以下で注意されたいのは、先に与えた $\varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \psi$ の HTL_{CF} への翻訳

$$\begin{array}{rcl} f^{\wedge}(\varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \psi) & = & \downarrow x.(\neg PF(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \mathbin{\&} f^{\wedge}(\varphi)) \\ & & \vee P(F(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \mathbin{\&} f^{\wedge}(\varphi)) \mathbin{\&} G(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \rightarrow (f^{\wedge}(\varphi) \rightarrow f^{\wedge}(\psi))))) \end{array}$$

では、この難点はもちろん回避できない、ということである。そうではなく、これまで見てきたように、われわれの HTL_{CF} では様々な種類の反事実条件文の書き分けができ、そのうちの適切なヴァージョン、つまり (CW) で、この難点は自然に回避されるということである。

そこでいま、前件に作用を含まない反事実条件文の、HTL_{CF} による弱いバージョンの図式

(CW) 「φ だったら ψ だったのに」（φ を実現する時間系列への分岐時点が過去に存在することを含意しない場合）

$\downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x \to$
(a)　$F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \ \& \ \varphi \ \& \ F\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x) \ \&$
(b)　$G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to (\varphi \to G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to \psi))))$

において、「$\varphi \vee \psi$ だったら χ だっただろう」を、$\varphi := \varphi \vee \psi$, $\psi := \chi$ として、次のように形式化する。

(DA)「$\varphi \vee \psi$ だったら χ だったのに」
$\downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x \to$
(a)　$F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \ \& \ \underline{(\varphi \vee \psi)} \ \& \ F\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x) \ \&$
(b)　$G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to (\underline{(\varphi \vee \psi)} \to G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to \underline{\chi}))))$

するとこれは、HTL_{CF} で

(DA1)「φ だったら χ だったのに」
$\downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x \to$
(a)　$F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \ \& \ \underline{(\varphi \vee \psi)} \ \& \ F\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x) \ \&$
(b)　$G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to (\underline{\varphi} \to G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to \underline{\chi}))))$

と

(DA2)「ψ だったら χ だったのに」
$\downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x \to$
(a)　$F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \ \& \ \underline{(\varphi \vee \psi)} \ \& \ F\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x) \ \&$
(b)　$G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to (\underline{\psi} \to G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to \underline{\chi}))))$

を共に含意する。すなわち、

$$\text{(T')}\ \text{(DA)} \to (\text{(DA1)} \ \& \ \text{(DA2)})$$

が HTL_{CF} の定理となる。ここで、(DA) によって含意される (DA1) と (DA2) の (a) の活性部分が、それぞれ $F(...\varphi...)$, $F(...\psi...)$ でなく、$F(...(\varphi \vee \psi)...)$ であることに注目しよう。これは、(DA) によって話者は、過去の分岐時点 R_0 から見て未来の条件節の基準時 R_1 で、非決定的に φ かまたは ψ が実現しうると考えているだけであり、R_1 で決定的に φ が実現する、とか、決定的に ψ が実現する、などとは考えていないことから、全く整合的な含意である。先の宝くじの例で言えば、反事実的に 1000 番を買っていたか 1001 番を買っていたかは、話者によって決定されていないということを、このことは素直に反映している。

それでは、(T) が (SA) を含意するのとちょうど同じ議論が、(T') についても成り立つだろうか。その議論を (T') についても適用してみよう。 するとまず、$p \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} q$ の HTL_{CF} における (CW) 型の対応物は

「p だったら q だったのに」
$\downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x \rightarrow$
(a)　$F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \mathbin{\&} \underline{p} \mathbin{\&} F\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x) \mathbin{\&}$
(b)　$G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \rightarrow (\underline{p} \rightarrow G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \rightarrow \underline{q}))))$

である。ところで $p \leftrightarrow (p \mathbin{\&} r) \vee (p \mathbin{\&} \neg r)$ より、ここから $(p \mathbin{\&} r) \vee (p \mathbin{\&} \neg r) \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} q$ に対応する

「$p \mathbin{\&} r \vee (p \mathbin{\&} \neg r)$ だったら q だったのに」
$\downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x \rightarrow$
(a)　$F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \mathbin{\&} \underline{((p \mathbin{\&} r) \vee (p \mathbin{\&} \neg r))} \mathbin{\&} F\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x) \mathbin{\&}$
(b)　$G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \rightarrow \underline{((p \mathbin{\&} r) \vee (p \mathbin{\&} \neg r))} \rightarrow G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \rightarrow \underline{q}))))$

が帰結する。よって (T') より、ここから $((p \mathbin{\&} r) \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} q)$ に対応する

「$p \mathbin{\&} r$ だったら q だったのに」
$\downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x \rightarrow$
(a)　$F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \mathbin{\&} \underline{((p \mathbin{\&} r) \vee (p \mathbin{\&} \neg r))} \mathbin{\&} F\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x) \mathbin{\&}$
(b)　$G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \rightarrow \underline{(p \mathbin{\&} r)} \rightarrow G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \rightarrow \underline{q}))))$

と、$((p \mathbin{\&} \neg r) \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} q)$ に対応する

「$p \mathbin{\&} \neg r$ だったら q だったのに」
$\downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x \rightarrow$
(a)　$F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \mathbin{\&} \underline{((p \mathbin{\&} r) \vee (p \mathbin{\&} \neg r))} \mathbin{\&} F\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x) \mathbin{\&}$
(b)　$G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \rightarrow \underline{(p \mathbin{\&} \neg r)} \rightarrow G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \rightarrow \underline{q}))))$

が帰結する。したがって特に

$$\frac{\begin{array}{c}\downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x \rightarrow \\ \text{(a)}\;\; F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \mathbin{\&} \underline{p} \mathbin{\&} F\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x) \mathbin{\&} \\ \text{(b)}\;\; G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \rightarrow (\underline{p} \rightarrow G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \rightarrow \underline{q}))))\end{array}}{\begin{array}{c}\downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x \rightarrow \\ \text{(a)}\;\; F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \mathbin{\&} \underline{((p \mathbin{\&} r) \vee (p \mathbin{\&} \neg r))} \mathbin{\&} F\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x) \mathbin{\&} \\ \text{(b)}\;\; G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \rightarrow \underline{(p \mathbin{\&} r)} \rightarrow G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \rightarrow \underline{q}))))\end{array}}$$

であり、p, q, r は任意の命題変項なので、一般の論理式 φ, ψ, χ についても

$$\cfrac{\begin{array}{c}\downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x \to \\ \text{(a)}\quad F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \;\&\; \underline{\varphi} \;\&\; F\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x) \;\& \\ \text{(b)}\quad G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to (\underline{\varphi} \to G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to \underline{\psi}))))\end{array}}{\begin{array}{c}\downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x \to \\ \text{(a)}\quad F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \;\&\; \underline{((\varphi \;\&\; \chi) \vee (\varphi \;\&\; \neg\chi))} \;\&\; F\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x) \;\& \\ \text{(b)}\quad G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to \underline{(\varphi \;\&\; \chi)} \to G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to \underline{\psi}))))\end{array}}\ (SA')$$

が成り立つ。

こうして、(T') についても議論は (T) と最後まで同様に進む。それどころか、(T) とちがって、(T') は実際 HTL_{CF} の定理なので、(SA') は HTL_{CF} における事実である。しかし、HTL_{CF} では、われわれはこの (SA') を何も恐れることはない。なぜなら、R_0 とは別の過去の分岐時点 R_0' を考えよう。すると、この別の過去の分岐時点 R_0' における「$(\varphi \;\&\; \chi)$ だったら $\neg\psi$ だったのに」の (CW) 型の式

(♯)「$\varphi \;\&\; \chi$ だったら $\neg\psi$ だったのに」
$\downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0'^{-1}\rangle x \to$
(a)　$F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \;\&\; \underline{(\varphi \;\&\; \chi))} \;\&\; F\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x) \;\&$
(b)　$G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to \underline{(\varphi \;\&\; \chi)} \to G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to \underline{\neg\psi}))))$

が形成できる。そしてこの (♯) は、(SA') の前提

$(SA')_{pre}$「φ だったら ψ だったのに」
$\downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x \to$
(a)　$F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \;\&\; \underline{\varphi} \;\&\; F\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x) \;\&$
(b)　$G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to \underline{\varphi} \to G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to \underline{\psi}))))$

とも、(SA') の帰結

$(SA')_{con}$「$\varphi \;\&\; \chi$ だったら ψ だったのに」
$\downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x \to$
(a)　$F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \;\&\; \underline{((\varphi \;\&\; \chi) \vee (\varphi \;\&\; \neg\chi))} \;\&\; F\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x) \;\&$
(b)　$G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to \underline{(\varphi \;\&\; \chi)} \to G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to \underline{\psi}))))$

とも、何ら矛盾しない。このことを端的に示す、$(SA')_{pre}$ の下で $(SA')_{con}$ と (♯) の両者を同時に真にする時間的球体系が以下である。分岐時点 R_0 として指定されているのが t_0, それとは別の分岐時点 R_0' として指定されているのが t_0' である。モデルの単純化のた

め、条件節の基準時 R_1 と帰結節の基準時 R_2 は一致させてある。

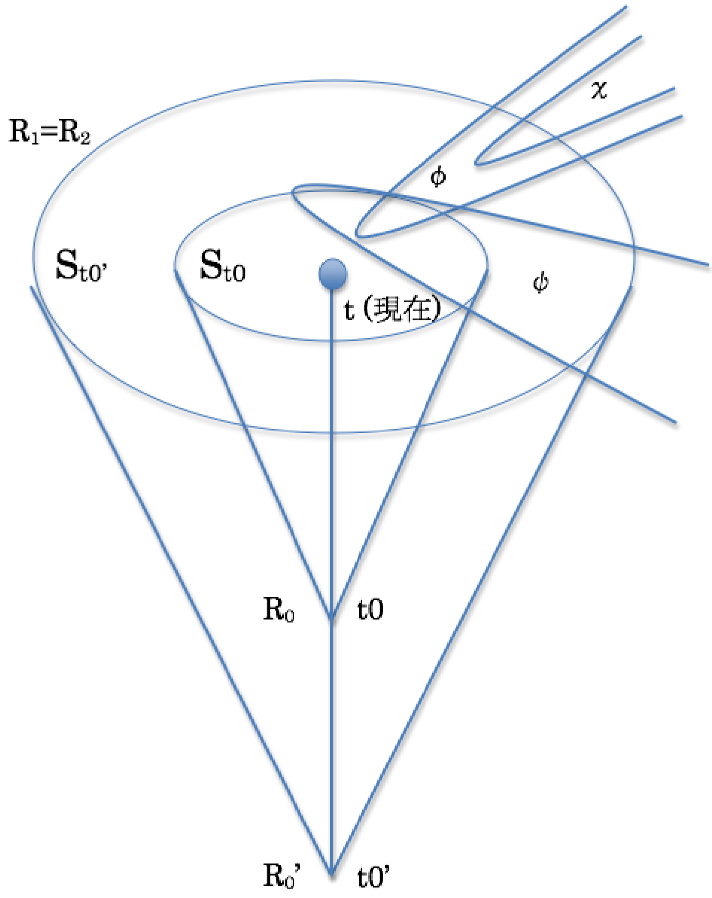

図 2.14

ポイントは、一方で $(SA')_{con}$「φ & χ だったら ψ だったのに」が、内側の S_{t_0} で φ & χ なる時点が見つからないことによって真である、つまり、内側の S_{t_0} で空疎に真（vacuously true）であるが、他方で、(♯)「φ & χ だったら $\neg\psi$ だったのに」が、外側の $S_{t_0'}$ で φ & χ なる時点が見つかった上で真である、つまり、外側の $S_{t_0'}$ で空疎でなく真（non-vacuously true）である、ということである。このとき、$(SA')_{con}$ の側の活性部分 (a) が表しているのは、φ & χ の活性ではなく、$(\varphi$ & $\chi) \vee (\varphi$ & $\neg\chi)$ の活性に過ぎず、内側の S_{t_0} ではその右選言肢 φ & $\neg\chi$ の方の活性が実現されていることにも、合わせて注意されたい。

さて、それでは、HTL_{CF} ではこのように「$\varphi \vee \psi$ だったら χ だったのに」問題を完全に回避できるのに対して、D. ルイスの反事実条件法論理でそれができないのはなぜだろうか。それを見て取るために、後者の $\varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \psi$ の真理条件を見直してみよう。

w で $\varphi \mathrel{\Box\!\!\to} \psi$ が真となるのは、次の場合であり、次の場合に限る。すなわち、
($\Box\!\!\to$1)　$\$_w$ 中のどの集合 S にも、φ が成り立つ世界は存在しないか、または
($\Box\!\!\to$2)　$\$_w$ 中のある集合 S があって、
　(a)　S は少なくとも一つ φ が成り立つ世界を含み、かつ
　(b)　S 中のすべての世界で $\varphi \to \psi$ が成り立つ。

問題は、($\Box\!\!\to$1) の条項にある。そこでは「$\$_w$ 中のどの集合 S にも、φ が成り立つ世界は存在しない」とあるように、D. ルイスの「空疎に真 vacuously true」という概念は、類似性の範囲とは関わりのない、絶対的な概念である。つまり、ここでは、ある類似性の範囲と相対的に、空疎に真、という事態は許されない。というのも、仮にルイスの体系でそれを許したとしよう。すると、$\varphi \mathrel{\Box\!\!\to} \psi$ の真理条件は、むしろ次のように単純化できてしまう。

w で $\varphi \mathrel{\Box\!\!\to} \psi$ が真となるのは、次の場合であり、次の場合に限る。すなわち、
$\$_w$ 中のある集合 S があって、S 中のすべての世界で $\varphi \to \psi$ が成り立つ。

この真理条件の問題は少し考えれば明らかである。なぜなら、φ が成り立つ世界がない類似性の範囲 S は $\$_w$ の内側に無数にあるかもしれず、そのような S が一つでもありさえすれば、$\varphi \mathrel{\Box\!\!\to} \psi$ は空疎に真になってしまうからである。また、このとき S の外側に、φ が成り立つ世界がある類似性の範囲 S' もまた S と並存していて、そこでは $\varphi \mathrel{\Box\!\!\to} \psi$ が空疎でなく真であったとしよう。その場合 $\varphi \mathrel{\Box\!\!\to} \psi$ が「真であること truth」は、「空疎な真 vacuous truth」と「空疎でない真 non-vacuous truth」を同時に意味することになり、明らかに悪性の多義性を帯びる。そしてこの「S における空疎な真」と「S' における空疎でない真」を書き分ける手段を、ルイスの体系はそれ以上備えていない。したがってそれは、上のモデル図 2.14 に示される「S_{t_0} において空疎に真」な $(SA')_{con}$ と「$S_{t'_0}$ において空疎でなく真」な ($\sharp$) の区別を、HTL_{CF} と同様に描き分けることができないわけである。

もっと言えば、このルイスの体系における「ある類似性の範囲に相対的に空疎に真」という概念の不在が、問題の出発点にあったことが判明する。というのも、

$$\text{(T)}\quad ((\varphi \vee \psi) \mathrel{\Box\!\!\to} \chi) \to ((\varphi \mathrel{\Box\!\!\to} \chi)\ \&\ (\psi \mathrel{\Box\!\!\to} \chi))$$

は実際ルイスの類似性モデルでは妥当ではないが、その反例モデルは以下のような形をしている。

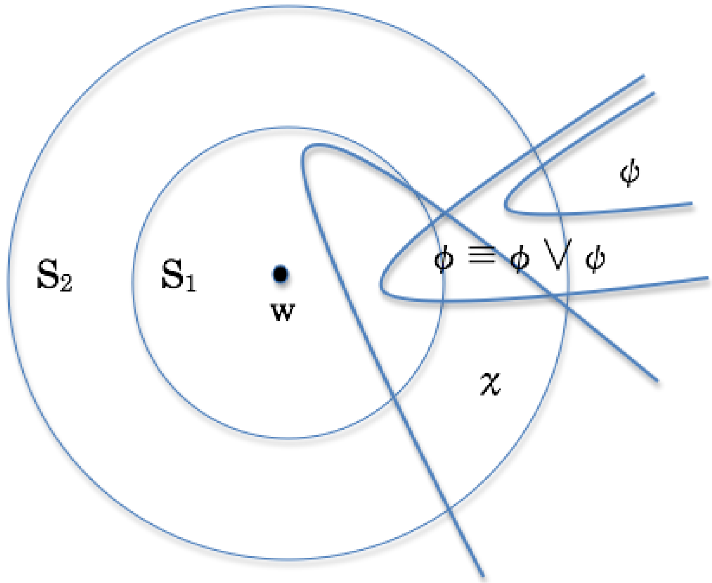

図 2.15

このモデル図 2.15 で、$(\varphi \vee \psi) \,\Box\!\!\rightarrow \chi$ と $\varphi \,\Box\!\!\rightarrow \chi$ は共に S_1 において空疎でなく真であるが、$\psi \,\Box\!\!\rightarrow \chi$ は S_2 において偽であるため、(T) は全体として偽となる。だが、このモデル図 2.15 をよく見ると、$\psi \,\Box\!\!\rightarrow \chi$ もまた、ルイスオリジナルの真理条件では禁じられた意味で真であることが判る。つまり $\psi \,\Box\!\!\rightarrow \chi$ は、「S_1 において空疎に真」である。そこで、この球体系を、ある時間的球体系の断面として見てみよう。以下で S_1 が S_{t_0} に、S_2 が $S_{t'_0}$ に対応する。ここでもモデルの単純化のため、条件節の基準時 R_1 と帰結節の基準時 R_2 は一致させてある。

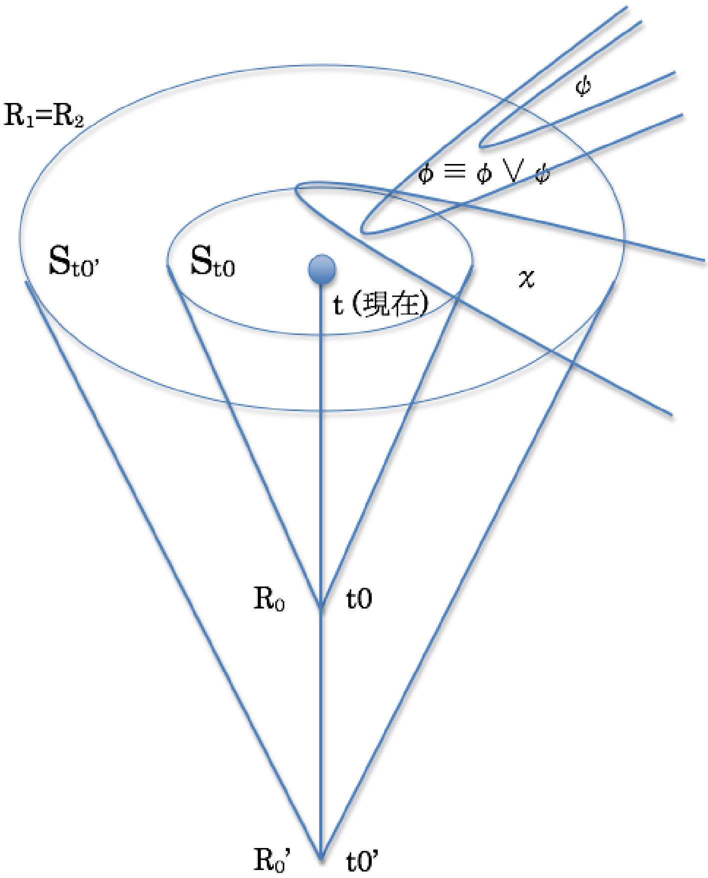

図 2.16

(T) とは違って、この時間的球体系を表す図 2.16 の下でも、

$$\text{(T') (DA)} \rightarrow \text{((DA1) \& (DA2))}$$

は正確に真であることが判る。なぜなら、

(DA) 「$\varphi \vee \psi$ だったら χ だったのに」
$\downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0^{-1} \rangle x \rightarrow$
(a) $F(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \ \& \ \underline{(\varphi \vee \psi)} \ \& \ F\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x) \ \&$
(b) $G(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \rightarrow (\underline{(\varphi \vee \psi)} \rightarrow G(\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x \rightarrow \underline{\chi}))))$

も

(DA1) 「φ だったら χ だったのに」
$\downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0^{-1} \rangle x \rightarrow$
(a) $F(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \ \& \ \underline{(\varphi \vee \psi)} \ \& \ F\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x) \ \&$
(b) $G(\langle \mathrm{R}_1^{-1} \rangle x \rightarrow (\underline{\varphi} \rightarrow G(\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x \rightarrow \underline{\chi}))))$

も、S_{t_0} で空疎でなく真であって、さらに

(DA2)「ψ だったら χ だったのに」
$\downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x \to$
(a) $F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \ \&\ \underline{(\varphi \vee \psi)} \ \&\ F\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x) \ \&$
(b) $G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to (\underline{\psi} \to G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to \underline{\chi}))))$

もまた、$S_{t'_0}$ で空疎に真であるからである。このとき、(DA2) の活性部分 (a) が表しているのは、ψ の活性ではなく、$\varphi \vee \psi$ の活性に過ぎず、内側の S_{t_0} ではその左選言肢 φ の方の活性が実現されていることにも、合わせて注意しよう。これはまさに、(DA2) の意味での「ψ だったら χ だったのに」が真であるためには、条件節の ψ が必ずしも満たされる必要がない、ということを示している。そしてこのことは、そもそも (DA2) がそこから含意される (DA)「$\underline{\varphi \vee \psi}$ だったら χ だったのに」を見れば、その条件節の条件 $\varphi \vee \psi$ を満たすのに、非決定的に φ であっても ψ であってもよいのだから、当然の結果と言えよう。

2.2.11　現実を実時間計算システムと捉えること

本章の結語にあたり、反事実条件文に対する、以上の時間性分析の射程を述べておく。いま、現在の時点を t とし、ある何らかの過去の分岐時点 t' の存在が想定されているとしよう。その上で、(CS) および (CSA) の充足条件の集合論的表現、その擬強活性部分 (b) を取り出してみる。

(CS)$_{\text{-}}$(b)
$S_{t'} \cap (\leq \circ \underline{(\mathrm{R}_1[t] \cap [\![\varphi]\!])} \circ \leq)[t'] \subseteq \underline{\mathrm{R}_2[t] \cap [\![\psi]\!]}$

(CSA)$_{\text{-}}$(b)
$S_{t'} \cap (\leq \circ \underline{\mathrm{R}_1[t] \circ (\xrightarrow{a})} \circ \leq)[t'] \subseteq \underline{\mathrm{R}_2[t] \cap [\![\psi]\!]}$

このとき、一方で (CS)$_{\text{-}}$(b) では、それぞれ条件節と帰結節の内容に対応する $\mathrm{R}_1[t] \cap [\![\varphi]\!]$ と $\mathrm{R}_2[t] \cap [\![\psi]\!]$ との関係、他方で (CSA)$_{\text{-}}$(b) では、$\mathrm{R}_1[t] \circ (\xrightarrow{a})$ と $\mathrm{R}_2[t] \cap [\![\psi]\!]$ との関係に、着目しよう。これは、問題となる現実の環境を、t' を起点として進展する、一個の計算システムと考えたとき、(CS) においては、基準時 R_1 が来たときに、状態 φ を入力として与えてやれば、その後、基準時 R_2 が来たとき、基準時 R_1 における状態 φ のその出力として、反応 ψ が返ってくる、という関係を示している。同様に、(CSA) においては、基準時 R_1 が来たときに、作用 a を入力として与えてやれば、その後、基準時 R_2 が来たとき、基準時 R_1 における作用 a のその出力として、反応 ψ が返ってくる、という関係を示している。

このように見れば、反事実条件文の条件節における条件として、状態 φ が与えられるにせよ、作用 a が与えられるにせよ、これらはともに、条件節で想定された基準時 R_1 における、現実世界に対する刺激となる出来事——刺激出来事 stimulus event ——であるとみなせる点で、同じ機能を果たしている。対して、反事実条件文の帰結節における ψ は、そうした現実世界への刺激出来事に対する反応として、現実世界から返される出来事——反応出来事 response event ——を記述しているものと考えられる。

こうした刺激出来事と反応出来事の適時性 timing、それらの間の反応時間 response time に、その正当性 correctness の評価が依存する種類の計算システムは、計算機科学の分野で、「実時間計算システム real-time computing system」と呼ばれる。したがって、現実的な計算システムにはみな、そうした反応時間の重要度に差はあっても、すべて実時間計算システムとしての側面が認められる。たとえば、この論文を書いているワードプロセッサも、実際上は、キーボードを打ってから画面に文字が表示されるまでに、論文提出の期限に間に合わなくなるほどのタイムラグを発生させるものであれば、当然、計算システムとしての実用価値は無に等しくなるだろう。もっと極端な場合は、自動車のブレーキ・エンジンの制御装置から、心臓ペースメーカー、原子炉の制御システム、といった例であり、これらは許容された反応時間内に求められる反応が返ってこなければ、当のシステムだけでなく、当のシステムを取り巻く周囲の環境に対し、即座に深刻な影響を与える実時間計算システムの例である。

われわれが反事実条件文の時間性分析のために用意した言語——ハイブリッド時制論理の拡張——-は、時点参照演算子 $\langle \mathrm{R}_1 \rangle$, $\langle \mathrm{R}_2 \rangle$ の導入によって、こうした実時間計算システムの正当性、その形式的記述に応用できると考えられる。その場合、R_1 は、システムへの刺激となる出来事の生起時点、R_2 は、それによって返されるシステムの反応の期限 deadline を、現在の時点と相対的に表すことができる。このとき、対応する分岐時間モデルの側での時点参照関係 R_1, R_2 の導入によって、問題となる実時間計算システムのモデルを作り、その正当性の形式的記述を検証することが、この応用の目的となる。そしてこの言語の実時間計算システムへの応用可能性は逆に、自然言語における反事実条件文の使用のうち、少なくとも重要なものの多くが、実は、一定の範囲の現実の環境を実時間計算システムとして捉え、その潜在的な挙動を記述しているものと見る見方を示唆する。その場合、「φ だったら（a していたら）ψ だっただろう」とは、「この現実の環境に、基準時 R_1 で状態 φ（作用 a）なる刺激を与えていれば、基準時 R_2 で ψ なる反応が返ってきていただろう」と直観的に翻訳できることになる。そのとき、われわれの時間的球体系は次のように見直せるだろう。

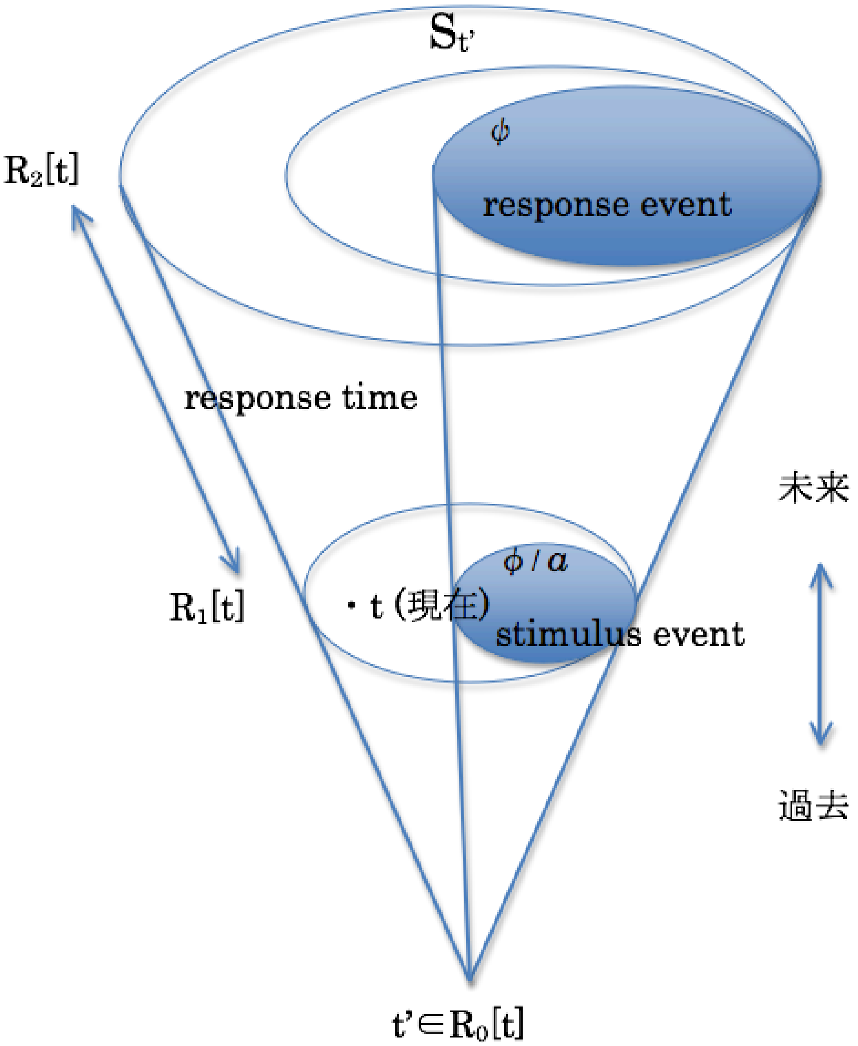

図 2.17

このことは、反事実条件文の使用において、われわれが次の手続きをとっていることも同時に示唆する。すなわち、われわれがこの現実について反事実的な判断をする際、(i) われわれはまずこの現実を、分岐時間モデルによってモデリングする。つまり、分岐時間モデルを、この現実の模型とする。これは、カントの言葉で言えば、われわれが現実に対して「図式」を与えるということであり、またウィトゲンシュタインで言えば、「像」を与えるということである。次にわれわれは、(ii) 直接には、まずもってそうして与えられた現実の模型（図式／像）について、この模型（図式／像）に適した、その深層に高度な構文論的構造をもつ時制言語・様相言語によって、判断を形成する。そして、(iii) この現実の模型（図式／像）について反事実的な判断を与えることを通して、われわれは、この現実についての反事実的な判断を、同時に達成している、ということである。ここで、この現実の模型（図式／像）について反事実的な判断が、なぜ、同時に、

この現実についての反事実的な判断となるのか、という問いに答えるこそが、カントの超越論的論理学の課題である（4.3 を参照）。

第 3 章

ゲティア問題と Red Barn 問題の多領域様相論理による分析

3.1　ゲティア問題の多領域様相論理による分析

3.1.1　ゲティア問題のシナリオ

ゲティア問題は、E. ゲティアが 1963 年にたった 2 ページ半という短さで書いたことで知られる論文「正当化された真なる信念は本当に知識か？（ Is Justified True Belief Knowledge? ）」（[24]）で提起された。ゲティア問題がどのような問題であるかは、この論文のタイトルが簡潔に要約している。つまり、ゲティア以前に、「知識」の必要十分条件として「(1) 正当化された Justified ／ (2) 真なる True ／ (3) 信念 Belief」であること——以下この三条件を慣例に倣い「JTB」と略記する——が提案されてきたが、ゲティア問題とは、この定義が「知識」の「必要条件」とは言えても「十分条件」とは言えないことを、二つの反例を挙げて示したものである。つまりゲティアは、ある人がある事柄について「(1) 正当化された Justified ／ (2) 真なる True ／ (3) 信念 Belief」をもっている、と明らかに言えるのにもかかわらず、その人がその事柄についての「知識」をもっている、とは明らかに言えないと誰もが認めるだろう、そのような二つの反例を当の論文の中で構成してみせた。

そこで以下ではまず、その二つの反例の構成を振り返っておく。ただしゲティアは、その構成の前に、次の二つの前提を置くことを読者に注意している。一つは、(i) 「正当化されている」ことが知識の必要条件であるというとき、それは「偽な命題を正当化する」ということが許容される、そのような「正当化」概念を意味している、ということである。ゲティアがこの前提を立てるのは、偽な命題は正当化できない、つまり正当化できるのは真な命題だけだとすると、JTB の「真である」という条件は「正当化されている」という

条件に含意され、不要なものになってしまうため、と考えられる。もう一つは、(ii) ある人が p という命題を正当化して信じており、さらにその人がこの p から q を演繹することによって、結論 q を受け入れるならば、その人は q という命題もまた正当化して信じていることになる、ということである。原論文では、事前にこの二つの前提の受け入れを読者に要請した上で、以下の（反例１）と（反例２）が提示される。

（反例１）

スミスとジョーンズが、ある会社の就職口に応募している。また、このときスミスは、以下の連言の形の命題を信じる、強い証拠をもっている。

(d) ジョーンズが採用される、かつ、ジョーンズのポケットには 10 枚の硬貨が入っている。

ここでスミスが (d) を強く信じるようになったのは、(1) スミスがその会社の社長に「最終的に採用されるのはジョーンズだ」と聞かされたからであり、また、(2) 10 分前にスミスはジョーンズのポケットの硬貨の枚数を一緒に数えていたからである。さて、この (d) は

(e) 採用される男のポケットには 10 枚の硬貨が入っている。

を論理的に帰結する。実際スミスは (d) から (e) を導いて、結局、強い証拠がある (d) を根拠に (e) を信じるようになった。したがって、スミスの (e) の信念は正当化されている。

しかし、このときスミスには知られていないことだが、実は採用されるのはジョーンズではなく、スミス自身であった。さらに、これもスミスは気づいていないが、実はスミス自身のポケットにも、10 枚の硬貨が入っていた。

こうしてこの例では、命題 (e) は、(1) 正当化されており、(2) 真であり、そして (3) スミスによって信じられている。つまり命題 (e) は「知識」の古典的定義 JTB を満たしている。にもかかわらず、ゲティアによれば、(e) は明らかに「知識」とは言えない。なぜなら、(e) が真であるのは実際に採用されるスミスのポケットのコインの枚数によってであるが、しかしスミスは自分が採用されることも自分のポケットにあるコインの枚数も知らないからである。その代わりに、スミスが (e) を真だと信じるようになったのは、ジョーンズのポケットにあるコインの枚数によってであり、また、スミスがジョーンズのことをその会社に採用される男であると誤って信じているからである。

（反例２）

スミスは次の命題を信じる強い証拠をもっているとしよう。

(f) ジョーンズはフォードを所有している。

スミスがこれを信じる強い証拠とは、スミスの記憶ではジョーンズはいつもフォードに乗っており、ついさっきスミスがジョーンズにドライブに誘われて乗った車もフォードだった、ということである。さて、スミスにはまた別の友達のブラウンがいて、彼の現在の所在をスミスはまったく知らない。スミスはこのとき戯れに 3 つの場所をまったく無作為に選び出し、次の 3 つの命題を作った。

(g) ジョーンズがフォードを所有しているか、またはブラウンがボストンにいる。
(h) ジョーンズがフォードを所有しているか、またはブラウンがバルセロナにいる。
(i) ジョーンズがフォードを所有しているか、またはブラウンがブレストリトフスクにいる。

(g)(h)(i) は (f) から論理的に帰結する。そしてこのことをスミスはわかっており、したがってスミスは強い証拠をもつ (f) に基づいて (g)(h)(i) を演繹し、信じるようになった。それゆえ、スミスはブラウンの所在をまったく知らないにもかかわらず、これら 3 つの命題に対するスミスの信念は完全に正当化されている。

ここで実は、次の 2 つの事実があったとしよう。つまり、(1) ジョーンズはフォードを所有していなかった。彼がスミスにドライブに乗せたフォードはレンタカーだった。また、(2) スミスには知られてないことだが、まったく驚くべき偶然の一致で、ブラウンはバルセロナにいた。

こうしてこの例でも、(h) は正当化されており、真であり、スミスによって信じられている。しかし、(h) はスミスの知識とは言えない。なぜなら、(h) が真なのはブラウンがたまたま現在バルセロナにいたからであり、このことをスミスはまったく知らず、その代わりに、スミスが (h) を真だと信じるようになったのは、ジョーンズがフォードを所有していると誤って信じているからである。

要約すれば、結局ゲティアは、以上の 2 つのシナリオにおいて、(e) (h) の 2 つの命題を、JTB を満たしながら、「知識」とは呼べないだろう、JTB の明らかな反例として構成してみせた。これにより、その定義項の「(1) 正当化されている／ (2) 真である／ (3) 信じられている」ことは、ある命題が「知識」であるための、たとえ必要条件だったとしても、少なくとも十分条件ではない、ということになる。

3.1.2 ゲティア推論構造

ゲティア問題は、その発表以来、無数の反応を集めてきた。そのタイプを大別すると、(1)JTB の改訂を迫るもの（[37], [27], [39], [21], [46]）、逆に、(2)JTB を保存するもの

([38], [69], [49])、(3) ゲティア問題そのものの問題性を疑うもの ([32], [33])、がある。本論文では、しかし、差し当たりどのタイプにも中立に、ゲティア問題を出発させている推論プロセスに焦点を当て、その論理学的形式化を行う。

ゲティア問題を出発させている推論とは、両反例で (1)「強い証拠」があると言われながら、(2) しかし現実には偽であった、命題の正当化部分である。それは（反例１）では、「社長の「採用されるのはジョーンズだ」という発言を聞いた」ことから「ジョーンズが採用される」を導いたステップであり、（反例２）では、「ジョーンズがいつもフォードに乗っているのを見ている」ことから「ジョーンズはフォードを所有している」を導いたステップである。

偽な命題を正当化する——これは、ゲティアが２つの反例を構成する前に、周到に読者に受け入れを要請していた可能性であったことを思い出そう。しかし、この可能性を認めることが、(e) (h) は明らかに「知識」でない、とゲティアによって判定される理由を形成する種となっている。つまり、 (e) (h) がスミスの「知識」と言えないのは、スミスがそれを偽な命題を根拠に真であると信じており、(e) (h) が真である根拠は、それとは独立の知られていない事実にあるからである。他方で、その偽な命題自体は、上記の強い証拠によって正当化されており、(e) (h) の結論自体は、その偽な命題からの演繹によって正当化されている。つまり、スミスの一連の推論は、[1] 与えられた証拠（見た事、聞いた事）から出発して、[2] 偽な命題を経由し、[3] 再び真な命題に至るが、その過程で、[1] と [2] の間と、[2] と [3] の間の正当化のステップの正当性は疑われず、したがって正当化の連鎖自体は途切れることなく保たれている、という構造をしている。そして最後に偽な命題から真な命題に移行するとき、偽な命題それ自体とは独立の事実によって真となるように、その偽な命題に適当な論理的操作を施しているところが、ゲティアの卓越した技巧であろう。この推論構造を図式的にまとめると、

（ゲティア推論構造の第一近似）

[1] 証拠 —[正当化 1] → [2] 偽な命題 —[正当化 2（演繹推論）] → [3] 真な命題（[2] とは独立の知られていない事実によって真）

となる。

ここで、第二段階の正当化の正当性は、ゲティアがこれも事前に「〈ある主体によって正当化されて信じられている〉という命題の性質は、その主体が行った演繹について閉じている」という趣旨の前提を与えていることから、ゲティアによって無条件に認められているものと考えられる。そこで第二段階の正当化の正当性については、われわれもまた、それが標準的な演繹推論であることによって、疑わないことにする。その正当性を疑うことは、標準的な論理法則の正当性を疑うことであり、それは明らかに法外な仕事になるだ

ろうからである[*1]。

われわれが疑うのは、したがって、第一段階の正当化の方である。第一段階の正当化は、与えられた証拠を表す、真な命題を前提とし、偽な命題を結論としていることから、それが妥当 valid な推論ではありえないことは、見た目にも明らかである。しかしそれでは、ここでどのような推論が行われているのだろうか。それを見るために、いま、上の図式の [1] 証拠部分を (ev) とする。すると、 その [1] 証拠部分と [2] 偽な命題部分のセットは、（反例１）の場合には、

(ev):=「［スミスは］社長の「採用されるのはジョーンズだ」という発言を聞いた」
(d_1) 「ジョーンズが採用される」

であり、（反例２）の場合には、

(ev):=「［スミスは］ジョーンズがいつもフォードに乗っているのを見ている」
(f) 「ジョーンズはフォードを所有している」

である。さて、スミスが [1] 与えられた証拠から [2] 偽な命題を導出する際に採用した推論として、最も自然に想定されるのは、それぞれ次のようなものであると思われる。（以下で [ ] は「普通」という副詞がかかる作用域を示す。）

$$\frac{\begin{array}{c}(\mathrm{ev})\\ \text{普通}\ [(\mathrm{ev})\ \text{なら}\ (d_1)\ \text{である}]\ \text{はずだ}\\ ((\mathrm{ev})\ \text{なら普通}\ [(d_1)\ \text{である}]\ \text{はずだ})\end{array}}{(d_1)\ \text{であるはずだ}}\ (\text{信念１})\qquad \frac{\begin{array}{c}(\mathrm{ev})\\ \text{普通}\ [(\mathrm{ev})\ \text{なら}\ (\mathrm{f})\ \text{である}]\ \text{はずだ}\\ ((\mathrm{ev})\ \text{なら普通}\ [(\mathrm{f})\ \text{である}]\ \text{はずだ})\end{array}}{(\mathrm{f})\ \text{であるはずだ}}\ (\text{信念２})$$

つまり、スミスの伝聞/観察した証拠 (ev) と帰結 (d_1)/(f) を媒介する命題として、「普通 [(ev) なら (d_1) / (f) である] はずだ」あるいは「(ev) なら普通 [(d_1)/(f) である] はずだ」という常識的法則を補うのが、ここでの自然な解釈であると思われる。つまりこの常識的法則は、（反例１）の場合には「普通、社長の「採用されるのはジョーンズだ」という発言を聞いたなら、ジョーンズが採用されるはずだ」、（反例２）の場合には「普通、ジョーンズがいつもフォードに乗っているのを見ているなら、ジョーンズはフォードを所有しているはずだ」ということになる。

ここでしかし、シナリオを再確認すれば、（反例１）の場合には、スミスは社長の「採用されるのはジョーンズだ」という発言を聞いたにもかかわらず、ジョーンズは採用されなかったし、（反例２）の場合には、スミスはジョーンズがいつもフォードに乗っている

[*1] この第二段階の正当化部分が実際、標準的な論理法則によって成り立つことも、後でそれを MSHL で形式化することによって証明する。

のを見ているにもかかわらず、ジョーンズはフォードを所有していなかった。つまり、どちらの場合も、現実には (ev) であったにもかかわらず、(d$_1$)/(f) でなかった、ことになる。これは、ゲティアの描く状況が、明白に「普通 (ev) なら (d$_1$)/(f) であるはずだ」という常識的法則が成り立たない、普通の状況ではなかった、ということを示している。そこで、スミスの信念内部における推論図式（信念 1 ）（信念 2 ）との対比で、その外部にある事実は次のように書き出せる。

$$\frac{\begin{array}{c}\text{(ev)}\\ \text{(ev) なら }(\mathrm{d}_1)/(\mathrm{f})\text{ のはずの普通の状況ではなかった}\end{array}}{(\mathrm{d}_1)/(\mathrm{f})\text{ でなかった}}\ \text{（事実）}$$

これを見れば、問題は、スミスが採用した常識的法則それ自体にあるというよりも、当該の異常な状況下での、その常識的法則の使用にある、と思われる。すなわち、問題は、スミスが普通の状況なら成り立つはずの「普通 (ev) なら (d$_1$)/(f) であるはずだ」という常識的法則を、普通ではない状況で使用している、ということである。

それではスミスはなぜ、自身が今置かれている状況が、 (ev) なら (d$_1$)/(f) であるはずの、普通の状況ではないことに気付かなかったのだろうか。それは勿論、（反例 1 ）の場合にも、（反例 2 ）の場合にも、それぞれ重要な「スミスに知られていない事実」があったからである。すなわち、（反例 1 ）の場合には、「（ジョーンズでなく）スミスが採用される」という事実、（反例 2 ）の場合には、「ジョーンズが乗っていたフォードはレンタカーだった」という事実である。そして、どちらの場合にも、これらの事実がスミスに知られていれば、また、そのときスミスが十分合理的ならば、スミスには (d$_1$)/(f) という結論を直ちに撤回する準備があっただろう。

こうして、ゲティア推論構造の第一段階の正当化を構成するスミスの推論は、「撤回可能性のある常識推論 defeasible commonsense reasoning」であることが判る。このゲティアの例自体がよく示している通り、撤回可能性のある常識推論は、論理学で正統とされる演繹推論がもたない、特徴的な性質をもっている。それは、新たな前提情報が加わると、古い前提情報のもとで下されていた帰結が取り下げられる可能性をもつ——すなわち、前提情報の増大により帰結が減少しうる、という性質である。このような性質をもつ推論は、一般に「非単調推論 *nonmonotonic* reasoning」と呼ばれる。それに対して、論理学で正統とされる演繹推論は、どんな新たな前提情報が加えられても、古い前提情報のもとで得られた帰結はどれも撤回されることなく保存され続け、従って前提情報の増加に伴って帰結も単調に増加するしかない。現在まで伝統論理学が主に扱ってきたのは、このような「単調推論 *monotonic* reasoning」である。

以上により、先のゲティア推論構造の図式において、その第一段階の正当化部分が非単

調な常識推論、第二段階の正当化部分が単調な演繹推論、として推論構造の特定が進められる。これを再び図式化すると、

（ゲティア推論構造の第二近似）

[1] 証拠 —[非単調な常識推論] → [2] 偽な命題 —[単調な演繹推論] → [3] 真な命題（[2] とは独立の知られていない事実によって真）

となる。すなわち、ゲティア問題は、非単調な常識推論と単調な演繹推論の混合推論で構成されている[*2]。

3.1.3 デフォルト論理によるゲティア問題の形式化

非単調推論の枠組みとして代表的なものが、Reiter (1980)（[56]）のデフォルト論理 Default Logic である。非単調推論の典型とされるのは「［ほとんどの］鳥は飛ぶ（[Most] Birds can fly）」といった総称的 generic な判断である。こうした総称的判断「x は鳥である、ゆえに、x は飛ぶ（x is a bird, therefore, x can fly）」を、Reiter (1980) オリジナルのデフォルト論理では、「デフォルト規則 default rule」として次のように表現する。

$$\frac{BIRD(x) : \mathbf{M}FLY(x)}{FLY(x)} \quad (BF)$$

ここで、「**M**...」は「... と想定することに矛盾はない（it is consistent to assume ...）」と読まれ、従って (BF) は全体として「（事実）x が鳥であり、また x が飛ぶと想定することに矛盾がない場合には、x は飛ぶと帰結してよい」という推論規則を表している。この (BF) により、例えば「Tweety は鳥である」という情報しかないときは、「Tweety は飛ぶ」が帰結するが、「Tweety がペンギンである」という情報がそこに新たに付け加わったときは、「ペンギンは飛ばない」という法則と合わせて「Tweety は飛ばない」が帰結し、「Tweety が飛ぶと想定することに矛盾はない」とはもはや言えなくなる。するとデフォルト規則 (BF) も適用できなくなり、それ以前の「Tweety は飛ぶ」という帰結が撤回される。インフォーマルにはほぼこのような手続きによって、デフォルト論理は非単調推論を許容する。

形式的には、デフォルト論理では

[*2] 実際、ゲティア推論に「撤回可能性 defeasibility」があること自体は以前から気付かれていた事実であり、この事実から、「撤回可能性」を排除することを知識の定義に追加する、‘*No Defeat Proposal*’ と呼ばれる提案が為されている（[39]）。

$$\frac{A : \mathbf{M}B}{C} \ (DF)$$

という形の推論規則を単に「デフォルト default」と呼び、このデフォルトたちの集合 D を用意する。ここで、A, B, C は一階述語論理の論理式である。以下、デフォルトの線形表記として、$A : \mathbf{M}B \ / \ C$ も用いる。先のデフォルト (BF) のように、$C = B$ の場合、つまり

$$\frac{A : \mathbf{M}B}{B} \ (NDF)$$

の場合、この形のデフォルトを「標準デフォルト normal default」と呼ぶ。このとき「デフォルト理論 default theory」とは、このデフォルトたちの集合 D と、閉じた（つまり自由変更を含まない）一階述語論理式の集合 T の対 $\langle D, T \rangle$ である。直観的にこの T は、（一階述語論理で表現可能な）何らかの仕方で証明済みの命題の集合と考えてよい。上の Tweety の例では、$BIRD(Tweety)$ として表される「Tweety は鳥である」が、この T の要素として扱われていることになる。

その上で、大まかに言って、T を前提として、そこから一階述語論理の推論規則だけでなく、D に属するデフォルト規則も使って引き出される帰結の集合のことを、$\langle D, T \rangle$ の「拡張 extension」と呼ぶ。この $\langle D, T \rangle$ の拡張は、一般に一つに定まることはなく、複数存在することになる。この一見複雑な結果はむしろ、次の重要な事実をうまく反映している。つまり、現実の生活上、われわれはほとんど常に不完全な情報しか有しておらず、またそこには、一般に競合する常識的法則が並存しうるため、われわれは与えられた不完全な情報から、様々な類推の仕方によって、様々な信念体系を構築しうる、という事実である[*3]。この結果はまた、古典的な証明体系の証明可能性が決定的 deterministic であるのに対して、デフォルト論理では与えられたデフォルト理論 $\langle D, T \rangle$ からの証明可能性が非

[*3] 例えば、$D = \{Quaker(x) : \mathbf{M}Pacifist(x) \ / \ Pacifist(x),\ Republican(x) : \mathbf{M}\neg Pacifist(x) \ / \ \neg Pacifist(x)\}$, $T = \{Quaker(Nixon) \wedge Republican(Nixon)\}$ とする。$Quaker(x) : \mathbf{M}Pacifist(x) \ / \ Pacifist(x)$ は「（普通）クエーカー教徒は平和主義者である」という常識的法則を、$Republican(x) : \mathbf{M}\neg Pacifist(x) \ / \ \neg Pacifist(x)$ は「（普通）共和党員は平和主義者ではない」という常識的法則を表す。このとき、$Quaker(Nixon) \wedge Republican(Nixon)$ つまり「ニクソンはクエーカー教徒であり共和党員である」という事実が与えられているとする。すると、一方で先に $Quaker(x) : \mathbf{M}Pacifist(x) \ / \ Pacifist(x)$ を使った場合、$Quaker(Nixon)$ から $Pacifist(Nixon)$ が帰結し、その場合には $Republican(x) : \mathbf{M}\neg Pacifist(x) \ / \ \neg Pacifist(x)$ はもう使えなくなる。しかし他方、先に $Republican(x) : \mathbf{M}\neg Pacifist(x) \ / \ \neg Pacifist(x)$ を使った場合、$Republican(Nixon)$ から $\neg Pacifist(Nixon)$ が帰結し、その場合には $Quaker(x) : \mathbf{M}Pacifist(x) \ / \ Pacifist(x)$ はもう使えなくなる 。従ってこのデフォルト理論 $\langle D, T \rangle$ は、一方で $\{Quaker(Nixon) \wedge Republican(Nixon), \underline{Pacifist(Nixon)}\}$ とそこからの一階述語論理による帰結の集合と、他方で $\{Quaker(Nixon) \wedge Republican(Nixon), \underline{\neg Pacifist(Nixon)}\}$ とそこからの一階述語論理による帰結の集合という、二つの異なる拡張をもつ。

決定的 nondeterministic である、ということを示しており、その意味で、デフォルト論理は古典的な「証明可能性」概念の自然な一般化を含んでいると言える[*4]。

Tweety の例をこの仕方で言い直せば、$D = \{BIRD(x) : \mathbf{M}FLY(x) \ / \ FLY(x)\}$ に対して、Tweety がペンギンであるという事実が与えられていない状況 $T_1 = \{BIRD(Tweety), \forall x \ (PENGUIN(x) \rightarrow \neg FLY(x))\}$ では、$\langle D, T_1 \rangle$ の拡張に $FLY(Tweety)$ が属するが、Tweety がペンギンであるという事実が与えられた状況 $T_2 = \{BIRD(Tweety), \forall x \ (PENGUIN(x) \rightarrow \neg FLY(x), PENGUIN(Tweety)\}$ では、$\langle D, T_2 \rangle$ の拡張に $FLY(Tweety)$ はもはや属さず、代わりにその否定 $\neg FLY(Tweety)$ が属する、ということになる。

さて、このデフォルト論理のゲティア問題に対する適用の仕方は、既に容易に見通しがつくと思われるが、それを推論構造が比較的単純な（反例２）の場合で考えてみることにしよう。（反例２）では、

(ev):=「[スミスは] ジョーンズがいつもフォードに乗っているのを見ている」
(f) 「ジョーンズはフォードを所有している」
(f') 「ブラウンはバルセロナにいる」
(h) 「ジョーンズがフォードを所有しているか、またはブラウンがバルセロナにいる」

として、(h) = (f) ∨ (f') である。このとき「普通 [(ev) なら (f) である] はずだ」あるいは「(ev) なら普通 [(f) である] はずだ」という常識的法則は、これを、「証拠 (ev) があるとき、(f) と想定することに矛盾がない場合には、(f) と帰結してよい」という常識的推論規則として読み換えることによって、デフォルト規則の形で

$$\frac{(\mathrm{ev}) : \mathbf{M}(\mathrm{f})}{(\mathrm{f})}$$

のように書ける。すると一方で、スミスに与えられた事実が $T_1 = \{(\mathrm{ev})\}$ のときには、その時点でのスミスのデフォルト理論 $\langle D, T_1 \rangle$ の拡張には (f) が属し、したがって、一階述語論理（正確にはその命題論理部分）による (f) からの論理的帰結 (f) ∨ (f') = (h) もまた、シナリオ通りそこに属することになる。他方で、その後スミスに ¬(f) つまり「ジョーンズはフォードを所有していない」という事実が与えられたときには、$T_2 = \{(\mathrm{ev}), \neg(\mathrm{f})\}$ となり、その時点でのスミスのデフォルト理論 $\langle D, T_2 \rangle$ の拡張には (f) はもはや属さず、代わりにその否定 ¬(f) が属することになる。したがって、T_2 には (f) も (f')「ブラウン

[*4] [56], p. 87 参照。

はバルセロナにいる」も含まれていないので、(h) = (f) ∨ (f’) は (f) と同時に $\langle D, T_2 \rangle$ の拡張には含まれなくなる、ということになる。

おおよそ以上のような手続きによって、デフォルト論理は $\langle D, T_1 \rangle$ でスミスの常識推論による「信念形成」の局面を表現できるだけでなく、$\langle D, T_2 \rangle$ で当の常識推論の非単調性を反映するスミスの「信念改訂」の局面までも表現できる。だが、少なくともここまでの分析では、デフォルト論理が記述していない問題の側面がある。それは、前者の $\langle D, T_1 \rangle$ の段階で、スミスが (f) を信じている時、その時同時に、実際は (f) ではない、つまり $\neg$(f) である、という、スミスの信念の外部にあってそれ（＝スミスの信念）と比較される、背景事実である。

3.1.4　条件法論理によるゲティア問題の形式化

この点に関して、もう一つの非単調推論の有力なフォーマリズムとして提案されている、スタルネイカー（[64]）と D. ルイス（[41]）の反事実条件法論理の体系を応用した条件法論理のヴァージョンを見てみると、特にその意味論に有効な面をもっていることが判明する。たとえば Delgrande (2003) ([19]) では、

$$\varphi \rightarrow_N \psi$$

を、

「φ が成り立つ、現実世界から見て最も通常な世界の範囲では、ψ もまた成り立つ」

と解釈する。これは、

$$\varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \psi$$

が

「φ が成り立つ、現実世界に最も類似した可能世界の範囲では、ψ もまた成り立つ」

と直観的に解釈されるのと類比的である。つまり、大まかに言って、$\varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \psi$ が現実世界との「類似性 similarity」が最も高い可能世界の範囲で評価されるのに対し、$\varphi \rightarrow_N \psi$ は現実世界から見た「通常さ normality」が最も高い可能世界の範囲で評価される。ここで、現実世界が現実世界に最も似ているということは直観的に成り立つように思われるが、現実世界が現実世界から見て最も通常なあり方をしている、ということは直観的に成り立つとは思われないだろう。というのも、言うまでもなく、通常の事態から逸脱する異常な事態が起こりうるのが、われわれの現実だからである（ゲティア問題のシナリオが描く現実

は、まさにそのような現実である)。したがって、$\varphi \to_N \psi$ のモデルを「類似性体系」に対していわば「通常体系」と呼ぶとすれば、この通常体系には、類似性体系のように、現実世界の「中心化条件 centering」も「弱い中心化条件 weak centering」も仮定することはできない。つまり、「通常さ」の尺度で現実世界を含む可能世界を比較したとき、現実世界が「通常さ」で最大となる、とは限らず、また、最大のものの一つとなる、とも限らない。

そこで、条件法論理の通常体系モデルにおける $\varphi \to_N \psi$ の真理条件は、次のような形で与えられる。

$$[\![\varphi \land \neg\psi]\!]^M <_w [\![\varphi \land \psi]\!]^M$$

これは、「現実世界 w から見て、$\varphi \land \neg\psi$ が成り立つ可能世界の集合 $[\![\varphi \land \neg\psi]\!]^M$ よりも、$\varphi \land \psi$ が成り立つ可能世界の集合 $[\![\varphi \land \psi]\!]^M$ の方が、通常である」という「通常さ」の順序を、そのまま表している。条件法論理の通常体系モデルの下で $\varphi \to_N \psi$ が意味するのは結局このことであり、したがって $\varphi \to_N \psi$ は素直に「通常 φ なら ψ である」と解釈できることになる。

すると、このいわば「通常条件文」$\varphi \to_N \psi$ を用いて（反例２）の非単調推論部分を表現すれば、

$$(\mathrm{ev}) \to_N (\mathrm{f})$$

となり、その通常体系モデルの下での真理条件は、

$$[\![(\mathrm{ev}) \land \neg(\mathrm{f})]\!]^M <_w [\![(\mathrm{ev}) \land (\mathrm{f})]\!]^M \tag{3.1}$$

となる。このとき、デフォルト論理では浮び上らなかったゲティア問題の側面が、この通常条件文 (ev) $\to_N$ (f) の、真理条件の側に現れていることが判るだろう。それは、ゲティア問題のシナリオでは現実となった、(f) の強い証拠 (ev) があったのにもかかわらず、(f) ではなかった、という事態である。このより通常でない、異常な事態が、(3.1) の左辺で $[\![(\mathrm{ev}) \land \neg(\mathrm{f})]\!]^M$ によって記述されている。こうして（反例２）に照らした場合、(3.1) の右辺 $[\![(\mathrm{ev}) \land (\mathrm{f})]\!]^M$ は、スミスが通常であるとして予期している内容、つまりスミスの信念の内容を表しているのに対して、(3.1) の左辺 $[\![(\mathrm{ev}) \land \neg(\mathrm{f})]\!]^M$ は、スミスが通常でないとして自身の信念から排除している、スミスの信念の外部にある背景事実を、少なくとも潜在的に示している、と見ることができる。

さらに、常識推論の非単調性は、2.1.7 で見た $\Box\!\!\to$ と同じ、前件強化に伴う帰結の可変性に反映される。例えば、

(ev'):=「［スミスは］ジョーンズが乗っているフォードの中にレンタカーの貸渡契約書を

見つけた」

としよう。このとき、$\Box\!\!\rightarrow$ と同様、

$$(\mathrm{ev}) \rightarrow_N (\mathrm{f})$$

だったとしても、

$$(\mathrm{ev}) \wedge (\mathrm{ev}') \rightarrow_N \neg(\mathrm{f})$$

となるような通常体系モデルが、容易に構成できる。

しかし、この条件法論理には、Reiter (1988) にも端的に指摘されているように[*5]、致命的な難点がある。それは、$\rightarrow_N$ には、$\Box\!\!\rightarrow$ と同様、通常の $\rightarrow$（ならば）と同じ除去則、つまり推論規則の中でも最も要となる Modus Ponens が使えない、という難点である。というのも、もしそれが使えるとすれば、つまり、$\rightarrow_N$ についても、$\rightarrow_N$ 版の Modus Ponens

$$\frac{\begin{array}{c}\varphi \\ \varphi \rightarrow_N \psi\end{array}}{\psi}\ (MP)_N$$

が許されるとすれば、「φ」と「通常 φ ならば ψ である」ことから、「通常 ψ である」ことをこえて、「現実に ψ である」ことが出てきてしまうだろう。（反例２）の場合でいえば、

$$\frac{\begin{array}{c}(\mathrm{ev}) \\ (\mathrm{ev}) \rightarrow_N (\mathrm{f})\end{array}}{(\mathrm{f})}$$

が成り立つことになり、現実に (f) である、つまり現実にジョーンズがフォードを所有していることになってしまう[*6]。

（この $\rightarrow_N$ の難点は、以下に続く MSHL による通常条件文の形式化では回避されるが、興味深いことに、MSHL による通常条件文の形式化は、第 2 章で提示したハイブリッド時制論理 HTL_{CF} による反事実条件文の形式化と、類比的な基本構造をもつことがわかる (3.1.17 を参照)。）

---

*5 [57], p. 179

*6 Delgrande (2003) ([19]) 自体はこの難点を、$\varphi \rightarrow_N \psi$ そのものを「弱い含意文 weak implication」としてではなく「推論規則 rule of inference」として解釈することによって、回避しようとしている。

3.1.5　MSHL の概要

そこで本論文の目的は、一方で上のデフォルト論理と条件法論理が捉えているゲティア問題の側面を共に表現しつつ、しかも他方で、それらが現状では十分うまく捉え切れないだろうと思われるゲティア問題の側面を表現できるようにすること、となる。より具体的には、(i) スミスの信念内部の推論過程も、(ii) スミスの信念外部の背景事実も、同時に記述すること、この作業となる。われわれはこの作業を、推論構造が比較的単純な（反例２）の方から行うことにする。

そのためにまず、（反例２）の場合の混合推論の核となる「普通 [(ev) なら (f) である] はずだ ((ev) なら普通 [(f) である] はずだ)」という常識的法則を構成している、命題 (ev) と命題 (f) について、それぞれの性格と、それらの間の関係を、改めて観察してみよう。

すると第一に、(ev) と (f) のそれぞれの性格とは、一方で

(ev):=「[スミスは] ジョーンズがいつもフォードに乗っているのを見ている」

が《スミスの観察》を表す命題であり、他方でそれに対し、

(f) 「ジョーンズはフォードを所有している」

は《ジョーンズの状態》を表す命題である、ということが判る。そこでいま、

p:=「ジョーンズがいつもフォードに乗っているのを見ている」
q:=「フォードを所有している」

とすれば、‘p’ は《スミスの観察状態》についての命題、‘q’ は《ジョーンズの状態》についての命題となる。

そして第二に、(ev) と (f) の間の関係とは、まさに「[スミスが] ジョーンズがいつもフォードに乗っているのを見ているならば、ジョーンズはフォードを所有している」という常識的法則が表現する当のものであるが、それは実は、これら《スミスの観察状態》についての命題 ‘p’ と、《ジョーンズの状態》についての命題 ‘q’ との、異なる状態空間の間の蓋然的な相関関係である、ということである。

以上から、（反例２）を形式化するには、(i) スミスの観察状態に関する命題と、ジョーンズの状態に関する命題の種類の区別、そして、(ii) それらスミスの観察状態に関する命題とジョーンズの状態に関する命題の間の蓋然的相関関係、この２つを表現する表現力が要請される。そのような表現力を備えた論理体系の一つとして、筆者が佐野勝彦氏（現・北海道大学）と共同開発したのが、Many Sorted Hybrid Logic（MSHL）である。

そこで以下、 MSHL の概要を説明しておく（詳細は A を参照)。MSHL は基本的に、単一のクリプキ構造を記述する従来の様相論理を、複数の異なるクリプキ構造を同時に記述できるように拡張したものである[*7]。出発点のアイディアは、言語に用意された命題変数たちを、いま与えられている複数のクリプキ構造たちのうち、どの構造に適用可能なのかに応じて、種別（sort）化する、というものである。そのために、各命題変数を適用先のクリプキ構造に応じて種別化するための、ソート（sort）の有限ないし可算無限集合 $I = \{i, j \ldots\}$ を用意する。これら $i, j \ldots$ たちは結局、複数並存する各々のクリプキ構造を表示する名前と考えて差し支えない。このとき、ある命題変数 p がクリプキ構造 i に適用可能であるならば、p のソートは i である。例えば、スミスの可能な状態から成るクリプキ構造を S, ジョーンズの可能な状態から成るクリプキ構造を J, 東京の可能な状態から成るクリプキ構造を T として、$I = \{S, J, T \ldots\}$ する。すると、p:=「ポケットに 10 枚のコインが入っている」のとき、これはスミスとジョーンズの状態に有意味に適用可能なので、p のソートは S でも J でもある。しかし、これは東京の状態には有意味に適用可能でないので、p のソートは T ではない。逆に、q:=「雨が降っている」のとき、これは東京の状態に有意味に適用可能なので、q のソートは T であるが、スミスとジョーンズの状態に有意味に適用可能ではないので、q のソートは S でも J でもない。

その上で、これら $i, j \ldots$ たちに対して特別な位置に立つクリプキ構造の名前として u を選ぶ。この u は直観的に、そこから u 自身の内部だけでなく、$i, j \ldots$ たちが表すクリプキ構造内部の状態の名前（ノミナル）にも言及できる、その意味でそこから自他のクリプキ構造内部の状態に言及可能な、“俯瞰的” クリプキ構造を表示する。詳細には、‘$u : @_{(i:a)}(i : \varphi)$’ の形で、「構造 i の状態 a でソート i の論理式 φ が成立している、ということが、構造 u で言える」を意味することができる[*8]。このとき I 中の $i, j \ldots$ たちを「局所ソート（local sort)」、u を「普遍ソート（universal sort)」と呼び、$I^{+u} = I \cup \{u\}$ とする。

この I^{+u} に対し、矢（arrow）の集合 A を与える。A の要素 $r : i \to j$ は、クリプキ構造 i と j の間の関係（その特殊な場合として関数を含む）を表す。このクリプキ構造間の関係や関数を表す $r : i \to j$ が、各構造だけでなく、同時に、各構造に種別化された各論理式をもつなぐ、この論理にとっても、本論文にとっても、概念的に核となる構成要素で

[*7] この体系がハイブリッド化を伴っていること、つまり、ノミナル ‘a’ たち（クリプキ構造上の各状態に対する名前と考えてよい）と、その各ノミナルに応じて充足演算子 ‘$@_a$∼’（「状態 a で∼が成り立つ」を意味する）を導入している理由は、それによってこの体系の完全性が容易に得られるためである。ハイブリッド化なしで完全性が得られるどうか、つまり完全な MSL（Many Sorted Logic）が可能かどうかは、今後の課題である。

[*8] 従来のハイブリッド論理では、各状態の名前（ノミナル）には、それが属している単一のクリプキ構造内部でしか言及できない。ただしこれは、従来のハイブリッド論理が単一のクリプキ構造しか記述しないことから自動的に生じている制約である。

ある。いま、I^{+u} と A の対を $N = (I^{+u}, A)$ とすると、N は直観的に、有限個のクリプキ構造たちとその間の関係や関数たちが成す（u から俯瞰可能な）ネットワーク構造を表現する。そこでこの N が表現するクリプキ構造たちのネットワーク構造のことを、「クリプキネットワーク Kripke network」と呼ぶ。また、これに基づいて論理式の真偽を評価するモデルのことを、「クリプキネットワークモデル Kripke network model」と呼ぶ。

さて、以上のクリプキネットワーク $N = (I^{+u}, A)$ が与えられたとき、N を構成する各クリプキ構造 $i, j \ldots$ たちと u に対し、i に適用可能な論理式の集合 $\mathsf{Form}(i)$、j に適用可能な論理式の集合 $\mathsf{Form}(j)$、...，u に適用可能な論理式の集合 $\mathsf{Form}(u)$ を定義する。そのためにまず、次の語彙（vocabulary）を準備する。

- 各 $k \in I^{+u}$ に対して、可算個の命題変数の集合 $\mathsf{Prop}(k) = \{p, q, r, ...\}$。ただし、相異なる $k, l \in I^{+u}$ について、$\mathsf{Prop}(k) \cap \mathsf{Prop}(l)$ は非空であることを許容する。つまり、一般に相異なる $k, l \in I^{+u}$ について、共通の命題変項 p を共有していてもよい。
- 各 $k \in I^{+u}$ に対して、可算個のノミナル（状態の名前）の集合 $\mathsf{Nom}(k) = \{a, b, c, ...\}$。ただし、相異なる $k, l \in I^{+u}$ について、$\mathsf{Prop}(k) \cap \mathsf{Prop}(l)$ は空でなければならない。つまり、相異なる $k, l \in I^{+u}$ について、共通のノミナル a を共有することはない。
- ブール結合子 $\wedge$ および $\neg$。
- 各 $r : k \to l \in A$ に対して、様相演算子 $\langle r \rangle$ と $\langle r^- \rangle$。
- 各 $k \in I^{+u}$ に対して、様相演算子の集合 $\mathsf{Mod}(k) = \{\Diamond_1, \Diamond_2, \Diamond_3, ...\}$。ただし、これらの様相演算子はすべて、一個の命題のみと組み合わせられる単項様相演算子とする。
- 充足演算子 @。

以上の語彙を用いて、各 $k \in I^{+u}$ に対し、ソート k の論理式の集合 $\mathsf{Form}(k)$ を、以下のように同時再帰的に定義する。

(i) どの命題変項 $p \in \mathsf{Prop}(k)$ も、ソート k の論理式である。
(ii) どのノミナル $a \in \mathsf{Nom}(k)$ も、ソート k の論理式である。
(iii) φ と ψ がソート k の論理式ならば、$\neg\varphi$ と $\varphi \wedge \psi$ もまたソート k の論理式である。
(iv) φ がソート k の論理式で、$\Diamond$ がソート k の様相演算子（つまり $\Diamond \in \mathsf{Mod}(k)$）ならば、$\Diamond\varphi$ もまたソート k の論理式である。

(v) $r : k \to l \in A$ で、φ がソート l の論理式ならば、$\langle r \rangle\varphi$ はソート k の論理式である。
(vi) $s : l \to k \in A$ で、φ がソート l の論理式ならば、$\langle s^{-} \rangle\varphi$ はソート k の論理式である。
(vii) φ が局所ソート $i \in I$ の論理式で、a が局所ソート $i \in I$ のノミナル（つまり $a \in \mathsf{Nom}(i)$）ならば、$@_a\varphi$ もまた局所ソート i の論理式である。
(viii) φ がソート $k \in I^{+u}$ の論理式で、a がソート $k \in I^{+u}$ のノミナル（つまり $a \in \mathsf{Nom}(k)$）ならば、$@_a\varphi$ はソート u の論理式である。これは言い換えれば、どんな局所ソートのどんな @ 冠頭式も、同時に、普遍ソート u の論理式としてもまた組み入れる、ということである。

このうち、最も重要な同時再帰のステップは (v) 及び (vi) である。(v) は、構造 k から l への関係

$$r : k \to l$$

について、それに対応する様相演算子 $\langle r \rangle$ が、ソート l の論理式をソート k の論理式に変換する関数

$$\langle r \rangle : \mathsf{Form}(l) \to \mathsf{Form}(k)$$

と見なすことができることを示している。このとき、$r : k \to l$ の向きと $\langle r \rangle : \mathsf{Form}(l) \to \mathsf{Form}(k)$ の向きが反変していることは、

$$\langle r \rangle\varphi$$

の直観的意味、つまり、

「今置かれている構造 k 内部の状態と r 関係にある、構造 l 内部の状態があって、そこで φ が成り立つ」

を考えれば判る。というのも、φ 自体が表すのは構造 l 内部の状況であるが、この構造 l 内部の状況が、構造 k 内部の状態から見て、関係 r の先に生じている、ということが、この $\langle r \rangle\varphi$ の語っていることだからである。よって $\langle r \rangle\varphi$ そのものは、構造 k 内部における、その外部との関係的状況を記述しているからである。その意味で、関係 $r : k \to l$ に対する様相演算子 $\langle r \rangle : \mathsf{Form}(l) \to \mathsf{Form}(k)$ とは、構造 l の状況を表す論理式を、構造 k から構造 l への関係 r により、構造 k 内部の状態に視点化された状況を表す論理式へと変換する機能をもつことが理解されるだろう。

同様に、(vi) は、構造 l から k への関係

$$s : l \to k$$

の逆関係

$$s^- : k \to l$$

について、それに対応する様相演算子 $\langle s^- \rangle$ が、ソート l の論理式をソート k の論理式に変換する関数

$$\langle s^- \rangle : \mathsf{Form}(l) \to \mathsf{Form}(k)$$

と見なすことができることを示している。このときも、$s^- : k \to l$ の向きと $\langle s^- \rangle : \mathsf{Form}(l) \to \mathsf{Form}(k)$ の向きが反変していることは、

$$\langle s^- \rangle \varphi$$

の直観的意味、つまり、

「今置かれている構造 k 内部の状態と s^- 関係にある、構造 l 内部の状態があって、そこで φ が成り立つ」

を考えれば判る。というのも、この場合も φ 自体が表すのは構造 l 内部の状況であるが、この構造 l 内部の状況は、構造 k 内部の状態から見て、今度はそこから関係 s を遡った先に生じている、ということが、この $\langle s^- \rangle \varphi$ の語っていることだからである。よって $\langle s^- \rangle \varphi$ そのものは、構造 k 内部における、その外部との関係的状況を記述しており、その意味で、関係 $s : l \to k$ の逆関係 $s^- : k \to l$ に対する様相演算子 $\langle r \rangle : \mathsf{Form}(l) \to \mathsf{Form}(k)$ は、構造 l の状況を表す論理式を、構造 l から構造 k への関係 s の逆関係 $s^- : k \to l$ により、構造 k 内部の状態に視点化された状況を表す論理式へと変換する機能をもつことが理解できる。

このように、各構造間の関係 r やその逆関係 r^- を様相演算子 $\langle r \rangle$ や $\langle r^- \rangle$ によって言語内に明示するだけで、各構造に適用される論理式が表す情報の視点を変換できる、ということが、この MSHL の本質的な部分である。このことが理解されれば、「情報の視点の変換」という構造間様相演算子の機能によって、各言語が有機的なネットワークをなす、このシステムの概要が見て取れるだろう。

さて、上の $\langle r \rangle \varphi$ や $\langle s^- \rangle \varphi$ は、これらの式全体とその構成要素がもつソートの情報をすべて詳細に明示化すれば、$k : \langle r : k \to l \rangle (l : \varphi)$ や $k : \langle s^- : k \to l \rangle (l : \varphi)$ となる。同様に、(viii) における普遍ソート u の論理式 $@_a \varphi$ の式全体とその構成要素がもつソートの情報をすべて明示化すれば、$u : @_{(i:a)} (i : \varphi)$ となる。明示化された各ソートが、全体とし

て、意図された適合性を保っていることを確認されたい。

以上のシンタクスに対して、MSHL の公理化が行われる。この中で本論文にとって重要なのが、関係 $r : k \to l$ とその逆関係 $r^- : l \to k$ に関する次の公理図式である。

$$\vdash_l \varphi \to [r^-]\langle r\rangle\varphi \qquad \cdots(-+)$$

この公理図式の直観的意味は、

「今置かれている構造 l 内部の状態で φ ならば、そのとき、もし今の状態から r 関係で遡ることのできる構造 k 内部の状態があれば、そこから見ると、関係 r の先に φ が成り立つ、ということになる」

となる[*9]。

最後に、MSHL は、クリプキネットワークのクラスに対して完全である。これは大まかには、次のことを意味する。いま、任意の無矛盾なソート k の式集合 Δ_k（この Δ_k には、$r : k \to l$ のような構造間の関係を介して、$\langle r\rangle\varphi$ といった式が構造 l についての情報 φ を含むように、構造 k に視点化された構造 k 以外の構造たちの情報も含まれうる）が与えられたとしよう。MSHL が完全であるとは、われわれはこのとき、Δ_k に属するすべての論理式を同時に成立させる、あるクリプキネットワーク内に位置付けられた、クリプキ構造 k の状態を——これを取り巻く当のクリプキネットワークの全体とともに——構成できる、ということである。

以下で行うクリプキネットワークによるゲティア反例の構成は、ゲティア反例が MSHL の無矛盾な論理式によって記述できることとと、この MSHL の完全性によって保証される。

[*9] この公理は古典的時制論理の公理図式

$$\vdash \varphi \to HF\varphi$$

と完全に類比的である。なぜなら、H は過去必然性「どんな過去の時点でも〜」、F は未来可能性「ある未来の時点で〜」を意味し、ここで過去関係は未来関係の逆関係と考えられているからである。この場合、上の公理図式の直観的意味は、

「今 φ ならば、これ以前のどんな過去の時点に遡ったとしても、その時点から見たとき、未来のある時点で φ が成り立つ、ということになる」

となる。

3.1.6　（反例２）の MSHL によるモデル化 (1)

以上の MSHL の言語によって（反例２）の状況を表現するために、それを MSHL のクリプキネットワークモデルによって、以下の図 3.1 のようにモデル化する。

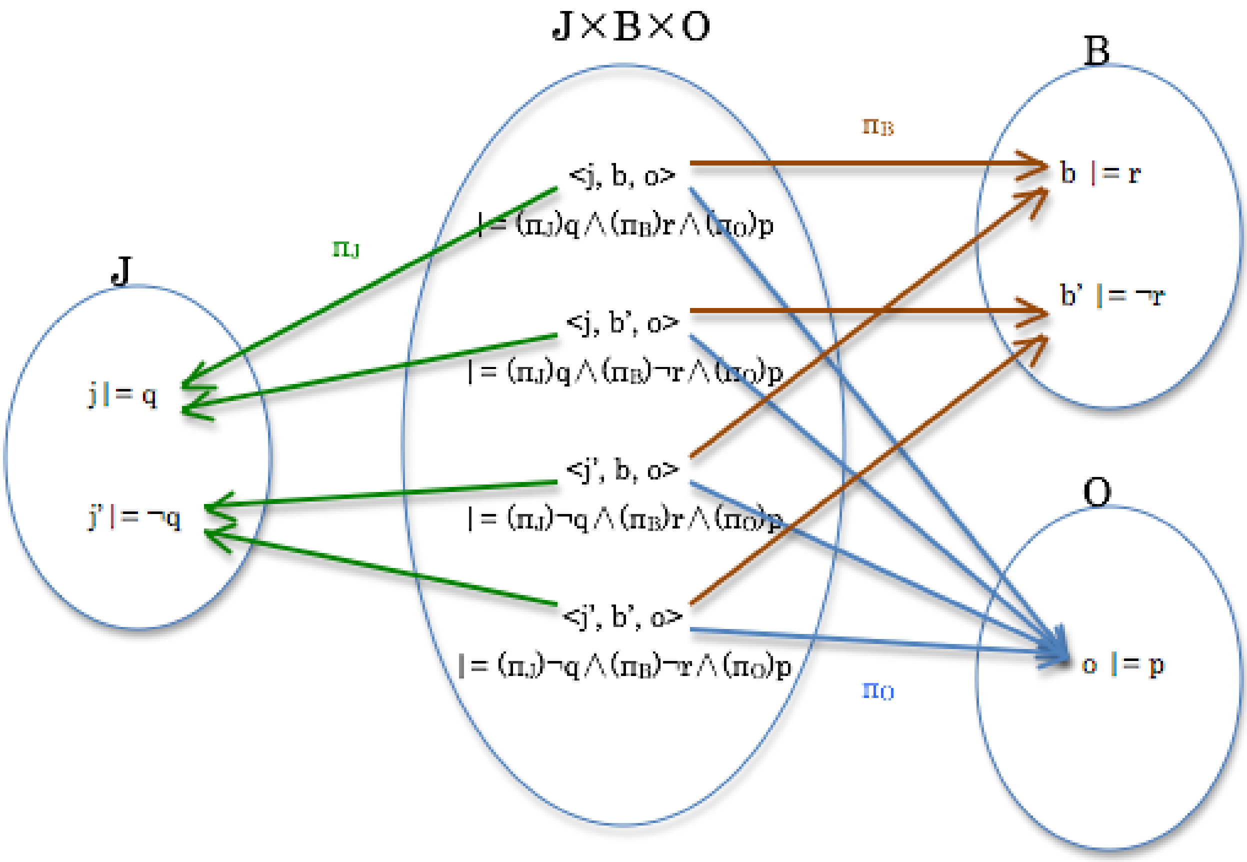

図 3.1

このモデルは「スミスが観察したことを証拠とする、ジョーンズとブラウンの可能的状態のモデル化」を実現する。そのことを見て取るために、このモデルの重要な構成要素について、順を追って直観的説明を与えていくことにしよう。

まず、一番右下の O は、スミスの整合的な（＝可能な）観察状態たちを表すクリプキモデルである。その意味で、O はいわば「スミスの観察空間」と呼んでよい。また、一番左の J は、ジョーンズの可能な状態たちを表すクリプキモデルである。その意味で、J は「ジョーンズの状態空間」と考えてよい。同様に、一番右上の B は、「ブラウンの状態空間」と考えてよい。

従って、O 中の $o \models p$ は、スミスの現実の観察状態 o で $p :=$「ジョーンズがいつも

フォードに乗っているのを見ている」が成り立っていることを示している。同様に、J 中の一方で $j \models q$ は、ジョーンズの状態 j で $q :=$「フォードを所有している」が成り立っていることを、他方で $j' \models \neg q$ は、ジョーンズの状態 j' で $\neg q :=$「フォードを所有していない」が成り立っていること示している。（反例２）の状況では、前者の j ではなく、後者の j' の方が、ジョーンズの現実の状態である。また、B 中の一方で $b \models r$ は、ブラウンの状態 b で $r :=$「バルセロナにいる」が成り立っていることを、他方で $b' \models \neg r$ は、ブラウンの状態 b' で $\neg r :=$「バルセロナにいない」が成り立っていること示している。（反例２）の状況では、前者の b がブラウンの現実の状態である。

このとき、$J \times B \times O$ は、ジョーンズの可能な状態、ブラウンの可能な状態、スミスの可能な観察状態の、可能な組み合わせの集合から成るクリプキモデルである。その意味で、$J \times B \times O$ は「状態可能性/観察可能性空間」と呼ばれてよい。たとえば、$\langle j, b, o \rangle$ は、フォードを所有しているジョーンズの状態（$j \models q$）と、バルセロナにいるブラウンの状態（$b \models r$）と、ジョーンズがいつもフォードに乗っているのを見ているスミスの観察状態（$o \models p$）、の組み合わせを表す。（反例２）では、現実の組み合わせは $\langle j', b, o \rangle$ である。というのも、$\langle j', b, o \rangle$ は、フォードを所有していないジョーンズの状態（$j' \models \neg q$）と、バルセロナにいるブラウンの状態（$b \models r$）と、ジョーンズがいつもフォードに乗っているのを見ているスミスの観察状態（$o \models p$）、の組み合わせを表し、これは、スミスがいつもジョーンズがフォードに乗っているのを見ているのにもかかわらず、（そのフォードは実はレンタカーであったので、）ジョーンズは実はフォードを所有しておらず、そしてたまたま、ブラウンがバルセロナにいた、という状況を示しているからである。

その上で、以上３つの異なるクリプキモデルをつなぐのが π_J, π_B, π_O である。技術的には、π_J は $J \times B \times O$ から J への射影であり、π_B は $J \times B \times O$ から B への射影であり、π_O は $J \times B \times O$ から O への射影である。つまり、ジョーンズの可能な状態とブラウンの可能な状態とスミスの可能な観察状態のペア $\langle x, y, z \rangle$ が与えられたとき、π_J はこのペアの第 1 成分であるジョーンズの可能な状態 x を返す関数、π_B はこのペアの第 2 成分であるブラウンの可能な状態 y を返す関数、π_O はこのペアの第 3 成分であるスミスの可能な観察状態 z を返す関数である。するとこれに伴い、π_O をラベルとするラベル付き様相演算子 (π_O) とスミスに関する命題 p を組み合わせた様相式 $(\pi_O)p$ は、「スミスの観察の側で p が成り立っている」、同様に $(\pi_J)q$ は、「ジョーンズの状態の側で q が成り立っている」、$(\pi_B)r$ は、「ブラウンの状態の側で r が成り立っている」、を表す。[*10]

[*10] ここで、例えば (π_O) を、通常の可能性の記法 $\langle \pi_O \rangle$ や必然性の記法 $[\pi_O]$ で書かないのは、π_O という関係が関数性をもつ、つまり、どの定義域中の対象についても π_O による関係先の対象が存在するとすれば一意となるため、ここでは可能性と必然性の区別が潰れるからである。すなわち、一般に $\langle \pi_O \rangle \varphi \to [\pi_O]\varphi$ となることを、この (π_O) という記法は含意している。この記法は時間論理のネクスト演算子 $\bigcirc$ と類比的である。ただし、普通 $\bigcirc$ が含意する関数の全域性 $[\pi_O]\varphi \to \langle \pi_O \rangle \varphi$ はここでは仮定しない。これは後

さて、すると、一方で MSHL の様相式 $(\pi_O)p \wedge (\pi_J)q$ は、次のことを述べている。$J \times B \times O$ の状況について、スミスの側の観察状態では p が成り立ち、ジョーンズの側の状態では q が成り立つ。これは、（反例２）では現実化しなかった状況、すなわち、スミスがいつもジョーンズがフォードに乗っているのを見ており、実際ジョーンズはフォードを所有している、そのようにジョーンズの状態とスミスの観察状態が組み合わされている、という、普通想定されるはずの通常の状況を表現している。この通常の状況として当てはまるのは、$\langle j, b, o\rangle$ と $\langle j, b', o\rangle$ である。

これに対して、（反例２）で現実化した異常な状況を MSHL の様相式で記述しているのが、$(\pi_O)p \wedge (\pi_J)\neg q$ である。これは、$J \times B \times O$ の状況について、スミスの側の観察状態では p が成り立ち、ジョーンズの側の状態では $\neg q$ が成り立つ、ということを述べている。つまりこれは、スミスはいつもジョーンズがフォードに乗っているのを見ていたのにも関わらず、実はジョーンズはフォードを所有していなかった、そのようにジョーンズの状態とスミスの観察状態が組み合わされている、ということを表現している。$J \times B \times O$ の状況のうち、この MSHL の様相式 $(\pi_O)p \wedge (\pi_J)\neg q$ が当てはまる異常な状況は、$\langle j', b, o\rangle$ と $\langle j', b', o\rangle$ である（現実の状況はこのうち前者である）。

以上のようにして構成された、複数のクリプキ構造とその間の関係からなるモデルが、クリプキネットワークモデルである。ゲティア問題のクリプキネットワークモデルによるモデル化は、この段階で既に次のことを達成している。それは、常識推論が使用される場面では、それが「常識推論」と言われる限り、その語の定義上潜在するはずの、常識推論の当事者にとって「予期せぬ反例 unexpected counterexample」、ここでは $\langle j', b, o\rangle$ および $\langle j', b', o\rangle$ が表示する「異常な状況 abnormal circumstance」の、モデル論的構成である。

3.1.7　（反例２）の MSHL によるモデル化 (2)

それでは、クリプキネットワークモデル図 3.1 を、スミスの現実の観察状態 o から見た場合、何が起こっているだろうか。そのことを見易くするために、モデルの図的表示を変えて（ただし数学的構造としては図 3.1 と同一であることに注意）、スミスの現実の観察状態 o から全体の状況を表現してみる。

で導入する π_O の制限写像 $\pi_O|_{\mathrm{N}}$ が部分関数となるためである。また、(π_O) のように、様相演算子に関係（関数）ラベル π_O を添えることは、技術上特別なことではない。これは、一般にクリプキ構造中の状態間の到達関係の種類が複数であるとき、それらに対応する様相演算子が、そのうちどの到達関係の下での可能性/必然性を表すのかを区別する記法上の道具であり、いわば「到達可能性のインデックス」と考えてよい。そして、この使用は例えば、A. N. プライアーの古典的な時制論理の段階で既に見られる。というのは、よく知られるように、時制論理で $P\varphi$ は「過去の時点で φ」、$F\varphi$ は「未来の時点で φ」を表すが、これらは、過去関係を ‘P’、未来関係を ‘F’ とすれば、それぞれ $\langle P\rangle\varphi$、$\langle F\rangle\varphi$ の省略であったのに他ならないからである。

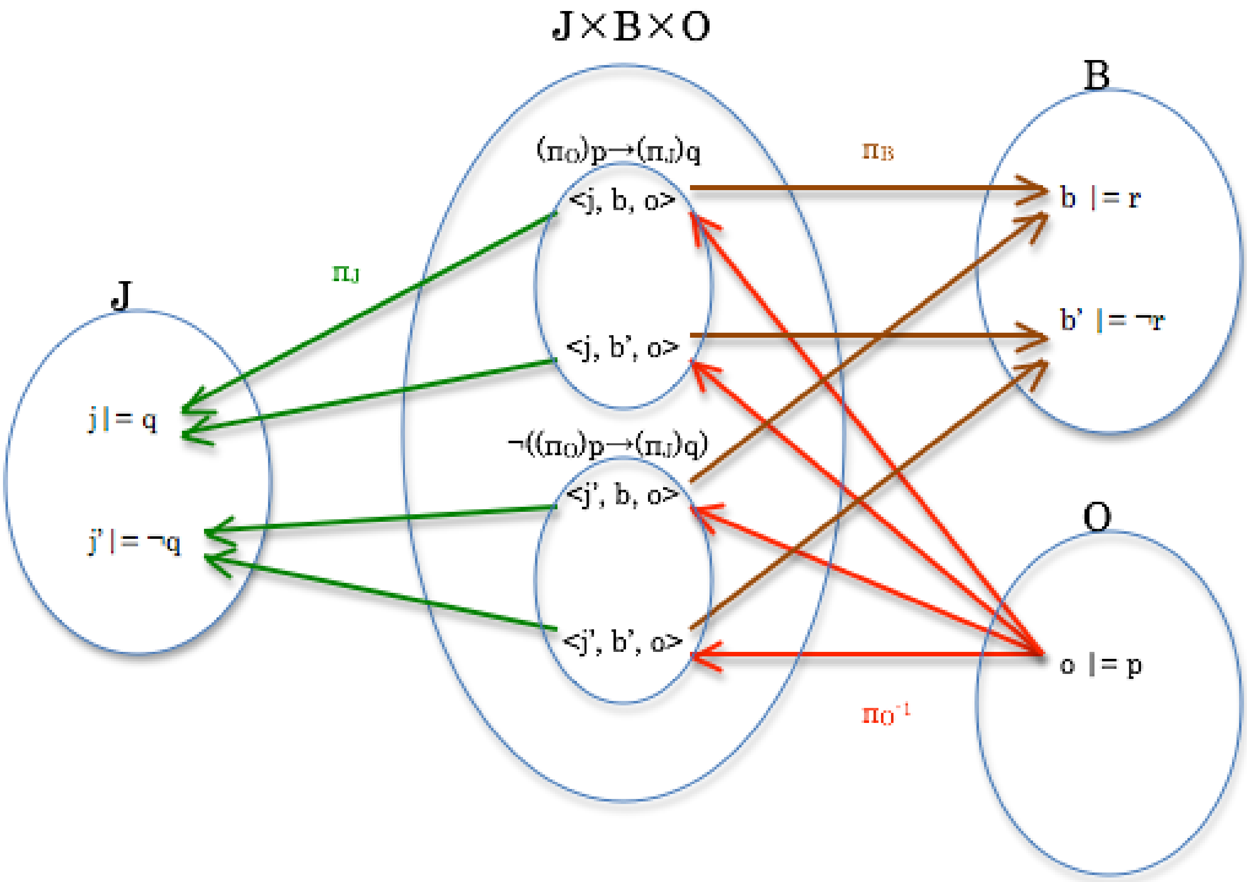

図 3.2

図 3.2 で、π_O^{-1} は π_O の逆像関係、より一般に集合論的には、逆関係である。この π_O の逆像関係（逆関係）によって、スミスの観察の視点からモデル全体を記述することが可能となっている。特に、スミスの現実の観察状態 o から見たとき、o から π_O の逆像関係（逆関係）π_O^{-1} で遡ると、$(\pi_O)p \to (\pi_J)q$ が成立する通常の状況の範囲（$\langle j, b, o\rangle$, $\langle j, b', o\rangle$）がある一方で、$\neg((\pi_O)p \to (\pi_J)q)$ が成立する異常な状況の範囲（$\langle j', b, o\rangle$, $\langle j', b', o\rangle$）がある。後者は、π_J が関数であるため、その関数性を表す公理 $(\pi_J)\neg q \leftrightarrow \neg(\pi_J)q$ によって、$(\pi_O)p \wedge (\pi_J)\neg q$ から $(\pi_O)p \wedge \neg(\pi_J)q$ がいえ、よって $\neg((\pi_O)p \to (\pi_J)q)$ がいえるためである。したがって、o から π_O^{-1} で戻った範囲に、$\neg((\pi_O)p \to (\pi_J)q)$ が成り立つ所がある、つまり、

$$o \models \langle \pi_O^{-1} \rangle \neg((\pi_O)p \to (\pi_J)q)$$

となる。[*11]するとここから、正規様相演算子一般の定理 $\Diamond\neg\varphi \leftrightarrow \neg\Box\varphi$ の一例として

[*11] ここでも、π_O の逆関係 π_O^{-1} をとり、$\langle \pi_O^{-1} \rangle$ などとして、それを様相演算子のラベルとして使用するこ

$\langle\pi_O^{-1}\rangle\neg\varphi \leftrightarrow \neg[\pi_O^{-1}]\varphi$ によって、

$$o \models \neg[\pi_O^{-1}]((\pi_O)p \to (\pi_J)q)$$

がいえる。これは、スミスの現実の観察状態 o で、ジョーンズがいつもフォードに乗っているのを見ていること（p）と、ジョーンズがフォードを所有していること（q）が、確実な相関関係をもっていないことを表している。ところで、この相関関係の不確実性は、ジョーンズがフォードを所有していない可能な状態 $j' \models \neg q$ の存在による。従って上のモデルで、スミスの現実の観察状態 o から π_O^{-1} 関係と π_J 関係を介してこのジョーンズの可能な状態 $j' \models \neg q$ を辿ると、

$$o \models \langle\pi_O^{-1}\rangle(\pi_J)\neg q$$

つまり

$$o \models \neg[\pi_O^{-1}](\pi_J)q$$

が成立することになる。これは、スミスの現実の観察状態 o が、ジョーンズのフォードを所有している状態と、確実には組み合わされていないことを表している。

ここで、この「確実／不確実」の概念は、哲学的文脈でインフォーマルに議論されるいかなる認識論的な確実性とも、認識論理の知識様相 $\Box_{\mathcal{K}}$・信念様相 $\Box_{\mathcal{B}}$ の意味でのフォー

とは、特に目新しい技術ではない。これも実質的に、A. N. プライアーの古典的時制論理の時点で既に使用されていたものである。というのも、そこでは通常、過去関係 P は未来関係 F の逆関係 F^- のことであり、逆に未来関係 F は過去関係 P の逆関係 P^- のことである、と考えられているからである。これに応じて $\langle P\rangle\varphi$ は $\langle F^-\rangle\varphi$ と書き換えられ、逆に $\langle F\rangle\varphi$ は $\langle P^-\rangle\varphi$ と書き換えられる。実際、時制論理の標準的な公理として、過去関係 P が未来関係 F の逆関係であることを特徴付ける重要な様相式が

$$\vdash \varphi \to HF\varphi$$

である。この公理図式の直観的意味は、「今 φ ならば、これ以前のどんな過去の時点に遡ったとしても、その時点から見たとき、未来のある時点で φ が成り立つ時点（つまり今の状態）がある、ということになる」である。ここで、H は過去必然性「どんな過去の時点でも〜」を意味し、これは $[P]$ のことに他ならないから、$P = F^-$ によって、この公理は全体として

$$\vdash \varphi \to [F^-]\langle F\rangle\varphi$$

と書き直せる。そして、同様に π_O^{-1} が π_O の逆関係であることを特徴付ける、われわれの文脈でこれに対応する重要な式が、

$$\vdash_O \varphi \to [\pi_O^{-1}](\pi_O)\varphi$$

である。この公理図式の直観的意味は、「O の状態が φ ならば、そのとき、もしその状態から π_O 関係で遡ることのできる構造 $J\times\ O$ の状態があれば、そこから見ると、関係 π_O の先に φ が成り立つ状態（つまり今の状態）がある、ということになる」となる。

マルな認識論的確実性とも、直接には関わりがないことに注意されたい。すなわち、ここでの「確実／不確実」とは、上のクリプキネットワークモデルと MSHL による形式化が事態をありのまま示している通り、ある領域のある与えられた状態から見て、それと組み合わされることが可能な他の領域の他の状態との、すべての可能な組み合わせの場合について、ある命題が、その可能な組み合わせの場合のすべてで成立していれば「確実」、そうでなければ「不確実」、ということである。従って、ここで言う「確実／不確実」の概念は、ある命題の表す事象が、可能な「場合の数」をすべて尽くしているか否かだけを区別する、確率論における最も初等的な意味での「確実／不確実」の概念であると言ってよい。

そしてわれわれは今後、われわれの「確実性」の語法を、以下のように形式的に定めることができる。考慮すべき領域の族 $\{A_i\}_{i\in I}$ が与えられたとする。これら A_i 中の諸状態の可能な組み合わせすべてから成る、全体の状況を表す領域を $C = \prod_{i\in I} A_i$ とする[*12]。この $C = \prod_{i\in I} A_i$ からある与えられた領域 A_i への射影を $\pi_{A_i} : C \to A_i$ とする。このとき、A_i のある与えられた状態 a_i, C 上の命題 φ について、

状態 a_i で「命題 φ が確実である／命題 φ の確実性が真である」$\Leftrightarrow_{\mathrm{def}}$ $a_i \models [\pi_{A_i}^{-1}]\varphi$
状態 a_i で「命題 φ が不確実である／命題 φ の確実性が偽である」$\Leftrightarrow_{\mathrm{def}}$ $a_i \not\models [\pi_{A_i}^{-1}]\varphi$

と定めることにする。この用法によって明らかな通り、以下の分析で使用する「確実性」の概念は、ある与えられた状態において、その真／偽のモデル論的な評価が決定可能なものとなる。すなわち、以下での「確実性」には「真な確実性」と「偽な確実性」がある。その意味で、以下での「確実性」とは、ある MSHL のモデル（クリプキネットワークモデル）に相対的な、「客観的確実性 *certainty*」である。

3.1.8　（反例２）の MSHL によるモデル化 (3)

さて一方、おそらく今のシナリオで最も重要なことは、スミスは、自身に与えられた状況（ジョーンズがいつもフォードに乗っているのを見ている状況）で、上のような異常な可能性（ジョーンズがフォードを所有していない可能性）など、まったく考慮に入れていない、ということである。そして実際、スミスでなくとも、われわれは普通、そのような状況下で、そのような異常な可能性など、まったく考慮しないであろう。つまり、スミス（われわれ）は、自分の置かれた観察状態 o と、ジョーンズがフォードを所有している状態 j との通常考えられる組み合わせ $\langle j,b,o\rangle$ と $\langle j,b',o\rangle$ しか見ていない。この事態をモデルで表すと、以下のようになる。ここで $\pi_O|_{\mathrm{N}}$ は、$\mathrm{N} = \{\langle j,b,o\rangle, \langle j,b',o\rangle\}$ として、技術的には $J \times B \times O$ 上の O 射影 π_O の N への制限（restriction）である。

[*12] $\prod_{i\in I} A_i$ は A_i たちの集合論的積、つまり $A_i \times A_j \times A_k \times \ldots$ $(i,j,k,\ldots \in I)$, 厳密には $\{f : I \to \bigcup_{i\in I} A_i \mid f(i) \in X_i \text{ for each } i \in I\}$ を表す。

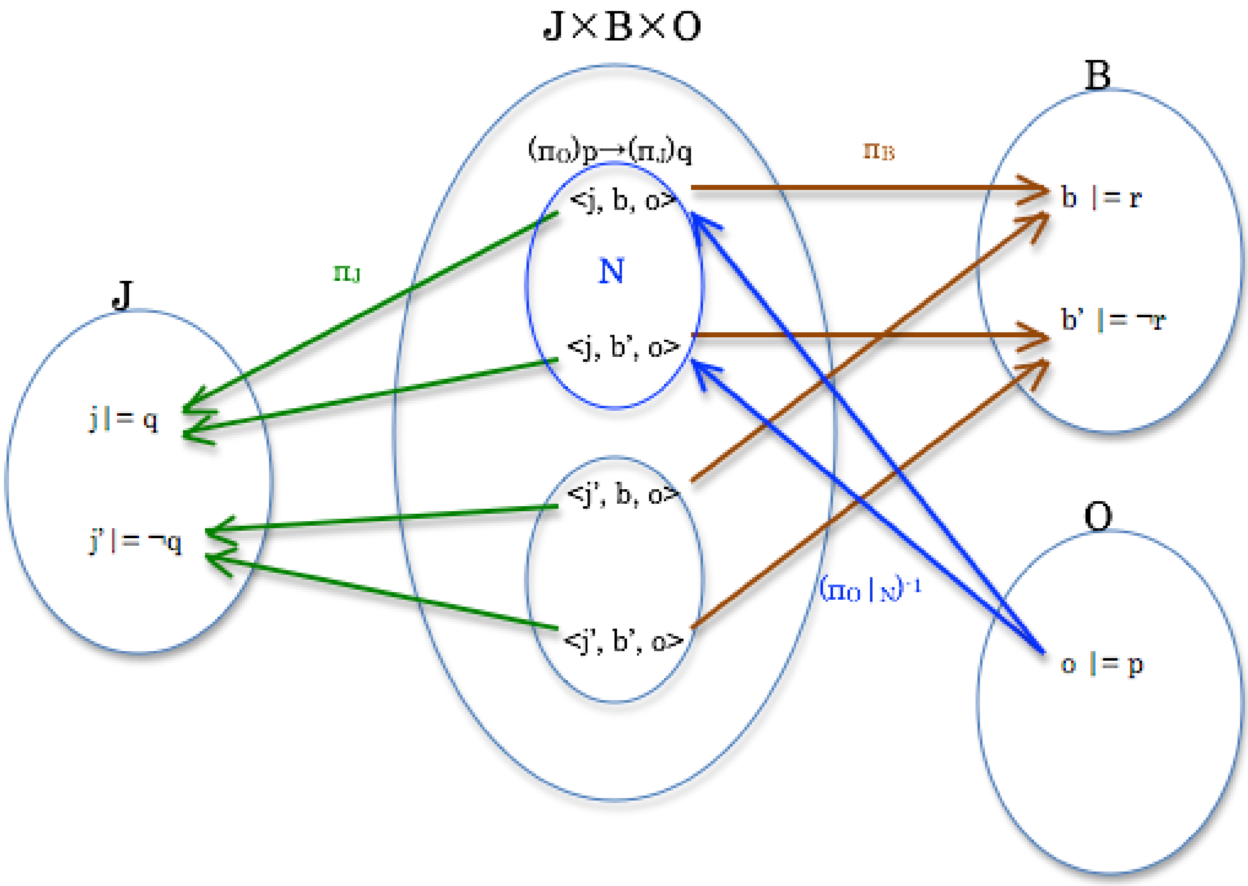

図 3.3

この段階のクリプキネットワークモデルの操作（図 3.3）が達成しているのは、次のことである。それは、常識推論の使用者（ここではスミス）が「常識的」であると考える「通常の状況 normal circumstance」の範囲（ここでは $\mathrm{N} = \{\langle j,b,o\rangle, \langle j,b',o\rangle\}$）を、射影の制限の逆像関係によって、モデル上指定できる、ということである[*13]。

その結果、上のモデル（図 3.3）を見れば明らかな通り、射影 π_O の N への制限 $\pi_O|_{\mathrm{N}}$ と、その逆像関係 $(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}$ の下では、

$$[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_O|_{\mathrm{N}})p \to (\pi_J)q) \qquad \cdots (*)$$

が o で成り立つ。これは、スミスの現実の観察状態 o が――ジョーンズの状態 j' と

[*13] ただし、その際、なぜ当の状況（ここでは $\mathrm{N} = \{\langle j,b,o\rangle, \langle j,b',o\rangle\}$）が当事者にとって「通常」であるのか、その理由をモデル内に表現することは達成されていない。しかし、その理由が確率的・統計的である場合には、クリプキ構造の発展版である確率的フレーム（probabilistic frame）や多重グラフ・フレーム（multigraph frame）を利用し、「状況の重み付け」を行うことが自然に考えられる。

の異常な組み合わせを考えなければ――ジョーンズのフォードを所有している状態と、確実に組み合わされていることを表している。

さて、この $(*)$ から、MSHL のシステムで

$$
\begin{array}{ll}
1.\ p & \text{前提} \\
2.\ [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_O|_{\mathrm{N}})p \to (\pi_J)q) & \text{前提 } (*) \\
3.\ [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_O|_{\mathrm{N}})p \to [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J)q & 2,\ [\pi_O'^{-1}] \text{ の公理 K} \\
4.\ p \to [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_O|_{\mathrm{N}})p & \text{MSHL 公理} \\
5.\ p \to [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J)q & 3,\ 4 \text{ 命題論理} \\
6.\ [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J)q & 1,\ 5 \text{ MP}
\end{array}
$$

となる。これは結局次の推論図式

$$
\begin{array}{c}
(1)\ p \\
(2)\ [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_O|_{\mathrm{N}})p \to (\pi_J)q) \\
\dfrac{((2')\ p \to [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J)q)}{(3)\ [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J)q}\ (G)
\end{array}
$$

に要約される。この推論図式 (G) は、(1)「スミスはいつもジョーンズがフォードに乗っているのを見ている」と (2)「スミスの「いつもジョーンズがフォードに乗っているのを見ている」という観察状態と、ジョーンズの「フォードを所有している」という状態が、$\pi_O|_{\mathrm{N}}$ の下では（=スミスの観察状態とジョーンズの状態の異常な組み合わせを考えなければ）確実な相関関係をもっている」とから、当然の帰結 (3)「$\pi_O|_{\mathrm{N}}$ の下では（=スミスの観察状態とジョーンズの状態の異常な組み合わせを考えなければ）確実にジョーンズがフォードを所有している」が出てくることを、厳密に示している。

以上から、一方でこの制限後の射影 $\pi_O|_{\mathrm{N}}$ の下での推論図式 (G) と、他方で制限前の射影 π_O の下でのモデル上の事実を比較してみれば、

$$
\begin{array}{c}
p \\
[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_O|_{\mathrm{N}})p \to (\pi_J)q) \\
\dfrac{(p \to [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J)q)}{[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J)q}\ (G)
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
p \\
\neg[\pi_O^{-1}]((\pi_O)p \to (\pi_J)q) \\
(\neg(p \to [\pi_O^{-1}](\pi_J)q)) \\
\neg[\pi_O^{-1}](\pi_J)q \qquad (F)
\end{array}
$$

となる。これは、スミス（われわれ）が通常の状況で推論すれば、ジョーンズがフォードを所有しているという情報は確実（$[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J)q$）だが、（反例２）のシナリオが描く異常な状況では、その情報は確実ではない（$\neg[\pi_O^{-1}](\pi_J)q$）、ということを表示している。

以上の MSHL による分析によれば、われわれが知識（情報）の獲得のために日常的に暗黙に訴えている類いの常識的相関関係は、現実には蓋然的な、特に（反例２）のような通常でない状況で使用されれば、危ういものでしかない、というむしろごく当然の事実が、ゲティア問題の出発点にあることを、論理的に明示化できる。この当然の事実そのものは、これまでゲティア問題をめぐる議論の中で言い尽くされてきたことである。この当然の事実を、常識的相関関係の不確実性を素直に様相命題化することによって明示したのが、MSHL による以上の分析の特質である。

MSHL によるここまでの分析は、（反例１）でもほとんどそのまま適用できる。その場合、

$p :=$「社長の「採用されるのはジョーンズだ」という発言を聞いた」
$q :=$「採用される」

を、上の (G) と (F) との比較の図式に、それぞれ代入すればよい。

3.1.9 （反例２）の MSHL による形式化

前節で得られた推論図式 (G) の各行に現れる論理式は全て、スミスの観察空間 O を記述する式である。このことを、(G) の各行に現れる論理式を φ として、「φ のソート（sort）は O である」と言う。実際、MSHL のより正式な記法では、このソート O を明示して、

$$\begin{array}{c} O : p \\ O : [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_O|_{\mathrm{N}})p \to (\pi_J)q) \\ \dfrac{(O : p \to [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J)q)}{O : [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J)q} \ (O : G) \end{array}$$

と書く。このように、$(G) = (O : G)$ の各行の式は、詳細には全て「$O : \varphi$」という形であり、これは一般に「O で φ」ということである。そこで今、O がスミスの観察空間を表すことを合わせれば、(G) の各行の式は全て、正確には「O の視点から／ O にとって φ」すなわち「スミスの視点から／スミスにとって φ」ということになる。その意味で、(G) の各行は全て、「スミスの視点から／スミスにとって」という限定から始まる、スミスの視点から見られた状況を、その視点の外側から俯瞰して記述した事態を表している。

このことに注意して、ゲティア推論構造の第一段階をなす非単調な常識推論部分と、$(G) = (O : G)$ との対応を、（反例２）の場合で見てみよう。するとその場合、

(ev):=「[スミスは] ジョーンズがいつもフォードに乗っているのを見ている」
(f) 「ジョーンズはフォードを所有している」

p:=「ジョーンズがいつもフォードに乗っているのを見ている」
q:=「フォードを所有している」

として、

$$\frac{\begin{array}{c}\text{(ev)}\\ \text{普通 [(ev) なら (f) である] はずだ}\\ \text{((ev) なら普通 [(f) である] はずだ)}\end{array}}{\text{(f) であるはずだ}}\text{（信念２）}\qquad \frac{\begin{array}{c}O:p\\ O:[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_O|_{\mathrm{N}})p\to(\pi_J)q)\\ (O:p\to[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J)q)\end{array}}{O:[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J)q}\ (O:G)$$

となる。これによって、（信念２）と $(G)=(O:G)$ との間に、微妙な内容の差が生じていることがわかる。その微妙な差とは、一行目の

(ev):=「$\underline{\text{[スミスは]}}$ジョーンズがいつもフォードに乗っているのを見ている」

と

$O:p$（「$\underline{\text{スミスの視点から}}$、ジョーンズがいつもフォードに乗っているのを見ている」）

を比べれば明らかなように、$O:p$ は、(ev) の観察内容の観察者を補った［スミスは］の部分を明示化し、'$O:-$' の部分によって、スミスの視点から外在的に、かつ、スミスの視点を俯瞰して、事態を記述している、ということである。これに伴い、特に（信念２）と $(G)=(O:G)$ の結論部分を比較すると、（信念２）は、スミスの視点に内在的に、端的に (f)「ジョーンズはフォードを所有している」を結論しているに対して、$(G)=(O:G)$ は、前者の (f) に対応するはずの '$(\pi_J)q$' ではなく、'$\underline{O:[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]}(\pi_J)q$'、つまり「$\underline{\text{スミスにとって}}$、$\underline{\text{通常の場合}}$、ジョーンズが q であることは$\underline{\text{確実である}}$」を結論していることになる。すなわち、$(G)=(O:G)$ の結論は、(f) $=(\pi_J)q$ そのものではなく、(f) $=(\pi_J)q$ の、スミスにとっての通常の場合における確実性、である。

　ゲティア推論構造の自然言語による表現と、われわれの MSHL によるその形式化との間の、以上の差異を踏まえて、（反例２）全体の形式化へ進もう。ゲティア推論構造の第二段階をなす単調な演繹推論部分は、（反例２）の場合、

(f) 「ジョーンズはフォードを所有している」
(f')「ブラウンはバルセロナにいる」

(h)「ジョーンズがフォードを所有しているか、またはブラウンがバルセロナにいる」

として、(h) = (f) ∨ (f') であり、

$$\frac{\text{(f) であるはずだ}}{\text{(f)} \vee \text{(f') であるはずだ}}\ (h)$$

となる。つまり（反例２）の場合の単調な演繹推論部分は、明らかに ∨ 導入である。これに対応して、勿論 MSHL でも、

$$\frac{O : [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J)q}{O : [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_J)q \vee (\pi_B)r)}\ (O : H)$$

が成り立つ。これは、命題論理の定理 $(\pi_J)q \to (\pi_J)q \vee (\pi_B)r$ の $[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]$ 必然化による。

1. $[(\pi_O\vert_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J)q$	前提
2. $(\pi_J)q \to (\pi_J)q \vee (\pi_B)r$	命題論理
3. $[(\pi_O\vert_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_J)q \to (\pi_J)q \vee (\pi_B)r)$	2, $[(\pi_O\vert_{\mathrm{N}})^{-1}]$ 必然化
4. $[(\pi_O\vert_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J)q \to [(\pi_O\vert_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_J)q \vee (\pi_B)r)$	3, $[(\pi_O\vert_{\mathrm{N}})^{-1}]$ の公理 K
5. $[(\pi_O\vert_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_J)q \vee (\pi_B)r)$	1, 4 MP

以上により、第二段階の単調な演繹推論部分までを含めた、ゲティア推論構造全体の自然言語による表現と、われわれの MSHL によるその形式化の対応は、（反例２）の場合、以下のようになる。

$$\dfrac{\dfrac{\begin{array}{c}\text{(ev)}\\ \text{普通 [(ev) なら (f) である] はずだ}\\ \text{((ev) なら普通 [(f) である] はずだ)}\end{array}}{\text{(f) であるはずだ}}\ \text{（信念２）}}{\text{(f)} \vee \text{(f') であるはずだ}}\ (h) \qquad \dfrac{\dfrac{\begin{array}{c}O : p\\ O : [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_O|_{\mathrm{N}})p \to (\pi_J)q)\\ (O : p \to [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J)q)\end{array}}{O : [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J)q}\ (O : G)}{O : [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_J)q \vee (\pi_B)r)}\ (O : H)$$

ここでも、$(O : H)$ の方の結論は、(h) = (f) ∨ (f') に対応するはずの、$(\pi_J)q \vee (\pi_B)r$ そのものではなく、そのスミスにとっての通常の場合における確実性 $O : [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_J)q \vee (\pi_B)r)$ であることに注意しよう。

3.1.10　通常様相と懐疑論的様相

ゲティア推論構造第二段階の推論図式の形式化 $(O : H)$ によって、$O : [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_J)q \vee (\pi_B)r)$、つまり「スミスにとって、通常の場合、ジョーンズが

フォードを所有しているか、または、ブラウンがバルセロナにいることは、確実である」が最終的に結論される。だが、これはあくまで「通常の場合」、つまり O 射影 π_O の制限 $\pi_O|_\mathrm{N}$ の逆像関係 $(\pi_O|_\mathrm{N})^{-1}$ の下での確実性である。そこで、通常の状況の範囲 N への制限前の、本来の O 射影 π_O の逆像関係 π_O^{-1} の下で、事態がどうなっているかを、図 3.2 を振り返って見直してみよう。

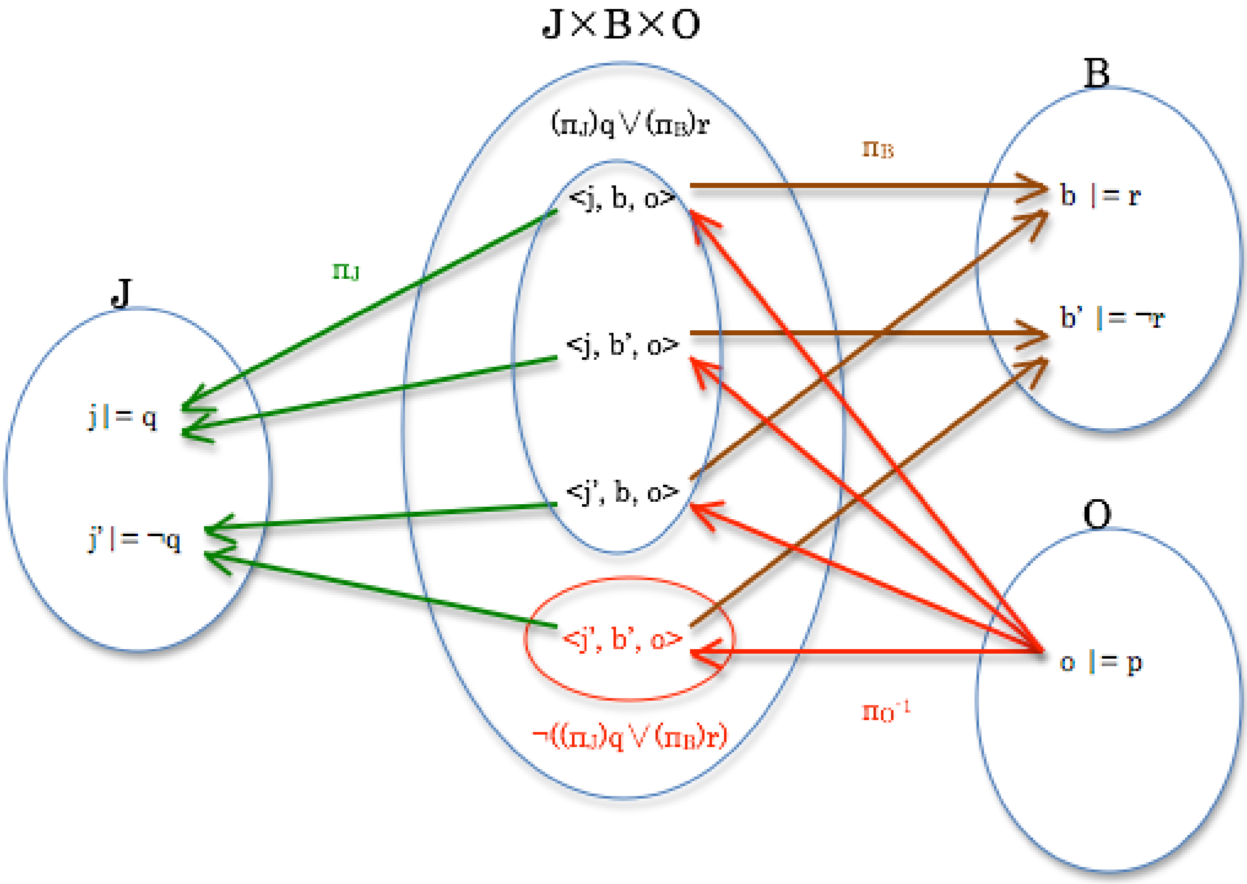

図 3.4

これを見れば明らかな通り、スミスの観察状態 o から O 射影 π_O の逆像関係 π_O^{-1} で遡った先に、$\langle j', b', o\rangle \models \neg((\pi_J)q \vee (\pi_B)r)$ がある。これは、B 上のブラウンの可能な状態 $b' \models \neg r$ の存在による。この b' は、ゲティアのシナリオでは潜在化されている、バルセロナにいないブラウンの可能な状態を表している。この可能な状態 b' が考えられなければならないのは、ゲティア自身のシナリオで、ブラウンがバルセロナにいたことは全くの偶然であると設定されているからである。したがって、偶然バルセロナにいたブラウンの現実の状態 b が、スミスの現実の観察状態 o と、さらにはジョーンズの実はフォードを所有していない現実の状態 j' と、現実に組み合わされている状況 $\langle j', b, o\rangle$ は、なおさら

確率の低い偶然ということになる。この偶然性を顕在的にするのが、B 上の b' の存在であり、また、このブラウンの可能な状態と、スミスの現実の観察状態、及びジョーンズの現実の状態が可能的に組み合わされた、$J \times B \times O$ 上の可能な状態 $\langle j', b', o\rangle$ の存在である。よってスミスの観察状態 o から見たとき、

$$o \models \langle \pi_O^{-1} \rangle \neg((\pi_J)q \vee (\pi_B)r)$$

であり、したがって

$$o \models \neg[\pi_O^{-1}]((\pi_J)q \vee (\pi_B)r)$$

となる。

以上から、ゲティア推論構造の全体にわたって、一方で制限後の射影 $\pi_O|_{\mathrm{N}}$ の下での推論図式と、他方で制限前の射影 π_O の下でのモデル上の事実を比較してみれば、次のようになる（ソート表示 ‘$O:-$’ は見易さのために省略する）。

$$\begin{array}{ll}
\dfrac{\dfrac{\begin{array}{c} p \\ [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_O|_{\mathrm{N}})p \to (\pi_J)q) \\ p \to [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J)q \end{array}}{[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J)q}\,(G)}{[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_J)q \vee (\pi_B)r)}\,(H)
&
\begin{array}{c} p \\ \neg[\pi_O^{-1}]((\pi_O)p \to (\pi_J)q) \\ \neg(p \to [\pi_O^{-1}](\pi_J)q) \\ \neg[\pi_O^{-1}](\pi_J)q \\ \neg[\pi_O^{-1}]((\pi_J)q \vee (\pi_B)r) \end{array}
\end{array}$$

これは、スミス（われわれ）が通常の状況で推論すれば、(f) $= (\pi_J)q$ も (h) $= (\pi_J)q \vee (\pi_B)r$ も確実（$\underline{[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]}$ (f), $\underline{[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]}$ (h)）だが、（反例２）のシナリオが描く異常な状況では、それらはどちらも確実ではない（$\underline{\neg[\pi_O^{-1}]}$ (f), $\underline{\neg[\pi_O^{-1}]}$ (h)）、ということを示している。

以上のことは、常識推論のエージェントが、彼が常識推論を使用しているというまさにその事実によって、その際に二層の確実性の階層を有している、ということを示唆している。そこでこのことを形式的に表現するために、次の様相論理における基本的事実を確認しておこう。いま、任意のクリプキ構造 X を考え、そこでの到達関係 R' が到達関係 R の部分関係であったとしよう。つまり、X 上で、到達関係 R' と R の間に集合論的包含関係

$$R' \subseteq R$$

が成り立っていたとする。このとき、これに対応して、X 上の任意の点 x と、任意の φ に対し、

$$x \models \langle R' \rangle \varphi \to \langle R \rangle \varphi$$

が成り立つが、これは言い換えれば、X 上の任意の点 x と、任意の φ に対し、

$$x \models [R]\varphi \to [R']\varphi$$

が成り立つ、ということである（両者の反変性に注意）。ここで、X 上の任意の点 x について、

$$Th(x, [R]) =_{\mathrm{def}} \{\varphi \mid x \models [R]\varphi\}$$
$$Th(x, [R']) =_{\mathrm{def}} \{\varphi \mid x \models [R']\varphi\}$$

とする。すると、$Th(x, [R])$ は x において R の下で必然的な命題の集合、$Th(x, [R'])$ は x において R' の下で必然的な命題の集合、をそれぞれ表す。このとき、上で述べたことは、$R' \subseteq R$ のとき、X 上の任意の点 x と、任意の φ に対し、

$$Th(x, [R]) \subseteq Th(x, [R'])$$

となる、ということに他ならない。これはつまり、R' が R の範囲を制限した関係であるとき、X 上の全域で、より範囲の狭い R' の下で必然的な命題に比べて、より範囲の広い R の下で必然的な命題の方が、数が少なくなる、ということを表している。

そこでいま、$X := O$, $R' := (\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}$, $R := \pi_O^{-1}$ とする。すると、$\pi_O|_{\mathrm{N}}$ は $J \times B \times O$ から O への射影 π_O の制限であることから、

$$\pi_O|_{\mathrm{N}} \subseteq \pi_O$$

であり、これに応じて、$\pi_O|_{\mathrm{N}}$ と π_O それぞれの逆像関係 $(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}$ と π_O^{-1} についても、

$$(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1} \subseteq \pi_O^{-1}$$

が成り立つ。ここで、スミスの現実の観察状態 $o \in O$ について、

$$Th(o, [\pi_O^{-1}]) =_{\mathrm{def}} \{\varphi \mid o \models [\pi_O^{-1}]\varphi\}$$
$$Th(o, [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]) =_{\mathrm{def}} \{\varphi \mid o \models [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]\varphi\}$$

とする。すると今の場合、$Th(o, [\pi_O^{-1}])$ は o において π_O^{-1} の下で確実な命題の集合、$Th(o, [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1})$ は o において $(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}$ の下で確実な命題の集合、をそれぞれ表す。するとこのとき、$(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1} \subseteq \pi_O^{-1}$ から

$$Th(o, [\pi_O^{-1}]) \subseteq Th(o, [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1})$$

となる。これはつまり、$\pi_O|_{\mathrm{N}}$ が射影 $\pi_O : J \times B \times O \to O$ の制限であるとき、スミスの現実の観察状態 o において、そこからより狭い可能性の範囲を参照する $(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}$ の下で確実な命題に比べて、そこからより広い可能性の範囲を参照する π_O^{-1} の下で確実な命題の方が、当然数が少なくなる、ということを表している。そして実際、前者に属しているが後者には属していない命題の例として、特に (f) $= (\pi_J)q$ と (h) $= (\pi_J)q \vee (\pi_B)r$ がある。というのも、一方で

$$o \models [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J)q$$
$$o \models [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_J)q \vee (\pi_B))$$

であるため、

$$(\pi_J)q \in Th(o, [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1})])$$
$$(\pi_J)q \vee (\pi_B) \in Th(o, [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1})])$$

だが、他方で

$$o \not\models [\pi_O^{-1}](\pi_J)q$$
$$o \not\models [\pi_O^{-1}]((\pi_J)q \vee (\pi_B))$$

であるため、

$$(\pi_J)q \notin Th(o, [\pi_O^{-1}])$$
$$(\pi_J)q \vee (\pi_B) \notin Th(o, [\pi_O^{-1}])$$

となるからである。

ところで、正規必然性演算子 $[R]$ のよく知られる性質

$$[R](\varphi \to \psi) \to ([R]\varphi \to [R]\psi)$$
$$([R]\varphi \wedge [R]\psi) \to [R](\varphi \wedge \psi)$$

から、一般に $Th(x, [R])$ は、(i) 含意と (ii) 連言について閉じている。すなわち、

(i) $\varphi \in Th(x, [R])$ かつ $\varphi \to \psi \in Th(x, [R])$ ならば $\psi \in Th(x, [R])$
(ii) $\varphi \in Th(x, [R])$ かつ $\psi \in Th(x, [R])$ ならば $\varphi \wedge \psi \in Th(x, [R])$

が言える。これは、正規必然性演算子 $[R]$ について、$Th(x, [R])$ が、形式的な意味で「理論 theory」と呼ばれるための、最低限の条件を満たしている、ということに他ならない。

そこで、一方で $Th(o, [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}])$ とは、「通常の場合であれば確実と言える情報に基づ

くスミスの理論」、他方で $Th(o, [\pi_O^{-1}])$ とは、「異常な場合を熟慮した上でもなお確実と言える情報に基づくスミスの理論」と解釈できる。その意味で、$[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]$ の方は「通常様相」、それに対し、$[\pi_O^{-1}]$ の方は「懐疑論的様相」と呼ぶことができよう。

すると、上の観察は、次のことを述べていることになる。つまり、(f) $= (\pi_J)q$, (h) $= (\pi_J)q \vee (\pi_B)$ という帰結は、あくまで通常様相の下での理論に属しているのであって、懐疑論的様相の下での理論には属していない。これは、スミスが通常様相の下での理論の背後に——彼がこの理論に対して潜在的に「普通は...」と意識しうる以上は——懐疑論的様相の下での理論を同時に有しており、そしてそこでは (f) $= (\pi_J)q$ も (h) $= (\pi_J)q \vee (\pi_B)r$ も未だ帰結されていない、ということを、彼自身が少なくとも潜在的に理解している——このことを示すものと思われる。そして実際、振り返ってみれば、デカルトに限らず、われわれの日常はまさにこのようであろう。

3.1.11　既存の提案への寄与 (1) —— *No Defeat proposal* の形式化

以上のゲティア推論構造の論理学的分析は、ゲティア問題に対する既存の提案のうち、少なくとも二つのものを論理学的に明確にする効用をもつ。そのうちの一つが、3.1.2 の注*2 で言及した *No defeat proposal* である。 *No Defeat proposal* は、3.1.2 でわれわれが特定した、ゲティア推論構造の第一段階をなす常識推論の「撤回可能性 defeasibility」を排除すること、つまり、文字通り「撤回可能性がないこと No Defeat」を、知識の定義に追加する提案 (Lehrer and Paxson, 1969, [39]）である。しかしこの提案は、一般に個々の具体的状況に応じて、何がある信念の正当化を覆す潜在的反証 potential defeater と見なされるのか、どのような、どの程度の潜在的反証があると、ある信念が知識でないと判定され、逆に、どのような、どの程度の潜在的反証であれば、それがあったとしてもある信念が知識として許容されるのか、という問題について、原理的に不明確である、という反論がなされてきた。

これに対して、以上の MSHL による分析は、そのような反論に対する直接の応答にはならないが、問題となる個々の具体的状況に応じて、「撤回可能性」ないし「潜在的反証」のモデル化と形式化を与える、論理学的手段を提供することができる。

というのもいま、スミスの観察空間を表すクリプキ構造 O を記述するソート O の言語に、反射性 $\Box\varphi \to \varphi$ と推移性 $\Box\varphi \to \Box\Box\varphi$ を満たす S4 必然性演算子 $\Box$ を、新たに導入しよう。S4 のクリプキ構造は、情報状態（information state）と、時間経過に伴って起こるその時間的更新（temporal update）関係 $\sqsubseteq$ から成る、と見ることができる*14。今の場合、この $\Box$ の意味は、スミスの観察空間を表すクリプキ構造 O 上で、

*14 その特別な場合が、直観主義論理の S4 翻訳に対するクリプキ構造である。

$$o \models \Box\varphi$$
$$\text{iff}$$
$$\text{for all } o' \in O \text{ with } o \sqsubseteq o',\ o' \models \varphi.$$

によって定義される。つまり、o で $\Box\varphi$ が成立するとは、情報状態 o がこれ以降どのように更新されたとしても、依然として φ が成立し続ける、ということである。この意味で、この $\Box$ を「確立情報 established information」様相、あるいは単に「確立 establishment」様相と呼ぶことにしよう。

このとき、ソート O の論理式 φ にこの確立様相 $\Box$ と懐疑論的様相 $[\pi_O^{-1}]$ の二重様相を冠頭した様相式

$$\Box[\pi_O^{-1}]\varphi$$

を考えてみよう。するとこれは、今後どのように情報が更新されたとしても、φ が懐疑論的様相の下での理論から撤回されることはない、という、端的な確実性の安定性 stability of certainty を表現していることになる。そこで、この「端的に（＝どんなに疑っても）確実であることが確立されている」という二重様相 $\Box[\pi_O^{-1}]$ が付されている命題のことを、われわれは「決定的 conclusive」な命題と呼ぶことができるだろう。そこでさらに、

$$\theta \to \Box[\pi_O^{-1}]\varphi$$

を考えてみよう。するとこれは、θ が決定的に φ であることを含意する、ということであるから、この θ のことを、φ の「決定的な証拠 conclusive evidence」と呼ぶことができるだろう。これに対して、

$$\chi \to \Box[\pi_O^{-1}]\neg\varphi$$

を考えてみよう。するとこれは逆に、χ が決定的に $\neg\varphi$ であること、つまり φ でないことを含意する、ということであるから、この χ のことを、φ の「決定的な反証 conclusive defeater」と呼ぶことができるだろう。付随して、たとえば

$$\chi \to \neg[\pi_O^{-1}]\varphi \quad \text{すなわち} \quad \chi \to \langle\pi_O^{-1}\rangle\neg\varphi$$

は、χ は φ に疑いの余地を生む、という意味になり、

$$\chi \to \Diamond\Box[\pi_O^{-1}]\neg\varphi$$

は、χ によって今後 φ が決定的に反証される可能性が出てくる、という意味になる。これらは、一般にある命題を「反証するもの defeater」について、その反証力の強さや弱さというものが存在し、その反証力の強弱が以上の設定によって様々に書き分けられることを

示唆しているだろう。

こうして、 *No defeat proposal* における「撤回可能性 defeasibility」の概念はたとえば

$$[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]\varphi \wedge \Diamond\Box[\pi_O^{-1}]\neg\varphi$$

つまり「通常 φ だが、今後 φ が決定的に反証される可能性もある」のような強いヴァージョンや、あるいは、

$$[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]\varphi \wedge \neg\Box[\pi_O^{-1}]\varphi$$

つまり「通常 φ だが、決定的ではない」——すなわち、これを書き換えて

$$[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]\varphi \wedge \Diamond\langle\pi_O^{-1}\rangle\neg\varphi,$$

つまり「通常 φ だが、今後 φ に疑いの余地が生まれる可能性がある」のような、弱いヴァージョンによって、形式的に表現できることになるだろう。

また、「潜在的反証 potential defeater」の概念については、たとえば、先の χ が φ の「決定的な反証 conclusive defeater」であることの表現

$$\chi \to \Box[\pi_O^{-1}]\neg\varphi$$

に確立様相 $\Box$ を付けたもの

$$\Box(\chi \to \Box[\pi_O^{-1}]\neg\varphi),$$

を考えよう。するとこれは「今後 χ が得られたら φ の決定的反証となることは確立されている」ことを表すことになる。これから S4 の定理 $\Box(\varphi \to \psi) \to (\Diamond\varphi \to \Diamond\psi)$ により、

$$\Diamond\chi \to \Diamond\Box[\pi_O^{-1}]\neg\varphi$$

が帰結する。するとこれは「今後 χ が得られる可能性が φ の決定的反証の可能性を含意する」ということであるから、この前件の $\Diamond\chi$ こそが、いわば φ の「潜在的な決定的反証 potential conclusive defeater」と言われることができるだろう。

さて、その上で、もし *No defeat proposal* の '*No defeat*' の意味を最も強くとるなら、この提案による「知識」の定義は、次のようなシンプルな形をとるだろう。

情報エージェント O の情報状態 o で φ が「知識」である $\Leftrightarrow_{\mathrm{def}}$ $o \models \Box[\pi_O^{-1}]\varphi$

これはつまり、ある情報エージェント O の情報状態 o で O が「φ を知っている」とは、

その情報状態 o で O にとって「φ が決定的 conclusive である」ということであると定義する、ということである。実際、（反例２）の (h) $= (\pi_J)q \vee (\pi_B)$ について、

$$o \not\models [\pi_O^{-1}]((\pi_J)q \vee (\pi_B))$$

であり、(h) は情報状態 o で懐疑論的様相 $[\pi_O^{-1}]$ を冠頭しないため、なおさら

$$o \not\models \Box[\pi_O^{-1}]((\pi_J)q \vee (\pi_B))$$

であり、(h) は情報状態 o で二重様相 $\Box[\pi_O^{-1}]$ を冠頭しない。したがってこの意味で (h) は「知識」ではない。

この形の提案はもちろん強すぎるものであり、筆者自身が支持するものではない。だがそれは、「知識」のあり方の理念的極限、いわば「理念的知識状態」の論理学的定義として、一定の価値をもつと思われる。そうでなくとも、以上の *No defeat proposal* の論理学的再構成の試みが示しているのは、少なくとも、このような道具立てによる「撤回可能性」や「潜在的反証」の強さの様々な書き分けに応じて、それらを排除する様々な強さの「知識」の形式的定義を、様々に試みることができるだろう、ということである。

3.1.12　既存の提案への寄与 (2) —— *No False Core Evidence Proposal* の形式化

ゲティア問題の発表 (1963) 後の初期に出された素朴な応答に、 Lehrer (1965) ([37]) の *No False Evidence Proposal* がある。これは文字通り、「偽な根拠に基づいていないこと」を知識の定義の第四条件として JTB に加える提案である。ここでゲティア問題における「偽な根拠」とは、（反例１）では

(d_1) 「ジョーンズが採用される」

のことであり、（反例２）では

(f) 「ジョーンズはフォードを所有している」

のことである。 (e) および (h) が、このような「偽な根拠」に基づいていることこそが、ゲティア自身も (e) および (h) を「知識」でないと判定する理由であった。

もちろんこの提案にはすぐさま、この条件が強すぎて直ちに懐疑論を生む、という反論が想定される。というのも、一般にわれわれの経験的知識の形成過程において、特に無意識のレベルのものまでを考慮に入れた場合には、そこに何らかの偽な信念が関与している可能性は否定できず、一切の偽な信念に基づいていない、真な命題のみに基づくものだけ

を「知識」とすることは、デカルトへの回帰を思い起こさせる、非現実的なものであろうからである。

そこで Lehrer (1965) ([37]) 自体がその中でこの素朴な形の *No False Evidence Proposal* を弱めて修正したのが、*No False Core Evidence Proposal* である。これも基本的な発想は文字通りであり、ある信念の正当化のために、除去可能 eliminable な非本質的根拠 'Non-core Evidence' と、除去不可能 ineliminable な本質的根拠 'Core Evidence' とを分け、後者に偽なものを含まないことを、知識の第四条件とする提案である。実際、（反例１）および（反例２）において、(d_1) および (f) はそれぞれ、それなしではスミスは (e) および (h) を正当化できなかっただろう、という意味において、スミスが (e) および (h) を信じるに至る正当化の過程にとって、まさに除去不可能 ineliminable な本質的根拠 'Core Evidence' であると言え、しかもそれらは偽であったのだから、まさしく偽な本質的根拠 '*False* Core Evidence' であると言えるだろう。

だが、ここでも容易に予想されるように、*No Defeat proposal* 同様、この提案に原理的に伴う不明確さが指摘されてきた。それは、ある信念の正当化の過程にとって、何が除去可能で非本質的か、何が除去不可能で本質的なのか、すなわち、eliminable / ineliminable, Non-core / Core の区別をどう判定するのか、原理的に曖昧である、ということである。

しかし、この指摘に対しても、われわれの MSHL による分析は、それに対する直接の応答にはならないが、問題となる個々の具体的状況に応じて、「信念の正当化」の過程を論理学的に帰結関係として明示することによって、eliminable / ineliminable, Non-core / Core の区別を判定する論理学的手段を提供できることになる。というのも、たとえば（反例２）において、(h) $= (\pi_J)q \vee (\pi_B)r$ が、(f) $= (\pi_J)q$ に「依存している」ということを、われわれは次のようにして形式的に表現できる。まず、$J \times B \times O$ を記述する式のソートを u で表し、このソート u の式集合 Δ_u から帰結する、同じソート u の帰結 consequence の集合を、

$$Con_u(\Delta_u) = \{\varphi \mid \emptyset; \Delta_u \vdash \varphi\}$$

と表す（'$\emptyset; \Delta_u \vdash \varphi$' の厳密な定義は A.5 参照）。すると、一方で

$$\Delta_u := Th(o, [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]) - \{(\pi_J)q \vee (\pi_B)r\}$$

として、

$$(\pi_J)q \vee (\pi_B)r \in Con_u(Th(o, [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]) - \{(\pi_J)q \vee (\pi_B)r\})$$

は、(h) $= (\pi_J)q \vee (\pi_B)r$ が、それ以外のスミスの通常様相の情報から帰結することを表している。他方、今度は

$$\Delta_u := Th(o, [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]) - \{(\pi_J)q \vee (\pi_B)r, (\pi_J)q\}$$

として、

$$(\pi_J)q \vee (\pi_B)r \notin Con_u(Th(o, [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]) - \{(\pi_J)q \vee (\pi_B)r, (\pi_J)q\})$$

は、スミスの通常様相の下での理論から (f) $= (\pi_J)q$ を取り除くと、(h) $= (\pi_J)q \vee (\pi_B)r$ はもはや、それ以外のスミスの通常様相の情報からは帰結しなくなることを表している。そして実際、ここまでのモデル構成の下では、

$$\begin{gathered}(\pi_J)q \vee (\pi_B)r \in Con_u(Th(o, [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]) - \{(\pi_J)q \vee (\pi_B)r\}) \\ but \\ (\pi_J)q \vee (\pi_B)r \notin Con_u(Th(o, [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]) - \{(\pi_J)q \vee (\pi_B)r, (\pi_J)q\})\end{gathered}$$

である。前者は先に示した単純な演繹（通常様相 $[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]$ 内の $\vee$ 導入）

$$\frac{[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J)q}{[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_J)q \vee (\pi_B)r)}\ (H)$$

によって、後者は MSHL の健全性（A.6）によって示すことができる。というのも $\Delta_u := Th(o, [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]) - \{(\pi_J)q \vee (\pi_B)r, (\pi_J)q\}$ として、もし $\emptyset; \Delta_u \vdash (\pi_J)q \vee (\pi_B)r$ だったとしよう。すると、MSHL の健全性により、これに対する反例モデルはないはずである。しかし、モデル図 3.4 を確認すれば検証できるとおり、$J \times B \times O$ 上で $\langle j', b', o\rangle \models \Delta_u$ だが $\langle j', b', o\rangle \not\models (\pi_J)q \vee (\pi_B)r$ であり、このモデル図 3.4 の $\langle j', b', o\rangle$ がそのまま $\emptyset; \Delta_u \vdash (\pi_J)q \vee (\pi_B)r$ の反例モデルとして利用できる。これは、通常様相の下での理論の内部で、もし (f) $= (\pi_J)q$ がなければ、スミスは (h) $= (\pi_J)q \vee (\pi_B)r$ を正当化することはなかった、ということの厳密な表現である。

原理的にはこのようにして、ある信念がある信念に「依存していること」、つまり、ある信念がある信念の正当化にとって「除去不可能 ineliminable」であること、ある信念がある信念の ‘Core Evidence’ であることを、明確に証明できる。これは、「信念の正当化」の過程を論理学的な帰結関係として明示化することによって、その過程に対して「演繹可能性」と「健全性」の厳密な検証がかけられるようになることの、当然の効用である。

以上のようにして、ある信念の ‘Core Evidence’ を析出し、そこに偽なもの ‘False Core Evidence’ が含まれないことを、たとえ厳密に検証できるようになったとしても、*No False Core Evidence Proposal* が知識の定義としてどこまで成功するかはまた別の問題であり、再検討が必要である。しかし、以上の具体的手続きが提示されたことによって、その再検討と再評価の余地が生まれたことは、確かであろうと思われる。

3.1.13　ゲティア問題の再解釈 I

ところで、(f) と (h) がスミスの懐疑論的様相の下での理論に属していないということは、もし状況が通常でない場合には、(f) と (h) が真である保証はない、ということを、スミスが潜在的に理解している、ということである。したがってスミスは、3.1.11 で定義した意味で、(f) と (h) が「決定的 conclusive」な情報ではないことを潜在的に理解している、ということである。すると、次のような根本的な疑問が生まれる。つまり、スミスが (f) と (h) は決定的な情報ではないと潜在的に理解しながら、スミスが (f) と (h) を「信じている believe」とは、どういうことだろうか。言い換えれば、スミスにとって決定的ではない (f) と (h) が、スミスの「信念 belief」であるとは、そもそもどういうことだろうか。

ここで、次の点に注目しよう。ゲティア推論構造の第一段階

$$\frac{\begin{array}{c}(\mathrm{ev})\\ \text{普通 }[(\mathrm{ev})\text{ なら }(\mathrm{f})\text{ である}]\text{ はずだ}\\ ((\mathrm{ev})\text{ なら普通 }[(\mathrm{f})\text{ である}]\text{ はずだ})\end{array}}{(\mathrm{f})\text{ であるはずだ}}\ \text{（信念２）}$$

に対応させた MSHL の推論図式

$$\frac{\begin{array}{c}p\\ [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_O|_{\mathrm{N}})p \to (\pi_J)q)\\ (p \to [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J)q)\end{array}}{[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J)q}\ (G)$$

の、特に結論部分 $[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J)q$ は、それ自体では「普通 (f) である」としか述べておらず、「(f) であるはずだ」とまでは述べていない。この推論図式 (G) の自然言語における対応物は、正確にはむしろ

$$\frac{\begin{array}{c}(\mathrm{ev})\\ \text{普通 }[(\mathrm{ev})\text{ なら }(\mathrm{f})\text{ である}]\\ ((\mathrm{ev})\text{ なら普通 }[(\mathrm{f})\text{ である}])\end{array}}{\text{普通 }[(\mathrm{f})\text{ である}]}$$

である。実際、われわれが「普通 φ である」と判断するときでも、「φ であるはずだ」とまでは結論することはない、といった場面は、よく思い当たるものだろう。それでは、後者のように「(f) であるはずだ」と判断することは、前者とは異なる、どのような意味をもっているのだろうか。そのことを考えるために、次のように（反例２）の背景を補ってみよう。

（反例２）への外挿

これもまたスミスには知られていないことだが、ジョーンズは実は、人身売買の闇組織のメンバーであった。ブラウンがなぜたまたまバルセロナにいたかというと、ブラウンは実は、ジョーンズの手によって、バルセロナへ売り飛ばされていたのである。そしてジョーンズは実は、犯行用の車として、フォードではなく、クライスラーを所有し、使用していた。レンタカーのフォードは、スミスやブラウンを含む善良な一般市民の目を欺くためであった。

ところでこの間、一方で警察は連続失踪事件の捜査の過程で、クライスラーの目撃情報をつかんでおり、近辺にクライスラーの所有者がいないか、市民に聞き込みを続けていた。他方、スミスは実は、ある夜、クライスラーに乗ったジョーンズによく似た男を見かけたことがあった。ところでさらに、スミスは実は、ジョーンズから今度の週末またドライブに誘われていた。

さて、この状況下で、スミスが警察にクライスラーの所有者が周囲にいないか聞き込みを受けた場合、もしスミスがジョーンズの情報を警察に伝えなかったならば、それは、スミスが「普通 (f) である」と判断しただけでなく、「(f) であるはずだ」とまで判断したためと考えられる。つまり、そのときスミスは、ある夜クライスラーに乗ったジョーンズによく似た男を見かけた記憶があったとしても、「ジョーンズはフォードを持っているはずだから、 クライスラーは持っていないはずだ」という常識推論を行なったと考えられる。このとき、スミスは明らかに (f) にコミット *commit* している、と言えるだろう。このように、ある情報に「コミット commit する」とは、さしあたって、その情報を前提に推論するだけでなく、その情報自体やその情報の帰結に基づいて、何らかの現実的な態度や行動をとること、と規定しよう。すると、「(f) であるはずだ」の「はずだ」とは、この意味での「コミットメント commitment」を表明する、自然言語におけるモダリティ表現であると考えられる[*15]。

これに対し、スミスが警察に聞き込みを受けた場合に、彼が慎重に「普通 (f) である」という判断に留まり、「(f) であるはずだ」という判断は差し控えたとしよう。その場合には、スミスはそれに伴い「普通ならジョーンズはフォードを持っている状況であるから、普通ならジョーンズはクライスラーは持っていない状況である」という形の常識推論を行うに止めるだろう。よってこの場合には、今まさに連続失踪事件の捜査で警察が聞き込みに来るという、異常な事態がスミスの目の前で進行中なのだから、スミスは必ずしも「ジョーンズはクライスラーは持っていないはずだ」として、ジョーンズがクライスラー

[*15] この「はずだ」と「コミットメント」の概念的重要性は、大西琢朗氏（京都大学）に示唆を受けた。

を持っていない状況にコミットまではしないだろう。つまり、その場合には、スミスが警察にジョーンズ（によく似た男）の情報を伝える可能性が出てくるだろう。

以上の考察が意味しているのは、次のことであると思われる。一般にわれわれは、常識推論を行うとき、それだけでは直ちにその帰結にコミットまではしない。あるいは少なくとも、常識推論を行うとき、われわれはそのような認識様態 epistemic mode の内に留まることがいつも可能である。実際、よく考えてみれば、それがわれわれの日常の大部分を占める、われわれの「普通の認識様態」であろう。そして、われわれがそのような普通の認識様態を抜け出し、常識推論の帰結にコミットまでするのは、通常、それに基づいてある現実的な態度や行動の意思決定を為さねばならない、状況に迫られた場合である。逆に言えば、そのような状況に迫られるまでは、われわれは「普通 φ だろう」（'Normally it may be that φ'）、「普通 φ だと思う」（'I think that normally φ'）、あるいは高々「普通 φ であるはずだ」（'Normally it shoud be that φ'）といった認識様態に留まっていると思われる。

スミスにとって決定的ではない (f) と (h) を、スミスが「信じている」とはどういうことか、という疑問に対して、筆者の見解では、ゲティア問題の定式化において、ゲティアは 「信じている believe」や「信念 belief」を、上記の意味での「コミットメント commitment」を含むものとして用いており、スミスは決定的ではない (f) と (h) に、それでも既にコミットを開始している、とゲティアが想定していると読むのが自然であると思われる。というのも、だとすれば、ゲティアが (h) を、それが偽な (f) に基づいていることを理由にスミスの「知識」ではないと判定することの意味、またそれに伴って、3.1.12 で見た *No False Core Evidence Proposal* の意味が、より理解できると思われるからである。

つまり、こうである。まず 3.1.12 で厳密に示したように、それ自体は現実に真な (h) は、現実には偽な (f) を本質的根拠 'Core Evidence' として、それに依存している。だが、例えば上に描いた（反例２）への外挿のような状況を想定すると、この現実には偽な (f) にコミットすることによって、スミスは偶然現実に真な (h) 以外に、(f) から推論される多くの現実に偽な帰結にコミットすることになる。この推論には演繹推論だけでなく、常識推論も含まれ、例えば (f) からの常識推論による偽な帰結として「ジョーンズはクライスラーは持っていない」がある。これにコミットすることによって、スミスは警察に聞き込みを受けた場合に、ジョーンズの情報を伝えない可能性が出てくる。そしてそのことは、警察の捜査を少なくとも遅らせ、何より、ブラウンと同じように、スミス自身の身を刻一刻と危うくするだろう。

より一般には、それ自体は偶然現実に真な (h) は、現実には偽な (f) に依存しており、

この現実には偽な (f) に、スミスは既にコミットを開始している。そしてこの現実には偽な (f) に対するスミスのコミットメントは、偶然現実に真な (h) 以外の、 (f) からの（再び常識推論によるものも含む）多くの現実に偽な帰結にもまたスミスをコミットさせ、スミス自身に有害な影響をもたらす可能性がある。したがって、そのような (f) に依存している (h) は「知識」ではない。これが、ゲティア問題の第一の再解釈である。

3.1.14　ゲティア問題の再解釈 II

だが、MSHL による分析は、もっと根底的なゲティア問題の再解釈を迫っているとも考えられる。つまり、スミスはそもそも、「コミットする」ことを含む意味で、(f) を「信じている」とは、必ずしも言えないのではないだろうか。すなわち、（反例２）それ自体では、スミスは「普通 (f) だと思う」だけで、必ずしも (f) にコミットまではしない、という解釈もまた、十分成り立つのではないだろうか。むしろ、そのような「普通 (f) だと思うがコミットまではしない」認識様態の方が、スミスが、そしてわれわれが、先の外挿のような状況に迫られない限り、（反例２）のような状況で置かれる認識様態として、まさしく「普通」であると言えるのではないだろうか。

そのように考えた場合、(h) が知識でないと判定される理由は、第一の再解釈よりも至って単純である。それは、ゲティア推論構造第二段階の形式化

$$\frac{[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J)q}{[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_J)q \vee (\pi_B)r)}\ (H)$$

が端的に表しているように、「普通 (f) である」ことからは、「普通 (h) である」ことしか出てこず、そして「普通 (h) である」と判断することは、「(h) を知っている」ことからは、程遠いことであろうからである。

「普通 (h) だと思う」ことは、「 (h) を知っている」ことからは、程遠い——この直観は、しかし、皮肉な形で次の疑問を生じさせる。すなわち、この「遠さ」は、「コミットすること」によって縮まるのだろうか。たんに「普通 (h) だと思う」だけでなく、「 (h) であるはずだ」と「 (h) にコミットする」ことによって、それだけスミスは、「 (h) を知っている」ことにより「近づく」ことになるのだろうか。

いま「皮肉な形」と述べたのは、一方で、「普通 (h) だと思う」ことから「 (h) を知っている」状態に行き着くまでにわれわれが感じる直観的な「遠さ」が、前者から後者へ接近する可能性を示唆するのに対して、他方で、「 (h) にコミットする」ことから「 (h) を知っている」状態に接近する可能性が、少なくともそれほど自明なものではなくなるように思われるからである。確かに、一般に何かを知っていれば、われわれはそれに自動的に

コミットすると言えるだろう。しかし、だからといって、先に何かにコミットすることから始めて、それからそれを知るようになる、ということは、たんに不合理な認識プロセスであるように思われる。

もし一般に「信じること」は「コミットすること」を含意すると伝統的に考えられてきたとすると、「知識」は「信念」の部分クラスであるという伝統的なイメージ、したがって「信念」の中から「知識」を析出するという伝統的なルートは、根本的な見直しが必要であるかもしれない。実際、われわれが経験的な事柄 φ に関して、「普通 φ だと思う」ことから「φ を知っている」状態に行き着くために行うべきことは、単純に、もっと十分な証拠を集めることであり、疑いの余地を可能な限りなくすことであろう。それは、情報 φ の蓋然性・確実性・信頼性を高めるための、様々な「検証」や「探究」の活動を包括する意味での、「正当化」のプロセスそのものであろう。そして、この「正当化」プロセスがそこに向かう理念的な極限として、φ が「真である」という条件が満たされた時、われわれは「φ を知っている」状態へと到達する、と考えるのが、われわれの経験的「知識」形成についての、素直で柔軟な描像であると思われる。そしてそれは、「知識」定義の問題以上に、われわれにとってアクチュアルな問題であると思われる。

このとき、経験的「知識」形成の出発点となる情報は、必ずしも「普通 φ である」という形の常識的言明である必要はないだろう。それは、一般に「仮説 hypothesis」と呼ばれる種類の情報であると考えた方が、見通しがよい。というのもそう考えると、「普通 φ である」という常識的言明は、「常識的仮説」ないし「常識的仮説形成」の表明であると捉え直すことができるからである。（反例２）におけるゲティア反例 (h) は、その場合、常識的仮説 (f) の検証と反証の基準となる、そこから演繹される帰結のうちの一つに過ぎないものと見ることができる。常識的仮説 (f) の一つの帰結 (h) がたまたま真であったとしても、常識的仮説 (f) の検証には程遠いだろう。それに対して、常識的仮説 (f) の帰結には、(h) の他に、おそらく多くの現実と不整合なものが含まれており、そのうちの一つだけでも常識的仮説 (f) の決定的反証となりうる。

3.1.15 ゲティア問題の再解釈 III

ここには、伝統的な「信念」から「知識」への道とは独立に、コミットメントから完全にニュートラルな「仮説」的情報から出発して、蓋然性・確実性・信頼性の極限値としての「知識」という情報状態へ至る正当化の計算プロセスを問題にする、そのような「情報理論的展開」の可能性がある。この「情報理論的展開」の可能性はさらに、伝統的な「信念」から「知識」への道を、逆にする可能性を生じさせると思われる[*16]。というのは、わ

[*16] 以降のゲティア問題の第三の解釈は岡本賢吾氏の指摘による。

れわれは一般に、何かを知ったと思うから信じるのではないか、という省察が、ここから生じてくると思われるからである。

上の「情報理論的展開」からこのような省察が生じてくる事情は以下である。「仮説」情報から「知識」情報へ至る正当化のプロセス（探究のゲーム）は、一般に、問題の情報内容だけでなく、それについて探究する情報エージェントを取り巻く環境に応じて、多様である。特に、何をもって「仮説」情報が「知識」情報に至ったと見なすか、という「知識の基準」は、近年「認識論的文脈主義」によって活発に議論されているように、その正当化プロセス（探究のゲーム）の文脈に大きく依存するだろう。その場合、次のような一般的問題が生じる。つまり、自身に与えられた探究の能力や技術、証拠やデータを集めるための情報環境や人脈、時間、労力といった、情報エージェントに与えられている探究のためのリソースは、一般に、個々人に応じて多種多様であり、それに応じた限界がある。これに伴って、情報エージェントとしての個人は、自身に与えられた探究リソースの限界内で、自身が「知った」と言える各々の基準をもっている。しかしその基準は、より豊富な探究リソースをもつ情報エージェントの基準から見れば、不十分なものでしかない場合がほとんどであろう（後者のより豊富な探究リソースをもつ情報エージェントとは、それまでの探求リソースが拡張された、自分自身のことである場合もよくあるだろう）。

ここで、「知った」と言える基準がより低い前者の情報エージェントを A、それがより高い後者の情報エージェントを A' とすれば、A が何らかの情報 φ について、A のより低い基準を満たしたという意味で「知った」と言えるしても、A' のより高い基準を満たしていないという意味では、「知った」とは到底言えない、という事態がしばしば起こるだろう。このとき、A' の観点における「A は φ と知ったと思った」という表現のことを、人は思い出せる[*17]。そしてこのような A' の観点からみた A の情報状態のことを、われわれは「知識信念 belief in knowing」と呼ぶことができる[*18]。

したがって、ゲティア問題の第三の再解釈は、第一のそれと第二のそれをある意味で統合するものである。つまり、スミスは、「普通 (f) / (h) である」というレベルの正当化をもって、(f) / (h) と知ったと思ったのであり、それゆえ、(f) / (h) と（それにコミットすることを含む意味で）信じたのであろう、ということである。ここで、先の一般論における「より豊富な探究リソースをもつ情報エージェント」を登場させるとすれば、それは例えば、あの夜クライスラーに乗ったジョーンズによく似た男を見かけたことが気になって、フォードでのドライブ中ジョーンズが車を停めてタバコを買いに行った隙に、

[*17] ウィトゲンシュタイン『確実性の問題』（[74]）12 節「というのも「私は…［ということを］知っている」は、知られた事柄が事実であると保証する、そのようなある事態を記述しているように見えるからである。［それで］人は、「私はそれを知っていると思った Ich glaubte, ich wüßte es」という表現のことを、すっかり忘れてしまう」を参照。

[*18] この「知識信念 belief in knowing」の概念も、岡本賢吾氏の指摘による。

ジョーンズの目を盗んで車中を調べた結果、レンタカーの貸渡契約書を発見した、そのような可能的なスミス自身であろう。そのとき彼はまさに、今の今まで自分がただ (f) / (h) と知っていると思っていただけであったという事実を、否応なく認めるだろう。

この第三の再解釈が興味深いのは、「知ったと思ったから信じた」と表現される論理的移行である。この論理的移行は、次の言われてみれば当然の実情を反映しているように思われる。われわれは実は、少なくともかなり多くの生活実践のケースにおいて、純粋にただ「知る」ことだけを目的としていない。そうではなく、われわれは多くの場合、コミットすること——それに基づいて何らかの現実的な態度や行動をとること——を含む意味で、「信じる」ことを目的としている。それは、われわれがわれわれの生活実践において、究極的にはそのような現実的な態度や行動をとることの確実性・信頼性・有効性にこそ、関心があるからであろう。その場合、「知る」ことは、「信じる」に値するまでの蓋然性・確実性・信頼性に達した、という意味に限りなく近づくように思われる。そこで、「信じる」に値するまでの蓋然性・確実性・信頼性に達していない情報は、「知識」の候補であるというよりは、「信念」の候補、すなわち、「信念候補 belief candidate」と呼ばれるのが適切であろう[*19]。すると、先の「知識信念（知っていると思っていること）」は、本来はこの「信念候補」と呼ばれる仮説的情報たちのクラスのうちに慎重に留めておくべきものを、状況に迫られて不用意に「信念」として昇格させた、実際には「信じる」に値するまでの蓋然性・確実性・信頼性には達していない、「危険性のある信念 risky belief」であると考えられるだろう。

こうして、以上のゲティア問題の第三の再解釈が示唆しているのは、ゲティア問題を含むその周辺の認識論的問題を素直に論理学的に分析したとき、伝統的な認識論の「信念」から「知識」への道は、もしかするとある重大な倒錯を含んでいたことが判明するかもしれない、ということであると思われる。そのとき、これらの諸問題はその価値を奪われるわけではなく、上に述べたような「情報理論的展開」の下で、むしろ新たな現代的理解、現代的な再評価を得ることになるだろう。以上の考察は少なくとも、ゲティア問題がまさにその一例となりうることを示していると思われる。

3.1.16 （反例１）の MSHL によるモデル化と形式化の概要

（反例２）の分析に基づく、以上のゲティア問題の三つの再解釈の可能性は、（反例１）の分析に基づいた場合でも同様に生じる。そのことを確認することは、これらの再解釈が生じる必然性を、さらに補強することになるだろう。そこで、この章の最後に（反例１）の分析の概要を提示しておく。

[*19] この「信念候補 belief candidate」の概念もまた、岡本賢吾氏の指摘による。

（反例１）のゲティア推論構造の第二段階をなす単調な演繹推論部分は、（反例２）よりも多少複雑である。まず、（反例１）における命題構造を、

(ev):=「[スミスは] 社長の「採用されるのはジョーンズだ」という発言を聞いた」
(d_1)「ジョーンズが採用される」
(d_2)「ジョーンズのポケットには 10 枚の硬貨が入っている」
(d)「ジョーンズが採用される、かつ、ジョーンズのポケットには 10 枚の硬貨が入っている」
(d'_1)「スミスが採用される」
(d'_2)「スミスのポケットには 10 枚の硬貨が入っている」
(e)「採用される男のポケットには 10 枚の硬貨が入っている」

によって与える。また、ここには（反例１）のシナリオの設定上、次の三つの制約があることを前提する。

$(c_1) = (d_1) \to \neg\,(d'_1)$「ジョーンズが採用されるならば、スミスは採用されない」
$(c_2) = (d'_1) \to \neg\,(d_1)$「スミスが採用されるならば、ジョーンズは採用されない」
$(c_3) = (d_1) \vee (d'_1)$「ジョーンズが採用されるか、スミスが採用される」

すると、(e) の論理形式は、次によって解釈できる。

$$(e) = ((d_1) \to (d_2)) \wedge ((d'_1) \to (d'_2))$$

これは、逐語的な読みでは「ジョーンズが採用されるならば、そのポケットには 10 枚の硬貨が入っており、かつ、スミスが採用されるならば、そのポケットには 10 枚の硬貨が入っている」を意味するが、ここで「採用される男」の議論領域として、このシナリオではジョーンズとスミスの二人だけを考えれば十分であることから、この式が (e) の論理的内容を過不足なく表現していることがわかる[*20]。

さて、その上で、（反例１）の第一段階の非単調な常識推論の図式

[*20] このとき、もし (e) の論理形式に「採用される男」の原文 ‘the man who will get the job’ の最初の ‘the’ の一意存在の内容を盛り込むことが要求されるならば、

$(e') = ((d_1) \wedge \neg\,(d'_1)) \vee ((d'_1) \wedge \neg\,(d_1))$「ジョーンズが採用され、スミスは採用されないか、または、スミスが採用され、ジョーンズは採用されない」

を (e) と連言 ∧ で結べばよい。この (e’) は今の議論領域では「ジョーンズだけが採用されるか、スミスだけが採用される」すなわち「ジョーンズかスミスのどちらかただ一人採用される男がいる」ことの正確な表現である。そしてこの (e’) 自体は、シナリオ上の三つの制約 (c_1) - (c_3) により帰結する。

$$\cfrac{\begin{array}{c}\text{(ev)}\\ \text{普通 [(ev) なら }(\mathrm{d}_1)\text{ である] はずだ}\\ \text{((ev) なら普通 [}(\mathrm{d}_1)\text{ である] はずだ)}\end{array}}{(\mathrm{d}_1)\text{ であるはずだ}}\ \text{（信念 1 ）}$$

の帰結 (d_1) から、(e) を導く第二段階の単調な演繹推論の図式が、次のようにインフォーマルに構成できる。ただし、ここでは命題論理の推論構造に注目するため、「普通」「はずだ」のモダリティ表現は省略する。

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{}{(\mathrm{d}_1)}\qquad (\mathrm{d}_2)}{(\mathrm{d}_1)\wedge(\mathrm{d}_2)}}{(\mathrm{d}_1)\to(\mathrm{d}_2)}\ \text{命題論理の定理}\qquad \cfrac{\cfrac{\cfrac{}{(\mathrm{d}_1)}\qquad (\mathrm{d}_1)\to\neg\,(\mathrm{d'}_1)}{\neg\,(\mathrm{d'}_1)}}{(\mathrm{d'}_1)\to(\mathrm{d'}_2)}\ \text{命題論理の定理}}{(\mathrm{e}) = ((\mathrm{d}_1)\to(\mathrm{d}_2))\wedge((\mathrm{d'}_1)\to(\mathrm{d'}_2))}$$

このインフォーマルな図式を MSHL によって形式化するために、

p :=「社長の「採用されるのはジョーンズだ」という発言を聞いた」
q :=「採用される」
r :=「ポケットに 10 枚の硬貨が入っている」

として、（反例 1 ）のシナリオのクリプキネットワークモデルを、次によって与える。

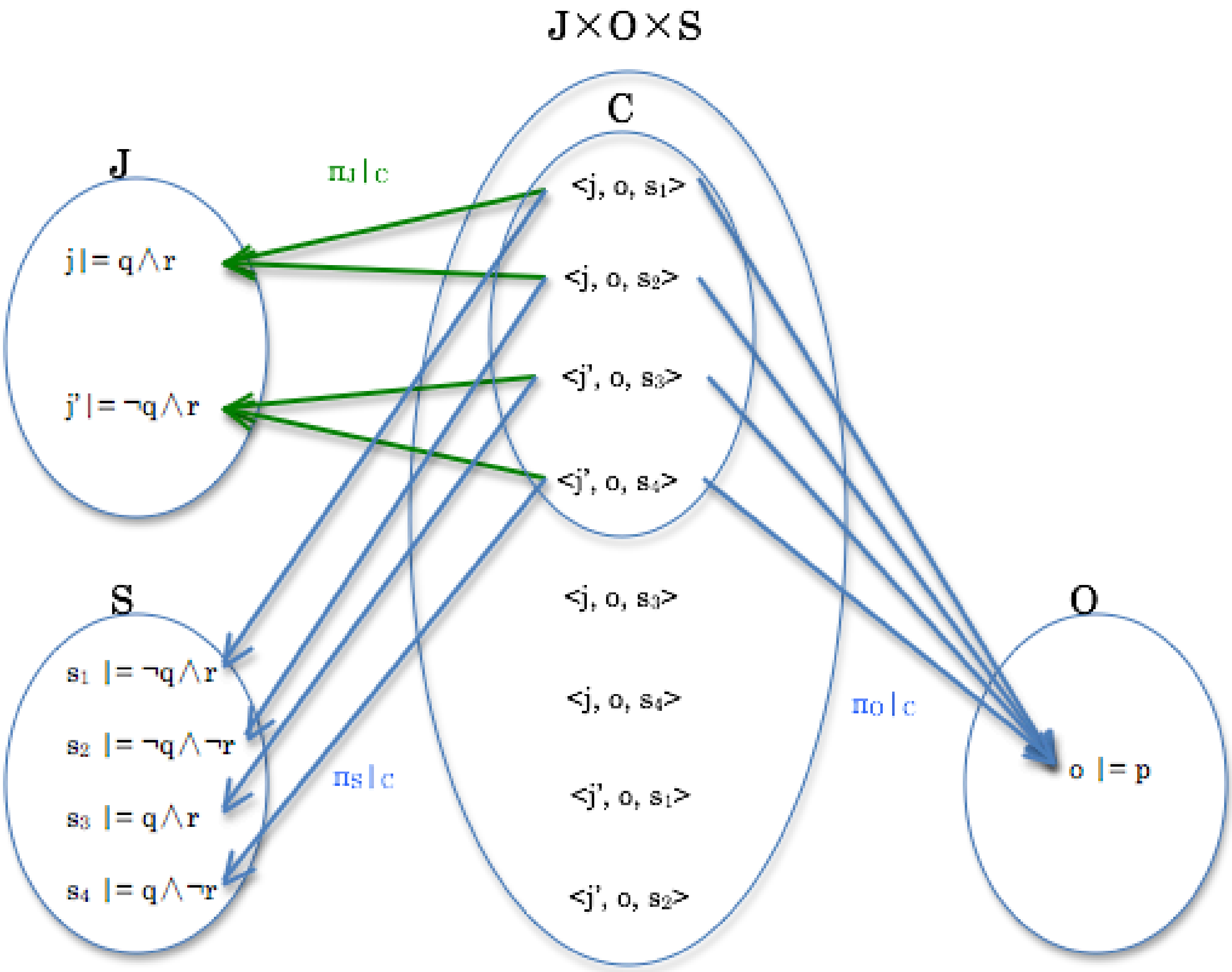

図 3.5

このモデルにおいて、ジョーンズの状態を r が成立するものだけに限定していることは、（反例 1 ）のシナリオでは、ジョーンズのポケットに 10 枚の硬貨が入っていることはスミスが自ら数えて確かめた事実であるため、スミスにとって実際に確実である、という解釈を反映している。一方、スミスの状態が $s_1 \sim s_4$ の 4 つであるのは、スミスが採用されるか否か、つまりスミスの状態が q か $\neg q$ かの 2 通りに対して、スミスのポケットに 10 枚の硬貨が入っているか否か、つまりスミスの状態が r か $\neg r$ かの 2 通りがあり、これらがスミスにとって実際には確実でないからである。

そこでジョーンズの状態空間 J には 2 つの可能的状態が、スミスの状態空間 S には 4 つの可能的状態があり、スミスの観察空間 O の状態は現実の o に固定してあるので、これらの積空間 $J \times O \times S$ には全部で $2 \times 1 \times 4 = 8$ 通りの状況があることになる。だが、ここには（反例 1 ）のシナリオの設定上、次の三つの制約

(c_1)「ジョーンズが採用されるならば、スミスは採用されない」
(c_2)「スミスが採用されるならば、ジョーンズは採用されない」
(c_3)「ジョーンズが採用されるか、スミスが採用される」

があるため、ジョーンズもスミスも採用される状況（$\langle j, o, s_3\rangle, \langle j, o, s_4\rangle$）と、ジョーンズもスミスも採用されない状況（$\langle j', o, s_1\rangle, \langle j', o, s_2\rangle$）を、スミスの現実の観察状態 o にとって可能な状況から排除しなければならない。これらを排除して上の三つの制約を満たす状況だけを残したものが、$J \times O \times S$ の部分集合 C である。これに応じて、$\pi_O|_{\mathrm{C}}$, $\pi_J|_{\mathrm{C}}$, $\pi_S|_{\mathrm{C}}$ は、それぞれ射影 π_O, π_J, π_S の C 制限となる。

このとき、

$$(\mathrm{e}) = ((\mathrm{d}_1) \to (\mathrm{d}_2)) \wedge ((\mathrm{d'}_1) \to (\mathrm{d'}_2))$$

は、$\mathrm{C} \subseteq J \times O \times S$ 上の式

$$(\pi_J|_{\mathrm{C}})(q \to r) \wedge (\pi_S|_{\mathrm{C}})(q \to r)$$

として形式化することができる。これは、

$$((\pi_J|_{\mathrm{C}})q \to (\pi_J|_{\mathrm{C}})r) \wedge ((\pi_S|_{\mathrm{C}})q \to (\pi_S|_{\mathrm{C}})r)$$

と同値であるために、$(\mathrm{d}_1) = (\pi_J|_{\mathrm{C}})q$, $(\mathrm{d}_2) = (\pi_J|_{\mathrm{C}})r$, $(\mathrm{d'}_1) = (\pi_S|_{\mathrm{C}})q$, $(\mathrm{d'}_2) = (\pi_S|_{\mathrm{C}})r$ の対応の下、 $(\mathrm{e}) = ((\mathrm{d}_1) \to (\mathrm{d}_2)) \wedge ((\mathrm{d'}_1) \to (\mathrm{d'}_2))$ を忠実に形式化していることが判るだろう。

次に、上のモデル図 3.5 中央の積空間 $J \times O \times S$ から制約 (c_1) - (c_3) を満たす領域 C だけを残し、そのうちスミスの現実の観察状態 o にとって通常の状況 N ($\subseteq \mathrm{C} \subseteq J \times O \times S$) をとって、それを射影 π_O の N 制限の逆像関係 $(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}$ によって見たものが、以下のモデルである。

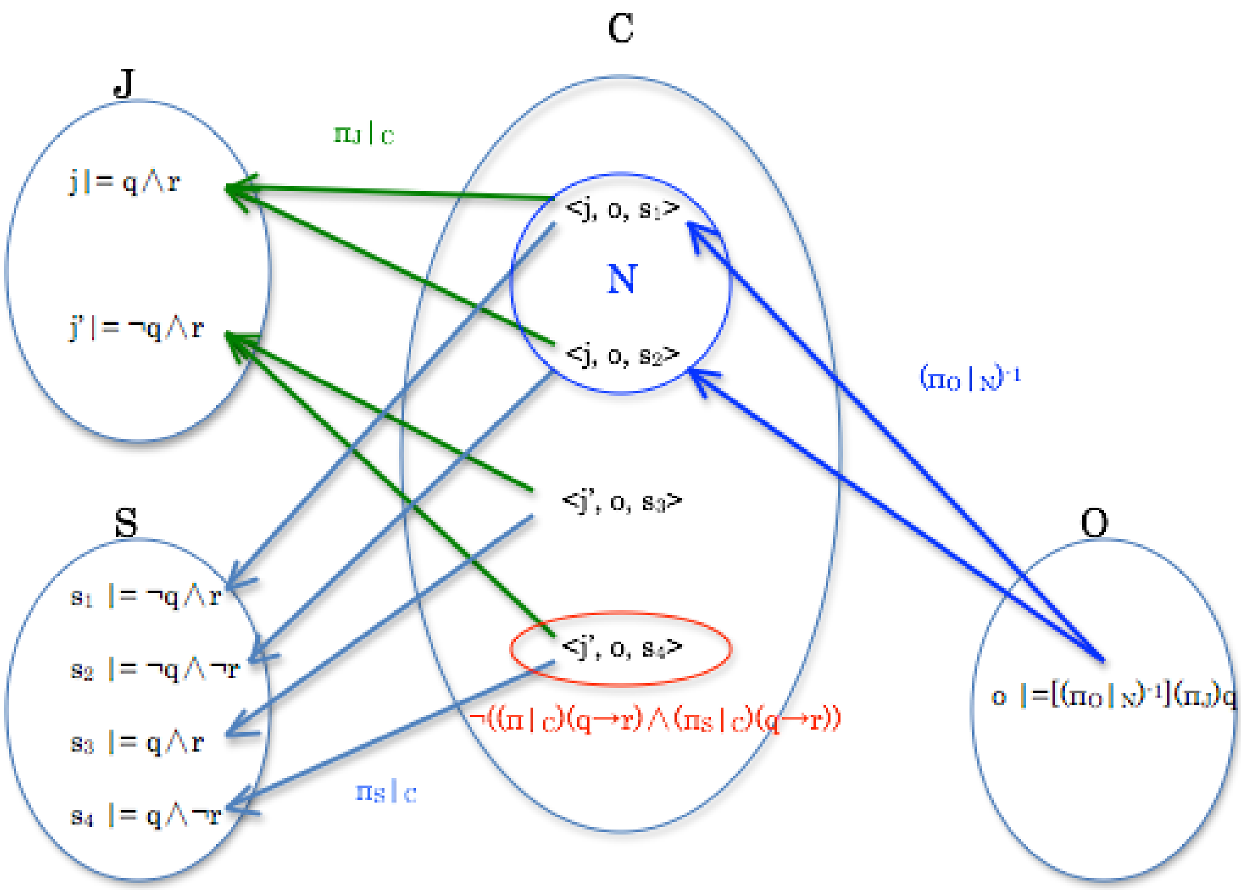

図 3.6

すると、このモデルのスミスの観察状態 o では、通常様相 $[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]$ の下で、次の推論が成り立つ。

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\overline{[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J|_{\mathrm{C}})q} \qquad [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J|_{\mathrm{C}})r}{[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_J|_{\mathrm{C}})q \wedge (\pi_J|_{\mathrm{C}})r)}}{[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_J|_{\mathrm{C}})q \to (\pi_J|_{\mathrm{C}})r)} \qquad \dfrac{\dfrac{\overline{[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}](\pi_J|_{\mathrm{C}})q} \qquad [(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_J|_{\mathrm{C}})q \to \neg(\pi_S|_{\mathrm{C}})q)}{[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]\neg(\pi_S|_{\mathrm{C}})q}}{[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_S|_{\mathrm{C}})q \to (\pi_S|_{\mathrm{C}})r)}}{[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_J|_{\mathrm{C}})(q \to r) \wedge (\pi_S|_{\mathrm{C}})(q \to r))}$$

これに対して、同じスミスの観察状態 o における——制約 (c_1) - (c_3) を満たす領域 C の範囲内での——懐疑論的様相 $[(\pi_O|_{\mathrm{C}})^{-1}]$ の下では、

$$\begin{array}{cc}
\neg[(\pi_O|_{\mathrm{C}})^{-1}](\pi_J|_{\mathrm{C}})q \qquad [(\pi_O|_{\mathrm{C}})^{-1}](\pi_J|_{\mathrm{C}})r & \neg[(\pi_O|_{\mathrm{C}})^{-1}](\pi_J|_{\mathrm{C}})q \qquad [(\pi_O|_{\mathrm{C}})^{-1}]((\pi_J|_{\mathrm{C}})q \to \neg(\pi_S|_{\mathrm{C}})q) \\
\neg[(\pi_O|_{\mathrm{C}})^{-1}]((\pi_J|_{\mathrm{C}})q \wedge (\pi_J|_{\mathrm{C}})r) & \neg[(\pi_O|_{\mathrm{C}})^{-1}]\neg(\pi_S|_{\mathrm{C}})q \\
[(\pi_O|_{\mathrm{C}})^{-1}]((\pi_J|_{\mathrm{C}})q \to (\pi_J|_{\mathrm{C}})r) & \neg[(\pi_O|_{\mathrm{C}})^{-1}]((\pi_S|_{\mathrm{C}})q \to (\pi_S|_{\mathrm{C}})r) \\
\end{array}$$

$$\neg[(\pi_O|_{\mathrm{C}})^{-1}]((\pi_J|_{\mathrm{C}})(q \to r) \wedge (\pi_S|_{\mathrm{C}})(q \to r))$$

である。これは、スミス（われわれ）が通常の状況で推論すれば、$(\mathrm{d}_1) = (\pi_J|_{\mathrm{C}})q$ も (e) $= (\pi_J|_{\mathrm{C}})(q \to r) \wedge (\pi_S|_{\mathrm{C}})(q \to r)$ も確実（$\underline{[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]}$ (d_1), $\underline{[(\pi_O|_{\mathrm{N}})^{-1}]}$ (e)）だが、（反例３）のシナリオが描く異常な状況では、それらはどちらも確実ではない（$\underline{\neg[(\pi_O|_{\mathrm{C}})^{-1}]}$ (d_1), $\underline{\neg[(\pi_O|_{\mathrm{C}})^{-1}]}$ (e)）、ということを、（反例２）の場合と全く同様に示している。

最後に、スミスが現実には偽な (d_1)「ジョーンズが採用される」にコミットした場合の有害な影響としては、ここでは例えば、[「ジョーンズが採用されるはずだ、それゆえ、自分は採用されないはずだ」と推論し、「自分は採用されない」ことにコミットする] → [やけ酒を飲む] → [問題を起こす] → [スミスの採用が取り消される] などを考えればよいだろう。

3.1.17 通常条件文の条件法論理による形式化と MSHL による形式化との関係

3.1.4 で、通常条件文「通常 φ なら ψ である」を $\varphi \mathrel{\Box\!\!\to} \psi$ と類比的に $\varphi \to_N \psi$ によって形式化する条件法論理の枠組みを見た。この節では、第??部での反事実条件文のハイブリッド時制論理 HTL_{CF} による形式化の基本構造を介して、条件法論理による通常条件文「通常 φ なら ψ である」の形式化と、以上の MSHL による「普通 φ なら ψ である」の形式化との関係に言及しておく（ただし、ここで「通常」と「普通」という表現の区別は本質的ではなく、本論文を通して両者の推論上の振る舞いを区別する必要性は生じない)。

まず、MSHL による「普通 φ なら ψ である」の形式化は、一般に次に仕方で与えられる。常識推論のエージェント Agent の情報空間 A とし、この常識推論エージェントが考察する領域の族 $\{X_i\}_{i \in I}$ を用意する。この A とこれら X_i 中の諸要素の可能な組み合わせすべてから成る集合を “コア（核）” と呼び、$C = \prod_{i \in I} X_i \times A$ とした上で[*21]、この C から領域 X_i, 情報空間 A への射影をそれぞれ $\pi_{X_i} : C \to X_i$, $\pi_A : C \to A$ とする。このとき、常識推論のエージェントが使用する通常条件文「普通 φ なら ψ である」は、

$$[(\pi_A|_{\mathrm{N}})^{-1}](\varphi \to \psi)$$

によって表現できる。ここで、N は C の部分集合であり、可能な全体の状況のうち、常識推論エージェントにとって「通常」とされる状況の集合が意図されている。その上で $\pi_A|_{\mathrm{N}}$ は C から常識推論エージェントの情報空間 A への射影 π_A の N 制限である。また、φ も ψ も C 上の状況を表す式であり、そのソートは C である。

この設定により例えば、「普通、鳥は飛ぶ」は、考察の対象となる個体の議論領域を U

[*21] $\prod_{i \in I} X_i$ は X_i たちの集合論的積、つまり $X_i \times X_j \times X_k \times \ldots$ $(i, j, k, \ldots \in I)$, 厳密には $\{f : I \to \bigcup_{i \in I} X_i \mid f(i) \in X_i \text{ for each } i \in I\}$ を表す。

とすると、$C = U \times A$、$\varphi := (\pi_U)bird,\ \psi := (\pi_U)fly$ として、

$$[(\pi_A|_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_U)bird \to (\pi_U)fly)$$

となる。この場合、$\mathrm{N} \subseteq C = U \times A$ は、常識推論のエージェントにとっての、典型的な対象の与えられ方、あるいは標準的な対象の標本空間、と考えるのがよいだろう。このとき、MSHL はハイブリッド言語であるため、$Tweety$ を U 中の個体の名前を表すノミナルとして使用できる。するとわれわれは、

$$[\pi_A^{-1}](\pi_U)(Tweety \to bird)$$

つまり

$$[\pi_A^{-1}]((\pi_U)Tweety \to (\pi_U)bird)$$

によって、常識推論のエージェントに「Tweety は鳥である」という確実な情報が与えられていることを表現できることになる[*22]。ところで、$(\pi_A|_{\mathrm{N}})^{-1} \subseteq \pi_A^{-1}$ より、ソート C の任意の式 φ について、

$$[\pi_A^{-1}]\varphi \to [(\pi_A|_{\mathrm{N}})^{-1}]\varphi$$

であり、また、正規様相演算子の公理 K より、任意のソート C の式 φ, ψ について、

$$[(\pi_A|_{\mathrm{N}})^{-1}](\varphi \to \psi) \to ([(\pi_A|_{\mathrm{N}})^{-1}]\varphi \to [(\pi_A|_{\mathrm{N}})^{-1}]\psi)$$

であるから、

$$\frac{\begin{array}{c}[\pi_A^{-1}]((\pi_U)Tweety \to (\pi_U)bird) \\ [(\pi_A|_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_U)bird \to (\pi_U)fly)\end{array}}{[(\pi_A|_{\mathrm{N}})^{-1}]((\pi_U)Tweety \to (\pi_U)fly)}$$

が成り立つ。これは、「Tweety が鳥であることは確実である」と「普通（= 標準的な対象の与えられ方を想定すれば）、鳥は飛ぶ」とから、「普通の状況を考えれば（= 標準的な対象の与えられ方を想定すれば）、Tweety は飛ぶ」が結論することを表している。

さて、MSHL の自然な拡張として「↓」束縛子を導入した体系が考えられるが、もしこの体系が得られたとすると、通常条件文「普通 φ なら ψ である」の形式化

$$[(\pi_A|_{\mathrm{N}})^{-1}](\varphi \to \psi)$$

[*22] $[\pi_A^{-1}](\pi_U)(Tweety \to bird)$ の $Tweety \to bird$ の部分は $@_{Tweety}bird$ と同値である。

は、「↓」束縛子の公理

$$\vdash @_a(\downarrow x.\varphi \leftrightarrow \varphi[x := a])$$

によって、次の式と同値になる。

$$\downarrow x.[\pi_A^{-1}]((\pi_A|_{\mathrm{N}})x \to (\varphi \to \psi)) \tag{3.2}$$

これは、「常識推論エージェント A の現段階の情報状態を x とすると、x がそこから分離された一側面であるような、可能な全体の状況に遡行したとき、そこが通常の状況であれば、$\varphi \to \psi$ が成り立つ」ことを述べている。

ここで、前件に作用を含まない反事実条件文「φ だったら ψ だったのに」の弱い形

(CW) 「φ だったら ψ だったのに」(φ を実現する時間系列への分岐時点が過去に存在することを含意しない場合)
$\downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x \to$
(a) $F(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \;\&\; \varphi \;\&\; F\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x) \;\&$
(b) $G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to (\varphi \to G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to \psi))))$

を思い出そう。この (CW) から活性部分 (a) を落としてさらに弱めた形が、次の (CWW) である。

$$\text{(CWW)}\ \ \downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x \to G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to (\varphi \to G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to \psi))))$$

さらに、 (CWW) で条件節の基準時 R_1 と帰結節の基準時 R_2 を分岐時点 R_0 と一致させると、つまり R_0=R_1=R_2 とすると、

$$\downarrow x.H(\langle \mathrm{R}_0^{-1}\rangle x \to (\varphi \to \psi)) \tag{3.3}$$

が得られる。

すると、(3.2) と (3.3) の式構造の対応はもはや明らかだろう。対応点は二つある。一つ目は、(3.3) で「現在から過去への遡行」を表す 'H' が、(3.2) では「与えられた側面から全体への遡行」を表す '$[\pi_A^{-1}]$' になっている。二つ目は、(3.3) で遡行先の過去から見た現在に対する関係 'R_0^{-1}'、つまり「R_0 で参照されている」という関係が、(3.2) では遡行先の全体から見た与えられた側面に対する関係 '$\pi_A|_{\mathrm{N}}$'、つまり「通常の状況 N の中から射影している」になっている。言い換えれば、(3.3) では遡行先が過去の時点の中から話者に関心のある時点として指定されているのに対応して、(3.2) ではそれが可能な全体

の状況の中から話者に通常であると思われる状況として指定されている、ということである。ただし、ここでの構造的相違は、前者の過去への遡行が線形であるのに対して、後者の全体への遡行がそうではない、ということである。

以上の観察は、反事実条件文「事実に反して φ だったら ψ だろう」と通常条件文「通常 φ なら ψ である」との類比性の根拠が、次の一般的事実のうちにあることを示唆しているだろう。つまりその一般的事実とは、「側面」が「全体」からのみ生成されるのと同様、「現在」もまた「過去」からのみ生成されるとすれば、生成されたものから、それを生成したものについての、関心のある性質を推論するためには、われわれは一般にその生成プロセスの遡行先を参照しなければならないが、しかし一般にその遡行先の可能性は無数に開かれているので、そのためにわれわれは、その可能性の範囲を適切に限定しなければならない、という当然の事実である。

3.2 Red Barn 問題

3.2.1 Red Barn 問題と認識論的閉包原理

この章では、認識論的幸運 Epistemc Luck の問題に対する以上の MSHL による分析の一般性・有効性を示唆する例として、1980 年にクリプキが提起した Red Barn 問題を取り上げる。

(Red Barn)

私が見知らぬ田舎をドライブしていたとしよう。このとき実は私には知られていないことだが、その田舎には本物と見分けがつかない精巧なハリボテの納屋が散在していた。そして私は車の窓からたまたま目に入ったものが納屋だと気付いた。私は納屋の知覚をもっているので、私の目に入ったものが納屋であると信じた。このとき、われわれの直観では、私は自分の知覚の対象が納屋であると知っているとは言えないだろう。

しかし、実はさらに私には知られていないことだが、その村では赤いハリボテの納屋は一つも置かれていなかった。つまり、赤い納屋はすべて本物だったのである。そして偶然、私の目に入ったものは赤いということもまた、私は覚えていた。それゆえ私は自分の知覚の対象が「赤い納屋」であることを知っていることになるだろう。とすると、しかし、私の知覚の対象が「赤い納屋」であることはそれが「納屋」であることもただちに含意するので、私は自分の知覚の対象が「納屋」であることも知っていることになるはずである。

だが、先にわれわれの直観では、私は自分の知覚の対象が納屋であることは知らないこ

とになっていた。これは私の知っている内容がただちに含意することを私自身が知らないことになり、明らかに不合理な事態である。

この Red Barn 問題は、次の認識論的閉包原理（The Epistemic Closure Principle）

（ECP）ϕ が知識であり、ϕ から ψ が論理的に帰結するならば、ψ も知識である

の強力な反例とされてきた。というのも、いま、

$b :=$ 私の知覚の対象は納屋である
$r :=$ 私の知覚の対象は赤い

としよう。直観的には、偽物の納屋が散在する中で、それを知らずに納屋の知覚によって形成された私の信念内容 b は知識ではない。しかし、同時に私の知覚表象が赤かったことによって形成されている私の信念内容 $b \wedge r$ は、正当化された真なる信念であり、したがって JTB によれば知識である。なぜなら、この信念は私の知覚によって正当化されており、さらに実は、この村では赤い納屋に見えるものは、事実すべてハリボテの偽物ではなく、本物の赤い納屋だった、つまり事実 $b \wedge r$ だったからである。ところで、$b \wedge r$ は b を論理的に帰結する。これと私の信念内容 $b \wedge r$ が知識であることと（ECP）より、私の信念内容 b も知識でなければならないだろう。実際、私の信念様相を $\Box$ とすると、信念論理による私の信念 $\Box(b \wedge r)$ からの私の信念 $\Box b$ の形成プロセスとその外の事実は、ぴったり対応している。

$$\frac{\begin{array}{c}\Box(b \wedge r) \\ \Box((b \wedge r) \to b)\end{array}}{\Box b}\ \text{（信念）} \qquad \frac{\begin{array}{c}b \wedge r \\ (b \wedge r) \to b\end{array}}{b}\ \text{（事実）}$$

左の図式は信念論理における妥当な推論である。したがって、$\Box(b \wedge r)$ が知識であるなら、$\Box b$ もまた知識でなければならない。しかし、繰り返しになるが、この私の信念 $\Box b$ だけみれば、他の赤くない偽物の納屋に囲まれた中でそれを知らず納屋の知覚によって形成された私の信念 $\Box b$ は、直観的に知識ではない。したがって、単純な信念論理による形式化では、$\Box b$ は知識であるとも知識でないともいえることになってしまう。こうしてこの問題では、われわれの直観と（ECP）を両立させせることが極めて困難であるとされてきた。

3.2.2　MSHL によるモデル化と形式化 (1)

これに対しわれわれはまず、Red Barn 問題の構造を正確に記述するクリプキネットワークモデルを、次によって与える。

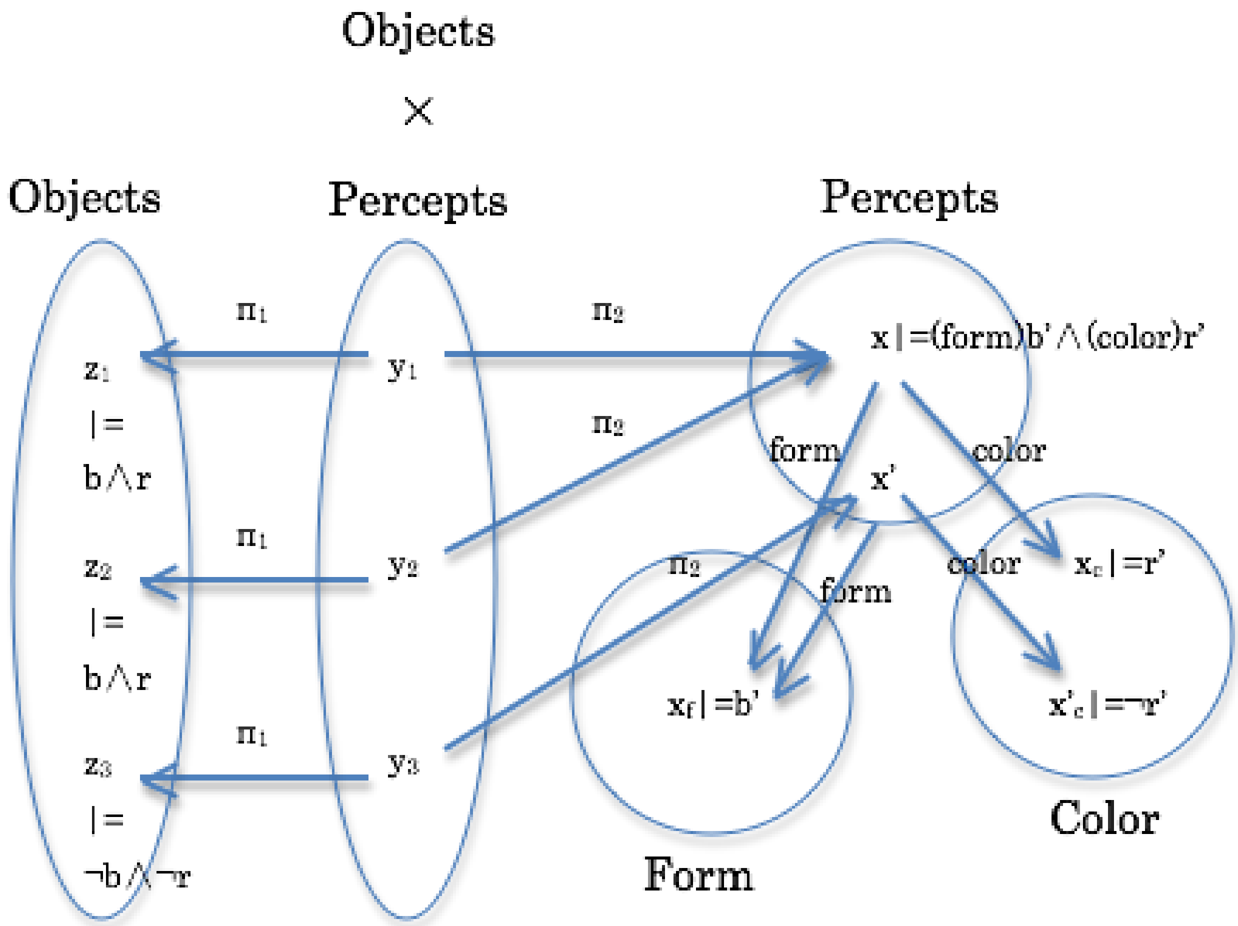

図 3.7

上の図で、Percepts は私の可能な知覚表象の集合、Objects は私の知覚表象に対する可能な対象の集合を表すものとする。Form は形態の知覚表象の集合、Color は色の知覚表象の集合を表すものとする。Percepts 中の私の知覚表象の一つ一つは、一般にはこれら形態、色、あるいは他の諸々の知覚カテゴリーに属する表象の組から成る、これらの諸要素の「総合」と考えてよい。ここでは、私の現実の知覚表象 x を、たとえば $x = \langle x_f, x_c \rangle$ として、形態の表象 x_f と色の表象 x_c の対として考えれば十分である。すると、form は知覚表象 Percepts から形態 Form への射影、color は知覚表象 Percepts から色 Color への射影、と考えればよい。すなわち、たとえば $\mathrm{form}(x) = \mathrm{form}(\langle x_f, x_c \rangle) = x_f$ であり、$\mathrm{color}(x) = \mathrm{color}(\langle x_f, x_c \rangle) = x_c$ である。このとき、形態 Form に関する命題 b' と、色 Color に関する命題 r' を、

b' := 納屋の形（の表象）である
r' := 赤い色（の表象）である

とすれば、

$$x \models (\mathrm{form})b' \wedge (\mathrm{color})r'$$

は、「私の現実の知覚表象 x は、形態は納屋の形であり、色は赤い」を表す。この知覚表象 x に対して、Red Barn 問題のシナリオでは現実のものとならなかったにもかかわらず、十分ありえた私の可能な知覚表象が、$x' = \langle x'_f, x'_c \rangle$ であり、

$$x' \models (\mathrm{form})b' \wedge (\mathrm{color})\neg r'$$

と設定できる。つまりこれは、「私の可能な知覚表象 x' は、形態は納屋の形であるが、色は赤くない」を表している。

他方、対象 Objects の側では、少なくとも可能な対象 z_1, z_2, z_3 が存在すると考えておくことができる。z_1, z_2 は本物の赤い納屋、z_3 は赤くない偽物の納屋、つまり赤くない納屋のハリボテである。私の現実の知覚表象 x はシナリオ上「赤い納屋」の表象であり、偽物の「赤い納屋」は存在しないことから、私の現実の知覚表象 x と結びつきうる対象としては本物の赤い納屋 z_1, z_2 のみが考えられ、偽物の納屋 z_3 と結びつくことは可能性として排除されている。したがって、私の現実の表象 x と可能な対象との組み合わせは、$y_1 = \langle x, z_1 \rangle$ および $y_2 = \langle x, z_2 \rangle$ である。対して、「赤くない納屋」の私の可能な表象 x' とそれと結びつく可能な対象との組み合わせは、$y_3 = \langle x', z_3 \rangle$ のみである。なぜなら、ここでは色の赤さの表象については対象との確実な対応づけが想定されており、赤くない表象 x' と結びつくことができる赤くない対象は、z_1, z_2, z_3 のうち z_3 だけだからである。

さて、このとき Objects × Percepts から Objects への射影を π_1、Objects × Percepts から Percepts への射影を π_2、とする。いま対象 Objects に関する命題 b, r を

$b :=$ 納屋である
$r :=$ 赤い

とすれば、モデル上で次が成り立っている。

$$x \models [\pi_2^{-1}]((\pi_2)((\mathrm{form})b' \wedge (\mathrm{color})r') \to (\pi_1)(b \wedge r))$$

これは、私の現実の知覚表象 x において、それと結びつきうる対象とのどんな可能な組み合わせについても、表象の側で「形態が納屋、色が赤」であれば、必ず、それと結びつきうる対象の側では、「納屋であり赤い（赤い納屋である)」が成り立つ、ということを述べている。そしてこの

$$[\pi_2^{-1}]((\pi_2)((\mathrm{form})b' \wedge (\mathrm{color})r') \to (\pi_1)(b \wedge r)) \cdots (i)$$

は、私が信じている常識的相関関係

$$(\pi_2)((\mathrm{form})b' \wedge (\mathrm{color})r') \to (\pi_1)(b \wedge r)$$

が、確実であることを表している。また、私に与えられている、自分のもつ知覚表象 x が「納屋の形で赤い」という情報は、

$$(\mathrm{form})b' \wedge (\mathrm{color})r' \cdots (ii)$$

と表される。これら $(i), (ii)$ を合わせたとき、MSHL で、

1. $(\mathrm{form})b' \wedge (\mathrm{color})r'$	前提
2. $[\pi_2^{-1}]((\pi_2)((\mathrm{form})b' \wedge (\mathrm{color})r') \to (\pi_1)(b \wedge r))$	前提
3. $((\mathrm{form})b' \wedge (\mathrm{color})r') \to [\pi_2^{-1}](\pi_2)((\mathrm{form})b' \wedge (\mathrm{color})r')$	公理
4. $[\pi_2^{-1}](\pi_2)((\mathrm{form})b' \wedge (\mathrm{color})r')$	2,3, MP
5. $[\pi_2^{-1}](\pi_2)((\mathrm{form})b' \wedge (\mathrm{color})r') \to [\pi_2^{-1}](\pi_1)(b \wedge r)$	1, 公理 K
6. $[\pi_2^{-1}](\pi_1)(b \wedge r)$	4,5 MP
7. $b \wedge r \to b$	公理
8. $[\pi_2^{-1}](\pi_1)(b \wedge r \to b)$	$7, (\pi_1), [\pi_2^{-1}]$, 必然化
9. $[\pi_2^{-1}](\pi_1)(b \wedge r) \to [\pi_2^{-1}](\pi_1)b$	$8, (\pi_1), [\pi_2^{-1}]$, K 公理
10. $[\pi_2^{-1}](\pi_1)b$	6,9 MP

により、

$$(\mathrm{A})\ [\pi_2^{-1}](\pi_1)b$$

が帰結する。これは、現在の私の知覚と結びついている対象が、確実に納屋である、ということを表している。実際、モデル上で

$$x \models [\pi_2^{-1}](\pi_1)b$$

でもあり、これは「自分の知覚の対象が納屋である」という私の信念内容

$$(\mathrm{A'})\ (\pi_1)b$$

が真に確実であるということを示している。

3.2.3 MSHL によるモデル化と形式化 (2)

だが私は、問題のシナリオで通りがかった村では、確実でない信念内容をもっているとも考えられる。というのも、通常、納屋に見えるものが納屋であると判断するのに、色は考慮されず、したがって今の場合も、私は赤い納屋に見えるものが納屋であることを、赤い色などに関係なく、納屋の形態によって判断しているだろうからである。それゆえ私は、今のシナリオで通りがかったこの村でも、納屋の形態をもつ表象はどれも必ず、その色に関わらず、本物の納屋と結びついている、と信じているだろう。これは、現実の私の

知覚表象 $x = \langle x_f, x_c\rangle$ のうち、形態成分 x_f の方で、それに結びつく対象はどれも納屋であると私が判断している、ということである。このとき、実際には形態成分 x_f は、他の赤くない納屋の可能な表象、たとえば上のモデル上では x' の形態成分にもなっている。そしてこの x' は、赤くない納屋のハリボテ z_3 と結びついている。つまり、納屋の形態表象 x_f は、可能な赤くない納屋の総合的表象 x' を経由して、偽物の納屋 z_3 と結びついている。これを見やすくするために、いま、Objects × Percepts から Form への関数 π_3 を、射影 π_2 と射影 form の合成関数とする、つまり $\pi_3 = \mathrm{form} \circ \pi_2$ とする。この π_3 によって上のモデルを現実の私の知覚表象 x の視点から書き直しておく。

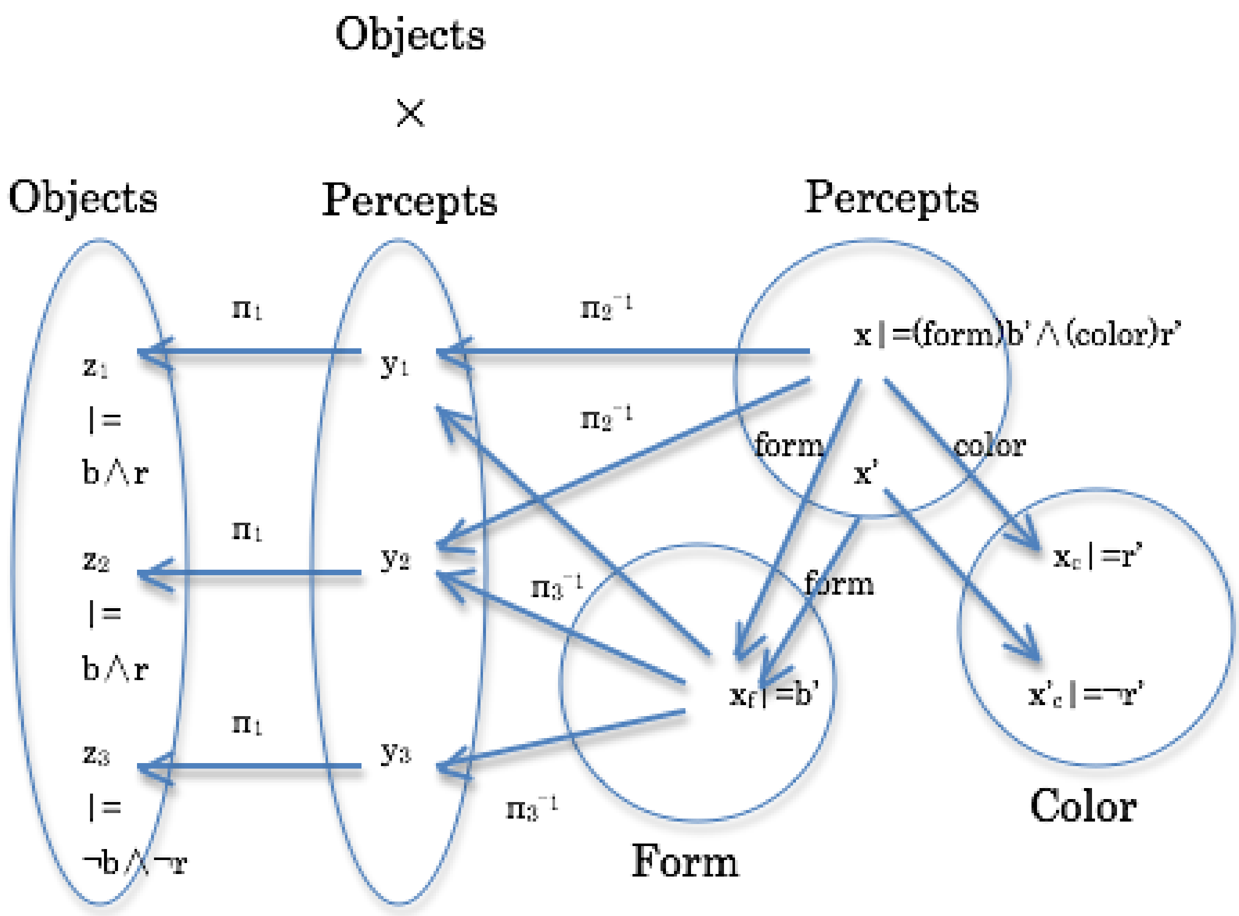

図 3.8

上のモデルから、x_f は π_3 と π_1 を通じて偽物の納屋 z_3 と結びついている。そしてこれは本物の納屋ではないため、$z_3 \models \neg b$ となっている。これより、モデル上の事実としては

$$x \models (\mathrm{form})\langle \pi_3^{-1}\rangle(\pi_1)\neg b$$

が成り立ち、

$$(\text{form})\langle\pi_3^{-1}\rangle(\pi_1)\neg b \leftrightarrow \neg(\text{form})[\pi_3^{-1}](\pi_1)b$$

より、

$$x \models \neg(\text{form})[\pi_3^{-1}](\pi_1)b$$

が成り立っている。これに対し、「納屋の形態をもつ表象は、どれも確実に、本物の納屋と結びついている」という、このシナリオで実は偽な相関関係の確実性は、

$$(\text{form})[\pi_3^{-1}]((\pi_3)b' \to (\pi_1)b) \cdots (i')$$

によって表される。また私は、先程と同じく、自分のもつ知覚表象 x が「納屋の形で赤い」、

$$(\text{form})b' \wedge (\text{color})r' \cdots (ii)$$

という情報をもっている。これら $(i'), (ii)$ を合わせたとき、MSHL のシステムで

1. $(\text{form})b' \wedge (\text{color})r'$	前提
2. $(\text{form})[\pi_3^{-1}]((\pi_3)b' \to (\pi_1)b)$	前提
3. $(\text{form})b' \wedge (\text{color})r' \to (\text{form})b'$	公理
4. $(\text{form})b'$	1,3 MP 前提
5. $b' \to [\pi_3^{-1}](\pi_3)b'$	公理
6. $(\text{form})(b' \to [\pi_3^{-1}](\pi_3)b')$	(form) 必然化
7. $(\text{form})b' \to (\text{form})[\pi_3^{-1}](\pi_3)b'$	4, 公理 K
8. $(\text{form})[\pi_3^{-1}](\pi_3)b'$	2,5 MP
9. $(\text{form})[\pi_3^{-1}](\pi_3)b' \to (\text{form})[\pi_3^{-1}](\pi_1)b)$	1, 公理 K
10. $(\text{form})[\pi_3^{-1}](\pi_1)b$	6,7 MP

となり、結局、

$$\text{(B)}\ (\text{form})[\pi_3^{-1}](\pi_1)b$$

が演繹される。これは、私のもつ表象について、その表象の形態の側面によって判断したとき、その表象の形態と結びつく対象はどれも納屋である、という情報を表している。しかしこの情報は、先のモデル上の事実

$$x \models \neg(\text{form})[\pi_3^{-1}](\pi_1)b$$

によって、明らかに偽である。こうして、一方で知覚表象の形態のみに基づく情報と、他方で事実を比較すると、

$$\dfrac{\begin{array}{c}(\mathrm{form})b' \wedge (\mathrm{color})r' \\ (\mathrm{form})[\pi_3^{-1}]((\pi_3)b' \to (\pi_1)b)\end{array}}{(\mathrm{B})\ (\mathrm{form})[\pi_3^{-1}](\pi_1)b}\ \text{（情報）} \qquad \dfrac{\begin{array}{c}(\mathrm{form})b' \wedge (\mathrm{color})r' \\ \neg(\mathrm{form})[\pi_3^{-1}]((\pi_3)b' \to (\pi_1)b)\end{array}}{\neg(\mathrm{form})[\pi_3^{-1}](\pi_1)b}\ \text{（事実）}$$

となる。ここで、事実の側で

$$\neg(\mathrm{form})[\pi_3^{-1}]((\pi_3)b' \to (\pi_1)b)$$

が成り立っていることは、$y_3 \models (\pi_3)b' \wedge (\pi_1)\neg b$ と $(\pi_1)\neg b \leftrightarrow \neg(\pi_1)b$ より $y_3 \models (\pi_3)b' \wedge \neg(\pi_1)b$、つまり $y_3 \models \neg((\pi_3)b' \to (\pi_1)b)$、これと $\pi_3(y_3) = x_f$ より $x_f \models \langle\pi_3^{-1}\rangle\neg((\pi_3)b' \to (\pi_1)b)$、つまり $x_f \models \neg[\pi_3^{-1}]((\pi_3)b' \to (\pi_1)b)$、これと $\mathrm{form}(x) = x_f$ より $x \models (\mathrm{form})\neg[\pi_3^{-1}]((\pi_3)b' \to (\pi_1)b)$、これと $(\mathrm{form})\neg\varphi \leftrightarrow \neg(\mathrm{form})\varphi$ より $x \models \neg(\mathrm{form})[\pi_3^{-1}]((\pi_3)b' \to (\pi_1)b)$ によって、モデル上で確かめられる。

3.2.4　命題による「投射」と「操作」の連続性

以上から、この Red Barn 問題でも、常識的相関関係の偽な確実性に基づく、不確実な情報が潜在していた、と解釈することができる。だが他方で、Red Barn 問題のシナリオには、3.2.2 で見た通り、「赤い納屋」の表象と「赤い納屋」の実物との、真に確実な相関関係に基づいた、真に確実な情報

$$(\mathrm{A})\ [\pi_2^{-1}](\pi_1)b$$

もまた存在していたことを思い出そう。この演繹は

$$\dfrac{\begin{array}{c}(\mathrm{form})b' \wedge (\mathrm{color})r' \\ [\pi_2^{-1}]((\pi_2)((\mathrm{form})b' \wedge (\mathrm{color})r') \to (\pi_1)(b \wedge r))\end{array}}{(\mathrm{A})\ [\pi_2^{-1}](\pi_1)b}$$

に要約される。こうして

$$(\mathrm{A})\ [\pi_2^{-1}](\pi_1)b$$

は真に確実な情報であるが、他方で

$$(\mathrm{B})\ (\mathrm{form})[\pi_3^{-1}](\pi_1)b$$

は不確実な情報であることがいえた。そこで、この 2 つの式をよく見比べてみよう。するとこれらはたしかに、必然性の様相演算子のみを介して、「b」という、対象に関する命題内容に到達している、つまりどちらも私の見た対象が確実に「b」つまり「納屋である」こ

とを述べている点は共通といえる（関数様相 (-) は必然性も可能性も一致した様相であることに注意)。しかしそれにもかかわらず、これら (A), (B) の情報はまったくの別物であり、たとえ私がこれら (A), (B) の情報を両方同時にもつとしても何ら矛盾は生じない。というのも、上の MSHL による形式化では、私の知覚状態と「b（納屋である)」という対象の性質との「結びつき方」までもが書き込まれており、それを見れば、これら (A), (B) の表す 2 つの情報は、私の知覚状態と対象の「b（納屋である)」という性質との「結びつき方」に関して、その内容をまったく異にするからである。特に (B) の '(form)' 部分は、「b（納屋である)」という対象の性質が、私の総合的知覚表象のうち、「形態」部分の確実性を介して、私の知覚状態と結びついていることを明示している。それに対して (A) の方は、私の総合的知覚表象が総合されたままでの確実性を介して、私の知覚状態が対象の「b（納屋である)」という性質と結びついていることを明示している。

以上の MSHL による精確な分析によって、Red Barn 問題は、何ら認識論的閉包原理

（ECP） ϕ が知識であり、ϕ から ψ が論理的に帰結するならば、ψ も知識である

の反例とはならない、ということが判る。なぜなら、「私の知覚表象は、納屋の形であり、赤い色である」という真なる情報

$$\Phi := (\text{form})b' \wedge (\text{color})r'$$

は、この環境での表象と対象との真に確実な相関関係を前提にした場合、「私の知覚の対象は、私の総合的知覚表象を介せば、確実に納屋である」

$$\text{(A)}\ [\pi_2^{-1}](\pi_1)b$$

という、$(\pi_1)b$ という情報の真なる確実性を帰結するからである。

他方 Φ は、この環境での表象と対象との、真に確実でない相関関係、つまり、不確実な相関関係を前提した場合、「私の知覚の対象は、私の総合的知覚表象のうち、形態部分を介せば、確実に納屋である」

$$\text{(B)}\ (\text{form})[\pi_3^{-1}](\pi_1)b$$

という、$(\pi_1)b$ という情報の偽な情報の確実性を帰結する。しかし、このことは何ら矛盾ではない。

このとき、Red Barn 問題は、認識論的閉包原理の問題ではなく、それとはまったく別の、より一般的な問題を提示している、ということがわかる。というのも、Φ から (A) と (B) への推論は、それぞれ次の 3 ステップによって要約できる。

(A)	(B)
1. $(\mathrm{form})b' \wedge (\mathrm{color})r'$	1. $(\mathrm{form})b' \wedge (\mathrm{color})r'$
2. $[\pi_2^{-1}](\pi_1)(b \wedge r)$	2. $(\mathrm{form})b'$
3. $[\pi_2^{-1}](\pi_1)b$	3. $(\mathrm{form})[\pi_3^{-1}](\pi_1)b$

ここで、(A) の導出の 1 行目と 2 行目で、1 行目の知覚に関する原子命題 b', r' が、2 行目では対象に関する原子命題 b, r に置き換わっている。同様に、(B) の導出の 2 行目と 3 行目でも、2 行目の知覚に関する原子命題 b' が、3 行目では対象に関する原子命題 b に置き換わっている。これらの移行は技術的に見ると、一般に様相論理の文脈では「無様相」もまた「現実性」という退化した様相であると考えれば、現実性を別の様相——(A) では二重様相 $[\pi_2^{-1}](\pi_1)$、(B) では二重様相 $[\pi_3^{-1}](\pi_1)$）——へと変換する「様相推論 modal inference」となっている。この様相変換に伴って、様相文脈内の原始命題のソートもまた変換されるわけである。このように、一般に与えられた領域に関する命題から、様相変換によってそれとは別の領域に関する命題を導出する操作のことを、「命題による投射 projecton through proposition」と呼び、厳密な定義は措いて、Proj(-) と図式的に表そう。

また、(A) の 導出の 2 行目と 3 行目で、対象に関する命題に関して、$\wedge$ を除去する論理的操作が施されている。同様に、(B) の導出の 1 行目と 2 行目でも、知覚に関する命題に関して、$\wedge$ を除去する論理的操作が施されている。これらの操作は、ここでも一般に様相論理の文脈では「無様相」もまた「現実性」という退化した様相であると考えれば、ある様相文脈内—— (A) では二重様相 $[\pi_2^{-1}](\pi_1)$ の内側、(B) では無様相つまり現実性の内側）——で命題論理の論理的操作を行う「様相文脈内推論 inference within a modal context」となっている。このように、ある様相文脈内に閉じた、つまり、その様相文脈が表す領域についての命題に対する、その領域内での「論理的操作 logical operation」一般を、これも厳密な定義は措いて、Logic(-) と図式的に表そう。

すると、$\Phi := (\mathrm{form})b' \wedge (\mathrm{color})r'$ から (A) と (B) を導出する推論は、それぞれ

(A)	(B)
1. Φ	1. Φ
2. $\mathrm{Proj}(\Phi)$	2. $\mathrm{Logic}(\Phi)$
3. $\mathrm{Logic}(\mathrm{Proj}(\Phi))$	3. $\mathrm{Proj}(\mathrm{Logic}(\Phi))$

という形の手続きをとっていることが明らかになる。これにより、(A) の導出が知覚に関する情報から対象に関する情報を導出してから、次にそれに対して論理的操作を施しているのに対し、(B) の導出は逆に、知覚に関する情報に対して論理的操作を施してから、次にそこから対象に関する情報を導出している、という構造がはっきりと見て取れる。

Red Barn 問題の MSHL による分析は、こうして、当初は見て取れなかった問題の重要性を浮かび上がらせる。つまり、MSHL による分析によれば、この問題の重要性は、

(ECP) の強力な反例となるということではない（むしろ反対に (ECP) は厳密に守られる)。そうではなく、この問題の重要性は、異なる領域（ここでは知覚と対象の領域）の間にまたがる、「命題による投射 projecton through proposition」[*23]と「論理的操作 logical operation」の連続性（構造保存・準同型性）という、日常的な情報の計算プロセスにおいても本来保たれるべき基本的な代数構造——その反例モデルの構成、ということにあることがわかる。

「命題による投射」と「論理的操作」の連続性（構造保存・準同型性）とは、今の文脈では、知覚に関する命題を対象に関する命題へ投射してからそれに論理的操作を施しても、逆に、知覚に関する命題に論理的操作を施してからそれを対象に関する命題へ投射しても、その結果出てくる命題内容の確実性は変わらない、ということである。そしてこれはおそらく、通常の場合、われわれの信念形成においても当然成り立つべき原理であろう。Red Barn の例に即して言えば、本来、(A) 先に知覚領域の命題「赤い納屋が見える」から対象領域の命題「赤い納屋がある」に投射して、次にそこから「納屋がある」を演繹しても、(B) 先に知覚領域の命題「赤い納屋が見える」から「納屋が見える」を演繹して、次にそれを対象領域の命題「納屋がある」に投射しても、結果として得られた「納屋がある」という命題内容の確実性は変わらないはずである。しかし、Red Barn の例では、この確実性に (A) と (B) で不一致が生じる場合があること、(A) では確実な命題内容に到達するが、(B) では確実でない命題内容に到達すること、このことが MSHL の分析によって得られた Red Barn 問題の要約である。

3.2.5 正当化論理 Justification Logic による分析との比較

以上の結果は、Artemov (2008; 2009) の正当化論理 Justification Logic (JL) による Red Barn 問題の分析の結果と、興味深い一致を見せている。正当化論理は、次のようないわば「正当化（証明・証拠）ターム」付きの論理式を導入する論理である。

$$t : F$$

この式は次のような読みをもつ。

「t は F の正当化（証明・証拠）である」

「t は当該の認知エージェントによって F の正当化（証明・証拠）として受容されている」

その上で、この論理の実質的な核となるのが、次の関数適用の構造と類比的な「適用公理 Application Axiom」である。

[*23] この「投射 projecton」の概念は、科学基礎論学会 2016 年度秋の研究例会プログラムにおいて行われた、岡本賢吾の提題「なぜポスト・カント論理哲学を 再評価するか」に基づく。

$$s : (F \to G) \to (t : F \to (s \cdot t) : G) \quad \cdots (App)$$

ここで $s \cdot t$ は、正当化 s を t に適用 application した結果の複合的な正当化を表す。するとこの公理の意味はすでに明らかであろう。つまり、この公理は、

「$F \to G$ の正当化 s を、$F \to G$ の前件 F の正当化 t に適用すれば、G の正当化 $s \cdot t$ が得られる」

ということを表している。これは、古典認識論理の公理 K

$$\Box(F \to G) \to (\Box F \to \Box G) \quad \cdots (\mathrm{K})$$

の一種の詳細化となっていることに気付かれるだろう。というのも、(K) における 1 番目の □ の現れが (App) の s に、2 番目の □ の現れが t に、そして 3 番目の □ の現れが s の t への適用 $s \cdot t$ に、対応しており、これらは古典認識論理における □ の「信じている」「知っている」という解釈に、「どんな正当化（証明・証拠）によって」信じているのか、知っているのか、という情報を付加したものと考えられるからである。しかも (App) に特筆すべきは、これによって、正当化付き条件文 $s : (F \to G)$ の、その前件 F が正当化されたものである $t : F$ への適用、つまり Modus Ponens に従って推論した場合に、その結果どのような正当化が累積して結論が生じるのかが、その結論部分 $(s \cdot t) : G$ に表示されることによって、その式の表す情報に随伴する正当化の累積を追跡できる、ということである。

さて、Red Barn 問題の分析にあたって Artemov [7] は、命題論理の任意の公理 A について、次の推論規則（公理の内化規則 Axiom Internalization）も仮定する。

$$\vdash A \quad \Rightarrow \quad \vdash a : A \quad \cdots (A\text{-}Int)$$

これは「どの公理 A についても、ある特定の正当化 a が存在する」ということを述べている（このような a を正当化定項（文脈に応じて証明定項・証拠定項）と呼ぶ）。この $(A\text{-}Int)$ を認めてやれば、先の (App) と、定理の演繹の長さに関する帰納法により、次の派生的な推論規則（定理の内化規則 Theorem Internalization）が公理についてだけでなく定理一般についても成り立つ。

$$\vdash F \quad \Rightarrow \quad \vdash t : F \quad \cdots (T\text{-}Int)$$

これは「どの定̇理 F についても、ある特定の正当化 t が存在する」ということを述べており、従ってこの $(T\text{-}Int)$ は、(App) と (K) の関係と同様に、古典認識論理の必然化規則 N

$$\vdash F \quad \Rightarrow \quad \vdash \Box F \quad \cdots (\mathrm{N})$$

に対して、$\Box$ の代わりに正当化ターム t を明示した、その一種の詳細化となっている。

以上の (App) と (A-Int) ないし (T-Int) という正当化論理の基本的道具立てから、Red Barn 問題は以下のように分析される。まず、

$b :=$ 私の目の前の対象は納屋である
$r :=$ 私の目の前の対象は赤い
$\Box\varphi :=$ 私は φ と知っている

としよう。すると古典認識論理では、

1. $\Box(b \wedge r)$	前提
2. $(b \wedge r) \rightarrow b$	公理
3. $\Box((b \wedge r) \rightarrow b)$	2, 必然化規則 N
4. $\Box(b \wedge r) \rightarrow \Box b$	3, 公理 K, MP
5. $\Box b$	1,4 MP

となり、この章の初めに確認した通り、結局 $\Box(b \wedge r)$（私は目の前の対象が納屋であり赤いことを知っている）は $\Box b$（私は目の前の対象が納屋であることを知っている）を論理的に帰結する。しかしこれは、納屋の偽物が散在する問題の状況下では、私は目の前の対象が納屋であることを知っている、とは言えない、つまり $\neg\Box b$ という直観的結果と矛盾する。

これに対し、正当化論理では、b（私の目の前の対象は納屋である）という情報の正当化と、$b \wedge r$（私の目の前の対象が納屋であり赤い）という情報の正当化を、それぞれ u, v として、区別して表現できる。つまり、

$$u : b$$
$$v : (b \wedge r)$$

と表示される。これは、われわれの MSHL による分析で言えば、b の根拠として、u が納屋の形態の知覚、$b \wedge r$ の根拠として、v が納屋の形態と色彩の複合的知覚、を表している、と考えればよい。そしてこのとき、正当化論理で

1. $v : (b \wedge r)$	前提
2. $(b \wedge r) \rightarrow b$	公理
3. $a : ((b \wedge r) \rightarrow b)$	2, (A-Int)
4. $v : (b \wedge r) \rightarrow (a \cdot v) : b$	3, (App), MP
5. $(a \cdot v) : b$	1,4 MP

となり、$v : (b \wedge r)$ からは——$u : b$ でなく——$(a \cdot v) : b$ が演繹されることがわかる。ここで、a は $\wedge$ に関する命題論理の公理 $(b \wedge r) \rightarrow b$ の正当化（証明？）ということになるが、この場合むしろ a は、われわれが有する $\wedge$ 除去という基本的論理操作の実践知・実

践能力と考えた方が見通しがよいだろう。このとき、$a \cdot v$ はこの a を v に適用した結果の、b に対する正当化（証明）である。すなわち、一方で

$$u : b$$

は b が納屋の形態の知覚 u にのみ基づいて得られた情報であることを示すのに対し、他方で

$$(a \cdot v) : b$$

は b が納屋の形態と色彩の複合的知覚 v に $\wedge$ 除去の実践能力 a を適用して得られた情報であることを示しており、これらは互いに何ら矛盾しない。したがって以上により、この場合の正当化論理における認識論的閉包原理

$$a : ((b \wedge r) \to b) \to (v : (b \wedge r) \to (a \cdot v) : b)$$

は遵守したまま、納屋の形態の知覚 u にのみ基づいて得られた情報 $u : b$ は知識とは言えないが、納屋の形態と色彩の複合的知覚 v に $\wedge$ 除去の実践能力 a を適用して得られた情報 $(a \cdot v) : b$ は知識と言える、という明晰な結果が得られる。

こうして、正当化論理による分析の結果と、MSHL による分析の結果の間には、明らかな対応が見られるだろう。すなわち、以上の結果は、正当化論理においても、納屋の形態と色彩の複合的知覚 v から対象に関する情報 $b \wedge r$ を投射して、そこから $\wedge$ 除去の実践能力 a によって b を演繹した場合は、この b は知識となるが、納屋の形態の知覚 u だけから対象に関する情報 b を投射した場合には、この b は知識とならない、ということになる。

この正当化論理による Red Barn 問題の要約は、あと一歩で、MSHL によるそれと、実質的に同じ内容となることが見て取れるだろう。この一歩とは、納屋の形態と色彩の複合的知覚 v と納屋の形態の知覚 u との間に存在するはずの、内的関係の表現である。すなわち、おそらく $b \wedge r$ の根拠は、この論理式そのものが複合的であることに対応して、複合的な——より正確には、より単純な根拠に分析可能な——根拠をもっているはずであろう。それが、納屋の形態と色彩の複合的な知覚 v であるはずであり、従って、この v は形態部分の知覚と色彩部分の知覚に分析可能な知覚である、と見るのが自然であろう。そこで v は本来、納屋の形態の知覚 u と、納屋の色彩の知覚を c として、この c との複合物である、という内部構造を備えていると考えるのが素直であろう。このことを試みに $v = u \otimes c$ として表現することにしよう。すると、このとき正当化ターム u, c に対して導入された、新たな二項演算 ‘$\otimes$’ に関する、次の公理が自然に思い付くであろう。

$$(u \otimes c) : (b \wedge r) \to u : b \quad \cdots (*L)$$
$$(u \otimes c) : (b \wedge r) \to c : r \quad \cdots (*R)$$

もし、このような公理によって正当化論理が問題なく拡張できたとすれば、その拡張された正当化論理の下で、次の単純な演繹（Modus Ponens）が成り立つだろう。

1. $(u \otimes c) : (b \wedge r)$	前提
2. $(u \otimes c) : (b \wedge r) \to u : b$	公理
3. $u : b$	1,2 MP

これはまさに、納屋の形態と色彩の複合的知覚 $v = u \otimes c$ から、まず、納屋の形態の知覚 u を分離（'$\otimes$' 除去）して、次に、その納屋の形態の知覚 u だけから、対象に関する情報 b を投射するプロセスを表しているものと考えられる。そして、問題の状況下では残念ながら、(1) 投射→ (2) 分離の順序でなく、この、(1) 分離→ (2) 投射という順序では、対象に関する確実な情報を、したがって知識を、獲得することができない——これが、上の $(*L)$ $(*R)$ によって拡張が成功した場合の正当化論理による、Red Barn 問題の要約である。

第 4 章

結論：以上の分析の哲学史における位置付け

4.1　命題による投射

Red Barn 問題の MSHL による分析を通じて得られた要約において、われわれは命題による「投射 projecton」という表現を導入した。この表現は、ウィトゲンシュタインの『論考』3.11-3.13 に登場する*1。

> 3.11　我々は、命題の感覚的に知覚可能な記号 (音声記号や文字記号など) を、可能的事態の投射として用いる。投射方法 (Projektionsmethode) とは、命題-意義 (Satz-Sinn) を思考することである。
>
> 3.12　... 命題とは、世界に対して投射関係に置かれた限りでの、命題記号である。
>
> 3.13　命題には、投射に属するすべてが属する。しかし、投射されたものは属さない。
> それゆえ、投射されたものの可能性は属するが、投射されたものそのものは属さない。

この表現を導入したのは、次の理由からである。すなわち、Red Barn 問題だけでなく、ゲティア問題の MSHL によるモデル化・形式化の全体を通じて、そこでは同時に、上のような引用によって『論考』に特徴づけられていると思われる「命題による投射 projecton through proposition」という現象のメカニズムが、限定的な文脈において部分的にでは

*1 上記脚注、科学基礎論学会 2016 年度秋の研究例会プログラム提題、岡本賢吾「なぜポスト・カント論理哲学を再評価するか」の典拠による。

あるが、ある一貫した単純な方法で、モデル化・形式化されている、と考えられるからである。その単純な方法とは、まずモデル論の側からいえば、次である。

(i) まず問題となる状況の構成要素となる、対象についての可能な状態の集合、つまりここでは構成要素となる対象についてのクリプキ構造、を用意する。これら構成要素となる対象は、一般に複数存在する。そしてこれらの対象の内には、われわれ認識主体（認知エージェント）も含まれうる。

(ii) 問題となる状況を、これら各々の対象の可能な状態、その可能な組み合わせの総体と考える。この各々の対象の可能な状態の、可能な組み合わせの総体、それ自体が、一個のクリプキ構造となる。これを「コア core」と呼ぶことにする[*2]。したがって、コアとなるクリプキ構造 C には、それを構成するたとえば対象 A と対象 B の、各々の可能な状態の可能な組み合わせが、すべて収納されている。

(iii) このとき、A のある状態 s が A の現実の状態であるとすれば、この状態 s と組み合わせられうる、B の可能な状態が一般に複数存在する。これらを単純化のため有限個とし、$t_1, t_2, ..., t_n$ とする。

(iv) いま、s で φ が成り立つとき、$t_1, t_2, ..., t_n$ のすべてで ψ が成り立つという、A の状態 s と B の状態の組み合わせに関する「制約 constraint」が与えられたしよう[*3]。すると、この制約の成立自体は偶然であるかもしれないが、この制約が s と $t_1, t_2, ..., t_n$ の間にただ局所的に成立しているというだけで、A の現実の状態 s が事実 φ であった場合に、B の状態が ψ であることは、もはや偶然ではない。なぜなら、そのとき A の現実の状態 s に対する B の可能な状態は $t_1, t_2, ..., t_n$ であり、そのすべてで ψ だからである。

(v) この制約によって、対象 A の現実の状態 s が φ であることは、それに対する対象 B の可能な状態のすべてが ψ であることを含意する。このとき、s における命題 φ を映写機の光源（=投射するもの）、対象 B のクリプキ構造全体をスクリーン、その部分集合 $t_1, t_2, ..., t_n$ を光源が照らし出すスクリーン部分、命題 ψ をそのスクリーン部分に映し出される映像（=投射されるもの）と考えてみることは、それほど不正確な比喩ではないだろう。

以上から、ここでいう「投射」のモデル論的なメカニズムは、単純にこう要約できる。すなわち、(1) 関与する対象たちの可能な状態のあらゆる可能な組み合わせを考える。(2) その可能な組み合わせには、一般に何らかの制約が存在し、それは典型的には、一方の A のある状態が φ であるとき、その状態と組み合わせられうる、他方の B の可能な状態た

[*2] チャンネル理論 (Barwise & Seligman, 1997) の用語に従う。
[*3] チャンネル理論 (Barwise & Seligman, 1997) の用語に従う。

ちはみな、ψ である、という形をとる。(3) それを A の側から見たとき、命題 φ が命題 ψ を投射する、という現象が生じる。

さらに、MSHL の様相式は、この現象のメカニズム、モデル論的「投射」のプロセスを、推論規則の形でも記述可能にする。というのも今、上述のようにコア C が対象 A と B の可能な状態の可能な組み合わせから成るとして、C から A への射影を π_A、C から B への射影を π_B とする。すると、A から C を参照する必然性演算子が $[\pi_A^{-1}]$、さらに C を介して、C から A を参照する必然性演算子、C から B を参照する必然性演算子が、それぞれ (π_A), (π_B) となる。このとき、A のある状態において成り立っている A と B の間の制約が、ゲティア問題/Red Barn 問題の形式化の際に何度も使用した形、

$$[\pi_A^{-1}]((\pi_A)\varphi \to (\pi_B)\psi)$$

によって図式化できる。そしてこれから、

$$\varphi \to [\pi_A^{-1}](\pi_B)\psi$$

が MSHL で演繹される。したがって、次の推論図式

$$\frac{[\pi_A^{-1}]((\pi_A)\varphi \to (\pi_B)\psi)}{\varphi \to [\pi_A^{-1}](\pi_B)\psi}\ (Proj)$$

が、MSHL で成り立つ[*4]。

$(Proj)$ の前提部分 $[\pi_A^{-1}]((\pi_A)\varphi \to (\pi_B)\psi)$ は、コア C で A の側の状態が φ なら、B の側の状態が ψ であるという制約が、A のある状態から見て、局所的に成立していることを述べている。この前提から、$(Proj)$ の結論部分 $\varphi \to [\pi_A^{-1}](\pi_B)\psi$ は、A の当の状態が実際 φ であるなら、それと組み合わせられうる B の可能な状態はみな ψ であることを述べている。つまりこの結論は、A の当の状態が実際 φ であることが、それに対する B の可能な状態の分布全域で ψ であることを、射影（projection）演算子 $[\pi_A^{-1}](\pi_B)$ を介して、文字通り投射（project）する、ということの、端的な論理学的表現となっている。

ここで、φ によって投射された ψ は、様相演算子 $[\pi_A^{-1}](\pi_B)$ の介在によって、既にモデルの側だけでなく、言語の側にも明示されているように、B の現実の状態には直接言及していない。そうではなく、それはあくまで A から見た B の可能な状態たちに言及している。このことは、『論考』3.11-3.13 における「命題による投射」というプロセスの特徴づけの、特に

3.11　我々は、命題の感覚的に知覚可能な記号 (音声記号や文字記号など) を、

[*4] 付録 A.4 参照。

> 可能的事態の投射として用いる。（傍点筆者）
>
> 3.13　命題には、投射に属するすべてが属する。しかし、投射されたものは属さない。
> それゆえ、投射されたものの可能性は属するが、投射されたものそのものは属さない。（傍点筆者）

の箇所と、少なくとも十分探究に値する形で整合すると思われる。

4.2　「写像の論理」の問いと「超越論的論理学」の問い

『論考』の「投射」概念と比較したとき、上の MSHL に形式化された限りでの「投射」概念との間に、直ちに気付かれる相違は、後者においては、形式上直接には投射という関係が命題 φ と命題 ψ の関係である、ということである。この、投射関係が何と何の間の関係か、その関係のタイプに関して、前者と後者では形式上の重要な不一致がある。というのも、

> 3.12　... 命題とは、世界に対して投射関係に置かれた限りでの、命題記号である。

とあるように、ここで言われているのは、あくまで投射は「命題（記号）」と「世界」との関係であるということあって、決して「命題」と「命題」の関係であるとは言われていないからである。

ところでこの点に関して、『論考』の側が述べるように、「命題（記号）」が「命題（記号）」との関係を越えて、「世界」と関係をもたなければならないのは、自明であるように思われる。そうでなければ、「命題（記号）」の体系は、たんにわれわれの編み出した恣意的な記号結合の体系にすぎず、空虚な形式的構造物にすぎなくなるだろうからである。しかし、われわれの言語がそのような恣意的な記号結合による形式的構造物にとどまらず、「世界」とある関係に立つことができるのはなぜなのか。つまり、なぜそれは、意味（意義 Sinn）なるものをもつことができるのか。この問い自体は決して自明なことではない。そしてこの問いこそが、「写像の論理 der Logik der Abbildung」によってウィトゲンシュタインが『論考』で答えようとした問いであると考えられる。

さて、この問いは、「命題（記号）」を「判断」に置き換えれば、そのままカントの超越論的論理学の問いそのものである——-少なくともその同型性は、哲学史において最も見過ごされるべきではない同型性である——と言ってよいと思われる。というのも、まずカントの超越論的論理学の問いは、次の問いに集約される。すなわち、そもそもわれわれの「判断」が「客観的妥当性」をもつのはなぜか、である。これはしかし、より敷衍して述

べれば、次の問いになる。すなわちそれは、そもそもわれわれの思惟の主観的条件に従って形成される「判断」が、たんなる恣意的な表象結合に終わることなく、対象について、当てはまる／当てはまらない、真である／偽である、などと判定できるまでの、対象との客観的な適合性をもつことができるのはなぜか、という問いである。ここから、カントは「超越論的論理学」と「一般論理学」との区別に注意を喚起する。つまり、後者がたんに「思考の形式の解明」にとどまるのに対し、前者は「対象についての思考の形式の解明」である。

> 一般論理学は、... もっぱら認識相互の関係における論理的形式のみを、すなわち思考一般の形式のみを考察する。[A55/B79]

> われわれがそれによって対象を完全にア・プリオリに思考するところの、純粋悟性認識および純粋理性認識の学の理念をわれわれはあらかじめ構想する。このような認識の起源、範囲、及び客観的妥当性を規定するような学は、超越論的論理学と称されねばならないであろう。[A57/B81]（傍点筆者）

そして、カントによるこの区別への注意に対応するのが、『論考』の次の箇所である。

> 6.13　論理学は学説ではなく、世界の鏡像である。
> 　　　論理学は超越論的 *transzendental* である。（強調筆者）

これは明らかにウィトゲンシュタインが、カントの超越論的論理学の構想の眼目を、極めて強く意識していることを示すものと思われる。いずれにせよ、以上の指摘だけからも、両者の問題意識の同型性、比較を通じて、「命題による投射」という現象を考察することの、たんなるアナクロニズム以上の重要性が予想されるだろう。

4.3　超越論的論理学の構想における様相論理と遷移構造

4.3.1　カントにおける幾何学的モデル形成

判断が客観的妥当性をもつのはなぜか。つまり、判断が、対象について適合性をもつのはのはなぜか。カントはまず、この問いに答えるために、判断（認識）の形成過程に注目したと考えられる。その形成過程は、よく知られるように、次の三段階である。

> すべて対象をア・プリオリに認識するためにわれわれにまず与えられなければならないのは、純粋直観の多様である。（強調原著）[A79/B104]

> 第二には、構想力によってこの多様を総合することである。（強調原著）[同上]

> しかしこれだけではまだ認識にはならない。この純粋総合に統一を与え、かつもっぱらこの必然的・総合的統一の表象を本質とする概念が、与えられる対象を認識するための第三の要素をなし、かつこれは悟性に基づくものである。（強調原著）[同上]

このように、判断（認識）の形成過程は、純粋直観の (1) 多様、(2) 総合、(3) 統一、という三つの契機を含む。このうち、特に純粋直観の多様の総合を、最終的に統一（結合）する悟性の機能が、それについて判断がなされる当の対象の客観的な統一（結合の仕方）と対応する。そして直接には、この悟性の機能である純粋悟性概念、つまりカテゴリーによる統一（結合の仕方）こそが、客観的妥当性、つまり対象についての適合性をもつ。おおよそ以上のようなことが、続く直後で宣言される、一方で判断の統一の機能と、他方で悟性の統一の機能（純粋悟性概念、カテゴリー）との、対応の根拠であろう。

> 一つの判断における種々なる表象に統一を与えるのと同じ機能が、一つの直観における種々なる表象の単なる総合にも統一を与えるものであり、この機能は一般的にいえば、純粋悟性概念と呼ばれるのである。（強調原著）[A79/B104-105]

こうして問いは、純粋悟性概念＝カテゴリーのいわゆる超越論的演繹、すなわち「判断そのものではなく、判断形成の基礎にあるカテゴリー（量・質・関係・様相）が、なぜ客観的妥当性をもつのか、なぜ対象について適合性をもつのか」という形に分析されることになる。さて、この問いに答えるために、カントは、判断（認識）の形成過程における、感性的直観の多様の (2) 総合と (3) 統一の二つの契機、つまり、構想力による総合と、カテゴリーによる統一、この二つの作用の連関を解明しようとしている、と考えてよいだろう。この連関の解明のために、この二つの作用の合流域として、カントが明らかに終止依拠しているのが、「形象的総合 synthesis speciosa」である[*5]。

> 感性的直観の多様のこの総合はア・プリオリに可能であり、かつ必然的であるが、この総合は形象的（形象的総合 sythesis speciosa）と称することができる。（強調原著）[B151]

この形象的総合は、悟性の影響力のもとに、明確な（bestimmte）直観を生み出す、とされる。

> ... その明確な（bestimmte）直観は、私が先に形象的総合と名づけた構想力の超越論的作用（内官に対する悟性の総合的な影響力）によって、内官が規定（Bestimmung）されることを意識してはじめて、可能なのである。（強調筆者）[B154]

[*5] 以下の解釈は、‘Kant’s Transcendental Logic’ (Max Edwards, 2013, [22]) による。

そしてこの形象的総合による「明確な（bestimmte）直観」の形成は、われわれの知覚の中で常に行われている作用として、以下のように例示される。

> このことはわれわれもまた常に自分の内に知覚していることである。われわれは思考の中で線を引いて（ziehen）みなくては線を考えることはできず、円を描いて（beschreiben）みなくては円を考えることはできず、同一点から三直線を相互に垂直に立て（setzen）なくては空間の三次元を表象することはまったくできない。（強調原著）[B154]

直後に続けてカントは、時間の表象、継起の概念を生み出すためにも、この形象的総合が、経由しなければならない主観の作用であることを指摘する。

> 時間でさえ、われわれは直線を引く（Ziehen）ことによって（直線は時間を外面的（äußerlich）に形象化して表象したものといえよう）、多様を総合し、それによって内部感官を継時的に規定する作用に、またそれによって、内部感官におけるこの規定の継起にもっぱら注目することによるのでなければ、われわれはこれを表象することができない。主観の作用としての（客観の規定としてではない）運動、したがって空間における多様の総合は、われわれが空間を捨象し、単にわれわれが内部感官を内部感官の形式に従って規定する作用にのみ注目する場合に、はじめて継起の概念をさえ生み出す。（強調原著）[B154]

この引用で最初に登場する、形象的総合としての「直線を引く（Ziehen）こと」は、明らかに「時間の直線モデル」の形成である思われる[*6]。さらに、カントが「家」の例によってカテゴリー（ここでは「量」）の経験的使用の適合性を示す場面でも、ここで「家の形態（Gestalt)」を「描く（zeichne)」こととして経由されているのは、再び形象的総合と

[*6] われわれが第 2 章で反事実条件文のモデルとしたのは「時間の直線モデル」ではなく「時間の分岐モデル」であった。これは時間構造が「直線的」か「分岐的」かという点に関して、カントと本質的な対立を含むものではない。というのも、むしろここには、逆にカントが「時間の分岐モデル」までも柔軟に包括しうる視点が含まれていると考えられるからである。以下 4.3.5 で詳述するように、ここでのカントのポイントは、「直線を引く（Ziehen)」という一般的手続きを強調することによって、時間表象もまた、たんに空間的（外面的）形象なのではなく、その根底に構想力の「図式性」、つまり「ある概念にその形象を得させる一般的手続きの表象」（[A140/B179-180]）をその根底に含んでいる、ということを指摘することであると思われる。ところで、時間の直線モデルも、時間の分岐モデルも、遷移構造（クリプキ構造）の特別な場合であり、 4.3.5 で見るように、遷移構造の「余代数 coalgebra」表現は、遷移構造の空間的形象を得るための、カントの言う一般的手続きの表象、と見ることができる。そしてともに遷移構造の一種として見られた場合、時間の直線モデルを作る一般的手続きは、時間の分岐モデルを作る一般的手続きの特別な場合であるから、カントはむしろ、ここで「直線を引く（Ziehen）こと」の一般的手続きを強調することによって、単なる「直線」という空間的形象を描くことを超えて、より複雑な「分岐構造」を描くことを自然に包括する、遥かに一般的な時間構造の描出の可能性（技術）を射程に収めることに成功している、と見ることができる。

呼ばれる作用の例であると考えられる。

> したがって私が例えば家という経験的直観を、直観の多様を覚知することによって知覚する場合、［一方で］空間と［他方で］外的感性的直観一般との必然的統一が私の根底に存しており、私はいわば家の形態（Gestalt）を、空間における多様の総合的統一に従って描く（zeichne）のである。しかしまさにこの総合的統一は、私が空間の形式を捨象する場合には、悟性のうちに座を占め、直観一般における同種的なものを総合するカテゴリー、すなわち量のカテゴリーをなすのであり、これはしたがって、あの覚知の総合、すなわち知覚があくまでそれに従わねばならないところのもの、をなすのである。（強調原著）[B162]

以上の「線」「円」「三次元ユークリッド空間」「時間の直線モデル」「家の形態」、これらはいずれもカントが形象的総合と呼ぶ作用の構成物と考えられる。Max Edwards (2013) ([22]) は、カントがこれらの事例を通じて一貫して形象的総合という作用の範例としているのは、幾何学的構成 geometric construction であると指摘する。特に最後の「家」の例は、Max Edwards によれば、カントにおいて、幾何学的構成が覚知の総合（知覚）に対しその抽象化・形式化の関係にあり、それに応じて、幾何学的対象 geometoric object が経験的対象 empirical object に対しその抽象化・形式化にある、ことを示唆している。[*7]

さらに Max Edwards は、カテゴリーの「演繹」の成功のために、この「幾何学的構成」こそが中心的役割を担っていることを指摘する。この指摘のポイントは、以下である。まず、カントが「先験的方法論」の箇所で

> 哲学的認識は概念からの理性認識であり、数学的認識は概念の構成（*Konstruktion* der Begriffe）による理性認識である。概念を構成する（*konstruieren*）とはしかし、次のことを意味する。すなわち、概念に対応する直観をア・プリオリに描き出す（darstellen）ことである。（強調原著）[A713/B741]

と述べるように、幾何学的対象は、そのア・プリオリな構成を通じて、その幾何学的対象についての性質を、そして概念を、獲得する。つまり、幾何学的対象の性質や概念は、発見（discover）され、記述（describe）されるものでなく、構成（construct）されるものである。そしてカントが先に「家」の例で

> ... しかしまさにこの総合的統一は、私が空間の形式を捨象する場合には、悟性の

[*7] ただし、ここでいう「幾何学的 geometric」とは、カントの「空間の形式を捨象する」という引用を見ても、狭義のユークリッド的な意味での「幾何学性」ではなく、より普遍的・一般的な意味での「幾何学性」を指していると考えるべきであると思われる。この点は岡本賢吾氏の指摘によるものであり、 4.3.5 で後述する。

> うちに座を占め、直観一般における同種的なものを総合するカテゴリー、すなわち量のカテゴリーをなすのであり、これはしたがって、あの覚知の総合、すなわち知覚があくまでそれに従わねばならないところのもの、をなすのである。（強調筆者）[B162]

として、「量」のカテゴリーの対象への適合性を示そうとしていたように、このような幾何学的構成一般に必然的に伴ってくるのが、カテゴリーと呼ばれる性質のタイプである、と考えられる。したがってカテゴリーは、われわれの判断において思惟される性質のタイプでありながら、決してわれわれの思惟の主観的条件が対象の直観に対して恣意的に捏造し強制したものではない。そうではなく、カテゴリーとは、元々その対象の直観の幾何学的構成に必然的に伴ってくる性質のタイプであって、したがってそれは、対象の直観に対して必然的に適合性をもつ。こうして、カントによるカテゴリーの「演繹」が成功の見通しをもつと考えられる。

以上のカントの典拠と、Max Edwards (2013) ([22]) の指摘から、提案したい解釈は以下である。まず、先に引用した、カントによるわれわれの時間の表象過程の描写

> 時間でさえ、われわれは直線を引く（Ziehen）ことによって（直線は時間を外面的に形象化して表象したものといえよう）、多様を総合し、それによって内部感官を継時的に規定する作用に、またそれによって、内部感官におけるこの規定の継起にもっぱら注目することによるのでなければ、われわれはこれを表象することができない。（強調原著）[B154]

が明らかに「時間の直線モデル」を経由しているように、カントはわれわれの知覚（覚知の総合）が、＜対象の幾何学的規定を構成すること＞すなわち＜対象の幾何学的モデル形成＞の作用を伴っていることを主張している、と考えられる。このとき、カテゴリー（純粋悟性概念）とは、この幾何学的モデル形成という、われわれ自身が自発的に行う主観的作用、その過程と結果に必然的に伴ってくる性質や特徴のタイプを抽出したもの、と考えられる。そして、われわれの判断は、直接には、われわれ自身の主観的作用によって形成された対象の幾何学的モデル（対象の直観の規定 Bestimmung/対象の明確な bestimmte 直観）についてのものである。それゆえ、判断、特にカテゴリー（純粋悟性概念）は、対象の幾何学的モデル（直観の規定/規定された直観）について適合性をもち、したがって、対象についても適合性をもつ。

4.3.2 さらなる超越論的論理学の問い

さて、しかしそれでは、われわれ自身の形成する対象の幾何学的モデルに必然的に伴う性質や特徴のタイプが、なぜ対象それ自体と関係をもつことができるのか。なぜそれらを、対象の幾何学的モデル自身を越えて、対象それ自体の性質や特徴のタイプと見なしてよいのか。というのも、判断/カテゴリーが直接には対象の幾何学的モデルについてのものであるならば、それは結局あくまで対象の代理物についてのものであって、どこまでも対象についてのものではない、と言えるだろうからである。つまるところそれ——超越論的論理学——-は、対象についての思考の形式の解明ではありえず、対象の代理物についての思考の形式の解明であって、したがってそれは結局、現代の心の哲学でいうところの、「表象主義」の立場の表明に他ならないのではないだろうか。

純粋にカントの語彙で言えば、「対象の直観についての思考の形式の解明が、なぜそのまま、対象についての思考の形式の解明になるのか」——この問いは、最も素朴なものでありながら、どう公平に見積もっても、カントによっても、その後のカント解釈者によっても、筆者の知る限り明示的に回答されていない問いであると思われる。もちろん、われわれの認識が、あくまで「対象の直観」、すなわち、「経験の対象」の領域内に踏み留まるものであり、それが「対象それ自体」、すなわち、「物自体」の領域にまで踏み越えているかのような誤認を徹底して戒めるのが、超越論的観念論の骨子であろう。しかしそれでも、前節の最後で、われわれが Max Edwards (2013) ([22]) による「幾何学的構成」への焦点化に基づいて辿り着いたカント解釈の形は、この最も素朴な問いに対して、最も素直な回答の方向性を備えていると思われる。というのも、この場合の問いは、「判断/カテゴリーは、対象の幾何学的モデルについて適合性をもち、したがって、対象についても適合性をもつ」という主張における、「したがって」の移行部分に向けられる。つまり、この場合問いは、「判断/カテゴリーが、対象の幾何学的モデルについて適合性をもつとしても、だからといって、なぜそれらが、対象についても適合性をもつことのなるのか」ということになる。しかし、これに対する回答は、単純にこうだろう。すなわち、それは、「判断/カテゴリーが直接適用されるところの対象の幾何学的モデルが、対象の幾何学的モデルである、という、その事実自体によって（*ipso facto*）」というものである。そしてこの回答は、後でみるように、現代の心の哲学における「表象理論」とは明確に異なる内容をもつ回答であると思われる。

4.3.3　遷移構造と双模倣関係

「対象の幾何学的モデルが、対象の幾何学的モデルであるという、その事実自体によって（*ipso facto*）」というこの回答は、それ自体でみれば、「モデル（模型）」という語の直観的理解に頼った、一見あまりに短絡的な回答であるだろう。しかし、カントの量・質・関係・様相のカテゴリーのうち、最後の「様相」のカテゴリーの判断を扱う、現代の様相論理と、そのモデルである遷移構造（クリプキ構造）の、理論計算機科学における現実的使用をみれば、この回答が予想以上に洗練された内実を備えてくる——このことが、この論文で最後に指摘したい主要なポイントである。

このことをみるために、序論で取り上げた、自動販売機の遷移構造を振り返る。

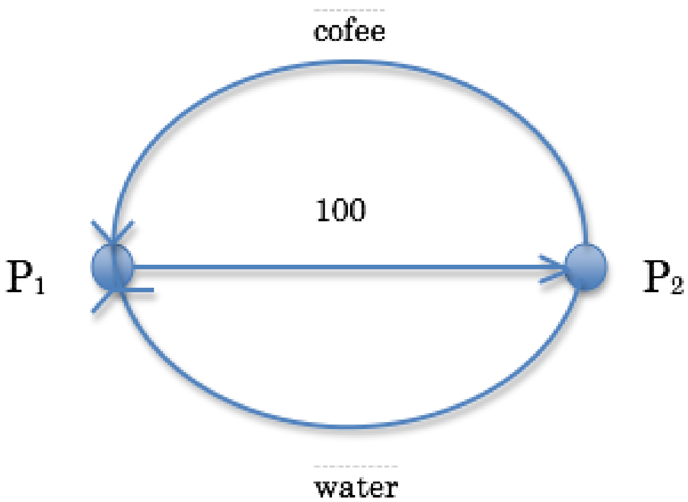

図 4.1

この遷移構造は、100 円を入れると、水ボタンを押されるかコーヒーボタンを押されるかに応じて、水かコーヒーを出す、そのような自販機の状態遷移図であった。これを再び眺めればわかるとおり、基本的に遷移構造（状態遷移図）とは、点「・」とその間の有向な辺「$\longrightarrow$」からなる有向グラフであり、純粋な幾何学的モデルといえる。前に述べたとおり、この遷移構造のように、辺にラベル（名前）がつけられたものを、ラベル付き遷移構造と呼ぶが、このラベルは、上の図で点に名前をつけているのと同様、ただ辺の種類を区別するためのものであり、この純粋な幾何学性に本質的に影響するものではない。

さて、上のラベル付き遷移構造を $\mathcal{P}$ とすると、このラベル付き遷移構造 $\mathcal{P}$ を、コンピューター科学者は、現実の自販機の模型、モデルとして用いる。そしてたとえば、$\mathcal{P}$ 上の点 P_1 が表す状態で、次の様相式

$$[100](\langle\overline{\text{coffee}}\rangle[100](\langle\overline{\text{coffee}}\rangle tt \wedge \langle\overline{\text{water}}\rangle tt) \wedge \langle\overline{\text{water}}\rangle\langle[100](\langle\overline{\text{coffee}}\rangle\langle 100\rangle tt \wedge \langle\overline{\text{water}}\rangle tt))$$

が成り立つ、つまり、

$$\mathrm{P}_1 \models [100](\langle\overline{\text{coffee}}\rangle[100](\langle\overline{\text{coffee}}\rangle tt \wedge \langle\overline{\text{water}}\rangle tt) \wedge \langle\overline{\text{water}}\rangle\langle[100](\langle\overline{\text{coffee}}\rangle\langle 100\rangle tt \wedge \langle\overline{\text{water}}\rangle tt))$$

と判断する。これは、自販機の状態 P_1 で、100 円を入れたら、コーヒーか水を出すことができて、どちらを出した場合も、また 100 円を入れたら、同様に、コーヒーか水を出すことができる、という（この自販機の再帰的な機能についての）判断を表している。ここで、いま実際に、上の遷移構造をモデルとして現実に組み立てられた、自販機があったとしよう。さて、この場合、コンピューター科学者は、自分のこの判断はただ、上の遷移構造についてのみ、真/偽の評価を受けるのであって、現実の自販機については、自分のこの判断は真/偽の評価を受けない、などと考えるだろうか。言うまでもなく、彼はこのときこの判断が、同時に、他ならぬ現実の自販機について、同じ真/偽の評価を受けるはずであることを、改めて確認するまでもない前提としているだろう。それはもちろん、彼のこの判断が、現実の自販機の遷移構造をモデルとしてなされたという、その事実自体によって、彼はこの判断の真/偽を、現実の自販機についての客観的な評価とするだろうからであり、また、逆にいえば、彼のこの判断の真/偽を、現実の自販機についての客観的な評価とするためにこそ、自販機の遷移構造をモデルとして使用するのだろうからである。

ここで現代の様相論理を駆使するコンピューター科学者に特権的であることは、彼らはもはや、それがたんに自販機のモデルだから、という、「モデル（模型）」という語の直観的理解によってのみ、自らの判断の真/偽の評価の客観性に、確信をもつ必要がない、ということである。彼らは現在事実上、そのような確信がもてる理論的・技術的根拠を有している。それが「双模倣 bisimulation」と呼ばれる数学的に厳密に定義された関係概念である。

ただし、ここでのポイントを理解するために、「双模倣 bisimulation」の厳密な定義（付録 A.7）に立ち入る必要はない。ここでのポイントは、コンピューター科学者は、上の自販機の遷移構造と、現実の自販機の間に、この「双模倣関係」を、漸近的に形成できる、という原理的可能性に基づいて、遷移構造を使用することができる、ということである。ここでは、このことを、いまの自販機の例に即して直観的に理解することで十分である。

そこでまず注意すべきことは、上の図は、現実の自販機の遷移構造の中でも最も単純化されたものの一つであって、実際にはこの図が表す遷移構造よりも現実の自販機の挙動をより忠実に再現する遷移構造が、無数に考えられる、ということである。たとえば、上の図よりも現実の自販機の実際の挙動をより忠実に再現していると考えられる、次のラベル付き遷移構造 Q を考えることができる。

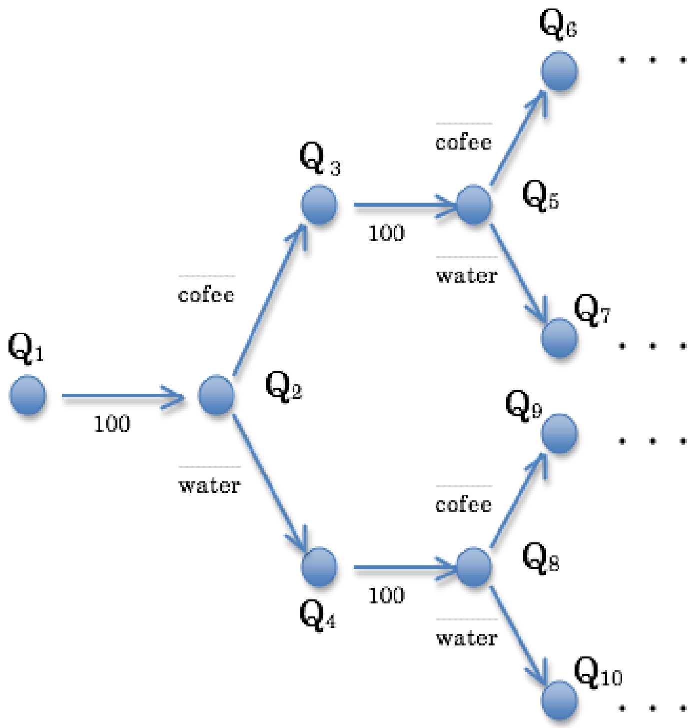

図 4.2

このように、自動販売機は現実には、時間に伴って少しずつ状態を変化させながら、100 円を入れたら、コーヒーか水を出し、その後また 100 円を入れたら、コーヒーか水を出し、その後また 100 円を入れたら、· · ·、と以下同様に、この進展を繰り返していくだろう。

しかしここで、図 4.1 と図 4.2 の表す遷移構造 $\mathcal{P}$ と $\mathcal{Q}$ の間には、ある特別な対応関係が成立している。まず P_1 と Q_1 をみてみよう。すると P_1 からは 100 円遷移があって、その先に P_2 という状態がある。これに対して、Q_1 からもまた、100 円遷移があって、その先に Q_2 という状態がある。この P_1 と Q_1 の関係は逆もまた成り立つ。そこで今度は P_2 と Q_2 をみてみよう。すると P_2 からは $\overline{\text{coffee}}$ 遷移があって、その先に P_1 という状態がある。これに対して、Q_2 からもまた、$\overline{\text{coffee}}$ 遷移があって、その先に Q_3 という状態がある。また、P_2 からは $\overline{\text{water}}$ 遷移もあって、その先に P_1 という状態がある。これに対して、Q_2 からもまた、$\overline{\text{water}}$ 遷移があって、その先に Q_4 という状態がある。この P_2 と Q_2 の関係は逆もまた成り立つ。そこで今度は P_1 と Q_3 をみてみよう。すると P_1 からは 100 円遷移があって、その先に P_2 という状態がある。これに対して、Q_3 からもまた、100 円遷移があって、その先に Q_5 という状態がある。この P_1 と Q_3 の関係は逆もまた成り立つ。並行して P_1 と Q_4 もみてみよう。すると P_1 からは 100 円遷移があって、その先に P_2 という状態がある。これに対して、Q_4 からもまた、100 円遷移があって、その先に Q_8 という状態がある。この P_1 と Q_4 の関係は逆もまた成り立つ。そこで今度は P_2

と Q_5 をみてみよう。すると P_2 からは $\overline{\text{coffee}}$ 遷移があって、$\cdots$、と、以下同様に続く。

おおよそこのような関係が、「双模倣 bisimulation」関係である。以上によって感覚的につかめるように、遷移構造上のある状態とある状態から始めて、そこから次から次へとどこまで次の状態に進んだとしても、一方がもつ状態遷移は他方ももち、逆もまた成り立つとき、その意味で、どこまで進んでも、対応する状態の潜在能力を相互に（bi）模倣（simulate）することができるとき、その出発点に位置するある状態とある状態が、（強）双模倣関係にあると言われる。したがって今の場合、特に P_1 と Q_1 は双模倣であり、$P_1 \sim Q_1$ と表記される。

このとき、様相論理における最重要の基本定理である、ヘネシー・ミルナーの定理（Hennessy-Milner theorem）が知られている。

（HMT）
双模倣関係にある、二つの遷移構造 $\mathcal{P}$, $\mathcal{Q}$ 上の二つの状態は、ちょうど同じ様相式を満たす。
つまり、二つの遷移構造 $\mathcal{P}$, $\mathcal{Q}$ が与えられたとき、
それぞれに属するどの二つの状態 $P \in \mathcal{P}$, $Q \in \mathcal{Q}$ と、どんな様相式 φ についても、
if $P \sim Q$, then $P \models \varphi \Leftrightarrow Q \models \varphi$
となる。

したがって、いま、

$$\varphi :=$$
$$[100](\langle\overline{\text{coffee}}\rangle[100](\langle\overline{\text{coffee}}\rangle tt \wedge \langle\overline{\text{water}}\rangle tt) \wedge \langle\overline{\text{water}}\rangle\langle[100](\langle\overline{\text{coffee}}\rangle\langle 100\rangle tt \wedge \langle\overline{\text{water}}\rangle tt))$$

として、

$$P_1 \sim Q_1$$

かつ、

$$P_1 \models \varphi$$

より、

$$Q_1 \models \varphi$$

がいえる。これは、コンピューター科学者が直接には図 4.1 の遷移構造 $\mathcal{P}$ の状態 P_1 に適用した真なる様相式が、そのまま、図 4.2 の遷移構造 $\mathcal{Q}$ の状態 Q_1 でも真なる様相式となる、ということである。ここで、次の様相式も考えてみよう。

$$\psi := [100](\neg\langle\overline{\mathrm{coffee}}\rangle tt \wedge \langle\overline{\mathrm{water}}\rangle tt)$$

この式の意味は、この自販機のある状態について、100 円を入れたら、コーヒーは買えず、水だけが買える、ということである。この式はもちろん、図 4.1 の遷移構造 $\mathcal{P}$ の状態 P_1 について偽である、つまり、

$$\mathrm{P}_1 \not\models \psi$$

である。したがって、同様にヘネシー・ミルナーの定理より、

$$\mathrm{P}_1 \sim \mathrm{Q}_1$$

かつ、

$$\mathrm{P}_1 \not\models \psi$$

より、

$$\mathrm{Q}_1 \not\models \psi$$

でもある。これは、様相式 ψ が図 4.1 の遷移構造 $\mathcal{P}$ の状態 P_1 で偽であると評価された場合、それはそのまま、図 4.2 の遷移構造 $\mathcal{Q}$ の状態 Q_1 でも偽であると評価される、ということに他ならない。

ただし、図 4.2 の表す遷移構造 $\mathcal{Q}$ もまた、現実の自販機そのものの挙動を、そのまま表すものでは当然ありえない。そもそも、例えばコーヒーを出す $\overline{\mathrm{coffee}}$ 遷移一つとってみても、現実の自販機におけるこの動作にはその都度何らかの違いがあるだろう。さらにその違いに応じて、この動作を完了した後の自販機の状態にも違いが生じるだろう。したがって当然のことながら、どんなに緻密な遷移構造も、現実の自販機それ自体を忠実に再現することはありえない。というより、一般に、現実の自販機それ自体を必要以上に忠実に再現することは、遷移構造の現実の使用にとって、深刻な障害になりさえする。その計算機科学での極端な例が、あまりに詳細な状態遷移図を作った場合に、モデル検査において検証すべき状態が爆発的な数にのぼり、検証が不可能になる、いわゆる「状態爆発 state explosion」である。

結局、遷移構造は、ある対象について、それがわれわれに関心のある性質をもつかどうかの判断を行うために形成される。そのためには、現実の対象から、適当な「抽象 abstraction」を行うことが必要となる。この「抽象」のプロセスの問題、その「適当さ appropriateness」の問題は、それ自体、工学上の問題だけでなく、科学史・哲学史の上でも集中的な探究が為されるべき重要な問題であるが、今われわれが確認したいことは、

ここでの対象についてのわれわれに関心のある性質とは、様相式で記述される「様相的性質」であり、ここでの「適当な抽象」のプロセスとは、「双模倣関係」が形成可能となる限りでの、現実の対象からの「遷移構造」の抽象プロセスである、ということである[*8]。[*9]

こうして、超越論的論理学の問い「そもそもわれわれの判断が客観的妥当性をもつのはなぜか」に対して、現代の様相論理と遷移構造の使用が、「様相」のカテゴリーの場合について、一つの回答を提示していると思われる。すなわちそれは、上の自動販売機の例に即していえば、以下のようになる。

それは、まず、(1) 自動販売機の遷移構造と、より現実に近い自動販売機の遷移構造との間に、双模倣関係があり、さらにまた、後者のより現実に近い自動販売機の遷移構造と、それよりもさらにより現実に近い自動販売機の遷移構造との間に、双模倣関係があり、こうして、自動販売機の遷移構造は、現実の自動販売機に、双模倣関係を通じて、原理的にはどこまでも漸近していけるからである[*10]。逆に言えば、そもそも、現実の自動販売機との間に、このような双模倣関係による漸近が成立するように、自動販売機の遷移構造を、われわれが形成しているからである。ただし、この漸近には限界があるはずであり、その限界と現実の自動販売機の間にあるのが、そもそも双模倣関係を形成可能にする、現実の自動販売機からの最小限の適当な抽象の作用であると予想される。

そして、次に、(2) ヘネシー・ミルナーの定理により、われわれの様相判断は、直接には自動販売機の遷移構造について適用され、真/偽の評価を受けることができるのであるが、その適用と真/偽の評価は、(1) の最小限の適当な抽象を施された現実の自動販売機への双模倣関係による漸近を通じて、現実の自動販売機にも、漸近的に伝播されていくからである。

これを一般化して述べ直せば、次のようになる。すなわち、(1) 様相式を適用・評価する場合、われわれは、それを直接適用し評価するための、対象の遷移構造（幾何学的モデル）を形成するが、その際、同時に、当の遷移構造と、当の対象との間に、当の遷移構造よりも現実の対象に近い、無数の遷移構造たちを介して、当の対象への双模倣関係による漸近を形成している。より正確には、様相式を適用・評価する場合、われわれは、最小限の適当な抽象を受けた対象との間に、双模倣関係による漸近が成立するように、双模倣関係による漸近を形成するために、当の対象の遷移構造を形成している。(2) そしてそれは、

---

*8 この様相判断のための双模倣関係を形成可能にする、現実の対象の直観からの「抽象」の作用の結果が、カントの「可能性の図式」、つまり「各種の表象の総合を時間の諸制約一般に合致せしめること」「一つの事物の表象を何らかの時間に限定すること」「対象に関する時間総括 Zeitinbegriff / sum total of time」（[A144/B184]）であろうと考えられる。

*9 以上の遷移構造の「抽象 abstraction」の論点の必要性は、佐野勝彦氏の指摘による。

*10 双模倣関係は推移的である。つまり、任意の遷移構造上の三つの状態 P, Q, R について、P $\sim$ Q かつ Q $\sim$ R ならば P $\sim$ R である。

様相式の妥当性（真/偽）が、双模倣関係のもとで不変 inavariant であるからであり、したがってその様相式は、最小限の適当な抽象を受けた当の対象への双模倣関係による漸近を通じて、当の対象（Objekt）について、漸近的に、客観的（*objektiv*）な妥当性（真/偽）を獲得するであろうからである。

以上の議論は直接には、既に現実に実現された自動販売機の振る舞いについての、「検証」のための遷移構造の使用に向けられている。一方、遷移構造の使用には、まだ現実には実現されていない自動販売機の、「設計」のための使用——図 4.1 を初発の設計図とし、図 4.2 をより実装に近い設計図として、要求された自動販売機の実現に近づけて行くこと——があり、これは「検証」のための使用と同等か、それ以上の重要性をもつ使用である。しかし、以上の議論は、前者の「検証」のための使用が、後者の「設計」のための使用と、本質的に異なるものではないことを示唆しているだろう。というのも、既に現実に実現された自動販売機についての「検証」のために遷移構造を使用する際にも、われわれは、当の自動販売機からの「適当な抽象」という形で、当の自動販売機の遷移構造、つまり現実の自動販売機のモデル（模型）を、「設計」している、と見ることができるだろうからである[*11]。[*12]

4.3.4 カテゴリーと連続性

ところで、双模倣関係は、bounded morphism と呼ばれる遷移構造間の準同型射[*13]を、関数でなく関係の場合に一般化したものであり、ところで準同型射のプロトタイプは、トポロジー（位相幾何学）における連続写像である。以下、幾何学的構造間の「連続写像」による「連続性」が、より一般的な種々の関係構造間の「準同型射」による「構造保存性」のプロトタイプである、という意味で、また、この後確認していくように、何よりカント自身が幾何学的構造から出発しつつ、そこから幾何学性・空間性を捨象して、より深層にある代数構造や関係構造にまで至っていると見ることができる、という見通しに基づいて、「連続性」と「構造保存性」を置換可能な意味で用いる。その意味で、遷移構造自体も図的表示においては点と矢印からなる幾何学的構造の一種であるから、遷移構造間の準同型射（bounded morphism）の関係版である双模倣関係は、幾何学的構造間の連続性（構造保存性）の一種である、と言ってよい。したがって、様相のカテゴリー（純粋悟性概念）は、遷移構造という幾何学的構造間に特有の、双模倣関係という連続性に対して不

[*11] ここで、所与の対象についての「判断」ないし「認識」のためには、「構想力 Einbildungskraft」が必要である、というカントの議論との類比が指摘できる。
[*12] 以上の論点も佐野勝彦氏（北海道大学）との議論による。
[*13] bounded morphism の定義は A.8 を参照。

変な、形式的性質のタイプである、と言える。これを一般化すれば、次の「カント予想」が立てられる。

カント予想

> カテゴリー（純粋悟性概念）とは、種々の幾何学的構造に特有の、種々の連続性に対して不変な、形式的性質のタイプを分類する概念である。

したがってこれを図式的にいえば、カテゴリー（純粋悟性概念）とは、実は、特定の幾何学的構造間の連続性と、その下で不変な形式的性質のタイプ、の対である、ということになる。

カテゴリー=⟨ 特定の幾何学的構造間の連続性, その下で不変な形式的性質のタイプ ⟩

そして以上で見てきたように、このカント予想の現代における最も顕著な具体的実現が

様相のカテゴリー= ⟨ 遷移構造間の双模倣関係, 様相式によって表現可能な諸性質 ⟩ [*14]

であると考えられる。

4.3.5　量のカテゴリーにおける連続性

それでは、このカント予想を、まず「量」のカテゴリーについて検討してみよう。このカテゴリーの「演繹」をカントが「家」の例によって試みている先の引用箇所では、

> したがって私が例えば家という経験的直観を、直観の多様を覚知することによって知覚する場合、［一方で］空間と［他方で］外的感性的直観一般との必然的統一が私の根底に存しており、私はいわば家の形態（Gestalt）を、空間における多様の総合的統一に従って描く（zeichne）のである。しかしまさにこの総合的統一は、私が空間の形式を捨象する場合には、悟性のうちに座を占め、直観一般における同種的なものを総合するカテゴリー、すなわち量のカテゴリーをなすのであり、これはしたがって、あの覚知の総合、すなわち知覚があくまでそれに従わねばならないところのもの、をなすのである。（強調原著）[B162]

とあった。上のカント予想が成り立つとすれば、ここで潜在化されている幾何学的構造——何らかの連続性を備えた限りでの——とは何だろうか。それが顕著に現れるのは、

[*14] この「様相式によって表現可能な諸性質」とは、一般に知られている時制、信念、知識、義務、証明可能性、等だけでなく、本論文が提示している通り、一般動詞の完了形や未来形、さらには遷移構造間の写像関係、双模倣関係そのものまでをも包括し、したがって現在までに判明している様相のカテゴリーが覆う領域は、おそらく当時のカントの想像をはるかに超えるものであろう。

「[純粋悟性の］概念の分析論」に続く、「[純粋悟性概念の経験的使用の］原則の分析論」、そこでのいわゆるカントの「図式論（Schematismus)」においてである。その始めに「量の図式」が次のように提示される。

> 外部感官に関するあらゆる定量(quantorum)の純粋な形象(Bild)は、空間であるが、しかし、感官一般［つまり、外部感官だけでなく、内部感官も含む］の対象の純粋な形象は、時間である。これに対して、量（quantitatis）――悟性の概念としての――の純粋な図式は、数(Zahl)である。それは、(同種的な)一者に対して一者を継起的に加える操作（die sukzessive Addition von Einem zu Einem/the successive addition of one unit to another）を集約している（zusammenbefassen/resume）一個の表象である。それゆえ、数とは、一個の同種的な直観一般に属する多様なものの総合の統一（die Einheit der Synthesis des Mannigfaltigen einer gleichartigen Anschauung berhaupt/the unity of the synthesis of the manifold of a homogeneous intuition）に他ならず、このとき、こうした総合の統一は、私が直観の覚知のうちで時間そのものを産出することによって［可能となって］いる。[B182][*15]

ここでは、量の図式が「数（Zahl)」であると言われ、しかもそれは、「(同種的な）一者に対して一者を継起的に加える操作を集約している一個の表象である」と言われる。ここで問題とされている構造は、岡本賢吾・科学基礎論学会 2016 年度秋の研究例会提題「なぜポスト・カント論理哲学を再評価するか」(2016) ([81]) の指摘するように、「自然数構造」であると考えられる。

ところで、普遍代数 universal algebra の分野で知られている以下の基本的事実がある[*16]。いま、単元集合 $\mathbf{1} = \{*\}$ を一つ固定し、任意の集合 X に対して、この単元集合 $\mathbf{1}$ との直和 $\mathbf{1}+X = \{(x,1) \mid * \in \mathbf{1}\} \cup \{(x,2) \mid x \in X\}$ をとる操作を考えよう。圏論的に見てこれは、$T(X) = \mathbf{1} + X$ なる集合圏から集合圏への関手 T を考えることに他ならない。このとき、単元集合 $\mathbf{1}$ から X への関数 $\epsilon : \mathbf{1} \to X$ と、X から X への関数 $\sigma : X \to X$ を考える。これら二つの関数は、$\mathbf{1} = \{*\}$ と X の直和 $\mathbf{1} + X$ から X への場合分け関数 $[\epsilon, \sigma] : \mathbf{1} + X \to X$（$x \in \mathbf{1}$ つまり $x = *$ のときは $[\epsilon, \sigma](x,1) = \epsilon(*)$, $x \in X$ のときは $[\epsilon, \sigma](x,2) = \sigma(x)$）により、一つの関数として組み合わせることができる。このとき、X と $[\epsilon, \sigma]$ の対 $(X, [\epsilon, \sigma])$ のことを、 T 代数 T-algebra と呼ぶ。

よく観察すれば、この T 代数 $(X, [\epsilon, \sigma])$ は、われわれにとって馴染み深い構造を内蔵していることがわかる。まず、単元集合 $\mathbf{1}$ から X への関数 $\epsilon : \mathbf{1} \to X$ によって、X 中の「始まり」の要素 $\epsilon(*) \in X$ を指定する。するとこの $\epsilon(*)$ は X の要素となるので、関

[*15] この典拠も再び、科学基礎論学会 2016 年度秋の研究例会プログラム提題、岡本賢吾「なぜポスト・カント論理哲学を再評価するか」([81]) による。
[*16] 以下の基本的事実は Jacobs and Rutten (2012) ([34]) による。

数 $\sigma : X \to X$ が適用可能となり、したがって $\sigma(\epsilon(*)) \in X$ が構成できる。すると再びこの $\sigma(\epsilon(*))$ は X の要素なので、関数 $\sigma : X \to X$ が適用可能であり、$\sigma(\sigma(\epsilon(*))) \in X$ が構成できる。すると再びこの $\sigma(\sigma(\epsilon(*)))$ は X の要素なので、関数 $\sigma : X \to X$ が適用可能であり、... と以下同様に続く。こうして、X 中の「始まり」の要素 $\epsilon(*) \in X$ を指定すると、あとはこれに関数 $\sigma : X \to X$ の適用が無限に反復可能となる。もはや言うまでもなく、この構造がわれわれにとって馴染み深いのは、「始まり」の要素 $\epsilon(*)$ を '0' として、関数 σ を '+1' として見た場合である。

実際、普遍代数において「自然数構造」とは、上で定義した T 代数たちがなす T 代数圏の「始対象 initial object」、つまり「始代数 initial algebra」$(\mathbb{N}, [\mathbf{0}, \mathbf{s}])$ のことを指す。ここで $\mathbf{0} : \mathbf{1} \to \mathbb{N}$ は単元集合 $\mathbf{1} = \{*\}$ から 0 を指定する（つまり $\mathbf{0}(*) = 0$ とする）関数であり、$\mathbf{s} : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ はこの関数 $\mathbf{0}$ によって指定された 0 に対して反復適用される、+1 にあたる後続者関数 successor function である。

この「自然数構造 $(\mathbb{N}, [\mathbf{0}, \mathbf{s}])$ が始代数となる」ということの意味は、次である。すなわち、始まりの要素を何らかの手続き ϵ によって指定でき、この始まりの要素に対して、何らかの反復適用可能な一項演算 σ をもつ、あらゆる T 代数構造 $(X, [\epsilon, \sigma])$ に対して、$(\mathbb{N}, [\mathbf{0}, \mathbf{s}])$ から $(X, [\epsilon, \sigma])$ への T 代数準同型射 homomorphism of T-algebras が一意に存在する、ということである。

ここで、一般に二つの T 代数 $(A, [\epsilon_A, \sigma_A])$ と $(B, [\epsilon_B, \sigma_B])$ について、$h : A \to B$ が $(A, [\epsilon_A, \sigma_A])$ から $(B, [\epsilon_B, \sigma_B])$ への T 代数準同型射であるとは、h が次の条件を満たす場合である。

$$(T\text{-hom})\quad h \circ [\epsilon_A, \sigma_A] = [\epsilon_B, \sigma_B] \circ T(h)$$

$$\text{（ただし、}T(h) = id + h : \mathbf{1} + A \to \mathbf{1} + B\text{ で、}$$
$$x \in \mathbf{1}\text{ つまり }x = *\text{ のとき、}(id + h)(x, 1) = (id(x), 1) = (id(*), 1) = (*,\ 1)$$
$$x \in A\text{ のとき、}(id + h)(x, 2) = (h(x), 2)\text{）}$$

この条件は、次のように二段階に分けて述べ直せる。

$$\text{(base)}\quad x \in \mathbf{1}\text{ つまり }x = *\text{ のとき、}h(\epsilon_A(*)) = \epsilon_B(*)$$
$$\text{(step)}\quad x \in A\text{ のとき、}h(\sigma_A(x)) = \sigma_B(h(x))$$

(base) は、h が A 中の始まりの要素（$\epsilon_A(*)$)）と B 中の始まりの要素（$\epsilon_B(*)$）を対応づける、ということを述べている。(step) はその上でさらに、A 中の要素（x）に操作の数を一つ増やして構成したもの（$\sigma_A(x)$）は、その操作前の A 中の要素（x）と h によって対応づけられた B 中の要素（$h(x)$）に、操作の数を一つ増やして構成したもの（$\sigma_B(h(x))$）と、h によって対応づけられる、ということを述べている。これらを合わせて直観的に述

べれば、h は A 中の要素を構成している操作の数と、B 中の要素を構成している操作の数を保存する、ということである。

以上の普遍代数の基本的事実のうち、(i) 自然数構造 $(\mathbb{N}, [\mathbf{0}, \mathbf{s}])$ が T 代数の始代数であることは、次のことを意味していると考えられる。すなわち、われわれが自然数構造 $(\mathbb{N}, [\mathbf{0}, \mathbf{s}])$（より正確には $(\mathbb{N}, [\mathbf{0}, \mathbf{s}])$ と同型な構造）を構成するとき、この自然数構造 $(\mathbb{N}, [\mathbf{0}, \mathbf{s}])$ は、帰納的に定義できるどんな集合とも対応づけられる。これは言い換えれば、帰納的に構成できるどんな対象も、その帰納的構成のための操作の数を表す自然数と対応づけられる、ということである[*17]。また、ここで (ii) T 代数準同型射が対象を構成する「操作の数」を保存する、ということを、その意味で、T 代数準同型射がその対象の「量」を保存する、ということである、と言い換えることは、「量」という語の日常的用法に照らしても、それほど逸脱しないと思われる [*18]。[*19]

これは、量のカテゴリーについても、次のカント予想の具体的実現を意味しているのではないだろうか。

量のカテゴリー= ⟨ 代数的構造間の準同型射, 帰納的に構成可能な対象を構成するための代数的操作の数 ⟩

このとき、次のことが気付かれる。すなわち、もしこの量のカテゴリーの解釈が正しければ、われわれは、カント予想における「幾何学的構造」を、「代数的構造」をも包摂する、狭義のユークリッド的「幾何学」よりも一層深層にある数学的構造の階層を意味するものとして、考える必要がある、ということである。そしてまさにわれわれは、「代数的 algebraic」をも取り込む、この「幾何学的 geometric」の意味の拡張が、現代数学の進展状況にも適合し、同時に、整合的なカント解釈にも寄与すると考える。[*20]

というのも、

しかしまさにこの [空間における多様の] 総合的統一は、私が空間の形式を捨象する

[*17] 一般に、数学的構造物だけでなく言語の定義やデータ構造の定義に用いられる帰納的定義 inductive *definition* の原理は、始代数から任意の代数への代数準同型射の存在 *existence* と対応することが知られている。付随して一方、帰納的定義と合わせて様々な分野で一般的に用いられる帰納的証明 inductive *proof* の原理は、始代数から任意の代数への代数準同型射の一意性 *uniqueness* と対応することが知られている。Jacobs and Rutten (2012) ([34]) を参照。

[*18] この (ii) の論点は、佐野勝彦氏（北海道大学）の指摘によって明確化された。

[*19] 普遍代数における代数構造は、もちろんこの T 代数だけではない。そこでは、ここで用いた関手 T 以外の様々な関手の形によって、様々な代数構造が定義される。例えば、モノイドや群に始まる、より複雑な数学的代数構造だけでなく、有限文字列（list/string）を範例とする、有限データ・タイプの代数構造がそこに含まれる。それに応じて、その代数圏の代数準同型射によって保存される「量」の種類も、様々に与えられることになるだろう。

[*20] この点もまた、岡本賢吾氏の指摘による。

> （*vom der Form des Raumes abstrahiere*）場合には、悟性のうちに座を占め（*hat im Verstande ihren Sitz*）、直観一般における同種的なものを総合するカテゴリー、すなわち量のカテゴリーをなす（強調筆者）[B162]

とあるように、あくまで感性のうちにではなく「悟性のうちに座を占め」る量のカテゴリーが抽出されるためには、「空間における多様の総合的統一」——これが Max Edwards (2013) によって「幾何学的構成」として取り出されている段階である——と呼ばれるものから、少なくとも、その「空間の形式」を捨象することができなければならない。これは、われわれがカント予想において「幾何学的構造」と呼ぶものが、少なくとも、そこから「空間」性を捨象してもなお、そこに何らかの数学的実質のある内容を留めるものでなければならない、ということであると考えられる。ここで、やはりカントが「図式 Schema」と呼ぶものの媒介的性格に目を向けざるをえないだろう。

> そこで、一方ではカテゴリーと同種性をもち、他方では現象と同種性をもたなければならず、そして、カテゴリーを現象へ適用できるようにするところの、第三のものがなければならないことは明らかである。この媒介作用をなす表象は純粋（一切の経験的なものを含まない）でなければならず、しかも一面では知性的であり他面では感性的でなければならない。このようなものが超越論的図式なのである。（強調原著）[A138/B177]

この（超越論的）図式の知性的側面と感性的側面に具体性を与えていると思われるのが、序論でも取り上げた、次の記述である。

> [· · ·] 図式（Schema）はやはり形象（Bild）とは区別されねばならない。たとえば私が 5 つの点を順次に打つ場合、· · · · ·、これは 5 という数の形象である。これに反して、私が数一般を単に考える場合、それはさしあたり 5 でも 100 でもありえるが、その場合この思考はむしろ、ある特定の概念に従って、一つの集合量（Menge）（たとえば 1000）を、一つの形象に表象する方法の表象（*die Vorstellung einer Methode*）であって、この形象そのものではない。このような形象を私は、1000 というような集合量においては、見渡して概念と比較することは難しいであろう。そこで、このようにある概念にその形象を得させるという構想力のある一般的手続きの表象（*Diese Vorstellung von einem allgemeinen Verfahren*）を、私はこの概念に対する図式と名づけるのである。（強調筆者）[A140/B179-180]

　このように、図式は「ある特定の概念に従って（ここでは一つの集合量（Menge）を）一つの形象に表象する方法の表象」ないし「ある概念にその形象を得させる一般的手続きの表象」であると言われている。これに関し、様相のカテゴリーに潜在する幾何学的構造

として提示した遷移構造（クリプキ構造）について、代数の圏論的表現である普遍代数の双対の領域の中に発見された、興味深い基本的事実がある。つまり、現在、遷移構造は、普遍代数における「代数 algebra」の双対概念である「余代数 coalgebra」の範例であることが知られている（[58], [34]）。遷移構造の余代数表現は、基本的に、(A, α) という形の対である。ここで、A はこれまでの遷移構造の図（状態遷移図）で点「・」で表されていた状態の集合、α は、この集合 A からこの集合 A の部分集合全体の集合 $\mathcal{P}(A)$ への関数である。この $\alpha : A \to \mathcal{P}(A)$ と遷移構造との対応は以下に示される。

$$\text{任意の } a, a' \in A \text{ について、} a \longrightarrow a' \Leftrightarrow a' \in \alpha(a)$$

つまり、任意の状態 $a \in A$ について、$\alpha(a) \subseteq A$ は、状態 a から遷移できる遷移先の状態すべての集合を表す。したがって上の対応は、右辺の関数（操作）α が、A 中の個々の状態に対し、そこから出発する遷移を表す矢印「$\longrightarrow$」とその行き先となる状態すべてを指定することによって、われわれに遷移構造（状態遷移図）を描く描き方の指示 instruction を与えているとみることができる。

いずれにせよ、普遍代数の双対の世界である普遍余代数の基本的事実として、遷移構造は余代数として表現でき、しかもこれに応じて、双模倣関係もまた余代数の圏で表現できる。そして、様相論理は遷移構造を経由しなくとも、直接に余代数をモデルとすることができる（余代数様相論理 [47], [48], [62]）[*21]。その場合、余代数論理での様相式の不変性を保証する関係は、双模倣関係の形ではなく、「振舞同値 behavioural equvalence」と呼ばれる形で与えられるのが一般的である。双模倣関係と振舞同値の概念は、遷移構造（クリプキ構造）の場合には同値な概念であり、余代数一般の場合でも、背後にある関手が一定の条件[*22]を満たせば、やはり同値となる。したがってこれらの事実から、様相のカテゴリーは、

様相のカテゴリー= ⟨ 余代数間の振舞同値関係, 様相式によって表現可能な諸性質 ⟩

と書き換えることができる。

ここから得られるのは、次のような見通しである。カント予想における「幾何学的構造」とは、そこから空間性を捨象したとき代数的構造を抽出でき、また、逆にそうして抽出した代数的構造から元の空間的構造を再構成できるという特性をもつ、その意味で空間

[*21] 興味深いことに、余代数での双模倣関係の表現は、ゲティア問題と Red Barn 問題の MSHL による形式化のためのモデルに何度も用いた“コア”の形、つまり、二つの領域の積 product の形で与えられる。すなわち、二つの遷移構造の余代数表現 (A, α_A) と (B, α_B) の間の関係 $R \subseteq A \times B$ が双模倣関係であるのは、(R, α_R) からの (A, α_A) と (B, α_B) への射影 π_A と π_B が余代数準同型射つまり bounded morphism になるような、R 上の遷移関数 $\alpha : R \to \mathcal{P}(R)$ が定義できる場合であり、その場合に限る。

[*22] その条件とは、当の関手が weak pullback を保存することである。[70] 参照。

的（spatial）な側面と代数的（algebraic）な側面を自由に行き来できるタイプの、柔軟な数学的構造のクラスを意味すると解するべきである。そして、このタイプの数学的構造の範例が、「位相空間 topological space」である。位相空間は、よく知られるとおり、それ自体としては点たちの集合であるという空間性をもちながら、そこに開集合系（位相構造）という、全体集合を最大元、空集合を最小元としてもち、無限和と有限積について閉じた、「束 lattice」の代数的構造を備えた構造である。しかも、この束 lattice 構造だけを純粋に取り出した、‘frame’ と呼ばれるいわゆる「点なし pointless」位相構造からは、再び（抽象化された意味での）点たちを復元する操作があり、この操作によって、もとの空間性を備えた ‘locale’ と呼ばれる空間的位相構造が再構成できる、という事実がある。

4.3.6　質のカテゴリーにおける連続性

さて、そこで次に、「質」のカテゴリーに潜在する幾何学的——かつ代数的——構造の候補を考えるために、カントによる「実在性の図式」の提示部分をみてみよう。

> ところで、いかなる感覚も、度（Grad）あるいは量（Größe）を持つ。[…] それゆえ、実在性と否定の間に一つの連関と結合が、あるいはむしろ、実在性から否定への移行が存在するのであり、まさにこの移行により、あらゆる実在性を一個の定量として表象することが可能となる。そこで、実在性の図式とは、あるもの（Etwas）が時間を充実化している限りで、そのあるものが持つ量であり、時間におけるこの量の連続的（*kontinuierliche*）で同形的（*gleichförmige*）な産出である。」（強調筆者）[B182-183]

この点もまた岡本 (2016) ([81]) の指摘であるが、ここで「時間における量の連続的で同形的な産出」ということによって問題とされているのは、先の「量の図式」における「自然数」構造との対比で、「実数」をプロトタイプとする「連続体 continuum」の構造であると考えられる*23。原則論における質のカテゴリーの原則「知覚における予料（先取的な認識）」では、カントによる以下のような連続体の特徴づけがある。

> さて、単に統一性として覚知され、そこでは否定性＝ 0 への漸近（Annäherung）によってのみ数多性が表象されうるような量（Größe）を、私は内包的量（*die intensive*

*23 しかも、同時に岡本 (2016) ([81]) が注意するのは次のことである。すなわち、このときカントにおいて、こうした連続的な構造がそのまま受け入れられているのではなく、「度（Grad）」「実在性から否定への移行」という概念が明らかにしているように、それはあくまでわれわれのような局在化された情報エージェントが行う近似、漸近、その極限といった手続きや概念によって接近されるものである。そして、この近似、漸近、その極限といった手続きや概念の方が、ここでカントにおいて——“像の投射” のための基本的道具立てとして——第一義的に問題とされているものである、ということである。

> *Größe*）と呼ぶ。（強調原著）[A168/B210]
>
> 従ってすべての現象は一般に、その直観の面からいえば延長的量、あるいは単なる知覚（感覚、したがって実在性）の面からいえば内包的量として、ともに連続量（kontinuierliche Größen）である。[A170/B212]
>
> ところで、あらゆる数においてやはり統一ということが根底に存していなければならないから、統一としての現象は量（ein Quantum）であり、かつこのような量としてつねに連続体（*ein Kontinuum*）である。（強調筆者）[A171/B212]

そして、この実数をプロトタイプとする連続体の構造を空間化したものこそが、距離空間であり、さらにそれを抽象化したものこそが、位相空間である。

したがって質のカテゴリーに関しては、解析学の連続関数、それを一般化したトポロジーの連続写像・同相写像、その下で不変な性質についての、膨大な数学的研究の蓄積が、カント予想の具体的実現の候補として、そのまま生かせることになるだろう。

質のカテゴリー= ⟨ 位相的構造間の連続写像・同相写像, その下で不変な位相的性質 ⟩

そしてこの場合にも、一方では、すでに (Tarski, 1938; McKinsey and Tarski, 1944) に始まる、様相論理を位相空間によって解釈する位相論理 Toplogical Logic があり、その自然な拡張として、連続写像・同相写像の表現もまた可能にする、動的位相論理 Dynamic Topological Logic (Kremer and Mints, 2004) 及び動的位相ハイブリッド論理 Dynamic Topological Hybrid Logic (Sano and Hosokawa, 2014) が開発されている。

さらに他方では、様相演算子を含まない、先の「点なし」位相構造 frame の束論的代数構造をそのまま写した、それ自体数学的な重要性をもつ論理が存在する。それが geometric logic である。geometric logic は、その命題論理部分では、有限連言と無限選言、そして連言の無限選言に対する分配則しかもたない、単純な論理である。逆にいえば、frame は、ブール代数が古典論理の、ハイティング代数が直観主義論理の、代数的表現（論理代数）であるのと同様に、geometric logic の代数的表現（論理代数）である。このとき、frame 間の frame 準同型射は連続写像の逆像にあたり、この frame 準同型のもとで、geometric logic の有限連言と無限選言が保存される。近年、この分野では Vickers (1989, 2007, 2013) の一連の仕事によって、連続性 continuity と geometric logic との緊密な関係が技術的に指摘されている[*24]。

[*24] その「マニフェスト（manifesto）」(Vickers, 2013, p.2) はこうである。「...「連続性（continuity）とは幾何学性（geometricity）である」。［このマニフェストを］言い換えれば、「連続的に（continuously）数学を行う」とは、幾何学性（geometricity）の制約の内部で活動する、ということである。」(Vickers, 2013, p.2)。このとき Vickers のいう「幾何学性（geometricity）」とは、geometric logic で構成される一定の制約を満たした論理式たち、つまり geometric formula たちのシンタクティカルな制約のこと

ところで、カントの判断表では、判断の質は、肯定的判断・否定的判断・無限的判断に分類される。ここには、有限連言と肯定的判断、無限選言と無限的判断、の対応が見られる。このとき、論理代数としての frame では否定も構成できるが、否定は frame 準同型のもとで保存されない。しかし実は、frame はそれ自体として見れば完備ハイティング代数（complete Heyting algebra, cHa）と同一のものであり[*25]、その場合、cHa とみなされた frame 間において、frame 準同型射でなく、cHa 準同型射を考えれば、否定もまたその下で保存される、という事実がある。このとき、ハイティング代数が直観論理の代数的表現であることを思い返せば、直観論理とは、肯定的判断に加えて、否定的判断の客観的妥当性もまた保証するための、それに固有の連続性（すなわち Ha 準同型射）を前提する論理である、という見通しが立つと思われる。

いずれにせよ、以上の現代的状況から、今後、動的位相論理と geometric logic との関係が明らかにされること、それによって質のカテゴリーについてのカント予想が論理学的に具体化されること、またそれによって、現代論理、現代数学、カント解釈が相互にその成果を供給し合い、連続体 continuum と連続性 continuity についての新たな洞察が得られること、こうしたことが期待されることは、認められてよいだろう。

4.3.7　関係のカテゴリーにおける連続性

最後に、「関係」のカテゴリーの場合のカント予想について、ここでは主に現代的な状況に照らすだけになるが、その具体的実現の見通しを与えておく。関係のカテゴリーは、よく知られるように、(1) 属性と実体（実体と偶有性）、(2) 原因性と依存性（原因と結果）、(3) 相互性（能動者と受動者との相互作用）からなる。

まず、(1) 属性と実体（実体と偶有性）については、*Information Flow* (Barwise and Seligman, 1997)（[8]）で展開されたいわゆるチャンネル理論が、(1) の背後にある空間的かつ代数的な構造と、その間の連続性の候補を与えている。それが分類域（classification）と呼ばれるモデル論的構造と、その間の情報射（infomorphism）である。分類域 $A = \langle \mathrm{tok}(A), \mathrm{typ}(A), \models_A \rangle$ は、トークン（token）と呼ばれる、分類される対象の集合 $\mathrm{tok}(A)$ と、タイプ（type）と呼ばれる、トークンを分類する性質の集合 $\mathrm{typ}(A)$、及び、$\mathrm{tok}(A)$ と $\mathrm{typ}(A)$ の間の二項関係 $\models_A$ からなる。たとえば $a \in \mathrm{tok}(A)$ と $\alpha \in \mathrm{typ}(A)$ について、「$a \models_A \alpha$」は「トークン a はタイプ α によって分類される」「トークン a はタ

である。

*25 つまり、自体的にみれば frame と cHa は同じ代数構造だが、二つの構造を比較する場合に、構造間の準同型射として、frame 準同型射をとるか、cHa 準同型射をとるかに応じて、前者の場合は frame、後者の場合は cHa と呼ばれるわけである。

イプ α をもつ」といった意味が意図されている。この読みがすでに示唆するように、トークンを実体、タイプを属性として、カントのこの文脈で解釈することは、チャンネル理論とカントの双方にとって、少なくとも興味深い解釈であるだろう。その上で、分類域 $A = \langle \mathrm{tok}(A), \mathrm{typ}(A), \models_A \rangle$ から分類域 $C = \langle \mathrm{tok}(C), \mathrm{typ}(C), \models_C \rangle$ への情報射 $f : A \rightleftarrows C$ は、タイプ部分の関数 $f^\wedge : A \to C$ とトークン部分の関数 $f^\vee : C \to A$ の対、つまり $f = \langle f^\wedge, f^\vee \rangle$ であり、次の条件を満たす。

任意の C 上のトークン $c \in \mathrm{tok}(C)$ と任意の A 上のタイプ $\alpha \in \mathrm{typ}(A)$ について、

$$f^\vee(c) \models_A \alpha \Leftrightarrow c \models_C f^\wedge(\alpha) \qquad \cdots(*)$$

いま、$f^\vee(c) = a \in \mathrm{tok}(A)$, $f^\wedge(\alpha) = \gamma \in \mathrm{typ}(C)$ とする。すると上の双条件式 $(*)$ は、

$$a \models_A \alpha \Leftrightarrow c \models_C \gamma \qquad \cdots(**)$$

となる。これは、分類域 A で a が α であるとき、分類域 C で c が γ であり、その逆もまた成り立つ、ということである。このとき、分類域 A を経験の対象（対象の直観）のモデル、分類域 C をそれに対応する対象それ自体に漸近するモデル、と考えれば、$(**)$ は、経験の対象のモデルで実体 a が属性 α をもつとき、それに対応する対象それ自体に漸近するモデルで実体 c が属性 γ をもち、その逆もまた成り立つ、ということを述べていることになる。

この情報射の条件を満たす範例は、ここでもまた、位相空間の連続写像である。位相空間 $\mathcal{X}$ は、その全体集合を X、その開集合系を $\Omega(X)$ とすれば、$\mathcal{X} = \langle X, \Omega(X) \rangle$ と表される。チャンネル理論の表記でいえば、$\mathrm{tok}(\mathcal{X}) = X$, $\mathrm{typ}(\mathcal{X}) = \Omega(X)$ であって、これらの間の二項関係 $\models_{\mathcal{X}}$ とは単純に X 上の集合論的要素関係 $\in_X$ のことである。するとこのとき位相空間 $\mathcal{X}$ のチャンネル理論的な表現は $\mathcal{X} = \langle X, \Omega(X), \in_X \rangle$ となる。その上で、位相空間 $\mathcal{C} = \langle C, \Omega(C) \rangle$ と $\mathcal{A} = \langle A, \Omega(A) \rangle$ の間の関数 $f : C \to A$ が連続であるとは、

任意の $\alpha \in \Omega(A)$ について、$f^{-1}(\alpha) \in \Omega(C)$

となることである。このとき、

任意の $c \in C$ と任意の $\alpha \in \Omega(A)$ について、

$$f(c) \in_A \alpha \Leftrightarrow c \in_C f^{-1}(\alpha)$$

となる。したがって $(*)$ に照らせば、連続写像 $f : \mathcal{C} \to \mathcal{A}$ とは、情報射として見られた場合、$f^\wedge = f^{-1}$, $f^\vee = f$ に他ならない（各々の定義域から値域への方向に注意）。さらに、質のカテゴリーの際に述べた通り、開集合系 $\Omega(A), \Omega(C)$ は frame の構造そのものであ

り、タイプ部分の関数 $f^{-1}:\Omega(A)\to\Omega(C)$ は、そのまま frame 準同型射となる。実際、情報射のタイプ部分とトークン部分の反変性は、frame 準同型射と locale 準同型射の反変性に対応している。このように見れば、チャンネル理論において分類域という概念は、あのカント的「図式」の感性的側面と悟性的側面の二つの側面に呼応する、一つのモデルの空間的側面と代数的側面を分離したものであり、他方で情報射という概念は、そうして一度分離された二つの側面の双対的な関係を、各々がその二側面をもつモデル間の関係において明示したものである、と捉え直すことができる。

次に、(2) 原因性と依存性（原因と結果）については、その原則の証明において、

> これ［＝現象の客観的な継起］はしたがって、現象の多様の順序によって成り立つだろう。そしてこの順序に従って、あるもの（生起するもの）の覚知が他のもの（先行するもの）の覚知に続いて、一つの規則に従って継起するのである。（強調原著）[A193/B238]

> したがってこのような規則によれば、一般に一つの出来事［生起するもの］に先行するもののうちには、この出来事［生起するもの］がつねに、かつ必然的な仕方で、それに従って継起する、一つの規則をなす制約（*die Bedingung*）が含まれていなければならない。（強調筆者）[A193/B238]

> したがって状態そのものの継起（生起）は、やはり因果の法則と時間の諸制約（*Bedingungen*）に従って、ア・プリオリに考察されることができるのである。（強調筆者）[A207/B252]

とある。ここで言われる「制約（条件付け Bedingung）」という概念が示唆するように、カントにおける「因果」は、出来事や状態の時間順序や時間継起における、時間的な「制約 constraint」という、一般的に解される意味での「因果」概念よりも、遥かに柔軟な概念に基づいて理解されるべきものと思われる。というのも、カント自身も誤解を招く「因果」概念の説明や例証を与えていることは否めないが、一般に「因果」という概念を、典型的に二つの出来事の間の「引き起こし」関係といった二項関係によって考えることは、現実にはほとんど実在しない、極めて特殊で仮象的な関係を措定することになると思われるからである。現実には、一つの出来事がそれ単独で他の出来事を「引き起こす」ように見えるのは、問題の二つの出来事を取り囲む状況や環境の、他の無数の要因や前提条件が捨象されているからにすぎない。むしろ、そのような無数の要因や前提条件の中で、一つの出来事や状態の変動に注目した場合に派生してくるのが、「原因」という概念であろう。

このような時間順序や時間継起の客観的「制約」を表現する一つのモデルは、実はすでに本論文の第 2 章における反事実条件文の時間性分析の中で、一貫して使用されている。

それが分岐時間モデルである。この分岐時間モデルは、そこで見たように、一定の構造的制約が課されたクリプキ構造、遷移構造に他ならない。そして、これに基づきわれわれが最終的に辿り着いた反事実条件文の時間的な形式化のうちには、一種の「時間的制約」の論理学的表現と考えられるものがすでに含まれている。ここで、前件に作用を含まない反事実条件文と、前件に作用を含むそれの、各々について、(i) 過去への遡行を考えず、(ii) 擬強活性部分のみを取り出したものを書き出してみよう。

(CS*) $\downarrow x.G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to (\varphi \to G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to \psi)))$

(CSA*) $\downarrow x.G(\langle \mathrm{R}_1^{-1}\rangle x \to [a]G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to \psi))$

(CS*) は、これから R_1 で参照される時点が来たとき、φ が成立するならば、それ以降、R_2 で参照される時点が来たとき、ψ が成立する、と読める式である。同様に、(CSA*) は、これから R_1 で参照される時点が来たとき、作用 a が完了すれば、それ以降、R_2 で参照される時点が来たとき、ψ が成立する、と読める式である。つまりそれぞれ、直観的には、「φ になったら ψ になる」「a したら ψ になる」を表すことになる。

これは、参照時点 R_1 における状態 φ や作用 a が、参照時点 R_2 における状態 ψ を帰結するという、時点 R_1 と R_2 に相対的な制約、を表現していると述べ直すことができる。このとき、こうした制約が特定の参照時点に相対的にしか記述されていない、ということは、あくまで特定の参照時点における状況に関する限りで、こうした制約が成立しているのであって、逆に言えば、そうした特定の参照時点以外の時点における状況では、必ずしもこうした制約が成立するとは限らない、ということである。実際、$\downarrow x$ と相対的に R_1 で指定される状況がわずかにでも変動すれば、この制約は必ずしも成立しなくなる。その意味で、(CS*) や (CSA*) が表現する時間的制約は、隠伏的に、状態 φ や作用 a が生起するモデル上のポイントでの、他の多くの命題の真偽に依存している、と言うことができる。

もちろん、より一般的な因果法則と呼べるものに近い制約もまた、(CS*) と (CSA*) における $\downarrow x$ と G の順序を入れ替え、参照時点 R_1 を消去することにより、次のように書くことができる。

(CS**) $G(\varphi \to \downarrow x.G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to \psi))$

(CSA**) $G[a]\downarrow x.G(\langle \mathrm{R}_2^{-1}\rangle x \to \psi)$

(CS**) は、これから φ が成立する任意の時点で、それ以降、その時点から R_2 で参照される時点が来たとき、ψ が成立する、ということを述べている。同様に、(CSA*) は、これから作用 a が完了する任意の時点で、それ以降、その時点から R_2 で参照される時点が来たとき、ψ が成立する、ということを述べている。これらは直観的に、「φ になれば

ψ になる」「a すれば ψ になる」を表すことになる[*26]。これは、状態 φ や作用 a が実現した後、ψ が実現するまでのタイムラグ（反応時間）を表す、望ましい肌理の細かさを保ったまま、状態 ψ の状態 φ・作用 a に対する依存性を、未来の任意の時点に対して普遍化したものとなる[*27]。

いずれにせよ、分岐時間モデルを記述するハイブリッド時制論理に、以上のような、仮象的でない、現実に実在する蓋然性の高い時間的諸制約と、その普遍性の幅を柔軟に書き分ける表現力が備わっているということは、この遷移構造と様相論理の一種としてのモデルと言語が、現実の時間構造との間に、何らかの適切な形の双模倣関係と、その下で不変な式構造を形成している可能性を示すものと思われる。実際、一般に充足演算子 @ と「$\downarrow$」束縛子を含むハイブリッド論理式は双模倣関係の下では不変ではないが、「ハイブリッド双模倣 *hybrid* bisimulation 」（これには対象となる論理式に含まれる状態変数の数に応じて、「k 双模倣 k-bisimulaton」とより強い「ω 双模倣 ω-bisimulaton」の二種がある）と呼ばれる、双模倣関係を強めた関係の下で不変であるという C. Areces ら (2001) ([4]) の結果がある[*28]。

最後に、(3) 相互性（能動者と受動者との相互作用）についても、現代の理論コンピュータ科学におけるプロセス代数 process algebra と呼ばれる分野に、相互作用を行うプロセス（並行プロセス concurrent process）たちの振る舞いを表現するための、洗練された代数的言語が用意されている。それが R. Milner の Calclus of Communicating System (CCS) (Milner, 1989) と、その拡張である π 計算 (Milner, 1999) である。本論文の第二部第一章（2.1）で、前件に作用を含む反事実条件文の形式化の際に応用した多種様相論理 Hennessy-Milner logic (HML) (Hennessy and Milner, 1985) は、CCS によって表現されるプロセスたちの振る舞いを、CCS の言語よりもさらに抽象化して表現するための仕様言語として開発された様相論理である。

[*26] これは、近年の日本語研究において、日本語は多くの場合、「タラ」によって個別的事態間の時間的依存関係（temporal dependency）を、「レバ」によって一般的因果関係（general causal relation）を表現し分けている、という益岡 (2007) の仮説に符合する結果である。そこで益岡が挙げる例としては、「向こうに着いタラ、連絡してほしい」「需要が増えレバ、価格が上がる」がある。）

[*27] 状態 φ・作用 a が実現した時点自身を ψ が実現する参照時点として再帰的にとることによって、原則論においてカントが説明を要していた、原因と結果が同時になる場合（布団をくぼませる鉛球の例 [A203/B248-249]）もまた、容易に表現できることになる。つまり、$G(\varphi \rightarrow \downarrow x.(\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x \wedge \psi))$ ないし $G[a] \downarrow x.(\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x \wedge \psi)$ である。この場合 R_2 による再帰的な時点参照（$\downarrow x.(\langle \mathrm{R}_2^{-1} \rangle x \wedge ...$ 部分）は空疎な情報となるため、さらにこれを省いたものが、結局、次の極めて単純な形、すなわち $G(\varphi \rightarrow \psi))$ ないし $G[a]\psi$ となる。

[*28] ただし後者の「ω 双模倣 ω-bisimulaton の下で不変である」ということは、結局「一方のモデルが他方のモデルの generated submodel になっているという関係の下で不変である」ということと同値であり、したがって @ と「$\downarrow$」を含むハイブリッド論理式の不変性を「双模倣関係」に言及せずに特徴付けることも可能である。なお、generated submodel については [13], pp.55-57 を参照。

実は CCS もまた、HML がそれの仕様言語であることからも当然のことであるが、ラベル付き遷移構造をモデルとしてもつ。そして CCS が記述する並行プロセスの例は、すでに本論文を通じて何度も登場している、自動販売機とそのユーザーである。序章（1.4）で取り上げたこの二つの対象のラベル付き遷移構造を、並列して表示したものが以下である。

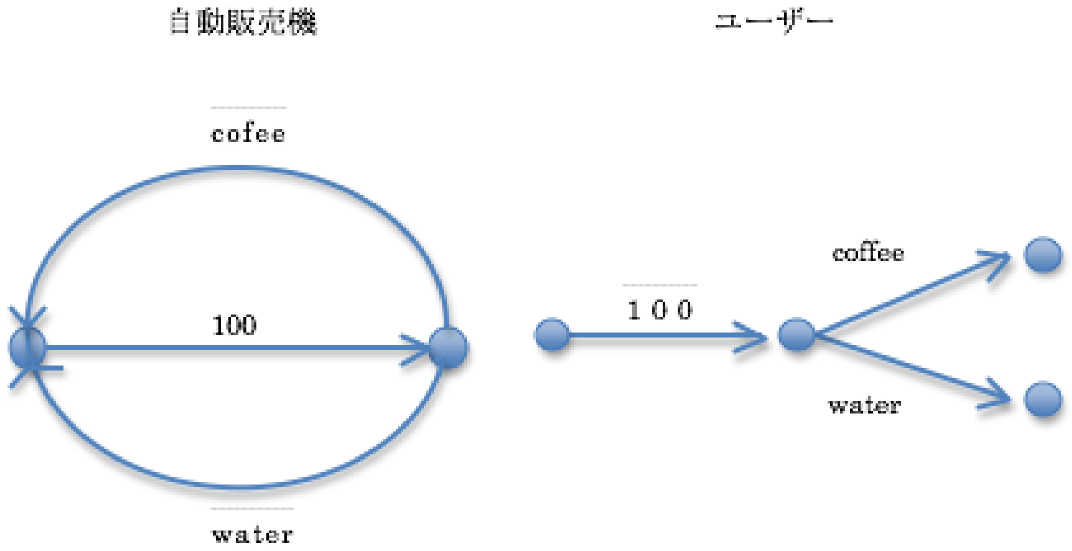

図 4.3

このとき CCS では、自動販売機を VM, ユーザーを US として、

$$\begin{aligned}&\mathrm{VM} \stackrel{\mathrm{def}}{=} 100.(\overline{\mathrm{coffee}} + \overline{\mathrm{water}}).\mathrm{VM} \quad \cdots (VM)\\&\mathrm{US} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \overline{100}.(\mathrm{coffee} + \mathrm{water}).\mathbf{0} \quad \cdots (US)\end{aligned}$$

と表す。(VM) の右辺（定義項）は、100 円を受け取った後、コーヒーを出すか、または水を出して、また VM に戻るプロセスを表現している（従って (VM) 全体は再帰的定義となっていることに注意）。(US) の右辺は、100 円を入れた後、コーヒーを受け取るか、水を受け取り、そこで停止するプロセスを表現している。ここで ‘+’ は「選択 choice」オペレーターと呼ばれ、‘$a + b$’ によって作用 a か作用 b かどちらかのみを実行できることを表す。‘$\mathbf{0}$’ は ‘nil’ と読まれ、それ以上何もしない状態、つまり停止を表す。 (VM) や (US) の右辺（定義項）に現れるこのようなプロセスの表現は、「プロセス表現 process expression」と呼ばれる。

このとき、たとえば 100 と $\overline{100}$ は、作用 action と補作用 co-action と呼ばれ、この場合それぞれ 100 円が投入さ̇れ̇る̇ことと、100 円を投入す̇る̇ことを表現している。このように、一般に作用 a は作用の入力 input を、これに対する補作用 $\overline{a}$ は作用の出力 output を

表す、と考えてよい。これは、日常的な観点から見れば、作用 a の方が作用の受動の側、補作用 $\overline{a}$ の方が作用の能動の側、と考えられる。しかし CCS の応用場面では、この見方を変えて、作用 a は作用の「要求 request」（たとえば自販機は硬貨の投入口から 100 円の投入を要求している）、対して補作用 $\overline{a}$ はそれに対する「応答 response」（たとえばユーザーは自販機のその 100 円の要求に 100 円を入れることで応えている）、と考えた方が、システムの理解や設計のために見通しがよい場合がある。その場合、要求としての作用 a が能動性（あるいは自発性・主導性 initiative）を帯び、応答としての補作用 $\overline{a}$ が受動性を帯びる。この能動性と受動性の反転性は、カントのここでの「相互性（Gemeinschaft）」「相互作用（Wechselwirkung）」のカテゴリーにおける「能動（Handeln）／受動（Leiden）」の概念的掘り下げ、という意味でも、また、自然言語におけるヴォイス（態）の概念の捉え直し、という意味でも、興味深いものと思われる。

同様に、作用 coffee はユーザー（US）によるコーヒーの要求／入力（受取）にあたり、補作用 $\overline{\text{coffee}}$ はそれに対して自販機（VM）がコーヒーを出すという応答／出力（提供）にあたる。 作用 water と補作用 $\overline{\text{water}}$ の関係も同様である。さて、VM と US のプロセス表現がこうして与えられると、CCS では、これら VM と US との「平行合成 parallel composition」と呼ばれる演算 ‘ | ’ が適用できる。

$$\mathrm{VM} \mid \mathrm{US} = 100.(\overline{\mathrm{coffee}} + \overline{\mathrm{water}}).\mathrm{VM} \mid \overline{100}.(\mathrm{coffee} + \mathrm{water}).\mathbf{0}$$

これは直観的には、図 20 の表すように自販機とユーザーが同じ環境に置かれ、自販機とユーザーのやり取りが可能な状況に入ったことを示すプロセス表現である。ここで、作用 a・補作用 $\overline{a}$ と平行合成 ‘ | ’ に関する次の規則がある（このような規則は「遷移規則 transiton rule」と呼ばれる）。

$$\frac{P \xrightarrow{a} P' \qquad Q \xrightarrow{\overline{a}} Q'}{P \mid Q \xrightarrow{\tau} P' \mid Q'} \ (Syn)$$

これは、プロセス P が作用 a を実行してプロセス P' になり、それに対応して同時に（*synchronously*）に、プロセス Q が補作用 $\overline{a}$ を実行してプロセス Q' になるとき、全体としてプロセス P と Q の平行合成 $P \mid Q$ が、τ によって表示される遷移によって、プロセス P' と Q' の平行合成 $P' \mid Q'$ に進展する、ということを表している[*29]。この τ 遷移は、

*29 二つのプロセスの作用が対応し合うことによって、相互作用をなすときに生じるこの ‘synchronous’ という意味での「同時性」の可能性が、カントにおいて空間中に知覚される限りでの「同時性」を意味する ‘zugleich’ を、客観のうちに基礎づけるものであると言えるかもしれない。「それゆえ実体が空間中に同時に存在する（Zugleichsein）ということは、実体相互間の相互作用（Wechselwirkung）の前提の下でなくては、経験において認識されることはできない。したがってこの相互作用の前提はまた、物それ自体が経験の対象たりうるための条件である。」[A211/B258]

作用 a と補作用 $\overline{a}$ の相互作用の実現を意味し、この作用 a と補作用 $\overline{a}$ の相互作用は「同期 sychronization」と呼ばれる（これはまた比喩的に作用 a と補作用 $\overline{a}$ の「ハンドシェイキング handshaking」とも呼ばれる)。そしてこの τ 自体は、他の作用とはそれ以上相互作用に入れない。つまり、CCS では τ に関してのみ、それに対する補作用 $\overline{\tau}$ は定義されないことと約定されている。

こうして今の場合、

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{VM} \stackrel{\mathrm{def}}{=} 100.(\overline{\mathrm{coffee}} + \overline{\mathrm{water}}).\mathrm{VM}\\
&\mathrm{VM}' \stackrel{\mathrm{def}}{=} (\overline{\mathrm{coffee}} + \overline{\mathrm{water}}).\mathrm{VM}\\
&\mathrm{US} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \overline{100}.(\mathrm{coffee} + \mathrm{water}).\mathbf{0}\\
&\mathrm{US}' \stackrel{\mathrm{def}}{=} (\mathrm{coffee} + \mathrm{water}).\mathbf{0}
\end{aligned}
$$

として、P :=VM, P' :=VM’, Q :=US, Q' :=US’ とすれば、(Syn) の代入例が、

$$
\frac{\mathrm{VM} \stackrel{100}{\longrightarrow} \mathrm{VM}' \qquad \mathrm{US} \stackrel{\overline{100}}{\longrightarrow} \mathrm{US}'}{\mathrm{VM} \mid \mathrm{US} \stackrel{\tau}{\longrightarrow} \mathrm{VM}' \mid \mathrm{US}'}\ (Syn_{100})
$$

となる。これは、ユーザーと自販機のペアからなる最初の状況（VM $\mid$ US）から、ユーザーが 100 円を投入し、自販機が 100 円を投入されることによって、今度は全体として、ユーザーがコーヒーか水を選び、それに応じて、自販機がコーヒーか水を出す、そのような進展を待つ状況（VM$'$ $\mid$ US$'$）になることを示している。同様に、ユーザーがコーヒーを選ぶか、水を選ぶかに応じて、VM$'$ $\mid$ US$'$ の進展の仕方は次の 2 通りがある。

$$
\frac{\mathrm{VM}' \stackrel{\overline{\mathrm{coffee}}}{\longrightarrow} \mathrm{VM} \qquad \mathrm{US} \stackrel{\mathrm{coffee}}{\longrightarrow} \mathbf{0}}{\mathrm{VM}' \mid \mathrm{US}' \stackrel{\tau}{\longrightarrow} \mathrm{VM} \mid \mathbf{0}}\ (Syn_{\mathrm{coffee}}) \quad \frac{\mathrm{VM}' \stackrel{\overline{\mathrm{water}}}{\longrightarrow} \mathrm{VM} \qquad \mathrm{US} \stackrel{\mathrm{water}}{\longrightarrow} \mathbf{0}}{\mathrm{VM}' \mid \mathrm{US}' \stackrel{\tau}{\longrightarrow} \mathrm{VM} \mid \mathbf{0}}\ (Syn_{\mathrm{water}})
$$

だがこの図式から、VM$'$ $\mid$ US$'$ 全体はどちらの場合にも τ 遷移によって VM $\mid$ $\mathbf{0}$ に進展することがわかる。したがってユーザーがコーヒーを選ぶにせよ水を選ぶにせよ、結局、ここまでの VM $\mid$ US 全体の進展を表す遷移構造は、

$$
\mathrm{VM} \mid \mathrm{US} \stackrel{\tau}{\longrightarrow} \mathrm{VM}' \mid \mathrm{US}' \stackrel{\tau}{\longrightarrow} \mathrm{VM} \mid \mathbf{0}
$$

によって表される。

以上のように、プロセス代数の分野では、ラベル付き遷移構造は複数のプロセスの間の相互作用を表現するためにも使用されており、むしろ、R. Milner が開拓したこの分野における理論発展の順序からいえば、このようなプロセス間の相互作用のモデリングと検証のためにこそ、1980 年代にラベル付き遷移構造が劇的な理論的進展を遂げた、と言ってよい。そして実際、この R. Milner が、D. Park とともに、遷移構造（クリプキ構造）間

における「双模倣」概念を初めて数学的に定義した「双模倣」概念の生みの親である*30。こうした経緯を踏まえれば、現段階では遷移構造による相互作用の表現は τ 遷移によって理論的に単純化された形に留まっているが、今後、より多様で複雑な相互作用を表現する遷移構造と、それに伴って、そのような遷移構造の間に適合する双模倣関係、その下で保存される、相互作用そのものの記述を可能にする様相論理、といった一連の発展が期待される*31。

4.4　投射、連続性、実在的可能性

現代的観点から見た、以上のカント予想の具体的実現、各々のカテゴリーに対応する種々の連続性の見通しによって、「対象の直観についての思考の形式の解明が、なぜそのまま、対象についての思考の形式の解明になるのか」という超越論的論理学のさらなる問いに対する回答は、以下に整理できる。

(i) 対象の直観は、現実の対象の図式として、種々の幾何学的・代数的構造を潜在的に含む。

(ii) これら種々の構造が形成されるのは、同種の構造間に、特定の連続性（構造保存性）を形成するためである。

(iii) この種々の連続性の各々に対して不変な形式的性質のタイプがカテゴリーである。

(iv) 各々のカテゴリーに関して為される判断は、当のカテゴリーに属する形式的性質が不変であるような、当の連続性の下で、不変な真/偽の評価を得る。

(v) 対象の直観が含むこれら種々の幾何学・代数的構造は、直接には現実の対象の構造により近い幾何学的・代数的構造との連続性を形成しており、後者の構造はまた、現実の対象の構造にさらにより近い構造との連続性を形成していると考えられる。

(vi) このような現実の対象の構造により近い、無数の幾何学的・代数的構造との連続性からなる推移的関係を介して、対象の直観が含む種々の幾何学的・代数的構造は、現実の対象を極限として、現実の対象に漸近すると考えられる。

(vii) このようにして形成される連続性の推移的関係の下で、直接には対象の直観が含む幾何学的・代数的構造について為された判断は、現実の対象の構造により近い無数の幾何学的・代数的構造についても、不変な真/偽の評価を受ける。

(viii) こうして、直接には対象の直観について為された判断は、連続性の極限としての現

*30 [60], pp. 11-14。この文献に双模倣の概念史がある。

*31 相互作用そのものを表現する様相論理は、すでに R. Milner 自身も提案している (Milner, Parrow, and Walker, 1993)。本論文が提示する Many Sorted Hybrid Logic (MSHL) も、元々複数の対象（プロセス）の遷移構造を同時に様相式で記述し、その間の準同型射（p-morphism）や双模倣関係をも様相式で記述することによって、対象（プロセス）たちの間の相互作用を論理的に形式化する目的で考案された。

> 実の対象（*Objekt*）についても、漸近的に、客観的（*objektiv*）な妥当性（真/偽の評価可能性）を獲得する。

以上に生じている対象への漸近的な構造は、以下のカントの記述にも見られる。

> [$\cdots$] こうして今やわれわれはまた、対象一般というわれわれの概念を一層正当に規定できるであろう。あらゆる表象は、表象であるからには、その対象をもち、それ自身また他の表象の対象でありうる。現象はわれわれに直接与えられうる唯一の対象であり、現象において直接に対象に関係するところのものが、直観と呼ばれる。しかしこれらの現象はやはり物自体そのものではなくて、それ自身単に表象であり、表象はさらにその対象をもつ。したがってこの対象はわれわれによってはもはや直観されることはできない。だからそれは非経験的すなわち超越論的対象＝ X と名づけられうるのである。（強調原著）[A109]

ただしここで「現象において直接に対象に関係するところのものが、直観と呼ばれる」とあるように、カントはこの箇所で、極限としての対象それ自体、つまり非経験的・超越論的対象＝ X への漸近の限界として、与えられた直観そのものを位置づけている、と考えられる。したがってカントのこの箇所においては、直観という対象への漸近の限界から出発して、それを抽象化する方向に、現実の対象の図式として、種々の幾何学的・代数的構造が生成され、逆に、現実の対象の図式、種々の幾何学的・代数的構造から出発して、直観という対象への漸近の限界に進むにつれ、図式において捨象されたものが復元されていく、そのような構造を読み取ることができる。

ところで、MSHL における、一種の『論考』的「投射 projection」関係の形式化と考えられた

$$\frac{[\pi_A^{-1}]((\pi_A)\varphi \rightarrow (\pi_B)\psi)}{\varphi \rightarrow [\pi_A^{-1}](\pi_B)\psi}\ (Proj)$$

の結論部分 $\varphi \rightarrow [\pi_A^{-1}](\pi_B)\psi$ は、形式上直接には、様相演算子 $[\pi_A^{-1}](\pi_B)$ を介した、命題 φ と命題 ψ の関係であった。これは、その際確認した通り、

> 3.12　... 命題とは、世界に対して投射関係に置かれた限りでの、命題記号である。

に明示されている、「命題」と「世界」との関係としての、『論考』における投射関係のタイプを、形式上反映していないように思われる。

しかし、$\varphi \rightarrow [\pi_A^{-1}](\pi_B)\psi$ には、上の超越論的論理学の解釈 (i)-(viii) によって生じた「判断（命題）の現実の対象を極限とする漸近的な客観的妥当性」という構造が現れている

と見ることができる。というのも、関係のカテゴリー、その (1) 属性と実体の、チャンネル理論による解釈の中でこの提案を行ったように、A を対象の直観のモデル、B を（B×A を介して）それに対応する対象それ自体に漸近するモデル、と考えてみよう。あるいは、Red Barn 問題のクリプキネットワークモデルにおけるように、A を知覚表象のモデル、B をその対象のモデルと考えてみよう。すると、$\varphi \to [\pi_A^{-1}](\pi_B)\psi$ が妥当になる、次のクリプキネットワークモデル

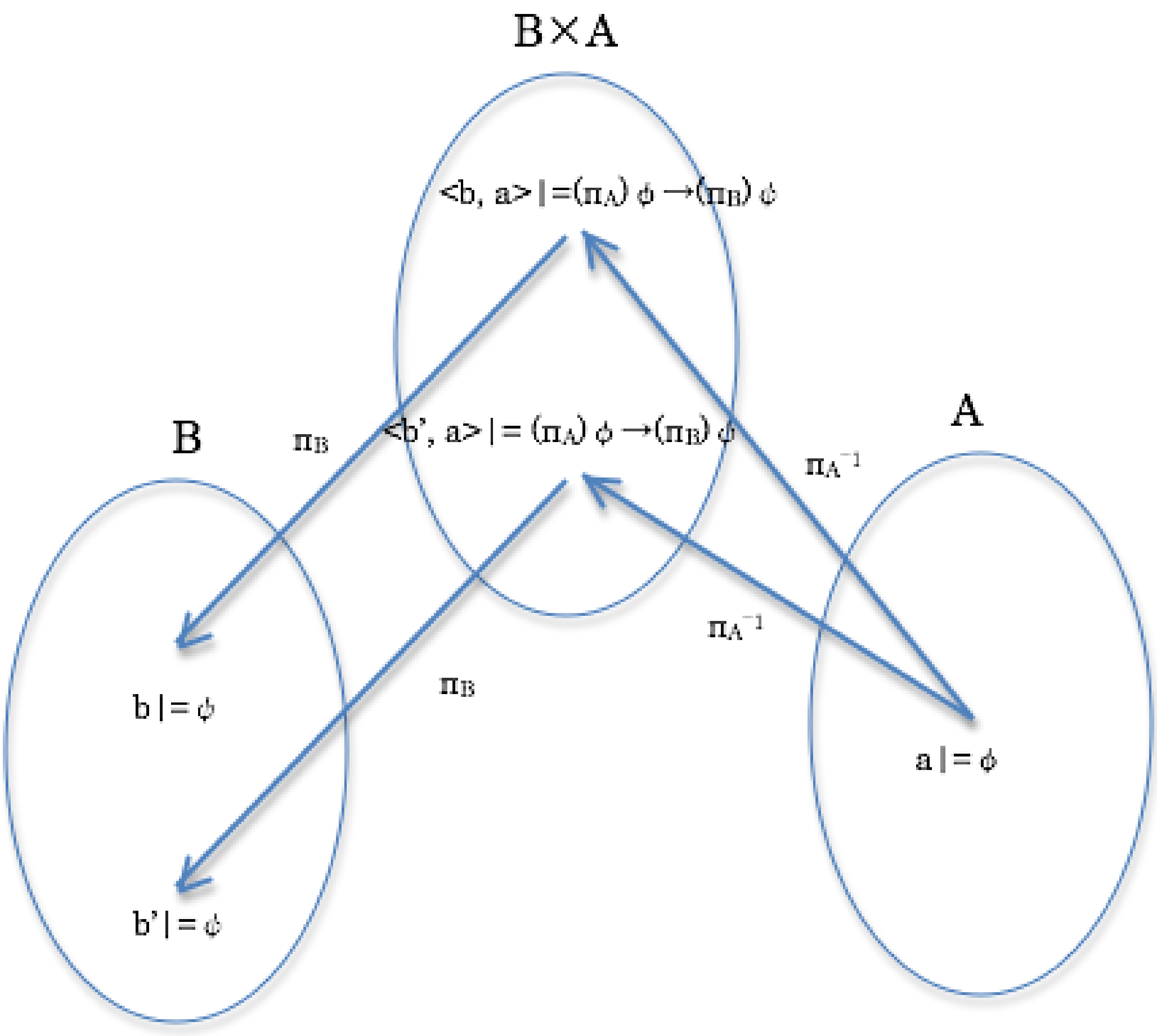

図 4.4

が直観的に示すように、その場合 $\varphi \to [\pi_A^{-1}](\pi_B)\psi$ が表現しているのは、次のことと解釈できる。すなわち、対象の直観（知覚表象）のモデル A についての判断 φ は、π_A^{-1} と π_B を介して、対象それ自体に漸近するモデル B についての（確実な）判断 ψ としてよい、と

いうことである。これは言い換えれば、A が φ であるということは、(確実に) B が ψ であるということである、ということとなり、連続写像の一種である情報射 infomorphism の条件と接近することになる。

同様に、一方で A を命題たちの描く言語的に構成された諸状況からなる論理空間 (おそらくそれに近接する明晰な例として、論理式の極大無矛盾集合たちからなるカノニカル・モデルを考えられたい)、他方で B を (B×A を介して) 世界それ自体の可能なあり方を漸近的に表すモデル、と考えてみよう。するとこの場合 $\varphi \to [\pi_A^{-1}](\pi_B)\psi$ は、意義をもつ命題、つまり思想 φ と、世界それ自体において成立する事態、つまり事実 ψ との関係を、MSHL の言語に内化 internalize して表現したものと見ることができる。

以上の、特に $\varphi \to [\pi_A^{-1}](\pi_B)\psi$ が表現する (と解釈可能な) 命題と世界との投射関係が、結果的に連続写像がもたらすそれとよく似た、構造上の性質 (ここでは φ と ψ) の間の対応関係を生み出す、という見方は、未だ技術的裏付けを伴うものではないが、投射関係もまた一種の連続性を形成することができる、という可能性を示しているものと思われる。この可能性から提案したい考え方は次である。すなわち、われわれがカントのカテゴリー表の背後に顕在化してきた、カント予想における連続性とはむしろ、われわれの投射という活動によって局所的に構成される限りでの、いわば投射的で局所的な連続性である、と考えるべきではないか、ということである[*32]。

つまり、カテゴリーの背後にある連続性とは、われわれ主観を離れて、あらかじめ独立に与えられているとされるような、連続的な時空構造を前提して理解されるべきではない。そうではなく、カテゴリーの背後にある連続性とは、「不断に変転する情報環境 (プロセス) の中に局在 localized し、常に視点化された perspectival 仕方で (不完全な) 情報を入手しうるに過ぎない」(岡本, 2016, [81]) われわれのような認知エージェントが、そのような局在化され視点化された、断片的で不完全な情報をもとに、それでも何らかの仕方で自ら対象との間に築くしかない関係である、と考えた方が現実的である。というのも、そうでなければ、われわれははじめから、一般に無限構造である連続的な時空構造と、その間の全域的 *total* な連続性を、超越的な仕方で形成している、と考えるほかないだろうからである。そして、この、局在化され視点化された断片的で不完全な情報をもとに、こちら側から対象との間に関係を築く仕方一般が、「投射 projection」と呼ばれる過程であると考えられる。

この段階に至って、本論文の結語として主張したいのは次である。すなわち、現実に与えられた情報から、適切な投射を行うことにより局所的に構成された連続性を介して、何

[*32] この点も岡本 (2016) ([81]) から学んだ。このような投射的かつ局所的な連続性の数学における表現として、ここで筆者が念頭に置いているのは、「層 (sheaf)」の構造である。

らかの対象に漸近するモデル、及び、そのモデルについての判断や命題が、「客観的実在性」をもつ。そして、この投射的かつ局所的な連続性が、特に様相のカテゴリーのそれである場合、そこでのモデル、及びそれについての判断や命題が、当の対象の「実在的可能性」と呼ばれる。本論文第二部における反事実条件文のモデル化と形式化は、D. ルイスの類似性モデルを分岐時間モデルとして再構成することによって、反事実条件文のセマンティクスとシンタクスが、現実の時間的プロセス構造が備える、以上の意味での「実在的可能性」を表現するものであることを、論理学的に明示したものである——そのように評価されれば、著者にとって幸いである。また、本論文第三部におけるゲティア問題のモデル化と形式化は、われわれ認知エージェントが日常的に利用する「常識的相関」という形をとった「投射関係」そのものの「実在的可能性」を、これもまた論理学的に明示したものである——そのように位置づけられれば、著者にとって幸いである。

そして最後に本論文が試みた、超越論的論理学におけるカテゴリーと連続性の関係の解明が進められることは、次のことを明らかにするであろう。すなわち、論理学は、かつて論理主義 Logicism が提唱したように、算術や数学がそこに還元されたり基礎付けられたりする場所ではない。そうではなく、話はむしろ逆であると考えた方が自然である。つまり、論理学とは、算術や数学だけでなく、それらを最たる範例として含む、推論活動、言語活動一般に潜在する、連続的なものを——フレーゲがはじめに算術の言語から概念記法を顕在化したように——顕在化する学である。そのような認識が達成された場合、論理主義は、新たな形で復興するだろう。それは連続的論理主義 Continuous Logicism と呼ばれてよい。そしてこれは、真に興味深いことに、皮肉にも同じく共にカントを、しかし全く別の形で継承した、フレーゲと並ぶもう一人の現代論理学の開発者、C. S. パースの論理思想そのものであろうと思われる。

付録 A

Many Sorted Hybrid Logic with one universal sort

A.1 Introductuion

This work is inspired by Simulation Logic (G. Allwein et al., [2]). Simulation relations including p-morphism and bisimulation have been discovered as most important concepts in Computer Science, modal logic, and non-well-founded set theory (see [60]). But the conditions of simulation relations are meta-logical ones expressed in quantified first-order logic. In the situation, Simulation Logic is designed to internalize simulation relations in modal language. Moreover, if you look at the authors' preceding work [1], it can be seen that the logic is also intended to come into use as a modal formalization of Channel Theory (Barwise and Seligman, [8]).

We think that the idea of Simulation Logic is fundamentally correct and very fruitful. But firstly, the syntax of Simulation Logic presented in [2] seems not to be made explicit enough. Secondly, the semantics of Simulation Logic in [2] is given by algebraic method using modal algebra. Our system improves these two point. That is, firstly, we define our sorted syntax strictly and explicitly by extending standard hybrid logic. Secondly, we give semantics to the sorted syntax by extending standard Kripke semantics straightforwardly.

The resulting logic, which we call Many Sorted Hybrid Logic (MSHL), turns out to have expressive power describing both simulation relations and the notion of 'information channel' defined in [8]. And it is sound and complete with respect to the straightforward extension of standard Kripke semantics. This completeness result is obtained by admitting *universal* satisfactoin operator $@^a$, as well as standard *local* satisfactoin operator $@_a$. The former, unlike the latter, enables us to see all named points *not only in a single Kripke model, but also in all Kripke models co-existing with each other.*

A.2 Graph as Sort

Let $I = \{ i, j \dots \}$ be a finite or possibly countable set of *sorts* and u be the distinguished sort called *universal sort.* We also call $i \in I$ *local sort.* Let $I^{+u} = I \cup \{ u \}$. Let A be a set of *arrows* where we associate a *source* and a *target* in I^{+u} with each arrow. (We may think this as a *finite graph*). We denote this pair by $N = (I^{+u}, A)$.

A.3 Sorted Syntax

Given $N = (I^{+u}, A)$, our vocabulary consists of:

- a countably infinite set $\mathsf{Prop}(k)$ of propositional variables ($k \in I^{+u}$) where $\mathsf{Prop}(k) \cap \mathsf{Prop}(l)$ possibly be non-empty for some distinct $k, l \in I^{+u}$.
- a countably infinite set $\mathsf{Nom}(k)$ of *nominals* ($k \in I^{+u}$): nominals of sort k, where $\mathsf{Nom}(k) \cap \mathsf{Nom}(l) = \emptyset$ for all distinct sorts $k, l \in I^{+u}$.
- Boolean connectives: $\wedge$ and $\neg$.
- a modal operator $[r]$ and $[r^{-}]$ for each arrow $r : k \to l \in A$.
- a set $\mathsf{Mod}(k)$ of modal operators of sort $k \in I^{+u}$ (here we assume that the arity of $\Diamond \in \mathsf{Mod}(k)$ is one).
- satisfaction operator @.

Now we define the set $\mathsf{Form}(k)$ of *formulas* of sort $k \in I^{+u}$ by simultaneous induction. Note that by (vi) we can see $[r]$ as a function from $\mathsf{Form}(l)$ to $\mathsf{Form}(k)$ and conversely by (vii) $[r^{-}]$ as a function from $\mathsf{Form}(k)$ to $\mathsf{Form}(l)$, for $r : k \to l \in A$. (Note the directions.)

(i) Any nominal $a \in \mathsf{Nom}(k)$ is a formula of sort k.
(ii) Any propositional variable $p \in \mathsf{Prop}(k)$ is a formula of sort k.
(iii) If φ and ψ are formulas of sort k, then $\neg\varphi$ and $\varphi \wedge \psi$ are formulas of sort k.
(iv) If φ is a formula of sort k and $\Diamond$ is a modal operator of sort k, then $\Diamond\varphi$ is a formula of sort k.
(v) For each sort l, if φ is a formula of sort l and $r : k \to l$ is an arrow in A, then

$[r]\varphi$ is a formula of sort k.

(vi) For each sort l, if φ is a formula of sort l and $s : l \to k$ is an arrow in A, then $[s^{-}]\varphi$ is a formula of sort k.

(vii) If φ is a formula of local sort $i \in I$ and a is a nominal of local sort $i \in I$, then $@_a\varphi$ is a formula of local sort i.

(viii) If φ is a formula of sort $k \in I^{+u}$ and a is a nominal of sort $k \in I^{+u}$, then $@_a\varphi$ is a formula *of universal sort* u. This means that any @-prefixed formula of any local sort can be lifted up to universal sort u.

Set $\mathsf{Form} = \bigcup_{k \in I^{+u}} \mathsf{Form}(k)$. When we want to write a sort k of a formula φ explicitly, we may use the notation '$k : \varphi$'. For example, we may read '$k : @_a\varphi$' as 'φ holds at the state named by a from the perspective of a process of sort k'. We say that $k : \varphi$ is *pure* if φ does not include any propositional variables of any sort.

For any nominal a of any sort, we write $@^a\varphi$ for $u : @_a\varphi$. Namely, when we indicate that a given $@_a$-prefixed formula is *universal sort* as a whole, we write $@^a\varphi$. Note that, for any nominal a of local sort i, we cannot prefix a formula of universal sort u with $@_a$. For example, we cannot construct any formula of the form of $@_a@^b\varphi$, where a is of a local sort, b is of *another* local sort, and $@^b\varphi$ is of universal sort. If we could do this, then from a region of a local sort, we would be able to see the regions of *any other* local sort, via the region of universal sort.

Remark 1. At this point, the substantial parts of the extension of standard hybrid logic in our syntax are (v), (vi), and, especially, (viii) above.

Definition 1. We define the notion of *sort-respecting uniform substitution* $(\cdot)^\sigma$ *for nominals*. Let σ be a function such that $\sigma(k : a) = k : b \in \mathsf{Nom}(k)$ for all $k \in I^{+u}$. That is, $(\cdot)^\sigma$ respects the sort of each nominal. Then, keeping the sort of each formula explicit, we define recursively $(k : \neg(k : \varphi))^\sigma = k : \neg(k : \varphi)^\sigma$, $(k : (k : \varphi) \wedge (k : \psi))^\sigma = k : (k : \varphi)^\sigma \wedge (k : \psi)^\sigma$, $(k : \Box(k : \varphi))^\sigma = k : \Box(k : \varphi)^\sigma$, $(k : [r](l : \varphi))^\sigma = k : [r](l : \varphi)^\sigma$ (for $r : k \to l \in A$), $(k : [s^{-}](l : \varphi))^\sigma = k : [s^{-}](l : \varphi)^\sigma$ (for $s : l \to k \in A$), and $(l : @_{k:a}(k : \varphi))^\sigma = l : @_{\sigma(k:a)}(k : \varphi)^\sigma$ (for $k \in I^{+u}$).

A.4 Kripke Semantics

Given $N = (I^{+u}, A)$, we associate a Kripke model to each sort in I^{+u} and a function between Kripke models to each arrow in A.

Definition 2. A *Kripke network* $\mathcal{N}$ for $N = (I^{+u}, A)$ is a pair $((\mathcal{N}(k))_{k \in I^{+u}}, (\mathcal{N}(r))_{r \in A})$ such that,

- for all $k \in I^{+u}$, $\mathcal{N}(k) = (W_k, (R_k^{\Diamond})_{\Diamond \in \mathsf{Mod}(k)})$ is a Kripke frame, i.e., W_k is a non-empty set, $R_k^{\Diamond}$ is a binary relation on W_k.
- $\mathcal{N}(r)$ is a relation from the domain W_k of $\mathcal{N}(k)$ to the domain W_l of $\mathcal{N}(l)$, for $r : k \to l \in A$.

Given a *Kripke network* $\mathcal{N}$ for $N = (I^{+u}, A)$, let V be a tuple $(V_k))_{k \in I^{+u}}$ of valuations such that, for all $k \in I^{+u}$, $V_k : \mathsf{Prop}(k) \cup \mathsf{Nom}(k) \to \mathcal{P}(W_k)$ is a mapping satisfying $V_k(a)$ is a singleton for all nominals $a \in \mathsf{Nom}(k)$. Then a *Kripke network model* $\mathcal{M}$ for $N = (I^{+u}, A)$ is a pair $(\mathcal{N}, V)$ such that, for all $k \in I^{+u}$, $\mathcal{M}(k) = (\mathcal{N}(k), V_k)$ is a Kripke model.

We denote $\mathcal{N}(r)$ simply by $r^{\mathcal{N}}$. Given a Kripke network model $\mathcal{M}$, a formula φ of sort k and a state w of $\mathcal{M}(k)$, we define the satisfaction relation $\mathcal{M}(k), w \models \varphi$ inductively as follows:

$$
\begin{array}{lll}
\mathcal{M}(k), w \models \top_k & & \text{always} \\
\mathcal{M}(k), w \models a & \text{iff} & \{\, w \,\} = V_k(a) \\
\mathcal{M}(k), w \models p & \text{iff} & w \in V_k(p) \\
\mathcal{M}(k), w \models \neg\varphi & \text{iff} & \mathcal{M}(k), w \not\models \varphi \\
\mathcal{M}(k), w \models \varphi \wedge \psi & \text{iff} & \mathcal{M}(k), w \models \varphi \text{ and } \mathcal{M}(k), w \models \psi \\
\mathcal{M}(k), w \models \Diamond\varphi & \text{iff} & wR_k^{\Diamond}w' \text{ and } \mathcal{M}(k), w' \models \varphi \text{ for some } w' \in W_k \\
\mathcal{M}(k), w \models \langle r \rangle\varphi & \text{iff} & wr^{\mathcal{N}}w' \text{ and } \mathcal{M}(l), w' \models \varphi \text{ for some } w' \in W_l \ \ (r : k \to l \in A) \\
\mathcal{M}(k), w \models \langle s^{-} \rangle\varphi & \text{iff} & w's^{\mathcal{N}}w \text{ and } \mathcal{M}(l), w' \models \varphi \text{ for some } w' \in W_l \ \ (s : l \to k \in A) \\
\mathcal{M}(k), w \models @_a\varphi & \text{iff} & \mathcal{M}(k), w' \models \varphi \text{ for some } w' \in [\![a]\!]_{\mathcal{M}(k)} (\text{where } k \in I) \\
\mathcal{M}(k), w \models @^a\varphi & \text{iff} & \mathcal{M}(l), w' \models \varphi \text{ for some } w' \in [\![a]\!]_{\mathcal{M}(l)} (\text{where } k = u \text{ and } l \in I^{+u})
\end{array}
$$

where $[\![\varphi]\!]_{\mathcal{M}(k)} = \{\, w \in W_k \mid \mathcal{M}(k), w \models \varphi \,\}$.

Note that, when $r^{\mathcal{N}}$ $(r : k \to l)$ is *a function*, we may reformulate the semantic clause for $\langle r \rangle\varphi$ as:

$$\mathcal{M}(k), w \models \langle r \rangle\varphi \quad \text{iff} \quad w \in (r^{\mathcal{N}})^{-1}[[\![\varphi]\!]_{\mathcal{M}(l)}],$$

that is to say,

$$[\![\langle r \rangle\varphi]\!]_{\mathcal{M}(k)} = (r^{\mathcal{N}})^{-1}[[\![\varphi]\!]_{\mathcal{M}(l)}].$$

Besides, when $s^{\mathcal{N}}$ $(s : l \to k)$ is *a function*, we may reformulate the semantic clause for $\langle s^{-} \rangle\varphi$ as:

$$\mathcal{M}(k), w \models \langle s^{-} \rangle\varphi \quad \text{iff} \quad w \in (s^{\mathcal{N}})[[\![\varphi]\!]_{\mathcal{M}(l)}],$$

that is to say,

$$[\![\langle s^{-} \rangle\varphi]\!]_{\mathcal{M}(k)} = (s^{\mathcal{N}})[[\![\varphi]\!]_{\mathcal{M}(l)}].$$

Remark 2. At this point, the substantial parts of the extension of standard hybrid logic in our satisfaction conditions are those of $\langle r \rangle \varphi$, $\langle s^- \rangle \varphi$, and, especially, $@^a \varphi$ above.

Definition 3. We say that $k : \varphi$ is *valid in a Kripke network model* $\mathcal{M}$ and write either $\mathcal{M}(k) \models \varphi$ or $\mathcal{M} \models k : \varphi$ if φ is true for all state $w \in W_k$ on $\mathcal{M}(k)$, i.e., $[\![\varphi]\!]_{\mathcal{M}(k)} = W_k$. We say that $k : \varphi$ is *valid in a Kripke network* $\mathcal{N}$ and write $\mathcal{N} \models k : \varphi$ (another notation: $\mathcal{N}(k) \models \varphi$) if $\mathcal{M} \models k : \varphi$ (another notation: $\mathcal{M}(k) \models \varphi$) for all valuations V on $\mathcal{N}$. When Φ is a set of formulas whose sorts are possibly mixed, we write $\mathcal{M} \models \Phi$ if $\mathcal{M} \models k : \varphi$ ($\mathcal{M}(k) \models \varphi$) for every $k : \varphi \in \Phi$. When Φ_k is a set of formulas of sort k, we write $\mathcal{M}(k) \models \Phi_k$ if $\mathcal{M}(k) \models \varphi$ for every $\varphi \in \Phi_k$.

Definition 4. Let K be a class of Kripke networks for $N = (I^{+u}, A)$. Let Φ be a set of possibly sort-mixed formulas and Ψ_k be a set of formulas of sort k. We say that $k : \varphi$ is a *local consequence* of Ψ_k *under global assumptions* Φ and write $\Phi; \Psi_k \models^{\mathsf{K}} k : \varphi$, if, for every Kripke network model $\mathcal{M}$ based on a Kripke network $\mathcal{N} \in \mathsf{K}$ such that $\mathcal{M} \models \Phi$, if $\mathcal{M}(k), w \models \Psi_k$ then $\mathcal{M}(k), w \models k : \varphi$ for all $w \in W_k$. We call Ψ_k *local assumptions*. (The concept and notation of 'a local consequence of local assumptions under global assumptions', see [63].) When K is the class of *all* Kripke networks for $N = (I^{+u}, A)$, we write simply $\Phi; \Psi_k \models k : \varphi$. If Φ is empty, $\Psi_k \models^{\mathsf{K}} k : \varphi$ means that $k : \varphi$ is a *local consequence* of Ψ_k, i.e., the standard notion of local consequence. If Ψ_k is empty, $\Phi \models^{\mathsf{K}} k : \varphi$ means that $k : \varphi$ is a *global consequence* of Φ, i.e., the standard notion of global consequence. When both Φ and Ψ_k are empty, we write $\models^{\mathsf{K}} k : \varphi$ or $\models^{\mathsf{K}}_k \varphi$, which means that for all Kripke networks $\mathcal{N} \in \mathsf{K}$, all valuations V, and all states $w \in W_k$, φ is true.

For example, when we *globally* assume $l : \varphi \to \psi$ and *locally* assume $k : \langle r \rangle \varphi$ for $r : k \to l \in A$, we have $\{l : \varphi \to \psi\}$; $\{k : \langle r \rangle \varphi\} \models k : \langle r \rangle \psi$.

Remark 3. In the proof of our completeness result (A.7), the universal sort u plays an essential role. Given a Γ-Φ-consistent set Δ_k of formulas of sort k, each member of a maximally consistent set Δ^+ extended from Δ_k has the form '$u : @^a \varphi$', where 'a' and 'φ' are of the same sort, whether or not it is local sort or global sort. This means that Δ^+ includes *all* information at *any* state within *any* region of *any* sort, from the so-calld 'bird's-eye' perspective in the region of the *universal* sort u. That is the reason why we can construct the *whole* Kripke network model from Δ^+ straightforwardly.

Incidentally, we note that we can describe local consequence relation equivalently either from the local point of view or from the universal point of view. That is, we have

$$@_{a_1}\varphi_1, ..., @_{a_n}\varphi_n \models_i @_b\psi \quad \text{iff} \quad @^{a_1}\varphi_1, ..., @^{a_n}\varphi_n \models_u @^b\psi,$$

where $@_{a_1}\varphi_1, ..., @_{a_n}\varphi_n$ are local assumptions of local sort i and $@^{a_1}\varphi_1, ..., @^{a_n}\varphi_n$ are local assumptions of the universal sort u.

A.5 Axiomatization

In the following, we write '$\vdash_k \varphi$' for '$\vdash k : \varphi$'.

Axiom

Local part

$(PC1)$ $\vdash_i \varphi \to (\psi \to \varphi)$, where $i \in I$.

$(PC2)$ $\vdash_i \varphi \to (\psi \to \theta) \to ((\varphi \to \psi) \to (\varphi \to \theta))$, where $i \in I$.

$(PC3)$ $\vdash_i (\neg\varphi \to \neg\psi) \to ((\neg\varphi \to \psi) \to \varphi)$, where $i \in I$.

$(K_\Box)$ $\vdash_i \Box(\varphi \to \psi) \to (\Box\varphi \to \Box\psi)$, where $\Box$ is a modal operator of sort $i \in I$.

$(K_@)$ $\vdash_i @_a(\varphi \to \psi) \to (@_a\varphi \to @_a\psi)$, where $i \in I$, $a \in \mathsf{Nom}(i)$ and $\varphi, \psi \in \mathsf{Form}(i)$.

$(Sd_@)$ $\vdash_i @_a\varphi \to \neg @_a \neg\varphi$, where $i \in I$, $a \in \mathsf{Nom}(i)$ and $\varphi \in \mathsf{Form}(i)$.

$(Ref_@)$ $\vdash_i @_a a$, where $i \in I$ and $a \in \mathsf{Nom}(i)$.

$(Agree)$ $\vdash_i @_a @_b\varphi \to @_b\varphi$, where $i \in I$, $a, b \in \mathsf{Nom}(i)$ and $\varphi \in \mathsf{Form}(i)$.

$(Intro)$ $\vdash_i a \to (\varphi \to @_a\varphi)$, where $i \in I$, $a \in \mathsf{Nom}(i)$ and $\varphi \in \mathsf{Form}(i)$.

$(Back_\Diamond)$ $\vdash_i \Diamond @_a\varphi \to @_a\varphi$, where $i \in I$, $\Diamond \in \mathsf{Mod}(i)$, $a \in \mathsf{Nom}(i)$, and $\varphi \in \mathsf{Form}(i)$.

Arrow part

$(K_{[r]})$ $\vdash_k [r](\varphi \to \psi) \to ([r]\varphi \to [r]\psi)$, where $r : k \to l \in A$ and $\varphi, \psi \in \mathsf{Form}(l)$.

$(K_{[s^-]})$ $\vdash_k [s^-](\varphi \to \psi) \to ([s^-]\varphi \to [s^-]\psi)$, where $s : l \to k \in A$, and $\varphi, \psi \in \mathsf{Form}(l)$.

$(Back_{\langle r\rangle})$ $\vdash_k \langle r\rangle @_b\varphi \to @_a[r]@_b\varphi$, where $k, l \in I^{+u}$, $r : k \to l \in A$, $b \in \mathsf{Nom}(l)$, $\varphi \in \mathsf{Form}(l)$, and $a \in \mathsf{Nom}(k)$.

$(Back_{\langle s^-\rangle})$ $\vdash_k \langle s^-\rangle @_b\varphi \to @_a[s^-]@_b\varphi$, where $k, l \in I^{+u}$, $s : l \to k \in A$, $b \in \mathsf{Nom}(l)$, $\varphi \in \mathsf{Form}(l)$, and $a \in \mathsf{Nom}(k)$.

$(ForthBack_r)$ $\vdash_k @_a[r]\langle r^-\rangle a$, where $k, l \in I^{+u}$, $r : k \to l \in A$, $a \in \mathsf{Nom}(k)$.

$(BackForth_r)$ $\vdash_l @_a[r^-]\langle r\rangle a$, where $k, l \in I^{+u}$, $r : k \to l \in A$, $a \in \mathsf{Nom}(l)$.

Universal part

$(PC1)$ $\vdash_u \varphi \to (\psi \to \varphi)$.

$(PC2)$ $\vdash_u \varphi \to (\psi \to \theta) \to ((\varphi \to \psi) \to (\varphi \to \theta))$.

$(PC3)$ $\vdash_u (\neg\varphi \to \neg\psi) \to ((\neg\varphi \to \psi) \to \varphi)$.

$(K_\Box)$ $\vdash_u \Box(\varphi \to \psi) \to (\Box\varphi \to \Box\psi)$, where $\Box$ is a modal operator of sort u.

$(K_@)_u$ $\vdash_u @^a(\varphi \to \psi) \to (@^a\varphi \to @^a\psi)$, where $a \in \mathsf{Nom}(k)$ and $\varphi, \psi \in \mathsf{Form}(k)$ for $k \in I^{+u}$.

$(Sd_@)_u$ $\vdash_u @^a\varphi \to \neg @^a \neg\varphi$, where $a \in \mathsf{Nom}(k)$ and $\varphi \in \mathsf{Form}(k)$ for $k \in I^{+u}$.

$(Ref_@)_u$ $\vdash_u @^a a$, where $a \in \mathsf{Nom}(k)$ for $k \in I^{+u}$.

$(Agree)_{u,1}$ $\vdash_u @^a @_b \varphi \to @^b\varphi$, where $a \in \mathsf{Nom}(k)$, $b \in \mathsf{Nom}(k)$, and $\varphi \in \mathsf{Form}(k)$ for $k \in I^{+u}$.

$(Agree)_{u,2}$ $\vdash_u @_a @^b\varphi \to @^b\varphi$, where $a \in \mathsf{Nom}(u)$, $b \in \mathsf{Nom}(i)$, and $\varphi \in \mathsf{Form}(i)$ for some local sort $i \in I$.

$(Back_\Diamond)_u$ $\vdash_u \Diamond @^a\varphi \to @^a\varphi$, where $\Diamond \in \mathsf{Mod}(u)$, $a \in \mathsf{Nom}(k)$, and $\varphi \in \mathsf{Form}(k)$ for $k \in I^{+u}$.

$(Back_{\langle r\rangle})_{i,j}$ $\vdash_u @^a\langle r\rangle @_b\varphi \to @^b\varphi$, where $i, j \in I$, $r : i \to j \in A$, $b \in \mathsf{Nom}(j)$, $\varphi \in \mathsf{Form}(j)$, and $a \in \mathsf{Nom}(i)$.

$(Back_{\langle s^-\rangle})_{i,j}$ $\vdash_u @^a\langle s^-\rangle @_b\varphi \to @^b\varphi$, where $i, j \in I$, $s : j \to i \in A$, $b \in \mathsf{Nom}(j)$, $\varphi \in \mathsf{Form}(j)$, and $a \in \mathsf{Nom}(i)$.

$(Back_{\langle r\rangle})_u$ $\vdash_u \langle r\rangle @_b\varphi \to @^b\varphi$, where $i \in I$, $r : u \to i \in A$, $b \in \mathsf{Nom}(i)$, $\varphi \in \mathsf{Form}(i)$.

$(Back_{\langle s^-\rangle})_u$ $\vdash_u \langle s^-\rangle @_b\varphi \to @^b\varphi$, where $i \in I$, $s : i \to u \in A$, $b \in \mathsf{Nom}(i)$, $\varphi \in \mathsf{Form}(i)$.

Rule

Local part

(MP) If $\vdash_i \varphi$ and $\vdash_i \varphi \to \psi$, then $\vdash_i \psi$.

$(Gen_\Box)$ If $\vdash_i \varphi$, then $\vdash_i \Box\varphi$, where $\Box$ is a modal operator of sort i.

$(Gen_@)$ If $\vdash_i \varphi$, then $\vdash_i @_a\varphi$ for each sort $i \in I$, where $\varphi \in \mathsf{Form}(i)$ and $a \in \mathsf{Nom}(i)$.

$(Name)$ If $\vdash_i @_a\varphi$ and $a \in \mathsf{Nom}(i)$ does not occur in $\varphi \in \mathsf{Form}(i)$, then $\vdash_i \varphi$, where $i \in I$.

$(Paste_\Diamond)$ If $\vdash_i @_a\Diamond b \wedge @_b\varphi \to \psi$ and $b \in \mathsf{Nom}(i)$ distinct from $a \in \mathsf{Nom}(i)$ does not occur in $\varphi \in \mathsf{Form}(i)$ or $\psi \in \mathsf{Form}(i)$, then $\vdash_i @_a\Diamond\varphi \to \psi$, where $i \in I$ and $\Diamond \in \mathsf{Mod}(i)$.

($PureSubst$) If $\vdash_i \varphi$ and φ is pure, then $\vdash_i \varphi^\sigma$, where $(\cdot)^\sigma$ is a sort-respecting uniform substitution for nominals, defined as before.

Arrow part

($Gen_{[r]}$) If $\vdash_l \varphi$, then $\vdash_k [r]\varphi$, where $r : k \to l \in A$ and $\varphi \in \mathsf{Form}(l)$.

($Gen_{[s^-]}$) If $\vdash_l \varphi$, then $\vdash_k [s^-]\varphi$, where $s : l \to k \in A$, and $\varphi \in \mathsf{Form}(l)$.

Universal part

(MP) If $\vdash_u \varphi$ and $\vdash_u \varphi \to \psi$, then $\vdash_u \psi$.

($Gen_\Box$) If $\vdash_u \varphi$, then $\vdash_u \Box\varphi$, where $\Box$ is a modal operator of sort u.

$(Gen_@)_u$ If $\vdash_k \varphi$, then $\vdash_u @^a\varphi$ for $k \in I^{+u}$, where $\varphi \in \mathsf{Form}(k)$ and $a \in \mathsf{Nom}(k)$.

$(Name)_u$ If $\vdash_u @^a\varphi$ and $a \in \mathsf{Nom}(k)$ does not occur in $\varphi \in \mathsf{Form}(k)$, then $\vdash_k \varphi$, for each $k \in I^{+u}$.

$(Paste_\Diamond)_u$ If $\vdash_u @^a\Diamond b \wedge @^b\varphi \to \psi$ and $b \in \mathsf{Nom}(k)$ distinct from $a \in \mathsf{Nom}(k)$ does not occur in $\varphi \in \mathsf{Form}(k)$ or $\psi \in \mathsf{Form}(u)$, then $\vdash_u @^a\Diamond\varphi \to \psi$, where $k \in I^{+u}$ and $\Diamond \in \mathsf{Mod}(k)$.

$(Paste_{\langle r\rangle})_u$ If $\vdash_u @^a\langle r\rangle b \wedge @^b\varphi \to \psi$ and $b \in \mathsf{Nom}(l)$ distinct from $a \in \mathsf{Nom}(k)$ does not occur in $\varphi \in \mathsf{Form}(l)$ or $\psi \in \mathsf{Form}(u)$, then $\vdash_u @^a\langle r\rangle\varphi \to \psi$, where $k, l \in I^{+u}$ and $r : k \to l \in A$.

$(Paste_{\langle s^-\rangle})_u$ If $\vdash_u @^a\langle s^-\rangle b \wedge @^b\varphi \to \psi$ and $b \in \mathsf{Nom}(l)$ distinct from $a \in \mathsf{Nom}(k)$ does not occur in $\varphi \in \mathsf{Form}(l)$ or $\psi \in \mathsf{Form}(u)$, then $\vdash_u @^a\langle s^-\rangle\varphi \to \psi$, where $k, l \in I^{+u}$ and $s : l \to k \in A$.

($PureSubst$) If $\vdash_u \varphi$ and φ is pure, then $\vdash_u \varphi^\sigma$, where $(\cdot)^\sigma$ is a sort-respecting uniform substitution for nominals, defined as before.

Definition 5. Let Φ be a *finite* set of formulas whose sorts are made explicit. An I^{+u}-global deduction from Φ is a finite sequence $k_1 : \varphi_1, ..., k_n : \varphi_n$ of sorted formulas such that for all $1 \leq s \leq n$ one of the following hold.

(hyp) $k_s : \varphi_s \in \Phi$.

(ax) $k_s : \varphi_s \in \mathsf{Axiom}$.

(mp) There exist $t, u < s$ such that $\varphi_u \equiv (\varphi_t \to \varphi_s)$ and $k_s = k_t = k_u$.

($gen_\Box$) There exists $t < s$ such that $\varphi_s \equiv \Box\varphi_t$.

($gen_@$) There exists $t < s$ such that $\varphi_s \equiv @_a\varphi_t$ and $a \in \mathsf{Nom}(k_t)$.

($name$) There exists $t < s$ such that $\varphi_t \equiv @_a\varphi_s$ and $a \in \mathsf{Nom}(k_s)$ occurs neither in φ_s nor in Φ.

($paste_\Diamond$) There exist $t < s$ and $k \in I^{+u}$ such that $\varphi_t \equiv @_a\Diamond b \wedge @_b\varphi \to \psi$, $\phi_s \equiv @_a\Diamond\varphi \to \psi$, and $b \in \mathsf{Nom}(k)$ distinct from $a \in \mathsf{Nom}(k)$ does not occur in $\varphi \in \mathsf{Form}(k)$, $\psi \in \mathsf{Form}(k)$, or in Φ.

($puresubst$) There exists $t < s$ such that φ_t is a pure *theorem* (see below) and $\varphi_s \equiv (\varphi_t)^\sigma$. (Note that in this case $k_t = k_s$.)

($gen_{[r]}$) There exists $t < s$ such that $\varphi_s \equiv [r]\varphi_t$, where $r : k \to l \in A$.

($gen_{[s^-]}$) There exists $t < s$ such that $\varphi_s \equiv [s^-]\varphi_t$, where $s : l \to k \in A$.

$(gen_@)_u$ There exists $t < s$ such that $\varphi_s \equiv @^a\varphi_t$ and $a \in \mathsf{Nom}(k_t)$.

$(name)_u$ There exists $t < s$ such that $\varphi_t \equiv @^a\varphi_s$ and $a \in \mathsf{Nom}(k_s)$ occurs neither in φ_s nor in Φ.

$(paste_\Diamond)_u$ There exist $t < s$ and $i \in I$ such that $\varphi_t \equiv @^a\Diamond b \wedge @^b\varphi \to \psi$, $\phi_s \equiv @^a\Diamond\varphi \to \psi$, and $b \in \mathsf{Nom}(i)$ distinct from $a \in \mathsf{Nom}(i)$ does not occur in $\varphi \in \mathsf{Form}(i)$, $\psi \in \mathsf{Form}(u)$, or in Φ.

$(paste_{\langle r\rangle})_u$ There exist $t < s$ and $r : k \to l \in A$ such that $\varphi_t \equiv @^a\langle r\rangle b \wedge @^b\varphi \to \psi$, $\phi_s \equiv @^a\langle r\rangle\varphi \to \psi$, and $b \in \mathsf{Nom}(l)$ distinct from $a \in \mathsf{Nom}(k)$ does not occur in $\varphi \in \mathsf{Form}(l)$, $\psi \in \mathsf{Form}(u)$, or in Φ.

$(paste_{\langle s^-\rangle})_u$ There exist $t < s$ and $s : l \to k \in A$ such that $\varphi_t \equiv @^a\langle s^-\rangle b \wedge @^b\varphi \to \psi$, $\phi_s \equiv @^a\langle s^-\rangle\varphi \to \psi$, and $b \in \mathsf{Nom}(l)$ distinct from $a \in \mathsf{Nom}(k)$ does not occur in $\varphi \in \mathsf{Form}(l)$, $\psi \in \mathsf{Form}(u)$, or in Φ.

We say that $k : \varphi$ is a I^{+u}-global consequence from Φ and we write $\Phi \vdash^g k : \varphi$ if there is a *finite* subset Φ' of Φ and I^{+u}-global deduction $k_1 : \varphi_1$, ..., $k_n : \varphi_n = k : \varphi$ from Φ'. If $k : \varphi$ is a I^{+u}-global consequence from $\emptyset$, i.e., $\emptyset \vdash^g k : \varphi$, then we write $\vdash_k \varphi$ and say that φ is a *theorem* of $\mathsf{Logic}(k)$. We can refer to *the length* of a I^{+u}-global deduction, for short, *the length* of a deduction, or *the length* of a proof. The length of a deduction/proof $k_1 : \varphi_1$, ..., $k_n : \varphi_n$ is simply n.

We then have a characteristic derived rule of our logic: Sort-Change for @-prefixed formulas. That is to say, for all $i \in I$,

$$\frac{\vdash_i @_a\varphi}{\vdash_u @^a\varphi} \text{ (Sort-Change for @)}$$

Proof.

1. $\vdash_i @_a\varphi$
2. $\vdash_u @^b@_a\varphi \quad (1,\ @_a\varphi \in \mathsf{Form}(i),\ b \in \mathsf{Nom}(i),\ (Gen_{@})_u)$
3. $\vdash_u @^b@_a\varphi \to @^a\varphi \quad (Agree_{u,1})$
4. $\vdash_u @^a\varphi \quad (2, 3, MP)$

□

Besides, owing to tense-like pure axioms $(ForthBack_r)$ and $(BackForth_r)$, the following adjoint rules hold.

$$\frac{\vdash_l \langle r^-\rangle\varphi \to \psi}{\vdash_k \varphi \to [r]\psi} \qquad \frac{\vdash_k \varphi \to [r]\psi}{\vdash_l \langle r^-\rangle\varphi \to \psi}$$

$$\frac{\vdash_l \varphi \to [r^-]\psi}{\vdash_k \langle r\rangle\varphi \to \psi} \qquad \frac{\vdash_k \langle r\rangle\varphi \to \psi}{\vdash_l \varphi \to [r^-]\psi}$$

We can use these adjoint rules to formulate the example of *Information Flow* (Barwise and Seligman, [8]) as follows, where $I = \{ S, B \}$, $u = F$ and $A = \mathcal{C} = \{ f_X : F \to X \}_{X\in\{ S,B \}}$.

$$\frac{\vdash_F (f_S)ON \to (f_B)LIT}{\vdash_S ON \to [f_S^{-1}](f_B)LIT} \qquad \frac{\vdash_F (f_S)ON \to (f_B)LIT}{\vdash_B \langle f_B^{-1}\rangle(f_S)ON \to LIT}$$

Let Γ be any set of formulas, the sorts of which are possibly mixed. By setting the formulas in Γ as extra axioms, we may extend Axiom to $\mathsf{Axiom} + \Gamma$.

Remark 4. At this point, the substantial parts of the extension of standard hybrid logic in our axomatization are, obviously, 'Arrow part' and 'Universal part' of our axioms and rules respectively above.

Definition 6. If Γ and Φ are sets of formulas whose sorts are possibly mixed, Ψ_k is a set of formulas of sort k, and φ is a formula of sort k, then we write $\Phi; \Psi_k \vdash_\Gamma k : \varphi$ if there are $k : \psi_1$, ..., $k : \psi_n \in \Psi_k$ such that $\Phi\vdash^g(\psi_1 \wedge ... \wedge \psi_n) \to \varphi$ under $\mathsf{Axiom} + \Gamma$. We write $\Phi \vdash_\Gamma k : \varphi$ if $\Phi; \emptyset \vdash_\Gamma k : \varphi$, which means $\Phi\vdash^g k : \varphi$ under $\mathsf{Axiom} + \Gamma$. Let Δ_k

be a set of formulas of sort k. Δ_k is Γ-Φ-inconsistent if $\Phi; \Delta_k \vdash_\Gamma \bot_k$. Otherwise, Δ_k is Γ-Φ-consistent.

A.6 Soundness

Lemma 1. Every rule preserves validity. That is, for every rule ρ, and for all $k \in I^{+u}$, if $\Phi \models \Psi$, then $\Phi \models k : \phi$, where Ψ is the set of formulas in the hypothesis of ρ and $k : \phi$ is the conclusion of ρ.

Proof. For all $k \in I^{+u}$ and each rule ρ which have Ψ as its hypothesis and $k : \phi$ as its conclusion, one can check that $\Phi \models \Psi$ implies $\Phi \models k : \phi$ routinely. □

Theorem 1. Let Φ be a set of formulas, the sorts of which are possibly mixed. Then, if $\Phi \vdash^g k : \varphi$, then $\Phi \models k : \varphi$.

Proof. By induction on the length of a deduction of $k : \varphi$ from a *finite* subset Φ' of Φ and by the above lemma. □

Corollary 1. If $\Phi; \Psi_k \vdash k : \varphi$, then $\Phi; \Psi_k \models k : \varphi$.

A.7 Completeness

Definition 7. Let K be a class of Kripke networks for $N = (I^{+u}, A)$ and Γ be a set of possibly sort-mixed axioms. We say that $\mathsf{Axiom} + \Gamma + \mathsf{Rule}$ is *both globally and locally strongly complete* with respect to K, if, for any set Φ of sort-mixed formulas and any Γ-Φ-consistent set Δ_k of formulas of sort k, there exists a Kripke network $\mathcal{N} \in \mathsf{K}$, a valuation $V = (V_k)_{k \in I^{+u}}$, and a state $w \in W_k$, such that $\mathcal{M} \models \Phi$ and $\mathcal{M}(k), w \models \Delta_k$.

Definition 8. Let Γ be a set of possibly sort-mixed formulas. We say that Γ defines a class K of Kripke networks for $N = (I^{+u}, A)$, if $\mathcal{N} \in \mathsf{K}$ iff $\mathcal{N} \models \Gamma$. We denote the class of Kripke networks for $N = (I^{+u}, A)$ defined by Γ as K_Γ.

Theorem 2. (Completeness) Let Γ be a set of possibly sort-mixed axioms *which are all pure*. Then $\mathsf{Axiom} + \Gamma + \mathsf{Rule}$ is *both globally and locally strongly complete* with respect to K_Γ. Equivalently, given a set Φ of sort-mixed formulas and a set Ψ_k of formulas of sort k, if $\Phi; \Psi_k \models^{\mathsf{K}_\Gamma} k : \varphi$, then $\Phi; \Psi_k \vdash_\Gamma k : \varphi$.

In the below, Form^+ denotes the extended language obtained by adding, for each sort $k \in I^{+u}$, countably many new nominals of sort k not appearing in $\mathsf{Nom}(k)$ to Form.

Lemma 2. If a set Δ_k of formulas of sort k is Γ-Φ-consistent in Form, then Δ_k remains Γ-Φ-consistent in Form^+.

Lemma 3. (Extended Lindenbaum lemma) Let Γ be a set of possibly sort-mixed pure axioms. Given any Γ-Φ-consistent set Δ_k of formulas of sort k, we can construct a Γ-Φ-consistent set Δ^+ of @-prefixed formulas (of sort u) satisfying the following properties, by adding, for each sort $l \in I^{+u}$, countably many new nominals of sort l not appearing in $\mathsf{Nom}(l)$.

(i) $\Phi; \Delta^+ \nvdash_\Gamma \bot_u$.

(ii) There exists a nominal $a \in \mathsf{Nom}(k)^+$ such that $@^a\Delta_k \subseteq \Delta^+$.

(iii) For any @-prefixed formula $@^a\varphi \in @\mathsf{Form}^+$, exactly one of $\{@^a\varphi, @^a\neg\varphi\}$ belongs to Δ^+.

(iv) If $@^a\Diamond\varphi \in \Delta^+$, then there exists a nominal $b \in \mathsf{Nom}(l)^+$ such that $@^a\Diamond b, @^b\varphi \in \Delta^+$, where $\Diamond \in \mathsf{Mod}(l)$.

(v) If $@^a\langle r\rangle\varphi \in \Delta^+$, then there exists a nominal $b \in \mathsf{Nom}(y)^+$ such that $@^a\langle r\rangle b, @^b\varphi \in \Delta^+$, where $r : x \to y \in A$.

(vi) If $@^a\langle s^-\rangle\varphi \in \Delta^+$, then there exists a nominal $b \in \mathsf{Nom}(y)^+$ such that $@^a\langle s^-\rangle b, @^b\varphi \in \Delta^+$, where $s : y \to x \in A$.

In the above, $\mathsf{Nom}(k)^+$ denotes the set of nominals of sort k extended from $\mathsf{Nom}(k)$ by adding countably many new nominals of sort k to $\mathsf{Nom}(k)$, $@^a\Delta_k=\{\, @^a\varphi \mid \varphi \in \Delta_k \,\}$ and $@\mathsf{Form}^+=\{\, \varphi \in \mathsf{Form}^+ \mid \varphi \text{ is an @-prefixed formula of sort } u \,\}$.

Proof. Suppose Δ_k is Γ-Φ-consistent. For each sort $l \in I^{+u}$, let $(l : b_n)_{n\in\mathbf{N}}$ be an enumeration of a countably infinite set of new nominals of sort l, and let $(\varphi_n)_{n\in\mathbf{N}}$ be an enumeration of $@\mathsf{Form}^+$, i.e., the set of @-prefixed formulas of the extended language Form^+. We construct $\Delta^+ \subseteq @\mathsf{Form}^+$ by the following procedure.

(i) $\Delta_0=@^{a_0}\Delta_k$, where a_0 is the first new nominal of sort k.

(ii) When $\Phi; \Delta_n \cup \{\varphi_n\} \vdash_\Gamma \bot_u$, $\Delta_{n+1}=\Delta_n$.

(iii) When $\Phi; \Delta_n \cup \{\varphi_n\} \nvdash_\Gamma \bot_u$,

(a) $\Delta_{n+1}=\Delta_n \cup \{\varphi_n\}$, if φ_n is *not* of the form $@^a\Diamond\varphi$, $@^a\langle r\rangle\varphi$, or $@^a\langle s^-\rangle\varphi$.

(b) $\Delta_{n+1}=\Delta_n \cup \{\varphi_n\} \cup \{@^a\Diamond b_m, @^{b_m}\psi\}$, if φ_n is of the form $@^a\Diamond\psi$, where b_m

is the first new nominal of the appropriate sort that does not occur in Δ_n or φ_n.

(c) $\Delta_{n+1}{=}\Delta_n \cup \{\varphi_n\} \cup \{@^a\langle r\rangle b_m, @^{b_m}\psi\}$, if φ_n is of the form $@^a\langle r\rangle\psi$, where b_m is the first new nominal of sort y that does not occur in Δ_n or φ_n, where $r : x \to y \in A$.

(d) $\Delta_{n+1}{=}\Delta_n\cup\{\varphi_n\}\cup\{@^a\langle s^-\rangle b_m, @^{b_m}\psi\}$, if φ_n is of the form $@^a\langle s^-\rangle\psi$, where b_m is the first new nominal of sort y that does not occur in Δ_n or φ_n, where $s : y \to x \in A$.

Let $\Delta^+ = \bigcup_n \Delta_n$. The consistency of $\Delta_0 = @^{a_0}\Delta_k$ is guaranteed by the $(Name)_u$ rule. For the preservation of consistency, the non-trivial steps are in (iii) (b)(c)(d). Consistency in those steps is guaranteed by the *Paste* rules in sort u for $\Diamond$, $\langle r\rangle$ and $\langle s^-\rangle$, respectively. Here we check only the step (iii) (c), for the rest steps are similar. For this, suppose that $\Phi; \Delta_{n+1} \vdash_\Gamma \bot_u$, i.e.,

$$\Phi; \Delta_n \cup \{@^a\langle r\rangle\psi\} \cup \{@^a\langle r\rangle b_m, @^{b_m}\psi\} \vdash_\Gamma \bot_u$$

This means that there are finite subsets Φ' and Δ'_n of Φ and Δ_n respectively such that

$$\Phi' \vdash_\Gamma \Delta'_n \wedge @^a\langle r\rangle\psi \wedge @^a\langle r\rangle b_m \wedge @^{b_m}\psi \to \bot_u$$

Thence we can proceed;

$$\begin{array}{l}
\Phi' \vdash_\Gamma @^a\langle r\rangle b_m \wedge @^{b_m}\psi \to (\Delta'_n \wedge @^a\langle r\rangle\psi \to \bot_u) \\
\Phi' \vdash_\Gamma @^a\langle r\rangle\psi \to (\Delta'_n \wedge @^a\langle r\rangle\psi \to \bot_u) \\
\Phi' \vdash_\Gamma \Delta'_n \wedge @^a\langle r\rangle\psi \to \bot_u \\
\Phi; \Delta_n \cup \{@^a\langle r\rangle\psi\} \vdash_\Gamma \bot_u
\end{array}$$

The second line is obtained by $(Paste_{\langle r\rangle})_u$, which is allowed since $b_m \neq a$ does not occur in Φ', Δ'_n, or ψ.

This shows that $\Phi; \Delta_n \not\vdash_\Gamma \bot_u$ for all $n \in \mathbf{N}$, so that $\Phi; \Delta^+ \not\vdash_\Gamma \bot_u$. Obviously, by construction, Δ^+ satisfies the rest properties required by the lemma.

$\square$

Now we can prove our completeness result. Let Γ, Φ, and Δ_k be a set of possibly sort-mixed pure axioms, a set of possibly sort-mixed formulas, and a Γ-Φ-consistent set of formulas of sort k, respectively. Then the above extended Lindenbaum lemma yield a Γ-Φ-consistent set $\Delta^+ \subseteq @\mathsf{Form}^+$. We construct W_l, $R_l^\Diamond$ ($\Diamond \in \mathsf{Mod}(l)$), V_l for each $l \in I^{+u}$, and $r : W_x \to W_y$ for each $r : x \to y \in A$, from Δ^+, as follows.

- W_l=$\{\, [a] \mid a \in \mathsf{Nom}(l)^+ \,\}$, where $[a] = \{\, b \in \mathsf{Nom}(l) \mid @^a b \in \Delta^+ \,\}$
- $[a] R_l^\Diamond [b]$ iff $@^a \Diamond b \in \Delta^+$
- $[a] r^{\mathcal{N}_\Gamma} [b]$ iff $@^a \langle r \rangle b \in \Delta^+$
- $V_l(p)$=$\{\, [a] \in W_l \mid @^a p \in \Delta^+ \,\}$
- $V_l(a)$=$\{\, [a] \,\}$

By these items, we set Kripke network $\mathcal{N}_\Gamma = ((\mathcal{N}_\Gamma(l))_{l \in I^{+u}}, (r^{\mathcal{N}_\Gamma})_{r \in A})$ and then Kripke network model $\mathcal{M}_\Gamma = (\mathcal{N}_\Gamma, V)$, where $\mathcal{N}_\Gamma(l) = (W_l, (R_l^\Diamond)_{\Diamond \in \mathsf{Mod}(l)})$ for each $l \in I^{+u}$ and $V = (V_l)_{l \in I^{+u}}$.

Lemma 4. (Truth Lemma) For all $l \in I^{+u}$, all $a \in \mathsf{Nom}(l)^+$, and all $\varphi \in \mathsf{Form}(l)^+$, $\mathcal{M}_\Gamma(l), [a] \models \varphi$ iff $@^a \varphi \in \Delta^+$.

Proof. By induction on φ. Again, the non-trivial cases are those in which φ is of the form of $\Diamond\psi$, $\langle r \rangle \psi$, or $\langle s^- \rangle \psi$. The most interesting case is $\langle s^- \rangle \psi$, for the case involves agreement between $\langle s^- \rangle$ and $\langle s \rangle$, as follows.

$$
\begin{array}{lll}
\mathcal{M}_\Gamma(x), [a] \models \langle s^- \rangle \psi & \text{iff} & [b] s^{\mathcal{N}_\Gamma} [a] \text{ and } \mathcal{M}_\Gamma(y), [b] \models \psi \text{ for some } [b] \in W_y \quad (s : y \to x \in A) \\
& \text{iff} & @^b \langle s \rangle a \in \Delta^+ \text{ and } @^b \psi \in \Delta^+ \text{ for some } b \in \mathsf{Nom}(y)^+ \\
& \text{iff} & @^a \langle s^- \rangle b \in \Delta^+ \text{ and } @^b \psi \in \Delta^+ \text{ for some } b \in \mathsf{Nom}(y)^+ \\
& \text{iff} & @^a \langle s^- \rangle \psi \in \Delta^+
\end{array}
$$

The next to last 'iff' holds since $@^b \langle s \rangle a \leftrightarrow @^a \langle s^- \rangle b$ is a theorem of sort u. For the last 'iff', 'only if' direction is by the theorem $@^a \langle s^- \rangle b \wedge @^b \psi \to @^a \langle s^- \rangle \psi$ of sort u, and 'if' direction is by construction of Δ^+.

Note also the case in which a is a nominal of universal sort u, b is a nominal of local sort $l \in I$, and φ is of the form of $@^b \psi$.

$$
\begin{array}{lll}
\mathcal{M}_\Gamma(u), [a] \models @^b \psi & \text{iff} & \mathcal{M}_\Gamma(l), [b] \models \psi \\
& \text{iff} & @^b \psi \in \Delta^+ \\
& \text{iff} & @^a @_b \psi \in \Delta^+
\end{array}
$$

The last 'iff' holds since $@^a @_b \psi \leftrightarrow @^b \psi$ is a theorem of sort u by $(Agree)_{u,2}$.

□

Definition 9. An Kripke network model $\mathcal{M}$ is *named* if, for all $k \in I^{+u}$ and for all state $w \in W_k$, there is a nominal a of sort k such that $V_k(a) = \{ w \}$.

Lemma 5. Let $\mathcal{M}$ be a *named* Kripke network model and φ be a *pure* formula of sort l. Suppose that $\mathcal{M}(l) \models \varphi^\sigma$ for all uniform substitution $(\cdot)^\sigma$ for nominals. Then $\mathcal{N}(l) \models \varphi$.

Proof. By induction on the structure of φ.

□

By construction, $\mathcal{M}_\Gamma$ is named. All that remains is to check that, for all $l : \varphi \in \Gamma$, $\mathcal{M}(l) \models \varphi^\sigma$ for all uniform substitution $(\cdot)^\sigma$ for nominals. Let $l : \varphi \in \Gamma$ and $(\cdot)^\sigma$ be any uniform substitution for nominals. Consider any $[a] \in W_l$. We have the following derivation:

$$\begin{array}{l} 1. \vdash_l \varphi \\ 2. \vdash_l \varphi^\sigma \quad (1,\ \mathit{PureSubst}) \\ 3. \vdash_u @^a\varphi^\sigma \quad (a \in \mathsf{Nom}(l)^+,\ \mathit{Gen}_@) \end{array}$$

So that $@^a\varphi^\sigma \in \Delta^+$, and by Truth Lemma, $\mathcal{M}_\Gamma(l), [a] \models \varphi^\sigma$. This shows that, for all $l : \varphi \in \Gamma$, $\mathcal{M}_\Gamma(l) \models \varphi^\sigma$ for all uniform substitution $(\cdot)^\sigma$ for nominals. From this it follows by the above lemma that $\mathcal{N}_\Gamma(l) \models \varphi$, that is, $\mathcal{N}_\Gamma \models l : \varphi$ in the other notation, for all $l : \varphi \in \Gamma$. So $\mathcal{N}_\Gamma \models \Gamma$, therefore $\mathcal{N}_\Gamma \in \mathsf{K}_\Gamma$. This completes our completeness result, for now we have $\mathcal{N}_\Gamma \in \mathsf{K}_\Gamma$, $\mathcal{M}_\Gamma \models \Phi$ and $\mathcal{M}_\Gamma(k), [a_0] \models \Delta_k$.

A.8 Extension

We can put the notion of *bisimulation* within the scope of our *pure* completeness result. A relation $r : (W_i, R_i) \to (W_j, R_j)$ is *a bisimulation with respect to R_i and R_j* iff it satisfies $(forth)$ and $(back)$ condition below:

$(forth)$ for all $w \in W_i$ and $v \in W_j$ such that wrv, if wR_iw', then there is $v' \in W_j$ such that vR_jv' and $w'rv'$, and

$(back)$ for all $w \in W_i$ and $v \in W_j$ such that wrv, if vR_jv', then there is $w' \in W_i$ such that wR_iw' and $w'rv'$.

Let $r : i \to j \in A$, $a \in \mathsf{Prop}(i)$, $b \in \mathsf{Prop}(j)$, $\Diamond_i \in \mathsf{Mod}(i)$, and $\Diamond_j \in \mathsf{Mod}(j)$. Set Γ={ $\Diamond_i a \to [r]\Diamond_j \langle r^- \rangle a$, $\Diamond_j b \to [r^-]\Diamond_i \langle r \rangle b$ }. Then Γ defines the class K of Kripke networks $\mathcal{N}$ for $N = (I^{+u}, A)$ in which $r^{\mathcal{N}} : (W_i, R_i^{\Diamond_i}) \to (W_j, R_j^{\Diamond_j})$ is *a bisimulation with respect to* $R_i^{\Diamond_i}$ *and* $R_j^{\Diamond_j}$, where $\Diamond_i a \to [r]\Diamond_j \langle r^- \rangle a$ corresponds to $(forth)$ condition and $\Diamond_j b \to [r^-]\Diamond_i \langle r \rangle b$ corresponds to $(back)$ condition.

We can also put the notion of *bounded morphism* within the scope of our *pure* completeness result. *A function* $f : (W_i, R_i) \to (W_j, R_j)$ is *a bounded morphism with respect to* R_i *and* R_j iff it satisfies $(forth)$ and $(back)$ condition below:

$(forth)$ if wR_iw', then $f(w)R_jf(w')$, for all $w, w' \in W_i$, and

$(back)$ if $f(w)R_jv$, then there is $w' \in W_i$ such that wR_iw' and $v = f(w')$, for all $w \in W_i$ and $v \in W_j$.

If $r : i \to j \in A$ and $b \in \mathsf{Nom}(j)$, then Γ'={ $\langle r \rangle b \leftrightarrow [r]b$ } defines the class K of Kripke networks $\mathcal{N}$ for $N = (I^{+u}, A)$ in which $r^{\mathcal{N}} : W_i \to W_j$ is *a function*. Now let $f = r^{\mathcal{N}}$ and let Γ be the same as in the case of *bisimulation* stated above. Then $\Gamma' \cup \Gamma$ defines the class K of Kripke networks $\mathcal{N}$ for $N = (I^{+u}, A)$ in which $f = r^{\mathcal{N}} : (W_i, R_i^{\Diamond_i}) \to (W_j, R_j^{\Diamond_j})$ is *a bounded morphism with respect to* $R_i^{\Diamond_i}$ *and* $R_j^{\Diamond_j}$, where $\Diamond_i a \to [r]\Diamond_j \langle r^- \rangle a$ corresponds to $(forth)$ condition and $\Diamond_j b \to [r^-]\Diamond_i \langle r \rangle b$ corresponds to $(back)$ condition as in the case of *bisimulation*.

参考文献

[1] G. Allwein, and W. L. Harrison. Partially-ordered Modalities. *Proceedings of Advances in Modal Logic Conference, 2010*, 1-20. 2010.

[2] G. Allwein, W. L. Harrison, and D. Andrews. Simulation Logic. *Logic and Logical Philosophy.* In Press.

[3] L. Aceto, A. Ingolfsdottir, K. G. Larsen, and J. Srba. *Reactive Systems.* Cambridge University Press, 2007.

[4] C. Areces, P. Blackburn, and M. Marx. Hybrid logics: Characterization, interpolation, and complexity. *Journal of Symbolic Logic* **66**, 977-1010, 2001.

[5] C. Areces and B. ten Cate. Hybrid logics. In P. Blackburn, J. van Benthem, and F. Wolter, editors, *Handbook of Modal Logic*, 821-868. Elsevier, 2007.

[6] S. Artemov. Why Do We Need Justification Logic?. In J. van Benthem et al, editors, *Games, Norms and Reasons*, Volume 353 of the series Synthese Library, 23-38. Springer, 2011.

[7] S. Artemov. The Logic of Justification. *The Review of Symbolic Logic*, Volume 1, Issue 4, December 2008, 477-513. Cambridge University Press, 2008.

[8] J. Barwise and J. Seligman. *Information Flow.* Cambridge University Press, 1997.

[9] A. G. Baumgarten. *Metaphysica.* 1779 (ed. VII), 1982, Hildesheim.

[10] P. Blackburn. *Nominal tense logic and other sorted intensional frameworks.* The University of Edingburgh, Ph.D, 1990.

[11] P. Blackburn. Tense, Temporal Reference, and Tense Logic. *Journal of Semantics*, Vol. 11 (1-2), 83-101, 1994.

[12] P. Blackburn and K. F. Jørgensen. Reichenbach, Prior and Hybrid Tense Logic. *Synthese* **193**, 3677-3689, 2016.

[13] P. Blackburn, M. de Rijke, and Y. Venema. *Modal Logic.* Cambridge University Press, 2002.

[14] P. Blackburn and B. Ten Cate. Pure Extensions, Proof Rules, and Hybrid Ax-

iomatics. *Studia Logica* **84**, 277-322, Springer, 2016.

[15] P. Blackburn and J. Seligman. What are hybrid languages?. In M. Kracht, M. de Rijke, H. Wansing, and M. Zakharyaschev, editors, *Advances in Modal Logic*, 41-62. Stanford, CA: CSLI Publications, 1998.

[16] R. B. Brandom. *Making It Explicit*. Harvard University Press, 1992.

[17] B. Comrie. On Reichenbach's Approach to Tense. *Papers from the Seven-teenth Regional Meeting, Chicago Linguistic Society, III*, 24-30, Chicago Linguistic Society, 1981.

[18] K. Denecke and S. L. Wismath. *Universal Algebra and Coalgebra*. World Scientific, 2009.

[19] J. P. Delgrande. Weak Conditional Logics of Normality. 2003.

[20] C. Diamond, editor. *Wittgenstein's Lectures on the Foundations of Mathematics: Cambridge, 1939*. The University of Chicago Press, 1975.

[21] F. Dretske. Conclusive Reasons. *Australasian Journal of Philosophy*, **49**, 1-22, 1971.

[22] M. Edwards. Kant's Transcendental Logic. http://discovery.ucl.ac.uk/1384819/1/THESIS,%20CURRENT%20DRAFT.pdf 2013.

[23] B. Ellis, F. Jackson and R. Pargetter. An objection to possible-world semantics for counterfactual logics. *Journal of Philosophical Logic*, Volume 6, Issue 1, 355-357, 1977.

[24] E. Gettier. Is Justified True Belief Knowledge?. *Analysis*, **23**, 121-123, 1978.

[25] M. Girlando, B. Lellmann, N. Olivetti, and G.L. Pozzato. Standard Sequent Calculi for Lewis' Logics of Counterfactuals. L. Michael and A.Kakas. (eds). *Logics in Artificial Intelligence*. JELIA 2016. Lecture Notes in Computer Science, vol 10021. Springer, Cham, 2016.

[26] R. Goldblatt. *Logics of Time and Computation*. CSLI, 1992.

[27] A. Goldman. A Causal Theory of Knowing. *Journal of Philosophy*, **64**, 357-72, 1967.

[28] V. Goranko and A. Galton. *Temporal Logic*, *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, 2015.

[29] D. Harel. *Dynamic Logic*. The MIT Press, 2000.

[30] M. Heidegger. Friedrich-Wilhelm von Herrmann, editor, *Kant und das Problem der Metaphysik*. Vittorio Klostermann Verlag, 2010.

[31] M. Hennessy and R. Milner. Algebraic laws for Nondeterminism and Concur-

rency. *Journal of Association of Computer Machinery* **32**, 137-162, 1985.

[32] S. Hetherington. Actually Knowing. *Philosophical Quarterly*, **48**, 453-69, 1998.

[33] S. Hetherington. *Good Knowledge, Bad Knowledge: On Two Dogmas of Epistemology*. Oxford: Oxford University Press. 2001.

[34] B. Jacobs and J. Rutten. An Introduction to (co)algebra and (co)inductuon. In D. Sangiorgi and J. Rutten, editors, *Advanced Topics in Bisimulation and Coinduction*, 38-99. Cambridge University Press, 2012.

[35] I. Kant. *Kritik der reinen Vernunft*. Felix Meiner Verlag, 1998.

[36] P. Kremer and G. Mints. Dynamic topological logic. In M. Aiello, L. Pratt-Hartmann, and J. van Benthem, editors, *Handbook of Spatial Logics*. Springer, 2007.

[37] K. Lehrer. Knowledge, Truth and Evidence. *Analysis*, **25**, 168-75, 1965.

[38] K. Lehrer. Why Not Scepticism?. *The Philosophical Forum*, **2**, 283-98, 1971.

[39] K. Lehrer, and T. Paxson. Knowledge: Undefeated Justified True Belief. *Journal of Philosophy*, **66**, 225-37, 1969.

[40] B. Lellmann and D. Pattinson. Sequent Systems for Lewis' Conditional Logics. L.F. del Cerro and A.Herzig, J. Mengin (eds). *Logics in Artificial Intelligence*. Lecture Notes in Computer Science, vol 7519. Springer, Berlin, Heidelberg, 2012.

[41] D. Lewis. *Counterfactuals*. Oxford Basil Blackwell, 1973.

[42] B. Loewer. Counterfactuals with Disjunctive Antecedents. *The Journal of Philosophy*, Vol. 73, No. 16, 531-537, 1976.

[43] S. Luper. *Epistemic Closure*, *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, 2016.

[44] R. Milner. *Communicating and Mobile Systems: the π-Calculus*. Cambridge University Press, 1999.

[45] H. Nishimura. Sequential Method in Propositional Dynamic Logic. *Acta Informatica* **12**, 377-400, 1979.

[46] R. Nozick. *Philosophical Explanations*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press. 1981.

[47] D. Pattinson. An introduction to the theory of coalgebras. Lecture Notes, Second North American Summer School on Logic, Language and Information, 2003.

[48] D. Pattinson. COALA: Coalgebraic logics and applications. Tutorial Lecture Notes, IJCAR 2008, 2008.

[49] Paul Boghossian. *Fear of Knowledge: Against relativism and constructivism*, Chapter 7, p 95-101. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press. Oxford, UK: Clarendon Press 2007.

[50] C. S. Peirce. How to Make Our Ideas Clear. In M. R. Cohen, editor, *Chance, Love, and Logic*. University of Nebraska Press, 1998.

[51] C. S. Peirce. K. L. Ketner, editor, *Reasoning and the Logic of Things*. Harvard University Press, 1992.

[52] J. Picado and A. Pultr. *Frames and Locales*. Birkhäuser, 2001.

[53] T. Placek and T. Müller. Counterfactuals and Historical Possibility. *Synthese*, Volume 154, Issue 2, 173-197, 2007.

[54] S. Popkorn. *First Steps in Modal Logic*. Cambridge University Press, 1994.

[55] H. Reichenbach. *Elements of Simbolic Logic*. The Macmillan Company, 1947.

[56] R. Reiter. A logic for default reasoning. *Artificial Intelligence*, **13**, 81-137, 1980.

[57] R. Reiter. Nonmonotonic Reasoning. In H. E. Shrobe, editor, *Exploring Artificial Intelligence*. Santeo, 1988.

[58] J. Rutten. Universal coalgebra: a theory of systems. *Theoretical Computer Science* **249**, 3-80, 2000.

[59] D. Sangiorgi. *Introduction to Bisimulation and Coinduction*. Cambridge University Press, 2012.

[60] D. Sangiorgi. Origins of bisimulation and coinduction. In D. Sangiorgi and J. Rutten, editors, *Advanced Topics in Bisimulation and Coinduction*, 1-37. Cambridge University Press, 2012.

[61] K. Sano and Y. Hosokawa. Gentzenization of Dynamic Topological Hybrid Logics. *Trends in Logic* **13**, 217-231, 2014.

[62] L. Schröder. A finite model construction for coalgebraic modal logic. *The Journal of Logic and Algebraic Programming* **73**, 97-110, 2007.

[63] L. Schröder and D. Pattinson. Named Models in Coalgebraic Hybrid Logic. *Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science 2010 (Nancy, France)*, 645-656, 2010.

[64] R. Stalnaker. A Theory of Conditionals. *Studies in Logical Theory*. Oxford Basil Blackwell, 1968.

[65] C. Stirling. *Modal and Temporal Properties of Processes*. Springer, 2001.

[66] B. Ten Cate. Model Theory for Extended Modal Languages. PhD thesis, ILLC Dissertation Series DS-2005-01, 2005.

[67] B. Ten Cate and T. Litak. Topological perspective on the hybrid proof rules. *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, 174:79-94, 2007.

[68] R. Thomason and A. Gupta. A Theory of Conditionals in the Context of branching time. W. Harper, R. Stalnaker and G. Pearce (eds). *Ifs*. 299-322, Reidel,

Dordrecht, 1980

[69] P. Unger. A Defense of Skepticism. *The Philosophical Review*, **30**, 198-218, 1971.

[70] Y. Venema. Algebras and coalgebras. In J. van Benthem et.al., editors, *Handbook of modal logic*, 331-426. Elsevier Science Inc, New York, 2006.

[71] S. Vickers. *Topology Via Logic*. Cambridge University Press, 1989.

[72] L. Wittgenstein. *Remarks on the Foundations of Mathematics*. Martino Publishing, 2014.

[73] L. Wittgenstein. with tr. by D. F. Pears and B. F. McGuiness, *Tractatus Logico-Philosophicus*. Routledge, 1961.

[74] L. Wittgenstein. *Über Gewißheit*. Basil Blackwell, Oxford 1969.

[75] 飯田隆. 『言語哲学大全 I 論理と言語』. 勁草書房, 1987.

[76] 伊藤邦武. 『パースのプラグマティズム』. 勁草書房, 1985.

[77] 稲垣良典. 『講義・経験主義と経験』. 知泉書館, 2008.

[78] ウィトゲンシュタイン著. 黒田亘, 菅豊彦訳. 『確実性の問題』. 大修館書店, 1975.

[79] 岡本賢吾. 「算術の言語から概念記法へ（１）——フレーゲの初期の体系をめぐって——」. 『哲学誌 41』, 20-37, 1999.

[80] 岡本賢吾. 「「可能なもの」の形而上学の意義」. 『ヘーゲル哲学研究 Vol. 1995 号 No. 1』, 15-23, 1995.

[81] 岡本賢吾. 「なぜポスト・カント論理哲学を再評価するか」. 『科学基礎論学会 2016 年度 秋の研究例会プログラム』, 発表原稿, 2016.

[82] カント著. 高峯一愚訳. 『純粋理性批判＜上＞』. 河出書房, 1965.

[83] 蔡季汝. Japanese Counterfactual Conditionals. PhD thesis, Soochow University, 2014.

[84] 定延利之. 「ムードの「た」の過去性」. 『国際文化学研究:神戸大学国 際文化学紀要』, 1-68, 日本: 神戸大学, 2004.

[85] 戸田山和久. 『知識の哲学』. 産業図書, 2002.

[86] パース著. 浅輪幸夫訳. 『偶然・愛・論理』. 三一書房, 1982.

[87] パース著. 伊藤邦武編訳. 『連続性の哲学』. 岩波書店, 2001.

[88] 細川雄一郎.「反事実条件文推論の動態論理による形式化」.『科学哲学 45-1』, 17-33, 2012.

[89] 益岡隆志. 『日本語モダリティ探究』. くろしお出版, 2007.