

【学位論文審査の要旨】

1 研究の目的 代数多様体の接続層の導来圏は 1990 年頃からロシア人を中心に、代数多様体の新たな不変量として研究され始めた。以後、Kontsevich によるホモロジカルミラー対称性予想の提唱により、シンプレクティック幾何との結びつきが見いだされ、また極小モデル理論との関係も発見され、昨今の代数幾何学における大きな話題の一つとなっている。一方、行列因子化はコーエン・マッコーレー加群の研究において Eisenbud によって発見された概念で、多元環の表現論のみならず代数幾何にもしばしば現れる重要な研究対象となっている。導来因子化の圏(derived factorization category)は代数多様体の接続層の導来圏および行列因子化の圏と双方の自然な一般化であり、代数幾何のみならず、数学の複数の分野の重要な研究対象になりつつある。

接続層の導来圏や行列因子化の圏で知られている結果を導来因子化の圏に拡張する、というのは自然な試みであり、本論文では正にこれがなされている。具体的には本論文の目的は導来因子化の圏に関する次の 2 点である。

- (1) 簡約群の作用を持つ滑らかな代数多様体の接続層の導来圏の間の同値が、ある種の自然な状況の下、導来因子化の圏の同値を導く。
- (2) Knorrer 周期性を導来因子化の圏のレベルに拡張し、その応用として接続層の導来圏に関する Orlov の結果を導来因子化の圏のレベルに一般化する。

2 研究の方法と結果

本論文は 7 章から構成されている。各章の内容は以下のとおりである。

第 1 章では、本研究の背景と主結果について述べられている。

第 2 章では証明中に用いられる comonad や comodule といったあまり一般的でないと思われる用語についての定義や、知られている結果などが述べられている。

第 3 章、4 章では本論文の研究対象である導来因子化の圏の定義や性質、さらにその間の関手について、主結果の証明の準備が述べられている。

第 5 章では上記 (1) の結果の証明が述べられている。簡約群の作用を持つ滑らかな代数多様体の接続層の導来圏の間の同値が、ある種の自然な状況の下、導来因子化の圏の同値を導くことを示されており、この結果からいくつかの知られている結果の一般化や、知られている予想の解決がなされる。例えば双有理同値なカラビ・ヤウ多様体は導来同値であると期待されていて、さらに 3 次元の場合のそれが示されているが、Segal による”双有理同値なカラビ・ヤウ多様体の導来因子化の圏は同値である”という予想が 3 次元の場合に正しいことが (1) の結果から従う。また Ploog や Elagin によって有限群の作用を持つ滑らかな代数多様体の接続層のある種の導来同値が、同変な導来同値を導くことが知られていたが、(1) の証明中では、これが簡約群の場合に一般化された。

6 章では(2)の結果の証明の準備のため、相対特異点の圏について、定義と性質が述べられている。

7章では上記(2)の結果、すなわち Knorrer 周期性を導来因子化の圏に拡張し、その応用として連接層の導来圏に関する Orlov の結果を導来因子化の圏に一般化している。

3 審査の結果

行列因子化の圏の歴史は浅く、本論文の結果はその先駆けとなるような最先端の結果であり、非常に注目すべき内容を含んでいる。本研究結果(1)および(2)は独立した論文として、それぞれ国際的な一流紙 *Advances in Mathematics*、*Compositio Mathematica* に受理が決定しており、また他にも平野雄貴氏は1本の単著論文、Micheal Weymyss 氏との1本の共著論文を書き上げている。当該分野は必ずしも多くの論文を書ける分野ではないと思われる中、平野雄貴氏は博士後期課程在学中に本格的な論文を4本書き上げており、これは研究者としての高い資質を有していると判断できる。また彼は海外での講演を含む計12回の研究講演を行っており、海外での評価も高い。その能力の高さを鑑みて平野雄貴氏は学位を得るに値する人物であり、また本論文は学位論文として十分な内容を含んでいると考えている。

4 最終試験の結果

2017年1月17日14時15分から8号館610室において口述発表、口頭試問を行った。直後に数理情報科学専攻教授会メンバーによる判定会議を行った結果、申請者は博士(理学)の学位を得るに十分な資格を有するものと認めた。