

画像再構成の基礎 1—FBP 法の原理—
Basic of Image Reconstruction 1-Fundamentals of FBP method-

首都大学東京 篠原広行 Shinohara Hiroyuki

はじめに

画像再構成は被写体の積分変換（投影）から被写体を求める逆問題であり，解析的方法と逐次近似法に大別される．フィルタ補正逆投影（filtered back projection: FBP）法は解析的方法であり，CT, MRI, SPECT, PET など医用イメージングの画像再構成に広く用いられる．被写体は線減弱係数分布，水素原子分布，放射濃度分布などであり，2次元画像再構成はそれら断面の投影から元の分布を復元する．これに対し3次元画像再構成はボリュームデータの投影から3次元被写体を復元する．投影の計測法には2次元では平行ビームとファンビームがあり，3次元では平行ビームとコーンビームがある．本稿では，それら投影からのFBP法による画像再構成^{1,2)}について解説する．

1. 2次元ラドン変換

Fig. 1(a) は固定座標系 (x, y) とそれに対し半時計回りに θ 回転した回転座標系 (s, t) を示す．両者の関係は次式で表される．

$$s = x \cos \theta + y \sin \theta, \quad t = -x \sin \theta + y \cos \theta \quad (1)$$

固定座標系は被写体の座標を回転座標系は検出器の座標を表す．(a) のように2次元関数 $f(x, y)$ を直線 L 上で積分することを線積分という． s 軸は x 軸から θ 傾いており，原点から直線 L に下ろした垂線の座標が s である． s に平行な直線を検出器の並びとし，線積分の値が s 上に測定される様子を示している．2次元ラドン変換 $p(s, \theta)$ は被写体の線積分であり次式で表される

$$\begin{aligned} p(s, \theta) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(s \cos \theta - t \sin \theta, s \sin \theta + t \cos \theta) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - s) dx dy \end{aligned} \quad (2)$$

$\delta(\cdot)$ はデルタ関数を表す．2次元ラドン変換を投影と呼ぶ． θ は投影角度を示す．(b) は矩形内の強度が一定値 A の断面（矩形画像） $f(x, y)$ の周囲を検出器が回転し，平行ビーム投影 $p(s, \theta)$ を収集する様子を示す．CT では入射強度を透過強度で除し対数をとることで $f(x, y)$ と $p(s, \theta)$ の関係が積分変換で表される．平行ビーム投影は検出器に垂直な垂線上の $f(x, y)$ を線積分したものであるため， $\theta = 0$ 度から360度の投影角度によって矩形，台形，三角形の繰り返しとなる．

2. 投影切断面定理

平行ビーム投影には投影切断面定理が成り立つ。Fig. 1 の $f(x,y)$ の 2 次元フーリエ変換 $F(u,v)$ は次式で表される。

$$F(u,v) = \frac{4a^2 A \sin(2\pi au)}{2\pi au} \frac{\sin(2\pi av)}{2\pi av} \quad (3)$$

投影角度 30 度の投影は台形となり，この 1 次元フーリエ変換は周波数を k とし

$$P(k, \pi/6) = \frac{4a^2 A \sin(\sqrt{3}\pi ak)}{\sqrt{3}\pi ak} \frac{\sin(\pi ak)}{\pi ak} \quad (4)$$

となる³⁾。 $\theta = \pi/6$ にして

$$u = k \cos(\pi/6) = \frac{\sqrt{3}k}{2}, \quad v = k \sin(\pi/6) = \frac{k}{2} \quad (5)$$

を(3) 式に代入すると(4) 式に等しくなる。すなわち矩形画像の 2 次元フーリエ変換の 30 度方向の成分は，30 度の投影の 1 次元フーリエ変換から得られる。このことは他の投影角度についても成り立ち，投影の 1 次元フーリエ変換と被写体の 2 次元フーリエ変換の関係を投影切断面定理（中央断面定理）という。平行ビーム投影からの画像再構成は，投影切断面定理を利用したフーリエ変換法で行える。投影は極座標で得られるので，フーリエ逆変換するには直交座標に並び換える必要がある。この際，補間処理による誤差を生じる。FBP 法はこの補間誤差を回避するために，フィルタ補正した投影を逆投影し再構成像を得る方法である。FBP 法の式はフーリエ変換法の式を変形すると導かれる。

3. 2 次元画像再構成

3.1 平行ビーム

Fig. 2(a) は Fig. 1(a) の被写体の断面について横に座標 s ，縦に投影角度 θ をとり投影を並べたものでサイノグラムと呼ばれる。上部の 0 度の位置から矩形，台形，三角形となる様子が観察される。投影が三角形となる 45 度，135 度の投影角度で値が最大となる。(b) は FBP 法の Ramp フィルタ (Fig. 6(b)) を実空間で表した Ram-Lak フィルタ⁴⁾，(c) はフィルタ補正した投影を示す。投影は積分変換であるから必ず正であるが，(c) は(a) と異なり，フィルタ補正した投影は大きな負の値を持つ。FBP 法はフィルタ補正した投影の値を投影線に沿って空白な画面に書き込み（逆投影），重なった部分を足し算し再構成像を得る方法である。Fig. 3 は 180 度について 2, 4, 6, 12, 30, 60 方向からの逆投影の様子を示す。2 次元被写体の投影は θ を固定すると s の 1 次元関数であるが，それを逆投影すると 2 次元画像になる。単純な逆投影では矩形内の領域で値が一定，矩形外ではゼロの画像とはならないが，被写体のおおまかな形状を類推できるぼけた画像が得られる。Fig. 4 は Ramp フィルタによって投影に負の成分を持た

せ逆投影した画像である。フィルタ補正した投影を逆投影し足し算していくと、負の成分の寄与でぼけが除去され被写体に近い矩形画像が得られる。FBP法のRampフィルタは逆投影で生じるぼけを除く働きがある。

線形性と位置非依存性を満たすシステム(線形・非位置依存性システム)では、入力(被写体)、応答関数(画像再構成の点広がり関数 $h(x,y)$)、出力(再構成像)の関係は畳み込みで表される。線形・非位置依存性システムの点広がり関数は位置に依存しないので、被写体を点線源の集まりとみなすと各点線源の強度を点広がり関数に掛け足し算したものが逆投影の再構成像となる。そして、逆投影の点広がり関数は次式のように距離に逆比例する強度を持つことが導かれる。

$$h(x,y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{1}{r} \quad (6)$$

$h(x,y)$ のフーリエ変換 $H(u,v)$ は次式で表される。

$$H(u,v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x,y) e^{-i2\pi(ux+vy)} dx dy = \frac{1}{\sqrt{u^2 + v^2}} = \frac{1}{k} \quad (7)$$

分解能の劣化がない理想的な点広がり関数はデルタ関数(フーリエ変換の振幅が周波数に関係なく1)であるが、 $H(u,v)$ は高周波数成分が弱められている。この減衰分を補うため、投影のフーリエ変換 $P(k, \theta)$ に $|k|$ で表されるRampフィルタを掛ける。

$$f(x,y) = \int_0^{\pi} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} P(k, \theta) |k| e^{i2\pi ks} dk \right\} d\theta \quad (8)$$

続いてフーリエ逆変換し、Fig. 2(c)のような負の成分を持つ投影に作り換え逆投影することで、ぼけのないFig. 4の再構成像が得られる。Fig. 2(b)のRam-Lakフィルタの離散式は画素の幅を a として次式で表される。

$$h(ma) = \begin{cases} 1/4a^2 & m = 0 \\ -1/(\pi ma)^2 & m : \text{odd} \\ 0 & m : \text{even} \end{cases} \quad (9)$$

フーリエ変換の性質から(8)式の周波数空間における投影とフィルタの掛け算は、実空間では畳み込みになり、フィルタ補正した投影 $q(s, \theta)$ を逆投影し再構成像が得られる。

$$q(s, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} p(s', \theta) h(s-s') ds' \quad (10)$$

$$f(x,y) = \int_0^{\pi} q(s, \theta) d\theta \quad (11)$$

FBP法のフィルタ補正を実空間で実行する方法は重畳積分法と呼ばれる。

3.2 ラドン逆変換

平行ビーム投影からのラドン逆変換による画像再構成は次式で表される⁵⁾.

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial p(s, \theta) / \partial s}{x \cos \theta + y \sin \theta - s} ds d\theta \quad (12)$$

(12) 式は変数 s に着目すれば(10) 式の畳み込みの式になっている. Fig. 5(a)は Fig. 2(a) の矩形画像の投影を s で微分した投影, (b) は微分した投影とフィルタ $(1/2\pi^2 s)$ の畳み込み, (c) はそれを逆投影した再構成像を示す⁶⁾. (12) 式は FBP 法の(8) 式における投影と Ramp フィルタの掛け算に関し, フーリエ変換の性質とヒルベルト変換を用い実空間で行う形に書き直したものである.

$$H(k) = |k| = i2\pi k \times \frac{1}{i2\pi} \text{sgn}(k), \quad \text{sgn}(k) = \begin{cases} 1 & k > 0 \\ 0 & k = 0 \\ -1 & k < 0 \end{cases} \quad (13)$$

ヒルベルト変換 $\mathcal{H}\{f(x)\}$ は次式で表される.

$$\mathcal{H}\{f(x)\} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x')}{x - x'} dx' \quad (14)$$

3.3 一様吸収体のラドン逆変換

ラドン変換が吸収の影響を含むとき吸収を受けたラドン変換という. 線減弱係数 μ が一定の一様吸収体を仮定すると, 吸収を受けたラドン変換からの画像再構成には Fig. 6 (a) のフィルタが用いられる. (b) の吸収の影響がない場合の Ramp フィルタと異なり, フィルタは $|k| < \mu/2\pi$ の区間でゼロである. SPECT における吸収の影響を周波数空間で考えると, 吸収がない場合に比べ周波数の推移が生じ, その結果, フィルタは(a) のように修正される. 画像再構成ははじめに (c) に示すように, 吸収を受けた投影 $p(s, \theta)$ に s 軸から被写体の輪郭までの距離 $d(s, \theta)$ を用いスケーリングした投影 $\hat{p}(s, \theta)$ を作る.

$$\hat{p}(s, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{\mu t} dt = e^{\mu d(s, \theta)} p(s, \theta) \quad (15)$$

次に 3.2 節のラドン逆変換のように投影を微分し, 次式でフィルタ補正して逆投影する⁵⁾.

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} e^{-\mu(-x \sin \theta + y \cos \theta)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(\mu(s - x \cos \theta - y \sin \theta))}{s - x \cos \theta - y \sin \theta} \frac{\partial \hat{p}(s, \theta)}{\partial s} ds d\theta \quad (16)$$

積分内の指数関数は (c) の s 軸からの被写体 (線源) までの距離 t に関係し, (1) 式から $e^{-\mu t} = e^{-\mu(-x \cos \theta + y \sin \theta)}$ である. 一様吸収体に対する解析的吸収補正法には 3 つの方法があり, それらの数学的な関係が工藤ら⁷⁾によって明らかにされた. その 1 つである Inoue の方法^{8,9)}は線減弱係数を虚数の周波数という概念で捉えることによって, 投影切断面定理を吸収の影響を受けたラドン変換にも適用で

きるように複素数に拡張した．解析的吸収補正法を用いた SPECT による放射濃度の定量性について報告されている¹⁰⁾．

3.4 ファンビーム

Fig. 7 は検出器が直線状に並んだファンビーム投影の幾何学的配置を示す．この画像再構成には，本来の検出器の位置から拡大率（1 画素の長さで換算する）を考慮し，原点を通る X 座標軸上に投影を持ってくる．線源からファンビームの回転中心（原点）までの距離を D ，線源から実際の検出器までの距離を D_0 ，実際の検出器の標本間隔（検出器 1 つの幅，投影の 1 画素の幅としている）を Δd としたとき， X 軸上での標本間隔 ΔX は $\Delta X = (D/D_0)\Delta d$ となる．ファンビーム投影を $p'(X, \beta)$ とすると画像再構成は次式で表される．

$$f(x, y) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{1}{L_2^2} \int_{-X_{\max}}^{X_{\max}} \left\{ \frac{D}{\sqrt{D^2 + X^2}} p'(X, \beta) \right\} h(X'-X) dXd\beta \quad (17)$$

$$L_2 = \frac{t \sin(\beta - \phi) + D}{D}, \quad X' = \frac{t \cos(\beta - \phi)}{L_2} \quad (18)$$

L_2 は線源から原点までの距離 D と $f(x, y)$ から投影の中心線に垂線を下ろした点 C までの距離の比である． X 軸上の点 X' は (18) 式で表される．Fig. 8 の 1 行はファンビームの逆投影，2 行は Ramp フィルタで補正した投影の逆投影を示し，平行ビームと異なり投影線の経路は扇状になる．

4. 3次元画像再構成

4.1 平行線積分による 2次元投影

PET には Fig. 9(a) の 2次元 PET (2D PET) や(b) のように斜め方向にも投影を収集する 3次元 PET (3D PET) がある．被写体に Fig. 1 の 2次元ラドン変換の線積分を断面ごとに行うと，平行な線積分からなる(a) や(b) の 2次元投影が得られる．(c) は半径 1 の単位球を表しベクトル μ は xy 平面から θ 傾いた線積分の投影方向ベクトルを表す（このような単位球を Orlov の球¹¹⁾ という）．投影方向ベクトルの終点を Orlov の球上にプロットしたものを投影領域 Ω とする．2次元検出器は μ に垂直な平面とする． $\theta = 0$ の投影領域 $\Omega_{\theta=0}$ の場合には，2次元検出器が z 軸に平行に被写体の回りを回転する SPECT や 2D PET の投影となる．Orlov によると 2次元投影から画像再構成できる十分条件は，「投影方向領域が Orlov の球のあらゆる大円（単位球を横切る円にはいろいろあるが，円周の長さが 2π の円を大円という）と交差すること」である． z 軸回りの回転角度を φ とするとき， φ における 2次元投影の 2次元フーリエ変換は，3次元投影切断面定理によって被写体の 3次元フーリエ変換の原点を通る角度 φ の成分に等しい．したがって，(c) の $\theta = 0$ の場合には φ を 360 度の範囲に変化させ投影を収集す

れば, 3次元フーリエ変換が完全に求められる. それをフーリエ逆変換すると再構成像が得られる. 一方, 3D PET では画像再構成に必要な $\theta = 0$ 以外の投影も収集することで, 投影の冗長性を利用し信号対雑音比を高めている. (d) は投影方向領域が太線の帯状内にあるときの $\Omega_\theta(-\theta_{\max} \leq \theta \leq \theta_{\max})$ を示す. ここで γ はこの帯を大円が横切る長さ, ψ は周波数空間のベクトル \mathbf{v} の極角 ($v_z / |\mathbf{v}| = \cos \psi$) である. 平行線積分による 2次元投影からの 3次元画像再構成では, 次式の Colsher の 2次元フィルタ¹³⁾ $H_C(u, v, \theta)$ が用いられる.

$$H(u, v, \theta) = \begin{cases} \sqrt{u^2 + v^2} / 2\pi & \sin \psi \leq \sin \theta_{\max} \\ \sqrt{u^2 + v^2} / 4 \arcsin(\sin \theta_{\max} / \sin \psi) & \sin \psi \geq \sin \theta_{\max} \end{cases} \quad (19)$$

帯を横切る長さ γ は (c) や (d) のとき 2π , (f) のときは (19) 式の 2 行の分母で表される. これら帯の長さでフィルタが重み付けされる. 3次元 FBP 法は Colsher の 2次元フィルタで補正した投影 $p'(x, y, \theta, \varphi)$ を次式で 3次元逆投影する (低域通過フィルタ処理も併用される)¹²⁾.

$$f(x, y, z) = f(x, y, z) + (\cos \theta \Delta \theta \Delta \varphi) p'(x, y, \theta, \varphi) \quad (20)$$

4.2 面積分による 1次元投影

Fig. 10(a) は原点を始点とする方向ベクトル $\boldsymbol{\mu}$ が z 軸となす角を θ , $\boldsymbol{\mu}$ の xy 平面に下した垂線が x 軸となす角を φ とし, $\boldsymbol{\mu}$ に直交する平面上での 3次元被写体の面積分を $p(s, \boldsymbol{\mu})$ としている. ここで s は原点から平面までの距離である. この $p(s, \boldsymbol{\mu})$ を 3次元ラドン変換といい, 3次元被写体の 1次元への投影になる. ラドン逆変換は次式で表される¹⁴⁾.

$$f(x, y, z) = -\frac{1}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\partial^2 p(s, \boldsymbol{\mu})}{\partial s^2} \Big|_{s=\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{r}} \sin \theta d\theta d\varphi \quad (21)$$

$$\boldsymbol{\mu} = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta) \quad (22)$$

ここで, $\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{r}$ はベクトルの内積を表す. フーリエ変換の性質から³⁾, (21) 式の投影の s に関する 2階微分は, 周波数空間で投影 $P(k, \theta, \varphi)$ に Ramp フィルタを 2乗した k^2 フィルタを掛け, フーリエ逆変換して得られる投影 $q(s, \theta, \varphi)$ に等しい.

$$q(s, \theta, \varphi) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P(k, \theta, \varphi) k^2 e^{i2\pi ks} dk \quad (23)$$

(b) は 3次元被写体と 3次元ラドン変換の 3つの変数の関係を示す. Fig. 11 は (a) $\varphi = 0$ の投影 $p(s, \theta, \varphi = 0)$, (b) k^2 フィルタ補正した投影 $q(s, \theta, \varphi = 0)$, (c) (b) の FBP 法の再構成像 (2次元投影) $p(x, z, \varphi = 0)$, (d) $\theta = 0$ の投影 $p(s, \theta = 0, \varphi)$, (e) Ramp フィルタ補正した投影 $q(s, \theta = 0, \varphi)$, (f) (e) の FBP 法による再構成像 (2次元投影) $p(x, y, \theta = 0)$ をそれぞれ示す. (c) と (f) は (21), (23) 式の画像再構成に直接関係ないが, 1次元投影と 2次元投影の関係を示すために載せた. Fig. 12 は

Shepp-Logan ファントムと 3 次元ラドン逆変換による再構成像を示す⁶⁾. 内部の腫瘍 (画像中央の円) を見やすくするため, Shepp の論文¹⁴⁾よりも腫瘍の強度を大きくし鼻や耳の強度と同じにしている. (21) 式の微分と積分の順序を入れ換えると 3 次元ラドン逆変換は次式で表される.

$$f(x, y, z) = -\frac{1}{8\pi^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \int_0^{2\pi} \int_0^\pi p(\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{r}, \boldsymbol{\mu}) \sin \theta d\theta d\varphi \quad (24)$$

(24) 式ははじめに 3 次元逆投影を行い, その後に画像処理でよく知られている 2 次微分 (ラプラシアン) 処理を行う形である.

4.3 コーンビーム

コーンビーム投影では 2 次元ファンビームの傾いた投影が得られるとみなし画像再構成を行う¹⁵⁾. 計算機によるコーンビーム投影の作り方は文献¹⁶⁾に詳しく紹介されている. 傾いた投影は回転すると別の断面の線積分となるため, 正確な画像再構成ができない. 傾きが大きくなるほど画像再構成の誤差は大きくなる. しかし, 近似的ではあるがそれなりの画像が再構成されるので, 3 次元コーンビームではこの Feldkamp 法¹⁷⁾が用いられている. フィルタには (9) 式の Ram-Lak フィルタが用いられる. Fig. 13 は単位ベクトル $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ を用いコーンビームの座標系を示す. コーンビーム投影を $p'(X, Z, \beta)$ とし画像再構成は次式で表される.

$$f(x, y, z) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{1}{L_2^2} \int_{-X_{\max}}^{X_{\max}} \left\{ \frac{D}{\sqrt{D^2 + X^2 + Z^2}} p'(X, Z, \beta) \right\} h(X' - X) dXd\beta \quad (25)$$

L_2 はファンビームの (18) 式と同じである. $p'(X, Z, \beta)$ の X が 2 次元検出器の横方向, Z が 2 次元検出器の縦方向に相当する. β は 2 次元検出器の回転角を示す. Fig. 14 は (a) 楕円体を並べた Defries ファントムの横断面, (b) 冠状断面, (c) 矢状断面, (d) $\beta = 0$ における 2 次元検出器への投影 $p(X, Z, \beta = 0)$, (e) $Z = 0$ における 1 次元投影 $p(X, \beta, Z = 0)$, (f) $\beta = 0$ における逆投影の横断面 $b(x, y, z = 0)$, (g) $\beta = 0$ における逆投影の冠状断面 $b(x, z, y = 0)$, (h) $\beta = 0$ における逆投影の矢状断面 $b(y, z, x = 0)$, (i) 再構成像 $f(y, z, x = 0)$ をそれぞれ示す.

(f) から横断面 (xy 平面) ではファンビームに, (h) から矢状断面 (yz 平面) ではコーンビームになっている様子がわかる. ファントムの強度は同じであるが, $z = 0$ の原点 (中央) から遠くなるほど, コーン角の影響で楕円体の強度が低下し周辺部がぼける. Feldkamp 法は円柱内の強度が一定な 3 次元被写体に対し正確な画像再構成となる. Fedkamp 法は実用的なコーンビーム画像再構成であり, コーン角が小さければ誤差が小さく, 放射線治療装置に装備されているフラットパネル検出器の CT に応用されている. Fig. 15 は (a) Shepp-Logan ファントムのコーンビームによる 2 次元投影 $p(X, Z, \beta = 0)$, (b) フィルタ補正した 2 次元投

影 $q(X, Z, \beta = 0)$, (c) $Z = 0$ におけるフィルタ補正した 1 次元投影 $q(X, \beta, Z = 0)$, (d) 横断面, (e) 冠状断面, (f) 矢状断面の再構成像を示す. (d)-(f) の再構成像は表示範囲を(0.98, 1.05) の狭い範囲に限定し, 線状のアーチファクトの様子をわかりやすくしている. ファントムの口, 耳, 鼻など強度が大きく変化する部分ではアーチファクトが発生し, コーンビーム画像再構成法の評価では強度変化の小さい領域のみからなる Shepp-Logan ファントムが通常用いられる. このような強度範囲であれば, Fig. 15 に強調して表示したアーチファクトは観察されない. FBP 法による 2 次元画像再構成においても同様である.

Fig. 16 は Feldkamp 法を用いたヘリカルコーンビームの投影とフィルタ補正した投影を示す¹⁸⁾. これは線源と 2 次元検出器が回転しながら体軸方向に移動し, 4 回転し 1440 度の投影を収集する様子の一部を示している. Feldkamp 法によるヘリカルコーンビーム再構成像には角度依存性のあるアーチファクトが見られるが, Feldkamp 法による単一円軌道のコーンビームの再構成像に近い画像が得られる. コーンビームのより正確な画像再構成法は, Defries¹⁹⁾, Kudo²⁰⁾らによって報告されている.

- Fig.1 矩形内で値が一定の断面の投影
- Fig.2 FBP 法による画像再構成
- Fig.3 逆投影
- Fig.4 フィルタ補正逆投影
- Fig.5 2次元ラドン逆変換公式による画像再構成
- Fig.6 一様吸収体に対する再構成フィルタ
- Fig.7 ファンビームの幾何学的配置
- Fig.8 ファンビームの逆投影
- Fig.9 平行線積分による2次元投影
- Fig.10 面積分による1次元投影 (3次元ラドン変換)
- Fig.11 3次元ラドン逆変換公式による画像再構成
- Fig.12 3次元ラドン逆変換公式による再構成像
- Fig.13 コーンビームの幾何学的配置
- Fig.14 コーンビームの投影と逆投影
- Fig.15 コーンビームの再構成像
- Fig.16 ヘリカルコーンビームの投影

- 1) 橋本雄幸, 篠原広行 : C 言語による画像再構成の基礎. 医療科学社, 東京, 2006: 245-257.
- 2) 篠原広行, 坂口和也, 橋本雄幸 : Excel による画像再構成入門. 医療科学社, 東京, 2007: 3-12.
- 3) 篠原広行, 橋本雄幸 : MRI とフーリエ変換. 医療科学社, 東京, 2012: 604-634.
- 4) Ramachandran GN, Lakshminarayanan AV: Three-dimensional reconstruction from radiographs and electron micrographs: application of convolutions instead of Fourier transforms. *Proc Natl Acad Sci* 68: 2236-2240, 1971
- 5) Zeng GL: *Medical Image Reconstruction. A Conceptual Tutorial*, Springer, New York, 2010: 25-42, 75-80.
- 6) 篠原広行, 梶原宏則, 中世古和真, 他 : C 言語による画像再構成入門—トモシンセシスから 3 次元ラドン逆変換まで—. 医療科学社, 2014 年, 9 月発刊予定.
- 7) 工藤博幸, 斎藤恒雄 : SPECT における解析的画像再構成法の体系化と雑音伝搬特性. *電子情報通信学会誌 J79-D-II*: 977-988, 1996
- 8) Inoue T, Kose K, Hasegawa A: Image reconstruction algorithm for SPECT with uniform attenuation. *Phys Med Biol* 34: 299-304, 1989
- 9) 橋本雄幸, 横井孝司, 篠原広行 : SPECT 画像再構成の基礎. 医療科学社, 東京, 2006: 118-121.
- 10) Shinohara H, Yamamoto T, Kuniyasu Y, et al.: Implementation and quantitative evaluation of analytical methods for attenuation correction in SPECT: a phantom study. *Phys Med Biol* 44: 2643-2655, 1999
- 11) Orlov SS: Theory of three-dimensional image reconstruction: I Conditions for a complete set of projections. *Soviet Physics Crystallography* 20: 429-433, 1976
- 12) 市原 隆, 飯田秀博 監訳 : 3D PET の理論と実践, Bendriem B, Townsend D eds: *The Theory and Practice of 3D PET*. 東芝メディカルシステムズ, 東京, 2005: 35-43.
- 13) Colsher JG: Fully three-dimensional positron emission tomography. *Phys Med Biol* 25: 103-115, 1980
- 14) Shepp LA: Computerized tomography and nuclear magnetic resonance. *J Comput Assist Tomogr* 21: 21-43, 1974
- 15) Kak AC, Slaney M: *Principles of Computerized Tomographic Imaging*. IEEE press, New York, 1988: 99-110.
- 16) 中世古和真, 梶原宏則, 渡邊裕之, 他 : コーンビームによる頭部単純撮影用コンピュータ支援学習プログラムの開発. *医学物理* 32: 2-11, 2012

- 17) Feldkamp LA, Davis LC, Kress JW: Practical cone-beam algorithm. J Opt Soc Am A1:612-619, 1984
- 18) 篠原広行, 中世古和真, 陳 欣胤, 他 : コーンビーム CT 画像再構成の基礎. 医療科学社, 東京, 2013: 133-152.
- 19) Defries M, Coack R: A cone-beam reconstruction algorithm using shift-variant filtering and cone-beam backprojection. IEEE Trans Med Imaging 13: 186-195, 1994
- 20) Kudo H, Saito T: Fast and stable cone-beam filtered backprojection method for non-planar orbits. Phys Med Biol 43: 747-760, 1998