

耐震設計における荷重合成問題の研究

鈴木 浩 平

要 約

構造物や施設の耐震対策を考えると、それらが地震時に多種・多様な荷重の作用下にあることに気づく。とくに、都市施設の中で重要な位置を占めるエネルギー供給システム、交通・通信系などのライフライン施設、火力・原子力発電プラント、石油化学コンビナートなどにこうした条件下の設備や構造物が多い。

従って、これらの構造や施設の耐震性能の検討や診断のためには、多種・多様な地震荷重を適切かつ合理的に合成することが肝要となる。近年、とくに米国を中心に構造物の設計荷重の適正化を目的として、load combinationの問題が研究として着手されている。

本稿では、主として耐震設計の観点から、荷重合成の必要な例とその対応を考察する。特に、具体例として多入力をうける配管系と、スロッシング（液面揺動）を考慮した液体貯槽の地震応答解析における計算例を示す。

1 まえがき

構造物に加わる地震荷重の合成で重要なのは、

- (1) 異なる時刻で発生する複数の異種荷重の最大値あるいは極大値の合成値の算定と評価
- (2) 各次振動モード毎に得られた応答の合成による全応答量の評価
- (3) 空間的に作用方向の異なる多入力をうける構造系の地震応答算定への合成法の影響
- (4) 加算・合成すべき各荷重間の相関特性の評価と応答解析への導入

などがある。(1)の問題は、耐震解析よりむしろ構造物の信頼性解析で重要な役割を果たす。問題によっては、合成法は線形演算ではなく、非線形演算になることもありうる。これに対して、(2)、(3)、(4)の問題は主として構造物の動的応答解析の過程で問題となることが多い。とくに、近年モード解析(modal analysis)の手法の飛躍的發展により、

原子力施設の立体配管系の振動応答の重ね合わせに対して、作用方向の合成(intramodal combination)と、モード合成(intermodal combination)の適正化がはかられつつある。

一方、振動数帯域の異なる複数荷重をうける構造物の例として、液体貯槽の振動がある。液体との連成系としての貯槽の振動と長周期のスロッシング(sloshing)振動の影響をどのように合成して耐震設計に反映させるかという問題である。

以下では、ここであげた諸問題のうち典型的なものについてやや詳しく説明し、著者らが行った解析・実験による検討結果についても示す。

2 多数の変動荷重をうける構造物の信頼性解析

一般に、多数個の時間変動荷重をうける構造物系の寿命期間T内での破損確率を推定する問題は

複雑である。もし、構造物の強度 (capacity) が時間に依存して変化しなければ、この問題は (0, T) なる時間において

$$F_k [S_1(t), S_2(t), \dots, S_N(t), X_1, X_2, \dots, X_M] < 0$$

$$\text{for } k=1, 2, \dots, L \dots (1)$$

として定式化される。ここで、 F_k は安全領域と破損領域を規定する性能関数 (performance function) であり、 $S_i(t)$ ($i=1, 2, \dots, N$) は多次元の不規則荷重過程、 X_j ($j=1, 2, \dots, M$) は構造物の (複数の破損モードに対応する) 強度である。

多次元ベクトル過程の安全領域からのきわめてまれな初通過破壊問題として破損確率を求めるには、例えばポアソン分布の仮定によって、第1近似として、

$$P_f \approx 1 - \exp[-\alpha T] \dots (2)$$

のように推定できる。ここで α は、平均通過率 (単位時間当りに安全領域から逸脱する平均数) であり、 α を求めることが信頼性解析の中心課題になる。しかし一般には、多数の荷重が作用するときの破損確率の推定は、2次以上の結合確率にもとづく高次近似による評価が必要となり、問題は難しくなる。

構造信頼性解析においては、合成された荷重の最大値をどう評価するかが重要となる。今、二つの時間変動荷重 $S_1(t), S_2(t)$ の場合を例に、合成荷重の最大値の推定法と、それにもとづく初通過破壊確率の計算式について Y. K. Wen の研究をもとに整理すると次のようになる。

(1) 荷重縮減係数法 (load reduction factor method; LRF 法)

この方法は、合成される前の個々の荷重の最大値と、最大値の合成和にある縮減係数 $C (< 1)$ を掛けた値の中の最大なものを最大合成値とするもので、2荷重の場合

$$\max[S_1(t) + S_2(t)] \approx \max \{ \max[S_1(t)], \max[S_2(t)], C(\max[S_1(t)] + \max[S_2(t)]) \} \dots (3)$$

で推算する。一般に用いられている C の値は、2荷重の場合は0.7, 0.75, 0.8, 3荷重の場合は0.66である。この時、最大値に対応する荷重効果 R_{max} が許容レベル r を越える確率は、

$$\text{Prob. } [R_{max} > r] = 1 - F_{R1}(r) \cdot F_{R2} \left(r \left(\frac{1}{C} - 1 \right) \right)$$

$$- \int_{r'}^r F_{R1} \left(\frac{r}{C} - r_2 \right) \cdot f_{R2}(r_2) dr_2 \dots (4)$$

ただし、 $r' = r \left(\frac{1}{C} - 1 \right)$

で計算される。ここで、 $F_{Ri}(r_i), f_{Ri}(r_i)$ はそれぞれ i 番目の荷重過程の最大値 $\max[S_i(t)]$ の確率分布と確率密度であり

$$\left. \begin{aligned} F_{Ri}(r_i) &= \exp \{ -\lambda_i T [1 - F_{Xi}(r_i)] \} \\ f_{Ri}(r_i) &= \frac{dF_{Ri}}{dr_i} \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

(2) 二乗和平方根法 (SRSS 法)

この方法は、二乗和平方根 (square root of sum of squares) によって最大値を評価しようとする方法で、

$$\max [S_1(t) + S_2(t)] \approx (\{ \max [S_1(t)] \}^2 + \{ \max [S_2(t)] \}^2)^{1/2} \dots (6)$$

により合成和の最大値を計算する。これによる初通過破壊確率は

$$\text{Prob. } [R_{max} > r] =$$

$$1 - \int_0^r F_{R1} \{ (r^2 - r_2^2)^{1/2} \} \cdot f_{R2}(r_2) dr_2 \dots (7)$$

(3) Turkstra 法, 修正 Turkstra 法 (TR 法, MTR 法)

これらの方法は、 $S_1(t), S_2(t)$ のどちらか一方の任意の確定値と他方の最大値の和で合成和の最大値を算定しようとするもので、提案者の名をとって Turkstra 法、およびそれを修正した修正

Turkstra 法とよばれる。すなわち、前者では、

$$\begin{aligned} \max [S_1(t)+S_2(t)] &\simeq \max [S_1(t)]+S_2 \text{ or} \\ \max [S_2(t)]+S_1 &\dots\dots\dots(8) \end{aligned}$$

後者では、

$$\begin{aligned} \max [S_1(t)+S_2(t)] &\simeq \max \{ \max [S_1(t)]+S_2, \\ \max [S_2(t)]+S_1 \} &\dots\dots\dots(9) \end{aligned}$$

式がやや煩雑になるため、記述は省略するが式(8)、(9)によっても、初通過破壊確率の計算式は導びける。

Y. K. Wen は、ここに挙げた合成法により数値シミュレーションによって構造信頼性の誤差評価を行っている。それによると、一般に LRF 法や SRSS 法は、構造物寿命期間における比較的低いレベルにおける過渡的荷重の結合に対しては適切な値を与えるが、設計荷重よりずっと高いレベルに対しては、非常に不安全側の設計値を与えてしまうことが多い。一方、MTR 法は少なくとも片方の荷重が存在している時は良い結果を与えるが、低レベル・中レベルの過渡荷重の合成においては、いささか不安全な結果を呈することがあるという。

3 モード解析における合成法の問題点と CQC 法

周知のように、例えば配管系や高層建築構造物系を対象とした動的応答解析においては、モード解析法とよばれる手法が採用されることが多い。この方法を使うと、それらの構造物系の固有モード関数を用いて、その応答関数を表現することにより、n 自由度系の運動方程式を一般座標系における n 個の独立な微分方程式に変換できるので、地震応答解析には良く使われる。

ところで、この解析法ではひとたびモード分解された各次の応答関数、あるいは各種応答量(その最大値がとられることが多い)を適切な次数まで合成して所要の応答を計算することが必要な

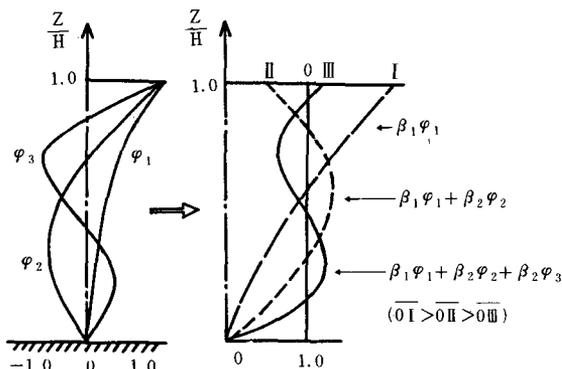


図1 曲り棒の振動モードとその合成

る。一例として、一端固定、一端自由の曲げ棒の問題を図1に示す。左の図は、3次までの固有モード関数 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ を示し、右の図は、これらの値にそれぞれの刺激係数 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ を掛けて、1次、2次および3次までの合成をしたものである。一般には、

$$\sum_{i=1}^{\infty} \beta_i \varphi_i(Z) = 1 \dots\dots\dots(1)$$

なる関係があるので、次数を多くとるほど、モード合成曲線は1.0に近づくべきである。ところが、例えばこの例の場合 $Z=0$ 、すなわち棒の基部では各次モードとも $\varphi_i=0$ となるため、棒の振動モードを有限で打ち切る時必らず、下端部で $\sum \beta_i \varphi_i$ の収束性が悪くなってしまふ。ここにモード解析法の重ね合わせに伴う一つの問題点がある。

次に、モード解析法によって応答量の最大値を計算する場合の問題点について指摘しよう。一般には、最大応答量は、SRSS 法によって合算される。すなわち、例えば図1の例においては、最大応答値 X_{max} が

$$X_{max} = \left[\sum_{i=1}^{\infty} \{ \beta_i \varphi_i(Z) S_i \}^2 \right]^{1/2} \dots\dots\dots(2)$$

で計算される。ここで、 S_i は、 i 次の最大応答、すなわち、固有周期 T_i の応答スペクトル値に相当している。

しかしながら、近年、耐震設計法の合理化が要請されており、その視点からすると SRSS 法の

適用限界，誤差評価などが問題とされるようになってきた。すなわち，2次元の構造モデルに対しては良好な結果を与えていたSRSS法が，対象が3次元構造で，特に，近接した固有振動数，固有モードを有するモデルに対しては相当の誤差が生じてしまう。このことを指摘したCalifornia大学のWilson, Kiureghianらによると，構造的に対称であっても幾何学的中心と重心に若干の差異がある3次元構造の解析などにこのSRSS法適用の誤差が特に大きくなる。

Wilsonらの論文を引用して，その例を説明しよう。

図2に示すのは，3次元のフレーム構造モデルで上に述べた特徴をもつようなものを実施震波入力により応答解析して1次から5次までのベースシャ最大値を求めたものである。ちなみに，こ

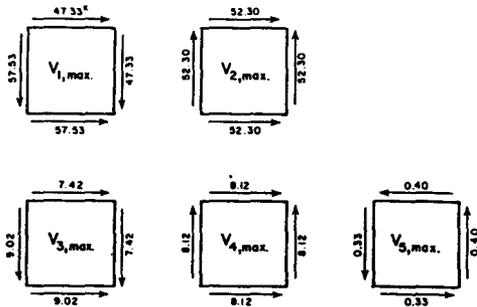


図2 フレーム構造のベースシャ計算例 (1次~5次, Wilson et al.)

表1 フレームモデルの固有円振動数

モード次数	固有円振動数 (rad/sec)
1	13.869
2	13.931
3	43.995
4	44.189
5	54.418
6	77.686
7	78.029
8	108.32
9	108.80
10	172.613
11	304.80
12	425.00

のモデルの1次から12次までの固有円振動数を表1に示している。それらに対応する12次までの各次ベースシャを時間関数として計算し，総和し

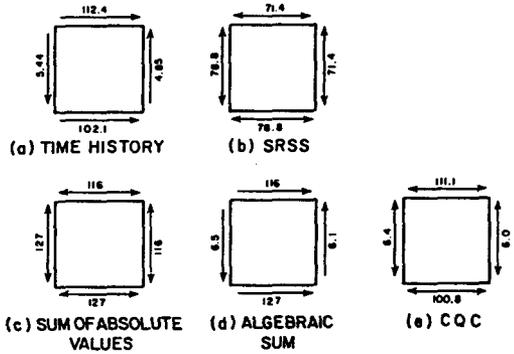


図3 各種加算法によるベースシャ合成 (Wilson et al.)

たものの最大値を図示したのが，図3の(a)である。すなわち，これがこの問題の「厳密解」ということになる。これに対して，(b)はSRSS法によって求めたもの，(c)，(d)はそれぞれ絶対値和，代数和(正，負の符号を考慮して加算)によってモード合成したものである。SRSS法による結果は，誤差が大きく，しかも方向(この例では力の作用方向)によってはかなりの過小評価をしてしまうことが理解される。また，絶対値和法，代数和法も相当な過大評価になっており，決して合理的な加算法とはいえない。

WilsonらはこのようなSRSS法のもつ弱点を除く，新しい加算法として，「CQC法」を提案している。CQCとは，complete quadratic combinationの略で，各次のモード間の相関性を考慮して加算しようとするものである。

すなわち，CQC法によると，各次の最大応答量 $X_{max}^{(i)}$ から，全応答量の最大値 X_{max} を求める式は，

$$X_{max} = \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} X_{max}^{(i)} \cdot \rho_{ij} \cdot X_{max}^{(j)} \right\}^{1/2} \dots (3)$$

で与えられる。ここで，係数 ρ_{ij} は，モード相関性をあらわす係数であり，不規則振動論を用いて導びかれる量である。今，構造物の固有周期に比較して，入力地震動の継続時間が十分に大きく，

また、地震動のスペクトルが比較的広帯域特性をもっているときには、 ρ_{ij} は近似的に

$$\rho_{ij} = \frac{8(\xi_i \xi_j)^k (\xi_i + r \xi_j) r^{3/2}}{(1-r^2)^2 + 4 \xi_i \xi_j r (1+r^2)} \dots\dots\dots(4)$$

$$\frac{+4(\xi_i^2 + \xi_j^2) r^2}{\dots\dots\dots}$$

で与えられる。ここで、 r は*i*次と*j*次の固有振動数比 (ω_j / ω_i) であり、 ξ_i と ξ_j は、*i*次と*j*次のモード減衰比をあらわす。

もし、モード減衰がすべて等しいとおけると

には、式(4)はさらに簡単化され、

$$\rho_{ij} = \frac{8 \xi^2 (1+r) r^{3/2}}{(1-r^2)^2 + 4 \xi^2 r (1+r)^2} \dots\dots\dots(5)$$

となる。 $r=1$ のときは当然 $\rho_{ij}=1$ となる。図3の(e)は、このCQC法によって、前述の3次元フレームモデルを計算した例である。他の方法、とくにSRSS法に比べて非常に精度が良いことが理解される。

表2は、CQC法を含めて、提案されているモード合成評価式を整理したものである。

表2 各種加算法の整理

方 法	合 成 式	備 考
代 数 和 法	$X = \sum_{i=1}^N X_i$	
絶 対 値 和 法	$X = \sum_{i=1}^N X_i $	
二乗和平方根法 (SRSS法)	$X = \left(\sum_{i=1}^N X_i ^2 \right)^{1/2}$	
C Q C 法	$X = \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \rho_{ij} X_i X_j \right)^{1/2}$	ρ_{ij} ; モード間相関係数
N a v y 法	$X = \max X_i + \left(\sum_{i=1}^N X_i^2 - (\max X_i)^2 \right)^{1/2}$	
10 % 法	$X = \left(\sum_{i=1}^N X_i^2 + 2 \sum_{i < j} X_i X_j \right)^{1/2}$	第2項の加算は、 $i > j$ に対して $(\omega_i - \omega_j) / \omega_i \leq 0.1$ が成立つ、近接モードについてなされる。

4 多入力をうける配管系の応答 (2入力系の場合)

一般に配管系は、3次元の複雑な形状をしている。従って振動特性も3次元的に評価しなくてはならず、振動モードは、空間的に非常に多様となる。図4は原子力発電プラント内の配管系を置換した力学モデルの例である。配管系には、通常、バルブ、ハンガ、スナッパなどが取り付けられており、特に支持・拘束をうけている個所から、地震時には複数の振動作用をうけることになる。入

力の作用方向も一方向ではなく、3次元的に考えなくてはならないところに問題の困難さがある。この図の例では、6個所の支持ないしは固定点から14個の振動入力をうけることになる。

原子力配管系の耐震設計においては、近年、設計の合理化の観点からも、多入力解析の必要性が高まってきている。ここでも、各個入力によって得た構造系の応答量をいかに加算して多入力応答として評価するかが、大変重要な課題となる。また、原子力配管に限らず、一般の配管系も振動特性の異なる多点から励振をうけることが多く、入

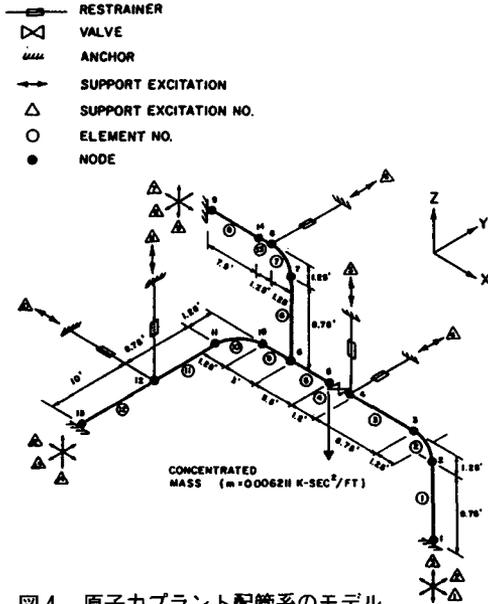


図4 原子カプラント配管系のモデル (M.C. Lee et al.)

力相互の相関特性が、当然配管の応答に影響するはずであり、この入力間相関性を勘案した応答計算法が確立されるべきであろう。

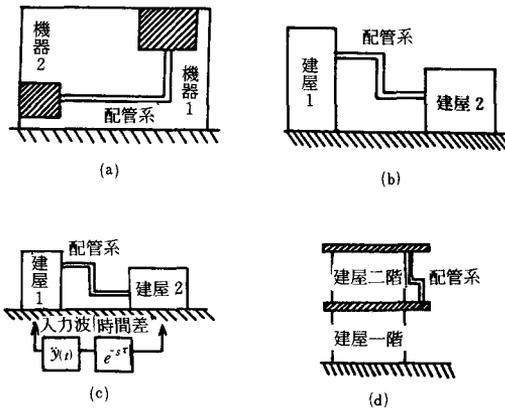


図5 2入力をつける配管系の例 (森川)

図5には、最も簡単な、2入力をうける配管系の例をあげている。すなわち、

- (a) 同一建屋内の異なる機器から2入力をうける場合
- (b) 異なる建屋から2入力をうける場合

(c) 地震動の伝播効果を表わす入力間の時間差を考慮した場合

(d) 建屋内の異層から2入力をうける場合である。このような、コンビネーションは、地中に設置した配管などを含め、いくらでも考えることができる。

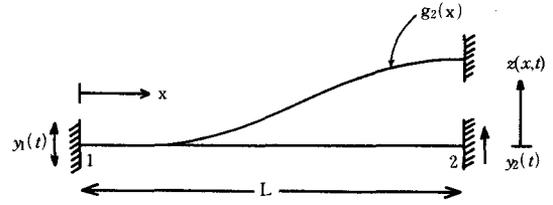


図6 2入力をつける真直棒モデル

今、これらの2入力配管系を最も簡単化したモデルとして図6のような系を考える。このモデルでは、以下のことが仮定されている。

- (1) 配管モデルは、断面、材質一様な両端固定棒とし、棒の変形は、曲げモーメントのみによって起こることとする。
- (2) 入力端（配管支持構造物）と配管系の質量比は大であり、よって、力の伝達は一方的であるとす。
- (3) 配管系の減衰定数は小さく、数パーセント以内とする。よって、各次の減衰によるモード変化は無視できる。

これらの仮定のもとで、配管モデルの運動方程式を導びこう。モデルとしての真直棒の支点が単位長さの静的変位をするときの棒の変形曲線を $g_k(x) (k=1, 2)$ とすると、棒が支点 k から強制変位 $y_k(t)$ をうけるときの、静止座標からの変位 $z(x, t)$ は、静的変位 $g_k(x) \cdot y_k(t)$ と、動的変位 $u(x, t)$ に分けることができる。すなわち、

$$z(x, t) = u(x, t) + g_k(x) \cdot y_k(t) \dots\dots\dots (6)$$

これを良く知られた棒の曲げ振動の方程式に代入すると、

$$\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = -\rho A g_k(x) \ddot{y}_k(t)$$

$$-EI \frac{d^4 g_k(x)}{dx^4} \cdot y_k(t) \dots \dots \dots (7)$$

ここで、 ρA , EI はそれぞれ棒材の単位長さ当りの質量と曲げ剛性である。 $g_k(x)$ は静的変形であるから、右辺第2項は0となり、結局

$$\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = -\rho A g_k(x) \cdot \ddot{y}_k(t) \dots \dots \dots (8)$$

を得る。

このモデルは2入力系であり、両支点が変位するので各支点の影響の総和をとり、モード解析を行えば、式(8)は、 i 次の一般化座標 q_i に対して、次の式のように整理される。

$$\ddot{q}_i + 2\zeta_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = -\sum_{k=1}^2 \beta_{ik} \ddot{y}_k \dots \dots \dots (9)$$

ここで、

$$\beta_{ik} = \frac{\rho \int_0^L A X_i(x) g_k(x) dx}{\int_0^L \rho A X_i^2(x) dx} \dots \dots \dots (10)$$

式(10)の中の $X_i(x)$ は i 次の振動モードをあらわす。この β_{ik} は、「多入力問題におけるモード寄与率」ともいふべきもので、2節で述べたモード合成における刺激係数とは異なり、静的変形曲線に関する項が入っているのが特徴である。

動的変位成分 $u(x, t)$ は、

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^2 X_i(x) q_i(t) \dots \dots \dots (11)$$

また、棒の絶対加速度、支点 k に対する相対変位はそれぞれ、

$$\ddot{z}(x_i, t) = \sum_{i=1}^2 X_i(k) \ddot{q}_i(t) + \sum_{k=1}^2 g_k(x) \ddot{y}_k(t) \dots \dots \dots (12)$$

$$z(x_i, t) - y_k(t) = \sum_{i=1}^2 X_i(x) q_i(t) + \sum_{k=1}^2 g_k(x) y_k(t) - y_k(t) \dots \dots \dots (13)$$

で計算できる。

ところで、一般に配管系などの耐震設計を行う場合、設計用地震動入力による支持構造物（一般に建屋系）の応答時刻歴波形から得られる「床応答スペクトル」(floor response spectrum; FRS) を入力とする方法がとられる。しかし、複数の支持点をもつ配管系の場合、この方法は直接適用できず、何らかの重ね合せが必要となる。

ここで扱う例について考えると、式(9)の解 q_i が

$$q_i = \sum_{k=1}^2 \beta_{ik} q_{io, k} \dots \dots \dots (14)$$

で表現されるとして、式(9)を

$$\left. \begin{aligned} \ddot{q}_{io,1} + 2\zeta_i \omega_i \dot{q}_{io,1} + \omega_i^2 q_{io,1} &= -\ddot{y}_1 \\ \ddot{q}_{io,2} + 2\zeta_i \omega_i \dot{q}_{io,2} + \omega_i^2 q_{io,2} &= -\ddot{y}_2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (15)$$

と書き換えることができる。これらは1質点系の運動方程式と同一だから、変位応答 $u(x, t)$ と絶対加速度応答 $\ddot{z}(x, t)$ は結局、

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2 X_i \beta_{ik} q_{io, k} \dots \dots \dots (16)$$

$$\ddot{z}(x, t) = \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2 X_i \beta_{ik} (\ddot{q}_{io, k} + \ddot{y}_k) \dots \dots \dots (17)$$

となり、これらの式の右辺中の、 $q_{io, k}$ 及び $\ddot{q}_{io, k} + \ddot{y}_k$ は応答スペクトルより得ることになる。

2入力配管系の最大応答を計算するときは、こうして求めた各入力による応答最大値を何らかの方法で合成・加算しなくてはならない。例えば、変位応答の最大値を絶対値和法とSRSS法によって記述すると、それぞれ、

$$U_{max} = \sum_{k=1}^2 \left| \sum_{i=1}^2 X_i \beta_{ik} q_{io, k} \right|_{max} \dots \dots \dots (18)$$

$$U_{max} = \left\{ \sum_{k=1}^2 \left| \sum_{i=1}^2 X_i \beta_{ik} q_{io, k} \right|^2 \right\}^{1/2} \dots \dots \dots (19)$$

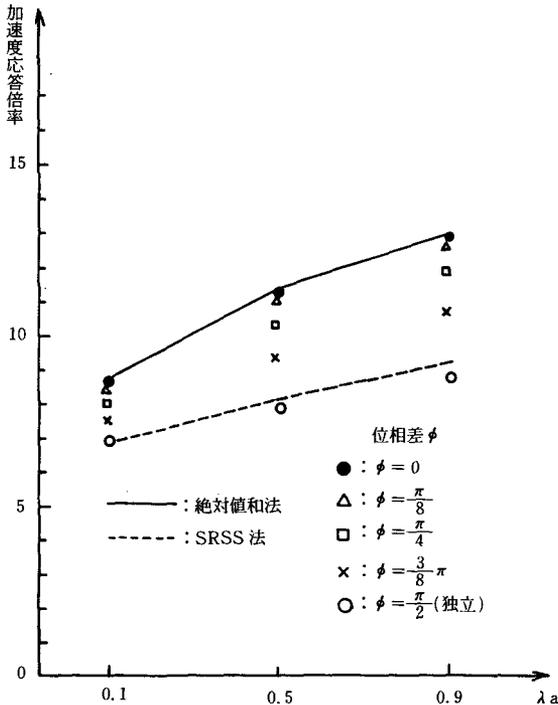


図7 位相差を有する狭帯域2入力をうける配管系 (f = 4 Hz, ζ = 0.02) の応答(森川)

となる。

図7は、こうした計算による加速度応答倍率の一例である。この場合、2入力卓越振動数が1次と2次の固有振動数に一致する、二つのスペクトルピークをもつ狭帯域不規則波とそれとφだけの位相差をもつ同一不規則波としている。位相差

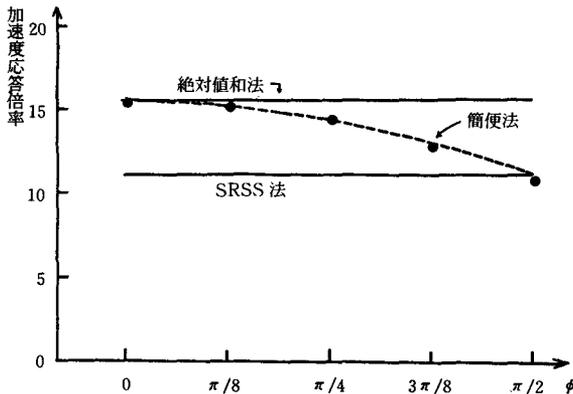


図8 入力間位相差のある2入力系応答計算の簡便法 (ζ = 0.01, λ = 0.5のとき) (森川)

φによる応答曲線の変動を各点で示し、実線と点線はそれぞれ絶対値和法とSRSS法による結果である。各点は応答解析の結果なので厳密値といってよい。λ_aは二つのスペクトルピークの比を示す係数である。いずれの場合も2入力の相関性が大きいほど、絶対値和法が良い近似を与え、相関性が弱く独立に近くなると逆にSRSS法が良好となることがわかる。

図8は、図7の結果を参考にして、位相差特性φをパラメータとした実用式による簡便化の例を示している。すなわち、図8の点線は、

$$U_{max} = (SRSS法によるU_{max}) \times (1 + \lambda^* \cos \varphi)^{1/2} \dots\dots\dots (20)$$

なる式であり、λ*は

λ* = (絶対値和法によるU_{max}/SRSS法によるU_{max})² - 1 で与えられる。式(20)は、解析解と非常に良く対応している。

このような入力間相関性を考慮した加算法は、ケースバイケースにより、さらに考案できると考えられる。

5 液体貯槽のスロッシング解析における加算問題

最後に、液体貯槽のスロッシング応答解析において問題となる加算法について簡単に述べる。

図9はスロッシングが問題となる平底円筒形貯槽のモデルを示している。すなわち、上段のようなスロッシングを生じるタンクを最も簡単な力学モデルに置き換えると、中段もしくは下段のような系となる。中段のモデルと下段モデルの差異はタンク本体を剛体とみなすか、柔性をも考慮するかである。

(i) タンク本体を剛体とみなす場合

このとき、図9の中段の図を参照にして

m_s; 自由液部 (スロッシング振動をする液) の質量

m_p; 固定液部 (タンクに固定され振動しない液) の質量

m_l ; 液体総質量 ($m_l = m_s + m_p$)

とすると、一般にタンク底部に生じるベースシヤ- Q_s は

$$Q_s = (m_s \ddot{x}_s + m_p \ddot{u}_g) / m_l \dots\dots\dots (21)$$

であらわされる。ここで、 \ddot{u}_g は取付面(地表面)の地震加速度入力であり、 x_s はスロッシング運動方程式

$$\ddot{x}_s + 2\zeta_s \omega_s \dot{x}_s + \omega_s^2 x_s = -\ddot{u}_g \dots\dots\dots (22)$$

の解としての相対変位である。なお、 $\alpha_s = m_s / m_l$ 、 $\alpha_p = m_p / m_l$ は、液高Hとタンク半径Rを用いて、

$$\left. \begin{aligned} \alpha_s &= 0.454 \left(\frac{R}{H} \right) \tan \left(\frac{1.84}{R} H \right) \\ \alpha_p &= 1 - \alpha_s \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

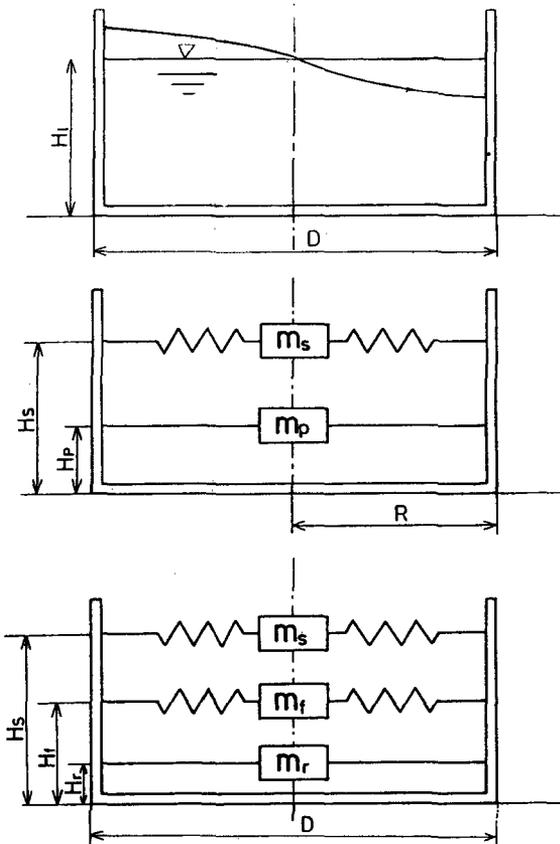


図9 スロッシングを考慮した液体タンクのモデル

のような実験式で与えられる。

同じような考えで、転倒モーメントの計算式も誘導できる。

(ii) タンク本体の柔性を考慮した場合

この場合、図9の下段の図を参考にして、

m_s ; 自由液部の質量

m_f ; タンクとの連成振動を行う液部の質量

m_r ; 固定液部質量

この場合の全ベースシヤ-は

$$Q_T = \{ m_s (\ddot{x}_s + \ddot{u}_{gs}) + m_p \ddot{u}_{gs} + m_f \ddot{x}_f + m_r \ddot{u}_{gr} \} / m_l \dots\dots\dots (24)$$

で計算される。ここで、 \ddot{u}_{gr} と \ddot{u}_{gs} は、入力地震動 \ddot{u}_g が便宜的に液体とタンクの連成振動が支配的な短周期成分と、スロッシングが卓越する成分の和であらわせると仮定したときの、そのそれぞれに該当するものである。実際には、 $|\ddot{U}_{gr}|_{max} > |\ddot{U}_{gs}|_{max}$ であるため、

$$|\ddot{U}_{gr}|_{max} \cong |\ddot{U}_g|_{max} = A \text{ (地動加速度最大値)}$$

としてよい。従って、式(24)は、その最大値を考える限り、

$$Q_T \cong (m_s \ddot{x}_s + m_f \ddot{x}_f + m_r \ddot{u}_g) / m_l \dots\dots\dots (25)$$

で評価してもよいことになる。

以上、(i)、(ii)のみたように、ベースシヤ-は式(21)では、スロッシング応答とタンク-液体連成振動、さらに剛体部の応答との和として評価しなくてはならず、当然、それらの加算をどうするかが問題となる。表3は、これらの二つの問題と、さらにスロッシングが生じないタンク液体系のベースシヤ-の加算評価式を一覧表として整理したものである。

ここで注意したいのは、一般にタンクの加わる最大加速度が、刺激係数 β_f を用いて

$$a_{max} = \beta_f \ddot{x}_f + \ddot{u}_g \dots\dots\dots (26)$$

$$= \beta_f \ddot{x}_a + (1 - \beta_f) \ddot{u}_g \dots\dots\dots (27)$$

表3 液体タンクのベースシャQの計算式一覧

加 算 法	タンクの柔性を考慮した 連成振動応答	スロッシングを含む応答 (タンク剛体)	タンクの柔性を考慮した スロッシングを含む応答	
厳密解 (時刻歴解析)	$(\alpha_f \ddot{x}_f + \alpha_r \ddot{u}_g)_{max}$ $= \{ \alpha_f \ddot{x}_a + (\alpha_r - \alpha_f) \ddot{u}_g \}_{max}$ $\alpha_f = \frac{m_f}{m_l}, \alpha_r = \frac{m_r}{m_l},$ $\alpha_r + \alpha_f = 1$	$(\alpha_s \ddot{x} + \alpha_p \ddot{u}_g)_{max}$ $= \{ (1 - \alpha_p) \ddot{x}_s + (2\alpha_p - 1) \ddot{u}_g \}_{max}$ $\alpha_s = \frac{m_s}{m_l}, \alpha_p = \frac{m_p}{m_l},$ $\alpha_s + \alpha_p = 1$	$(\alpha_s \ddot{x}_a + \alpha_f \ddot{x}_f + \alpha_r \ddot{u}_g)_{max}$ $= \{ \alpha_s \ddot{x}_{as} + \alpha_f \ddot{x}_{af}$ $+ (\alpha_r - \alpha_s - \alpha_f) \ddot{u}_g \}_{max}$	
相対 加 速 度 ス ペ ク ト ル 入 力	絶対値和法	$\alpha_f S_f + \alpha_r A$ S_f : 相対加速度スペクトル値 A : 地動加速度最大値 $A = (\ddot{u}_g)_{max} $	$(1 - \alpha_p) S_s + \alpha_p A$ S_s : スロッシングの相対加速度 スペクトル値	$\alpha_s S_s + \alpha_f S_f + \alpha_r A$
	S R S S 法	$\{ (\alpha_f S_f)^2 + (\alpha_r A)^2 \}^{1/2}$	$\{ (1 - \alpha_p)^2 S_s^2 + \alpha_p^2 A^2 \}^{1/2}$	$\{ (\alpha_s S_s)^2 + (\alpha_f S_f)^2 + (\alpha_r A)^2 \}^{1/2}$
絶対 加 速 度 ス ペ ク ト ル 入 力	絶対値和法	$\alpha_f S_a + (\alpha_r - \alpha_f) A$ S_a : 絶対加速度スペクトル値	$(1 - \alpha_p) S_{as} + (2\alpha_p - 1) A$ S_{as} : スロッシングの絶対加速度 スペクトル値	$\alpha_s S_{as} + \alpha_f S_{af} + (\alpha_r - \alpha_s - \alpha_f) A$ S_{af} : スロッシングを含む柔性タ ンクの絶対加速度スペクトル値
	S R S S 法	$\{ (\alpha_f S_a)^2 + \{ (\alpha_r - \alpha_f) A \}^2 \}^{1/2}$	$\{ (1 - \alpha_p)^2 S_{as}^2 + (2\alpha_p - 1)^2 A^2 \}^{1/2}$	$\{ (\alpha_s S_{as})^2 + (\alpha_f S_{af})^2$ $+ (\alpha_r - \alpha_s - \alpha_f)^2 A^2 \}^{1/2}$

表4 スロッシング応答を考慮した合成ベースシャー係数の計算値

$\frac{m_p}{m_l}$	スロッシング 固有周期 (sec)	(1) 厳密解	(2) 絶対値和法 (相対加速度入力)	(3) 絶対値和法 (絶対加速度入力)	(4) S R S S 法 (相対加速度入力)	(5) S R S S 法 (絶対加速度入力)
0.1	4.0	152	188	170	135	160
	8.0	124	128	144	93	134
	12.0	90	91	110	81	101
0.4	4.0	77	92	146	75	114
	8.0	49	52	129	38	98
	12.0	27	27	107	21	78
0.5	4.0	60	60	139	60	102
	8.0	27	27	124	27	89
	12.0	6	6	106	6	75
0.9	4.0	83	92	108	81	92
	8.0	80	85	105	80	91
	12.0	79	81	101	80	91

とあらわせることである。ここで \ddot{x}_a は $\ddot{x}_f + \ddot{u}_g$ なる絶対加速度である。すなわち、式(21)または式(25)によってベースシヤの最大値を推定する場合にも、

$$S_f = \{\ddot{x}_f\}_{max} = \text{相対加速度応答スペクトル}$$

$$S_a = \{\ddot{x}_a\}_{max} = \text{絶対加速度応答スペクトル}$$

のどちらを基準とした加算をするかにより、推定値が異なってしまう。表3にはその評価式も併せて示している。

表4は、(i)のモデルについて、実地震動入力を用いた応答解析と加算法の結果を比較している。スロッシング固有周期とタンク形状により、近似性の度合がかなり異なることが理解される。

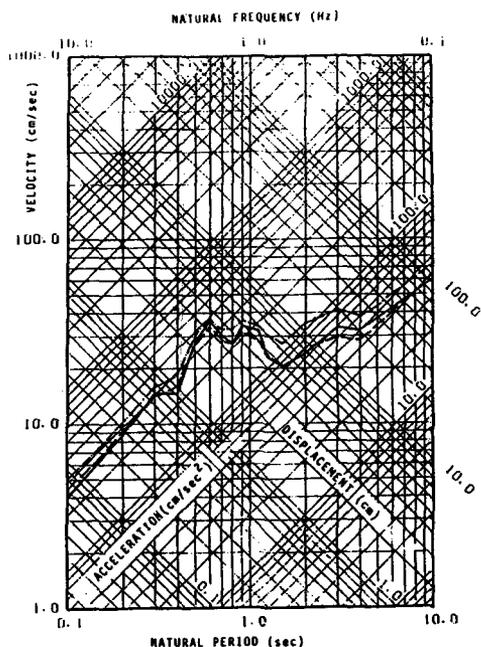


図10 貯槽に加わる最大加速度の加算
(実線-厳密解, 一点鎖線-絶対値和法, 破線-SRSS法)

図10は、El Centro地震動入力をうけたときのタンクの最大加速度を、式(26)の2項の最大値を絶対値和法とSRSS法とによって加算したものを3軸応答スペクトルとして描いたものである。SRSS法が周期域によっては必ずしも安全側の評価を与えないことに注意する必要がある。

6 まとめ

耐震設計の中で重要な位置を有する信頼性解析や地震応答解析における荷重合成問題について、いくつかの具体例をもとにまとめてみた。われわれが知らず知らず使っている重ね合わせにも、今後、検討をしなければならぬ課題が多いことがわかる。

ひとつのアプローチとしては、本稿でとりあげたもの、あるいはその他の「加算問題」をも含めて、何か説得力のある考え方により整理・統合できないかを追求することがあげられる。すなわち、「加算演算系」をひとつのシステムと考え、そのシステムの特長(振動荷重の加算の場合は「伝達関数」のようなもの)を各加算問題ごとに評価することができないか、である。グローバルにはこの問題を追求して行きたいが、同時に多入力応答解析の実用化など個々の問題もさらに精細に詰めてみたい。

この問題について研究を進めるに当り、助言・討論して下さる親友の清水信行氏(千代田化工建設(株))に厚くお礼申上げる。

本稿には、本センター研究員である土木工学科国井隆弘助教授と共同で進めた解析も含まれており、同氏の御助言にも深謝する。

末筆ながら、1984年3月に定年退官される中野尊正教授の、本センターにおける長期にわたる著者の研究に対する御指導に深い感謝の意を表わします。

文献一覧

- Y. K. Wen ; 「Methods for Reliability of Structures 1971 under Multiple Time Varying Loads」, Nuclear Engineering and Design, No. 60
- E. L. Wilson and Kiureghian, A. D. ; 「A Probabilistic Modal Combination for Earthquake Loadings」, Proceedings, 7 WCEE, Istanbul, September, 1980
- M. C. Lee and Penzien, J. ; 「Stochastic Analysis of 1983 Structures and Piping Systems Subjected

清水信行
1982 「円筒貯槽の耐震設計」『日本機械学会誌』

to Stationary Multiple Support Excitations」, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 14,

森川誠司

1982

第85巻, 第759号 pp. 146~151

「複数の入力をうける配管系の地震応答解析に関する研究」『東京都立大学大学院修士論文(工学研究科土木工学課程)』

A STUDY ON PROBLEMS OF LOAD COMBINATION IN A SEISMIC DESIGN

Kohei Suzuki

Center for Urban Studies, Tokyo Metropolitan University
Comprehensive Urban Studies, No.20, 1983, pp. 181-192.

This study summarizes several technical problems concerning load combination which have frequently been experienced in the seismic design procedure. Current probabilistic and stochastic approaches on load combination for structural reliability analysis and seismic response analysis are surveyed. Some representative load combination rules including CQC(complete quadratic combination) rule are introduced and compared to each other.

As practical applications, two basic combination problems in response analysis are examined. First, piping response to two different seismic excitations are calculated taking the correlation among those vibrational characteristics as the parameter. Second, load combination effects on the sloshing which induced vibrational problems for liquid storage tank analysis are discussed. The accuracy and computational advantage of the SRSS method and the absolute summation method are evaluated for both problems by numerical response analysis. Finally, a conventional combination rule considering correlation effect is proposed for the piping response analysis.