



画像再構成：臨床医のための解説 第2回 逐次近似画像再構成法

篠原 広行¹⁾、小島 慎也²⁾、橋本 雄幸³⁾、上野 恵子²⁾

¹⁾ 首都大学東京

²⁾ 東京女子医科大学東医療センター 放射線科

³⁾ 横浜創英大学こども教育学部

はじめに

画像再構成は被写体の積分変換（投影）から被写体を求める逆問題であり、解析的方法と逐次近似法に大別される。解析的方法のフィルタ補正逆投影（filtered back projection: FBP）法は、CT、MRI、SPECT、PET など医用イメージングの画像再構成に広く用いられる。画像化する対象は線減弱係数分布、水素原子分布、放射濃度分布などで、2次元画像再構成はそれら断面の投影から元の分布を復元する。これに対し3次元画像再構成はボリュームデータの投影から3次元被写体を復元する。投影の計測法には2次元では平行ビームとファンビームがあり、3次元では平行ビームとコーンビームがある。

フィルタ補正逆投影法の特徴は、1回の計算で解（再構成像）が求まることである。一方、反復計算によって解を求める画像再構成法は逐次近似法¹⁻³⁾と呼ばれる。逐次近似法ははじめに初期画像を仮定し、この画像から計算で作成した投影（順投影）と実測投影との整合性を反復計算によって高めていく。逐次近似法は計算時間を多く必要とするが、統計雑音の性質、装置の分解能、被写体の滑らかさなどの事前情報を式中に組み込める柔軟性を有し、コンピュータの高速化・高度化に伴いその重要性が増している。さらに、近年、情報科学では圧縮センシングの理論が発展し、このことも逐次近似法が注目される要因になっている^{4,5)}。

本稿では、逐次近似法における反復計算の意味をフィルタ補正逆投影法におけるフィルタの役割と関連させて述べる。そこで、はじめにフィルタ補正逆投影法について簡単にまとめる。次に核医学に普及している統計的逐次近似法について述べ、最後に代数的逐次近似法のMRI画像再構成への応用について述べる。図を多く用い解説したい。

1. フィルタ補正逆投影法
2. 統計的逐次近似法
3. フーリエ変換法によるMRI画像再構成
4. k空間におけるMR信号の充填法
5. SPECT、PETの投影とMRIの投影の違い
6. 代数的逐次近似法によるMRI画像再構成

1. フィルタ補正逆投影法

図1は矩形内の強度が一定値Aの断面（矩形画像） $f(x, y)$ の周囲を検出器が回転し、平行ビーム投影 $p(s, \theta)$ を収集する様子を示す⁶⁾。CTでは入射強度を透過強度で除し対数をとることで $f(x, y)$ と $p(s, \theta)$ の関係が積分変換で表される。平行ビーム投影は検出器に垂直な直線上の $f(x, y)$ を線積分したものである、 $\theta = 0$ 度から360度の投影角度によって矩形、台形、三角形の繰り返しとなる。右の図は被写体の断面について横に検出器の座標 s 、縦に投影角度 θ をとり投影を並べたものでサイノグラム

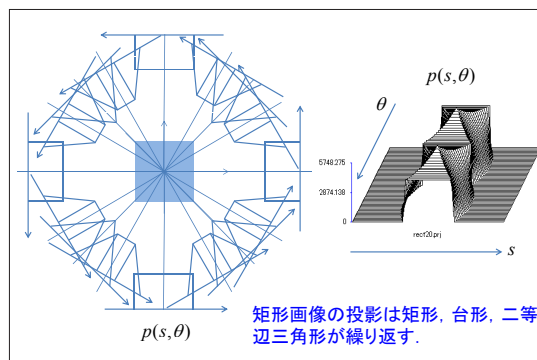


図1. 矩形内の値が一定の投影

ラムと呼ばれる。上部の0度の位置から矩形、台形、三角形となる様子が観察される。投影が三角形となる45度、135度の投影角度で値が最大となる。

図2は空白の画面に投影を得た方向に投影の値を戻し重なった部分を足し算する逆投影を示す。180度について2、4、6、12、30、60方向から逆投影している。2次元被写体の投影は θ を固定するとsの1次元関数であるが、それを逆投影すると2次元画像になる。単純な逆投影では矩形内の領域で値が一定、矩形外ではゼロの画像とはならないが、被写体のおおまかな形状を類推するほけた画像が得

られる。

図3は(a)投影、(b)周波数空間のRampフィルタ(横座標の空間周波数に対し45度の直線となる)、(c) Rampフィルタをフーリエ逆変換し実空間で表したRam-Lakフィルタ、(d)フィルタ補正した投影、(e)再構成像を示す。周波数空間で(b)のRampフィルタを用いてフィルタ補正するのがFBP法で、実空間で(c)のRam-Lakフィルタを用いてフィルタ補正するのは重畳積分法と呼ばれる。投影は積分変換であるから必ず正であるが、(d)は(a)と異なり、フィルタ補正した投影は大きな負の値をもつ。FBP

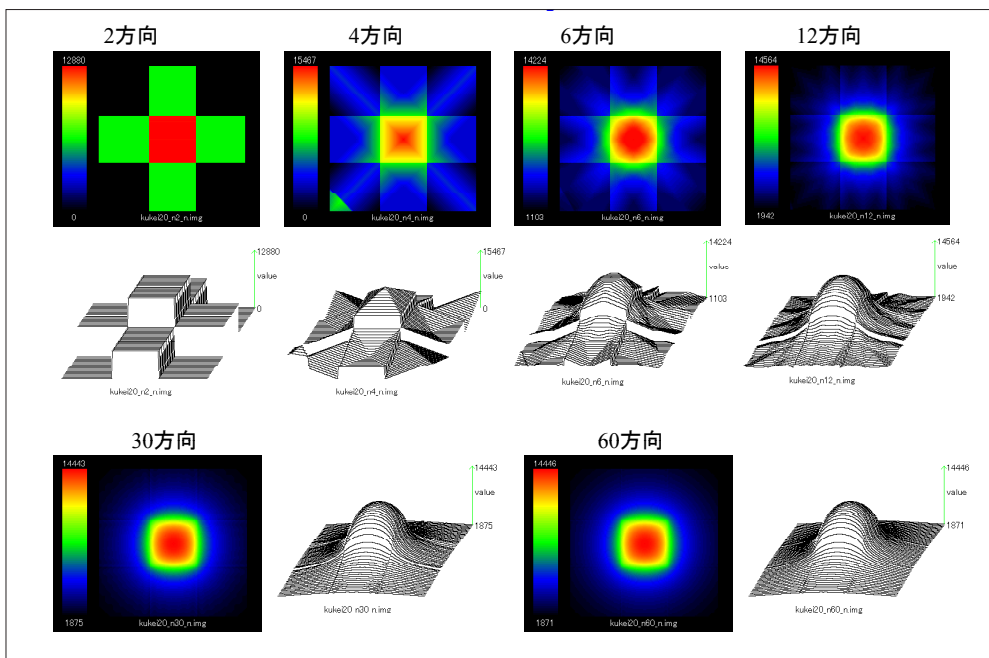


図2. フィルタ補正なしの逆投影

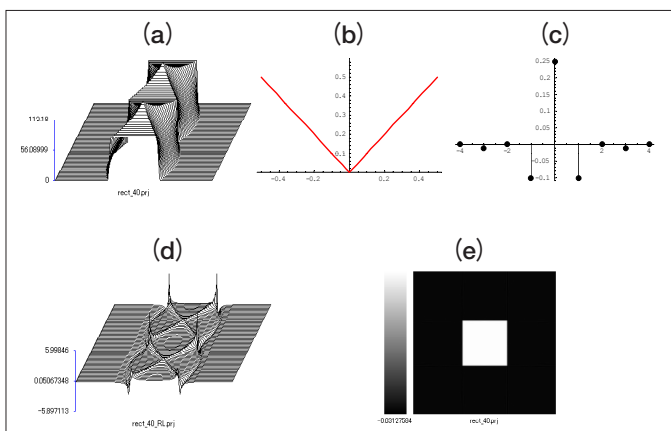


図3. フィルタ補正逆投影 (FBP) 法の計算過程

- (a) 投影
- (b) Ramp フィルタ
- (c) Ram-Lak フィルタ
- (d) フィルタ補正
- (e) 再構成像

法はフィルタ補正した投影の値を投影線に沿って空白な画面に書き込み（逆投影）、重なった部分を足し算し再構成像を得る方法である。図4はRampフィルタによって投影に負の成分をもたせ逆投影した画像である。フィルタ補正した投影を逆投影し足し算していくと、負の成分の寄与でぼけが除去され被写体に近い矩形画像が得られる。FBP法のRampフィルタは逆投影で生じるぼけを除く働きがある。

2. 統計的逐次近似法

SPECTやPETで計測されるデータはポアソン分布にしたがうことから、この分布を考慮した統計的逐次近似法のML-EM (maximum likelihood-expectation maximization) 法やその高速演算を可能にしたOS-EM (ordered subset expectation maximization) 法が開発された。図5はML-EM法の模式図^{7,8)}を示す。

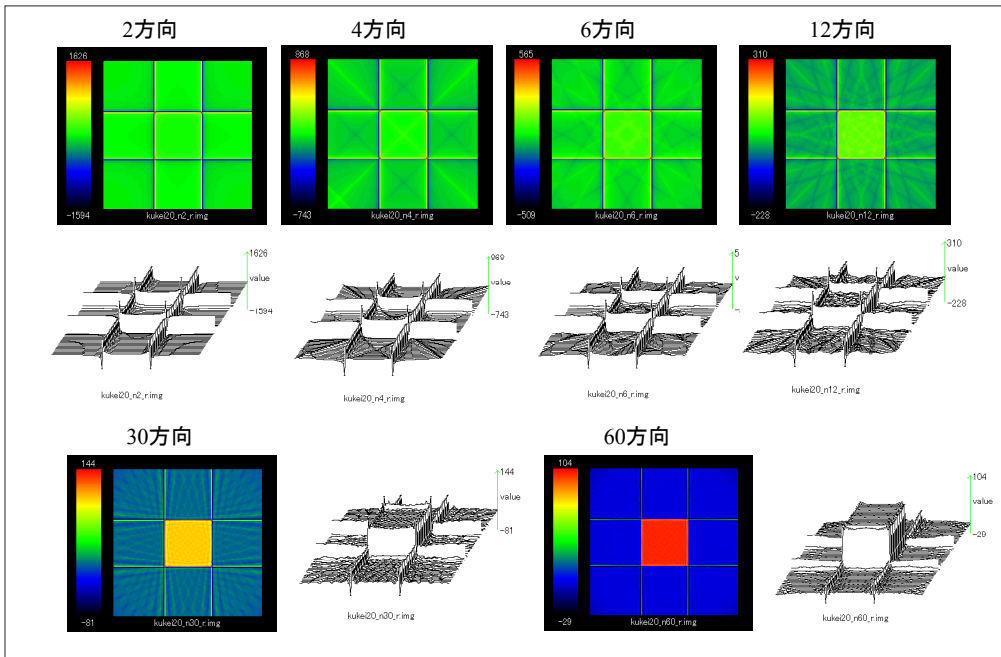


図4. FBP法の逆投影

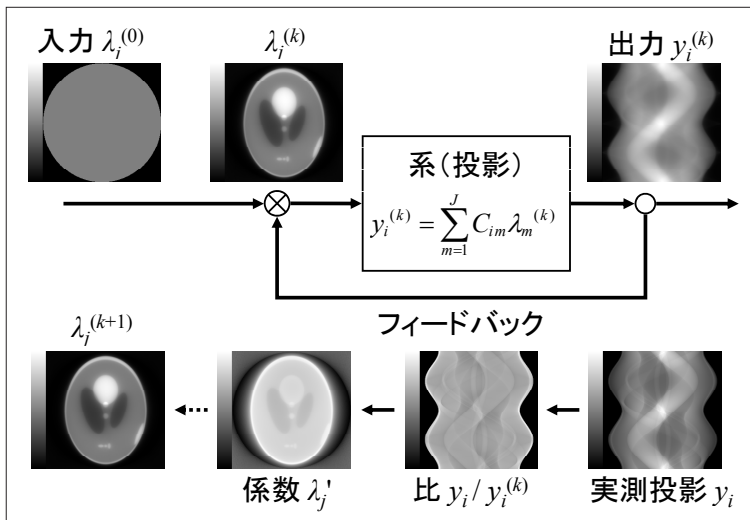


図5. ML-EM法の計算過程

y_i は実測の投影、 C_{ij} は j 番目の画素から発生した光子が i 番目の検出器に入射する確率を表す (図 5 の式では便宜的に C_{im} としている)。 C_{ij} は画像と投影を結び付けるもので、逐次近似法で主要な役割を果たす順投影 (画像から投影を作成) と逆投影 (投影から画像を作成) の計算に用いられる。 C_{ij} にはいろいろな呼び方があり、検出確率、システム行列、投影行列などと呼ばれる。本稿では C_{ij} を 1 画素が検出器に投影される面積としている。図 1 の中心にある塗りつぶした矩形画像を 1 画素と考えれば、0 度の投影角度ではこの画素は画素と同じ幅をもつ 1 つの検出器にのみ投影されるが、30 度の投影角度では 1 画素の投影は台形となるため 3 つの検出器に投影される。このように 1 画素が投影角度によってどのように検出器に投影されるかを面積で表したものを本稿では係数行列と呼んでいる。例えば、 256×256 画素の画像のすべての画素について 0 度から 360 度の投影角度に対する C_{ij} を求めれば、計算によって画像から投影を求めることができる。これが順投影である。逆に、 C_{ij} と実測投影 y_i から逆投影を行うこともできる。CT の逐次近似法では X 線の計測過程を詳細にモデル化したものが C_{ij} に用いられシステム行列と呼ばれている。図 5 の k は繰り返し回数、 j は画像の画素番号 (総画素数は J)、

i は投影の検出器番号 (総検出器数は I) を表す。 $\lambda_j^{(k)}$ と $\lambda_j^{(k+1)}$ はそれぞれ k 回目と $k+1$ 回目の画像の画素値を表す。ML-EM 法や OS-EM 法の計算は順投影、逆投影、比較、更新からなり、図 5 の計算は以下の手順で行う。

- ① k 回目の画像から k 回目の投影を計算で作成する (順投影)。
- ② k 回目の順投影と実測の投影との比を求める。
- ③ その比を逆投影する。
- ④ k 回目の画像に逆投影した画像を掛けて $k+1$ 回目の画像に更新する。

画像の初期値 $\lambda_j^{(0)}$ はすべて値が 1 の画像である。初期値としては「正の値であること」という制限のもとで、一般には画像全体に一様分布を仮定するか、画像の内接円内の一様分布を仮定する。以上の計算手順を繰り返すことによって、画像 λ の投影は実測の投影に近づいていく。すなわち実測の投影と整合性がとれた画像が再構成される。図 6 は Shepp-Logan ファントムの投影から ML-EM 法で再構成した画像を示す。

統計的画像再構成法は核医学において広く臨床応用されている。核医学では C_{ij} に光子の計測過程

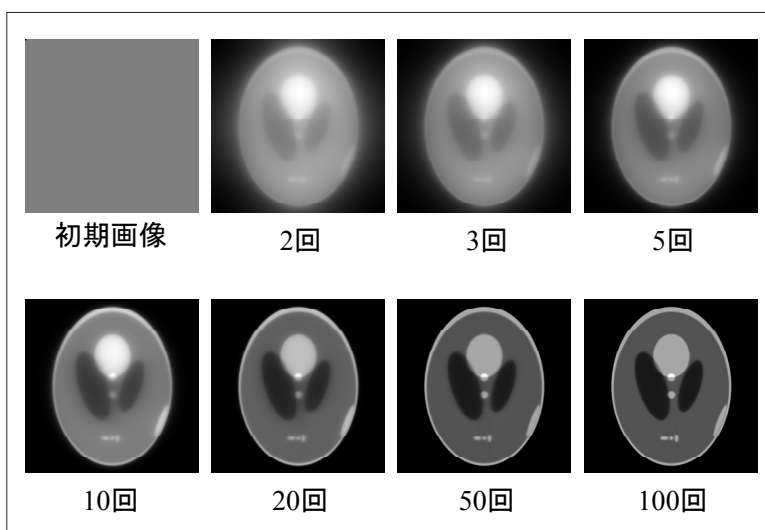


図 6. ML-EM 法の再構成像

の要因を組み込むことで、その影響を補正し画像再構成することができる。これがML-EM法の柔軟性を高くしている。SPECT、PETの画像再構成に

- ① 画素jから出た光子が検出器iに到達するまでの減弱の割合(吸収補正)
- ② コリメータによって画素jから出た光子が距離に依存して広がりをもつ割合(深さに依存する分解能補正)
- ③ 放射性薬剤の体内残存分布による散乱成分の組み込み(散乱補正)

を考慮した C_{ij} が使われている。

OS-EM法は投影をいくつかの組(サブセット)に分割しておき、このサブセットに属する投影だけで、順投影、逆投影、比較、更新を行い、それをサブセットごとに繰り返す方法である。すべてのサブセットで画像の更新を行った時点で、1回の繰り返し(1回の反復)としている。図7に投影角度数16(両矢印の線は2つの投影としている)におけるサブセットの分割例を示す。サブセットを1としたときがML-EM法に相当する。また、サブセットの数を投影角度数に等しくしたときは、加減と乗除の違いはあるが、後述の加算型代数的(AART: additive

algebraic reconstruction technique)方法の考え方と同じになる。通常サブセットは8や16などが使われる。OS-EM法では、サブセットに分けることによって1回の反復で画像を更新する回数が多くなり、結果として速く収束する。画像の更新回数=(サブセット数)×(反復回数)の関係が成り立ち、一般にこの更新回数が同じであれば、ほぼ同様な再構成像が得られる。サブセットの数や使用する順序は、なるべく離れた角度の投影ごとにサブセットを構成するのがよいといわれている。図8に初期画像と反復回数が1回、2回、3回、4回、5回の画像を示す。ML-EM法に比べ、少ない反復回数で原画像に近づく様子が観察される。

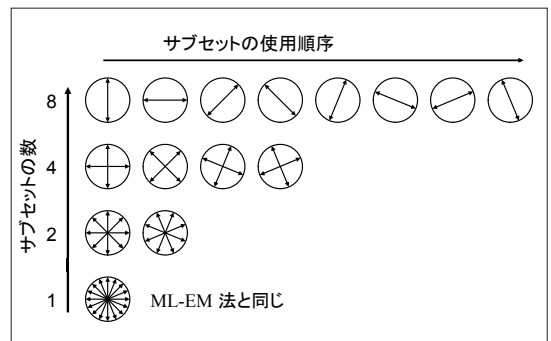


図7. OS-EM法におけるサブセットの分割例(投影角度数が16の場合)

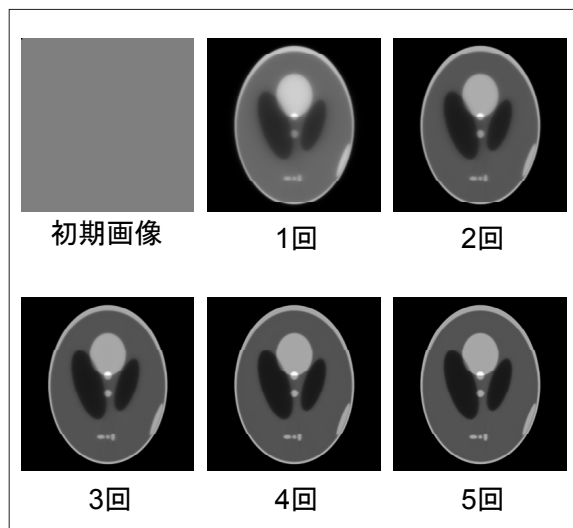


図8. OS-EM法による再構成像

図9はRampフィルタ(赤)に低域通過フィルタのHanningフィルタを組み合わせたフィルタ(青)によるFBP法の再構成像を示す。低域通過フィルタの寄与を少なくしRampフィルタに近づくほど再構成像の分解能が高くなる様子が観察される。逐次近似法にはFBP法のようなフィルタの概念はないが、図6や図8で反復回数が増加するほど画像の分解能が高くなる。このことは、図10のように逐次近似法の順投影、逆投影、比較、更新の繰り返しは、FBP法のRampフィルタによる高周波数成分の増強と同じ作用をしていることを示す。

3. フーリエ変換法によるMRI画像再構成

MRIは核磁気共鳴現象による誘導起電力をMR信号として受信し、k空間と呼ばれる周波数空間にMR信号を充填する。この際、MR信号の位置情報は勾配磁場によって周波数と位相という形で付加される。その後、MR信号で充填されたk空間のデータをフーリエ逆変換することで再構成像が得られる。図11に2次元フーリエ変換MRIの画像再構成を示す。実空間の関数を数学的にフーリエ変換すると複素数となるが、MRIは装置内でフーリエ変換を行っており、k空間に実部と虚部が存在する。これらk

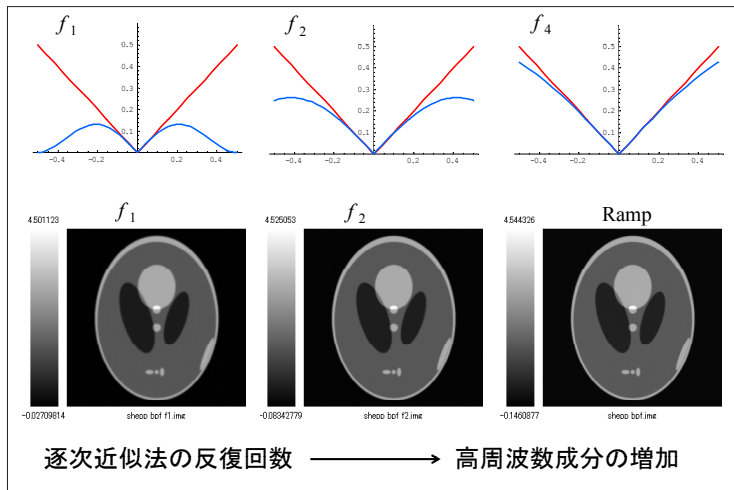


図9. FBP法におけるフィルタの役割と逐次近似法における反復回数の関係

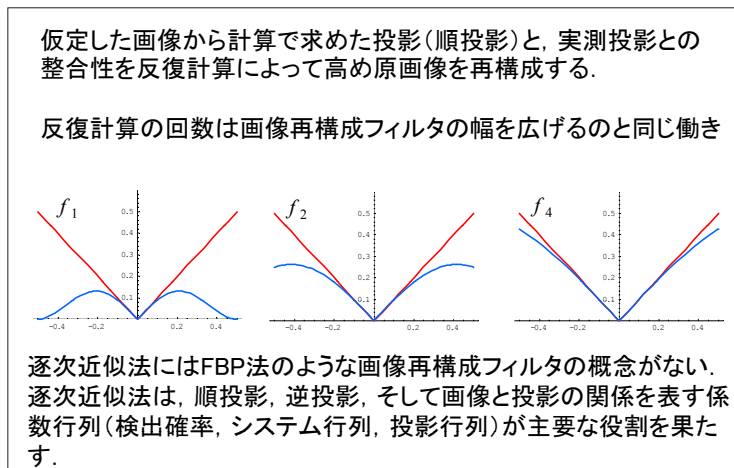


図10. 逐次近似画像再構成法

空間データをフーリエ逆変換すると、通常の距離を変数とする空間（実空間）に実部画像と虚部画像が得られる。一般に、臨床ではこれらから作成される強度画像が用いられる。

フーリエ変換は画像を余弦波や正弦波に分解することであり実部と虚部からなる複素数で表される。1次元の信号や2次元の信号（画像）に含まれる余弦波の量を示すのがフーリエ変換の実部、正弦波の量を表すのがフーリエ変換の虚部となる。余弦波や正弦波には緩やかに変化するものや細かく変化するいろいろな波があり、単位長さ当たりの波

の数すなわち波の細かさを表すのが周波数（周期の逆数）である。例えば、 256×256 画素（pixel）の横（x 方向）の 256 画素の中に 1 つの余弦波（正弦波）が含まれるような波の周波数は $1/256$ cycles/pixel の空間周波数という。2 つの余弦波（正弦波）が含まれるような波の周波数は $2/256$ cycles/pixel の空間周波数という。

図 12 は (a) x 方向にのみ変化する 2 次元余弦波、(b) 2 次元正弦波、x 軸となす角 θ が 45 度の方向に進行する (c) 2 次元余弦波、(d) 2 次元正弦波を示す。2 次元平面上の θ 方向に進行する様々な 2 次元余弦

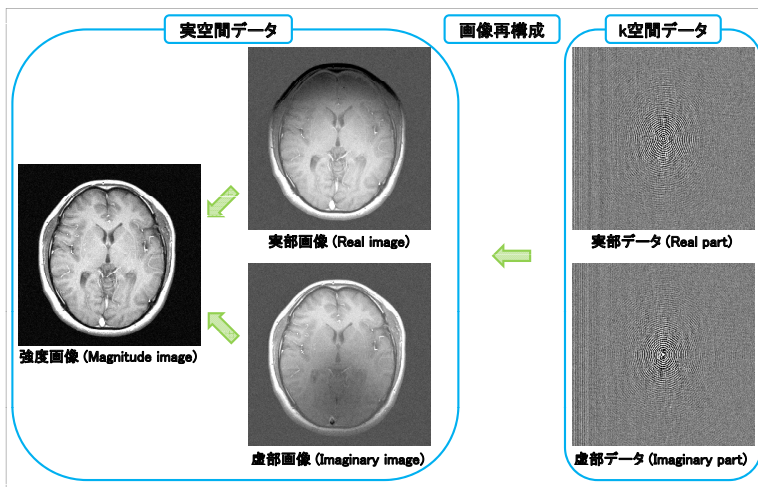


図 11. 2次元フーリエ変換 MRI の k 空間データと実空間データの関係

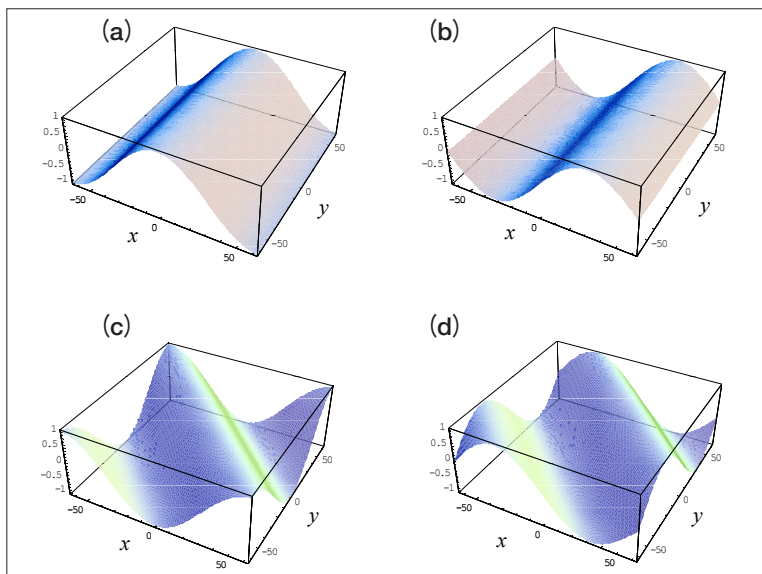


図 12. 画像の 2次元フーリエ変換に用いる 2次元余弦波と 2次元正弦波

波、2次元正弦波を作り、これらの波が画像の中に含まれる量を調べるのがフーリエ変換である。そして、 256×256 画素の画像をフーリエ変換すると、実部は 256×256 画素の画像に虚部も 256×256 画素の画像となる。図 11 の k 空間の実部と虚部のそれぞれの画素の値は MR 画像に含まれる 2次元余弦波と 2次元正弦波の量を表している。図 13 は k 空間の原点付近の緩やかな低周波数成分、中間的

な周波数成分、高周波数成分の 2次元平面波から合成した画像を示す。このようにフーリエ変換によって MR 画像は周波数成分に分けることができる。

図 14 に余弦関数のフーリエ変換を示す。横軸に周波数、縦軸にその周波数成分の強度(振幅)をとっている。余弦関数をフーリエ変換すると、その周波数に対応した位置にピークが出現する。この場合、異なる周波数の余弦関数の合成波では、どのような

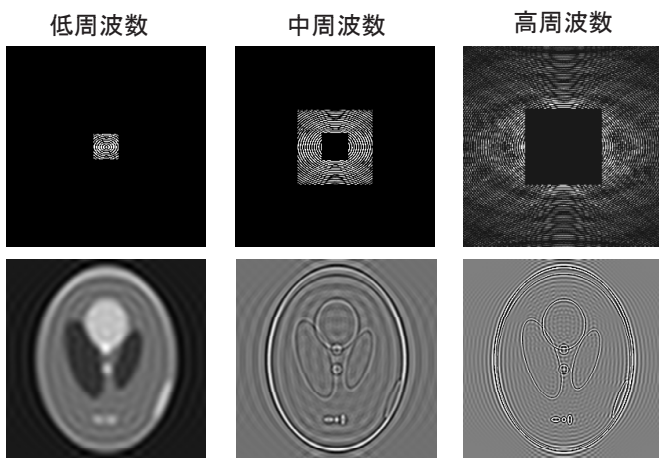


図 13. 空間周波数成分と画像の関係

上段は周波数空間の画像で平面波の振幅を表す。模様がない部分は振幅を故意に 0 にしている。下段左は原点付近の低周波数成分から作った画像、中央は中間の周波数成分から作った画像、右は高周波成分から作った画像で輪郭のみが現れている。このように、低周波数成分によって画像の大まかな強度変化は表されるが、画像全体がぼけており、細部や輪郭を表すには中間から高い周波数成分が必要であることがわかる。

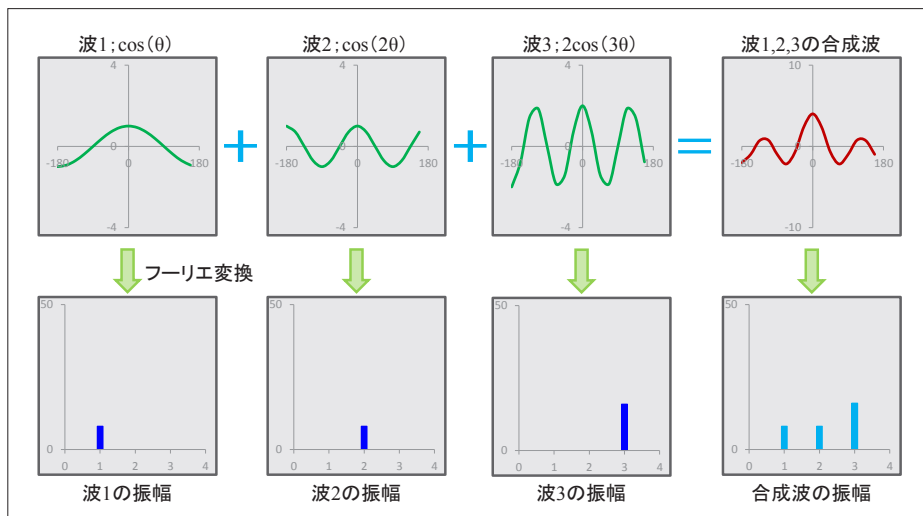


図 14. フーリエ変換による余弦関数の周波数分析

周波数成分が含まれているかはわからないが、これをフーリエ変換すると構成する余弦関数の周波数毎にピークが出現する。これから合成波を構成する余弦関数の周波数を同定することができる。MRIではこの性質を利用し、周波数の違いを位置情報と対応させることで画像を得ている。

4. k 空間における MR 信号の充填法

MRIでは受信したMR信号をk空間に充填する。図15(a)のk空間を直交座標状に走査するフーリエ変換法は最も一般的な充填法である。この方法はk空間にMR信号を格子状に充填していく。(b)のラジアル法はk空間の原点を基点とし放射状に充填する。その他の充填法として、(c)のようにフーリエ変換法とラジアル法を組み合わせたようなプロ

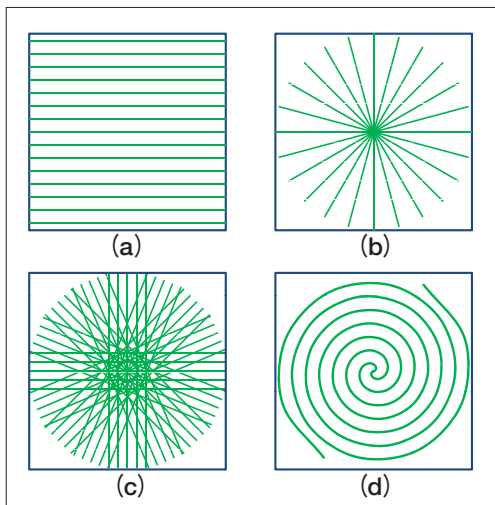


図 15. k 空間の充填法

(a) フーリエ変換法、(b) ラジアル法
(c) プロペラー法、(d) スパイラル法

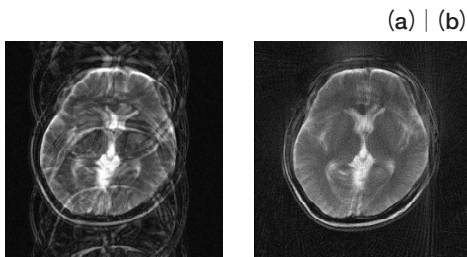


図 16. 頭部 T2 強調画像に及ぼす体動の影響
(a) フーリエ変換法、(b) ラジアル法

ペラー法や、(d)のように渦巻き状にk空間を充填するスパイラル法などがある。なお、充填法によって画像のコントラストやアーチファクトが変化することを留意する必要がある。図16は体動のある場合の頭部T2強調画像で、(a)がフーリエ変換法、(b)がラジアル法である。フーリエ変換法では体動によるアーチファクトが目立つが、ラジアル法ではあまり目立たない。ラジアル法は体動などの影響を受けづらい利点がある。しかし、欠点として図17(a)のように収集するデータ数が少ないと、特有のストリークアーチファクトが出現する。

標本化定理によると検出器方向の直線サンプリング数 N と 360 度当たりの角度サンプリング数 M には $M > \pi N$ の関係がある。仮に、直線サンプリング数を $N=256$ に設定すると $M=402$ となる。角度サンプリング数 M を増加させると (b) の画像のようにアーチファクトを防ぐことができる。

5. SPECT、PET の投影と MRI の投影の違い

図15(b)のラジアル法ではk空間の実部と虚部が放射状に得られ、これら複素数のデータを1次元フーリエ逆変換するとSPECT、PETなどと同じように被写体の線積分である投影になる。しかし、MRIの投影はそれらの投影と異なる点がある。SPECT、PETの投影は放射能濃度分布の積分値であり、投影は積分変換のためいずれも負の値をもたない。一方、フーリエ変換法のk空間データをフーリエ逆変換し実空間に戻すと、図11の実部画像と虚部画像があるように、ラジアル法のk空間データを1次元フーリエ逆変換し作成した投影は実部と虚部があり、さらに投影は負の値をもつ⁹⁾。そのため、

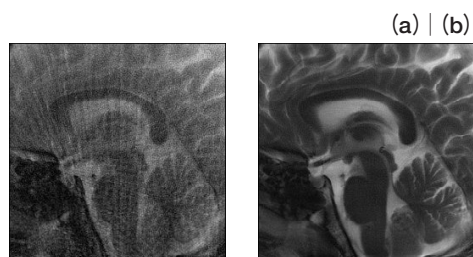


図 17. ラジアル法における角度サンプリング数の影響
(a) データが不足、(b) データが十分

投影が負の値をもたないことを前提とする2の統計的逐次近似法はMRIの画像再構成に用いることができない。また、ポアソン分布に基づくSPECT、PETの投影とこの分布では表されないMRIの投影とは性質が異なるため、原理的に統計的逐次近似法をMRIの画像再構成に用いることには無理がある。ラジアル法のk空間データに逐次近似法を適用するには、統計的逐次近似法とは別の方法が必要になる。

(メモ)

SPECT、PETでは放射能濃度分布が図1の $f(x,y)$ であるが、CTではX線の透過強度Iに対する入射強度 I_0 の比を対数変換したものが図1の $f(x,y)$ (線減弱係数分布) になる。そして、その線積分が投影である。CTの場合、対数変換が含まれるので、雑音の影響を考えると対数変換した投影には負の値が存在する。対数変換を行わなければ雑音があっても負の値は存在しない。そのため、CTにはMRIと同様の負の問題が発生する。そこで吸収補正用に用いられる透過型CTでは、2で述べた乗算方式のSPECT、PETの放射型ML-EM、OS-EMではなく減算方式の統計的逐次近似法が用いられる¹⁰⁾。

6. 代数的逐次近似法によるMRI画像再構成

代数的方法の簡単なモデルを図18に示す。これは2直線の交点を求める例であるが、仮定した解から次々に直線(実測投影に相当)に垂線を下すことで交点が求められる。代数的方法は実測の投影に初期画像の各画素の値から垂線を下ろして最終的に連立方程式の解を得る。図19は2x2画素の画像を例に原画像f、投影y、係数行列 C_{ij} の関係を示す(係数行列全体をC、その要素を C_{ij} としている)。ここで、 C_{ij} は面積ではなく投影線が画素を横切る長さとしている。すると、水平方向の投影 y_1 、 y_2 と垂直方向の投影 y_4 では画素を横切る長さは1であり、45度方向の投影 y_3 では画素の長さが $\sqrt{2}$ となるが簡単のため1と仮定している。原画像の画素の値は既知としてそれぞれ、1、2、3、4とすると、画像から計算される投影(順投影)はこれらと係数行列を用い、3、7、5、6と計算される。例えば、原画像と投影の関係を表す係数行列を画素の長さとし、それを1にし

$$C_{11}f_1 + C_{12}f_2 + C_{13}f_3 + C_{14}f_4 = y_1$$

となる。1番目の投影は1番目の検出器で2番目の投影は2番目、・・・、4番目の投影は4番目の検出器に垂直な直線(投影線)上の画素から得られると考えると、1番目の投影 y_1 には原画像の画素1の値と画素2の値が関係する。そして、画像と投影の関係を表す係数行列を画素の長さとし、それを1にし

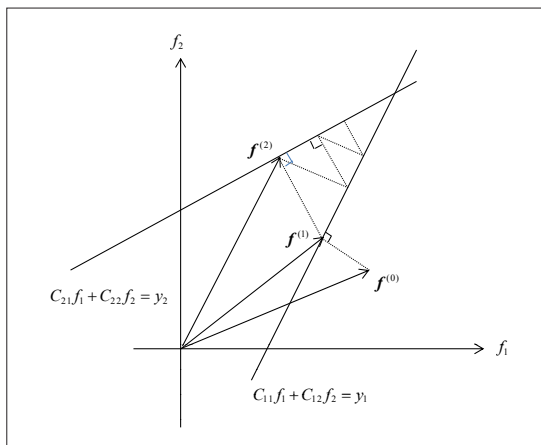


図18. 代数的逐次近似法の模式図 (2直線の交点を求める例)

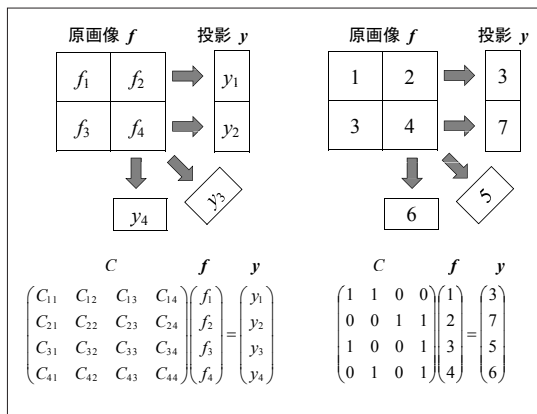


図19. 逐次近似法の順投影

ているので y_1 は次式で表される。

$$1 \times 1 + 1 \times 2 + 0 \times 3 + 0 \times 4 = 3$$

2 番目の投影 y_2 は

$$0 \times 1 + 0 \times 2 + 1 \times 3 + 1 \times 4 = 7$$

となる。3 番目の投影 y_3 は

$$1 \times 1 + 0 \times 2 + 0 \times 3 + 1 \times 4 = 5$$

となる。4 番目の投影 y_4 は

$$0 \times 1 + 1 \times 2 + 0 \times 3 + 1 \times 4 = 6$$

となる。図 19 はこれを 4 行 4 列の係数行列 C と 4 行 1 列のベクトル f の積が 4 行 1 列のベクトル y になることを行列表示している。以上が順投影である。逆投影の詳細は省略するが、逆投影は係数行列 C の行と列を入れ換えた行列（転置行列）とベクトル y の行列計算で表される。このように逐次近似法は係数行列を用いた順投影、逆投影を繰り返すため 1 回の計算で終了する FBP 法に比べ多くの演算時間を必要とする。図 19 について y を実測投影、初期画像の値をすべて 0 として図 18 の代数的方法で解を求めると図 20 のように反復回数の増加とともに

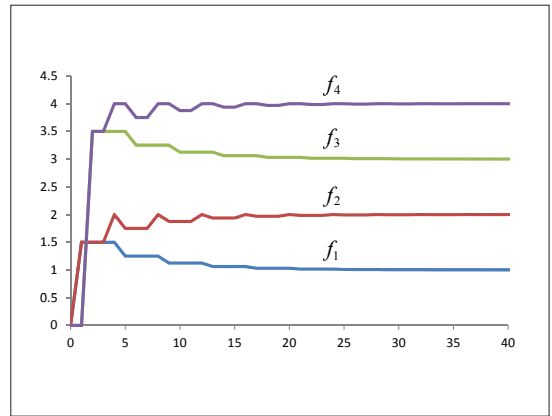


図 20. 加算型代数的逐次近似 (AART) 法による図 19 の 4 元連立方程式の解法

に原画像の画素値に近づいていく。これは未知数が 4、方程式の数が 4 の 4 元連立方程式を数式計算によって解いたものではなく、実測投影と矛盾しない形に初期画像を繰り返し修正する反復計算で解いている。

図 21 にラジアル法の計測データについて、AART 法による画像再構成の過程を示す。まず、放射状の極座標系で収集された k 空間データを 1 次元フーリエ逆変換し投影データを作成する。投影の実部を投影_実部、虚部を投影_虚部としている。投影_実部と投影_虚部を別々に AART 法で画

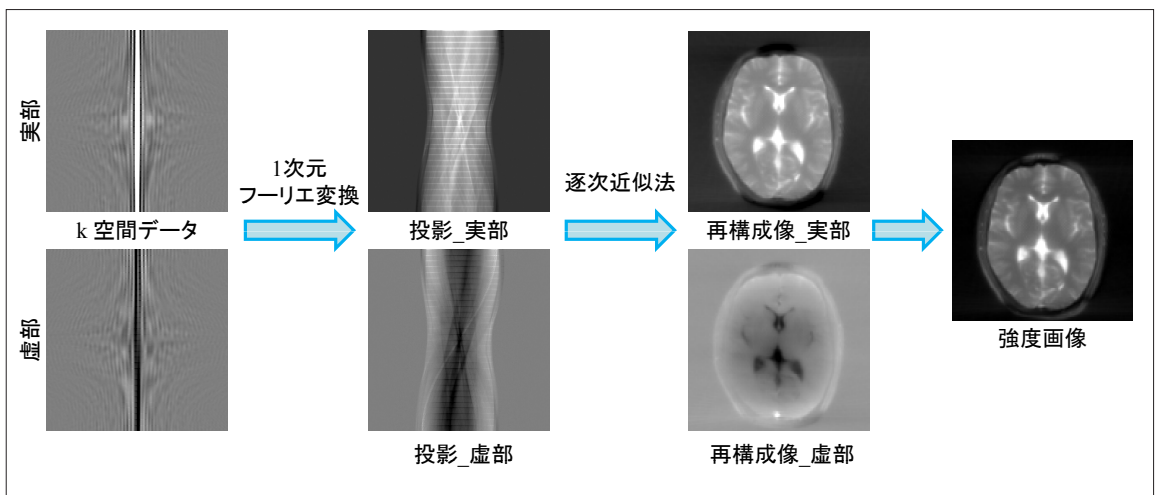


図 21. ラジアル法における加算型代数的逐次近似 (AART) 画像再構成

像再構成すると再構成像の実部と虚部が得られ、それぞれ再構成像_実部、再構成像_虚部としている。これらを2乗しその和の平方根をとると強度画像となる。

図 22 に頭部の T2 強調画像を示す。画像再構成は (a) フーリエ変換法、(b) FBP 法、(c) AART 法 (反復 90 回) で行っている。それぞれの画像間において大きな差は見られない。次に有効視野 (FOV) を小さくして撮像した果物のキュウイ画像を図 23 に示す。FOV を小さくするとスライス面内の分解能は向上するが信号雑音比が低下する。フーリエ変換法や FBP 法による再構成画像では信号雑音比が低下しているが、AART 法による再構成画像では信号雑音比がそれほど低下していない。逐次近似法はフーリエ変換法や FBP 法に比較し信号雑音比が優れる利点がある。一方、逐次近似法には長い演算時間の課題もある。MRI において逐次近似法はまだ研究段階ではあるが、少ない投影数からの圧縮センシングによる画像再構成に应用されており¹¹⁾、CT に逐次近似法が普及しつつあるように、MRI においても逐次近似法が臨床に実用化される可能性がある。

おわりに

本稿で紹介した代数的逐次近似法は最初の臨床 CT 装置に用いられた方法として歴史的に有名である。核医学では統計雑音の抑制に有効な ML-EM 法、OS-EM 法が広く臨床に用いられている。核医学での逐次近似法の普及は CT にも広がり、事前情報として X 線の計測過程をより詳細にモデル化した逐次近似画像再構成法が臨床 CT 装置に搭載されている。MRI は CT、SPECT、PET と異なり計測手段としてフーリエ変換を利用する。その結果、計測データが CT などと異なり、実空間ではなく周波数空間という複素数の世界で得られる。文献 9)、図 22、図 23 は単純に複素数のデータをフーリエ逆変換し実空間の投影に戻し、代数的逐次近似法で再構成を行っているが、問題点として実部と虚部の 2 つの投影データが生じ計算時間は 2 倍となる。この問題を回避するには周波数空間で複素数のまま、共役勾配法などの最適化法を用いた画像再構成が考えられる。

本稿では CT の逐次近似法については述べなかったが、圧縮センシングや CT に関する画像再構成の最新の知見は Kudo らの優れた総説に詳しくまと

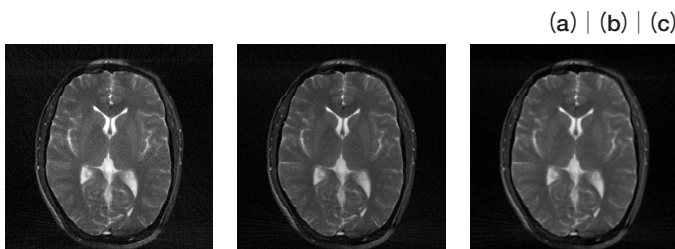


図 22. 加算型代数的逐次近似 (AART) 法による頭部 T2 強調画像
(a) フーリエ変換法、(b) FBP 法、(c) AART 法

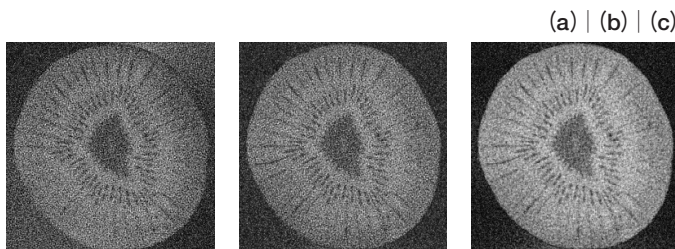


図 23. 加算型代数的逐次近似 (AART) 法によるキュウイ画像
(a) フーリエ変換法、(b) FBP 法、(c) AART 法

められているので文献4)、5)を参考にしてください。CTへの逐次近似法の応用は被ばく量の低減に成功しているが、角度サンプリング数を現状の

2000程度から1/10程度に減少させる圧縮センシングでさらに被ばく量の低減や検査時間の短縮につながる可能性がある。

参考文献

1. Kak AC, Slaney M: Principles of Computerized Tomographic Imaging. IEEE press, New York, 1988.
2. Gordon R, Bender R, Herman GT: Algebraic reconstruction technique (ART) for three dimensional electron microscopy and X-ray tomography. J Theor Biol 29: 470-481, 1971.
3. Hudson HM, Larkin RS: Accelerated image reconstruction using ordered subsets of projection data. IEEE Trans Med Imaging 13: 601-609, 1994.
4. 工藤博幸, イサム ラシド: 圧縮センシングを用いた少数投影データからのCT画像再構成. 映像情報 Medical 43: 1093-1099, 2011.
5. Kudo H, Suzuki T, Rashed EA: Image reconstruction for sparse-view CT and interior CT- introduction to compressed sensing and differentiated backprojection. Quant Imaging Med Surg 3: 137-161, 2013.
6. 篠原広行: 基礎講座-画像再構成の基礎と臨床応用- 1. 画像再構成の基礎 (1) - FBP法の原理-. 日本放射線技術学会雑誌 70: 277-286, 2014.
7. 篠原広行: 基礎講座-画像再構成の基礎と臨床応用- 2. 画像再構成の基礎 (2) - 逐次近似法の原理-. 日本放射線技術学会雑誌 70: 406-415, 2014.
8. 篠原広行, 中世古和真, 坂口和也, 橋本雄幸: 逐次近似画像再構成の基礎. 医療科学社, 東京, 2013.
9. 橘 篤志, 橋本雄幸, 坂口和也, 小島隆行, 篠原広行: k空間データの極座標変換を用いたMRI画像再構成法. 日本放射線技術学会雑誌 68: 413-422, 2012.
10. Sakaguchi K, Shinohara H, Hashimoto T, T Yokoi, K Uno: An iterative reconstruction using median root prior and anatomical prior from segmented μ map for count-limited transmission data in PET imaging. Ann Nucl Med 22: 269-279, 2008.
11. Block KT, Uecker M, Frahm J: Undersampled radial MRI with multiple coils. Iterative image reconstruction using a total variation constraint. Magn Reson Med 57: 1086-1098, 2007.