連続講座

断層映像法の基礎　第 41 回
圧縮センシングによる少数投影からの画像再構成

篠原　広行 [1)]、小畠　隆行 [2)]、橋本　雄幸 [3)]

[1)] 首都大学東京
[2)] 放射線医学総合研究所重粒子医科学センター
[3)] 横浜創英大学 こども教育学部

はじめに

CT の投影は直線サンプリング数と投影角度数（ビュー数）によって特徴づけられる。直線サンプリング数は 1 投影角度あたりのデータ数を示す。投影角度数は被写体の周囲 360 度あるいは 180 度についてどのくらいの投影を収集するかを示す。逆投影に伴う線状のアーチファクトを抑制するには、投影角度数 M は直線サンプリング数 N よりも多く必要なことが知られている。一方、圧縮センシングによって原画像が疎の性質を持つ画像（非ゼロの画素数が少ない画像でスパース画像という）に変換される場合には、少ない投影角度数から画像再構成を行うことができる。少数投影からの圧縮センシング（Compressed Sensing：CS）による画像再構成が CT や MRI において大きな関心を集めるようになったことから、平成 25 年度の本誌連載ではその基礎となる逐次近似法で用いられる共役勾配法などの最適化法、Total variation（全変動）ノルム（TV ノルム）などについて第 39 回、第 40 回で解説してきた。本稿では、圧縮センシングによる画像再構成をこれまでの画像再構成と対比するため、はじめにフーリエ変換法、フィルタ補正逆投影法、逐次近似法について復習を兼ねまとめる。次に、Shepp-Logan ファントムや本稿で用いた MRI 性能評価ファントムは微分するとスパース画像に変換できることを示す。そして、このスパース画像の TV ノルムを正則化に用いた圧縮センシングによって、投影角度数 16 や 24 の投影から再構成像が得られることを示す。

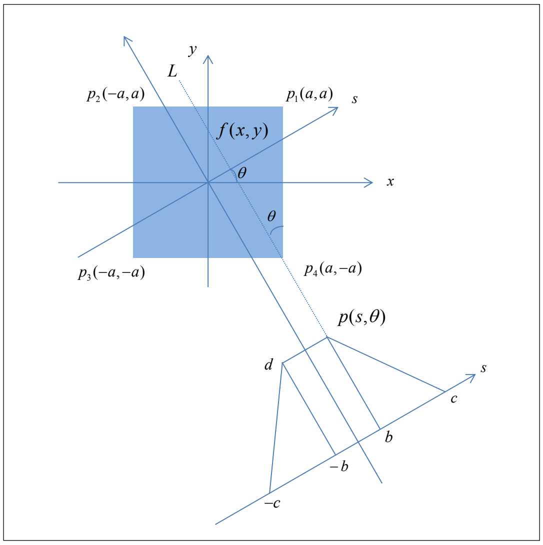

図 1.　矩形画像の投影

1. 投影切断面定理
2. フーリエ変換法
3. フィルタ補正逆投影法（FBP 法）
4. 直線サンプリング数と投影角度数の関係
5. 逐次近似法
6. 少ない投影角度数からの画像再構成
7. 圧縮センシングによる少ない投影角度数からの画像再構成

1.　投影切断面定理

図 1 は固定座標系 (x,y) とそれに対し半時計回りに θ 回転した回転座標系 (s,t) を示す。固定座標系

連絡先：首都大学東京　篠原 広行
E-mail：sinohara@hs.tmu.ac.jp

は被写体の座標を回転座標系は検出器の座標を表す。2 次元関数 f (x,y) を直線 L 上で積分することを線積分という。s 軸は x 軸から θ 傾いており、原点から直線 L に下ろした垂線の座標が s である。s に平行な直線を検出器の並びとし、線積分の値が s 上に測定される様子を示している。**図 2** は矩形内の強度が一定値 A の断面（矩形画像）f (x,y) の周囲を検出器が回転し、平行ビーム投影 p (s, θ) を収集する模式図である。CT では入射強度を透過強度で除し対数をとることで f (x,y) と p (s, θ) の関係が積分変換で表される。平行ビーム投影は検出器に垂直な垂線上の f (x,y) を線積分したものなので、0 度から 360 度の投影角度によって矩形、台形、三角形の繰り返しとなる。

図 3 (a) の矩形画像を y 軸に平行な直線に沿って線積分すると **(b)** の 1 次元矩形関数 p (s,0) となる。**(c)** は p (s,0) の 1 次元フーリエ変換で P (k,0) と表すと、P (k,0) は **(a)** の 2 次元フーリエ変換 F (u,v) の原点を通る u 軸上の成分に等しい。**(d)** は θ 方向の投影p (s, θ) を示しこの 1 次元フーリエ変換は、**(a)** の 2 次元フーリエ変換の原点を通り u 軸となす角が θ の成分に等しい。この関係を**図4**に示す。**図 4 (a)**

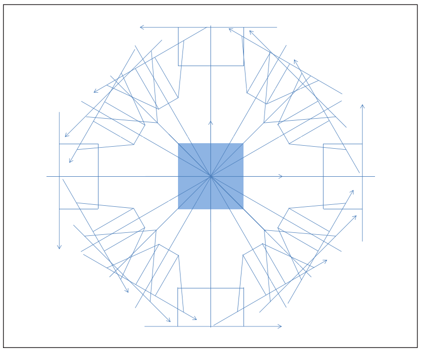

図 2.　投影の収集

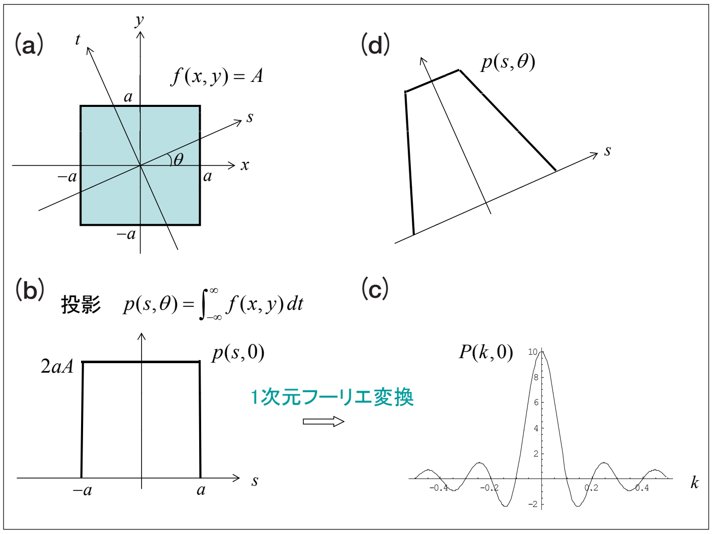

図 3.　矩形画像の投影とその 1 次元フーリエ変換

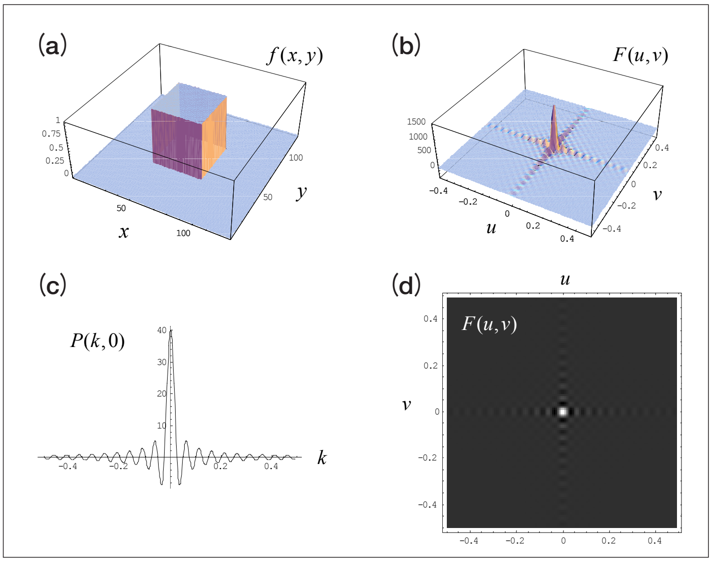

図 4.　矩形画像の 2 次元フーリエ変換と投影の 1 次元フーリエ変換の関係（投影切断面定理）
(a) 矩形画像、
(b) 2 次元フーリエ変換（鳥瞰図表示）、
(c) 0 度方向の投影の 1 次元フーリエ変換、
(d) 2 次元フーリエ変換（画像表示）。

は矩形画像、(b)は(a)の2次元フーリエ変換の鳥瞰図表示、(c)は0度方向の投影 p (s,0) の1次元フーリエ変換 P (k,0)、(d)は2次元フーリエ変換 F (u,v) を画像表示している。そして P (k,0) は F (u,v) の原点を通る u 軸上の成分すなわち F (u,0) に等しい。このように、平行ビーム投影では、矩形画像の2次元フーリエ変換のθ方向の成分は投影角度θにおける投影の1次元フーリエ変換から得ることができる。「投影角度θにおける投影の1次元フーリエ変換は被写体の2次元フーリエ変換のθ方向の成分に等しい」。これを投影切断面定理（中央断面定理）という。

2. フーリエ変換法

平行ビーム投影からの画像再構成は投影切断面定理を利用しフーリエ変換法で行える。**図5**の格子は周波数空間の直交座標 (u,v) を示し、赤丸付きの直線はθ方向の投影を1次元フーリエ変換し並べたものを示す。投影は放射状の極座標で得られるのでフーリエ逆変換するには直交座標に並び換える必要がある。フーリエ変換法ではこの補間処理による誤差を生じる。補間処理によって2次元フーリエ変換が鳥瞰図のように直交座標で得られると、これをフーリエ逆変換し画像再構成を行える（原画像の近似画像が得られる）。**図6** (a) は原画像、(b) は極座標から直交座標への補間に最近傍補間を用いた再構成像、(c) は線形補間、(d) はシンク補間を用いた再構成像を示す。シンク補間を除き最近傍補間や線形補間にはアーチファクトが顕著である。シンク補間は投影が帯域制限されていれば正確な補間となる。ここで帯域制限とはある空間周波数よりも高い空間周波数成分がゼロであることをいう。シンク補間は他の補間法に比べ計算時間を大幅に必要とする。実測の投影は帯域制限がされていないことが多く、この場合には折り返し誤差を生じる。投影の両辺にゼロを加えデータを拡張しフーリエ変換すると周波数空間のデータ間隔が密になる。こうすると補間の精度を高めることができ、(b), (c) のアーチファクトが減少する。ゼロを加えることをゼロパディングという。例えば、投影の直線サンプリング数が256のとき、両辺に128個の0を加え直線サンプリング数を512にしてフーリエ変換すると、周波数空間の間隔が0を加えないときの1/2になる（2倍のゼロパディング）。その結果、最近傍補間や線形補間の精度が高まりアーチファクトが大幅に減少する。4倍のゼロパディングによる線形補間では、アーチファクトは観察されない。

3. フィルタ補正逆投影法 (FBP 法)

FBP 法はフーリエ変換法の補間誤差を回避するため、周波数空間で極座標から直交座標に補間する

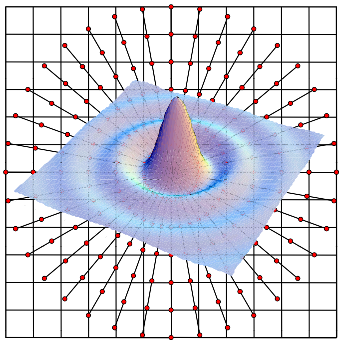

図5. フーリエ変換法（FT 法）による画像再構成

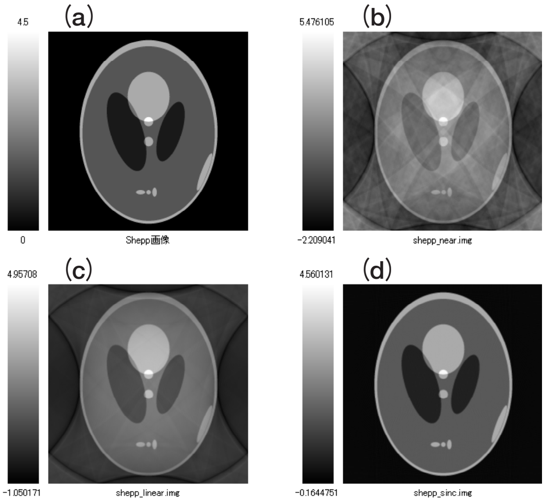

図6. フーリエ変換法（FT 法）における補間と再構成像
(a) 原画像、(b) 最近傍補間、(c) 線形補間、(d) シンク補間。

ことはせず、フィルタ補正した投影を逆投影し再構成像を得る方法である。**図 7 (a)** は**図 4 (a)** の矩形画像の投影（投影を角度方向に並べたものをサイノグラムという）、**(b)** は FBP 法の再構成フィルタを周波数空間で表した Ramp フィルタ、**(c)** は **(b)** を実空間で表した Ram-Lak フィルタ、**(d)** はフィルタ補正した投影を示す。投影は積分変換であるから必ず正であるが、**(a)** と異なりフィルタ補正した投影は **(d)** のように大きな負の値を持つ。再構成フィルタには他に Shepp-Logan フィルタがあり、実際にはこれら再構成フィルタと低域通過フィルタを組み合わせ分解能と雑音のバランスを考慮し用いられる。FBP 法の逆投影とはフィルタ補正した投影の値を投影線に沿って空白な画面に書き込み（逆投影）、重なった部分を足し算し再構成像を得る方法である。**図 8** は 180 度について 2、4、6、12、30、60 方向からの逆投影の様子を示す。2 次元被写体の投影は θ を固定すると s の 1 次元関数であるがそれを逆投影すると 2 次元画像になる。画像再構成の理解には投影を逆投影することで画像が得られることをイメージすることが大切である。単純な逆投影では矩形内の領域で値が一定、矩形外ではゼロの画像とはならないが、被写

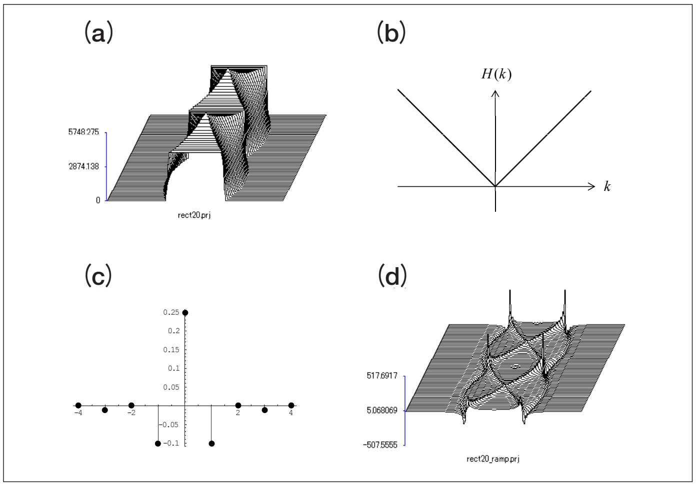

図 7.　フィルタ補正逆投影法（FBP 法）による画像再構成
(a) 矩形画像の投影、(b) Ramp フィルタ、
(c) Ram-Lak フィルタ、(d) フィルタ補正した投影。

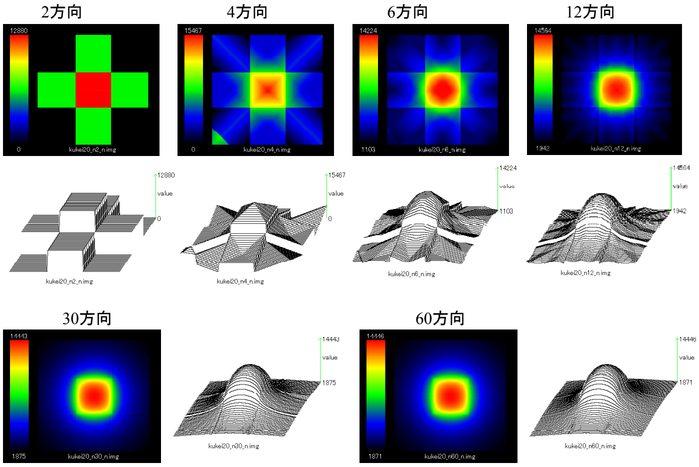

図 8.　逆投影
180 度について 2、4、6、12、30、60 方向からの逆投影。

体の形状を類推できるぼけた画像が得られる。**図 9** は Ramp フィルタによって投影に負の成分を持たせ逆投影した画像である。フィルタ補正した投影を逆投影し足し算していくと、負の成分の寄与でぼけが除去され被写体に近い矩形画像が得られる。Ramp フィルタは逆投影で生じるぼけを除く働きがある。

4. 直線サンプリング数と投影角度数の関係

図 10 で赤丸の付いた直線は θ 方向の投影で収集するデータ点を表し、この数を直線サンプリング数といい N で表す。N が大きい程細かく投影が収集される。被写体の周囲の 180 度あるいは 360 度について投影を収集する数を投影角度数といい M で表す。**図 10** は 180 度について投影が 18 あるので投影角度数 M は 18 である。**図 11(a)**は原画像（256×256 画素）、**(b)**は **(a)** の 2 次元フーリエ変換（実部）、**(c)** は直線サンプリング数 N=256、投影角度数 M=64 の再構成像、**(d)** は **(c)** の 2 次元フーリエ変換（実部）を示す。投影角度数 64 ではアーチファクトが顕著である。このような投影角度数の不足によ

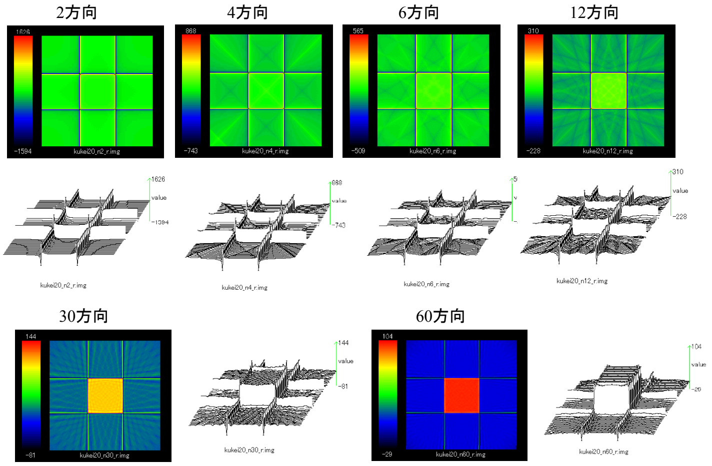

図 9. フィルタ補正逆投影
180 度について 2、4、6、12、30、60 方向からのフィル補正逆投影。

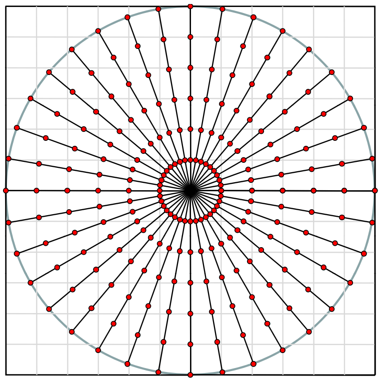

図 10. 直線サンプリングと角度サンプリング

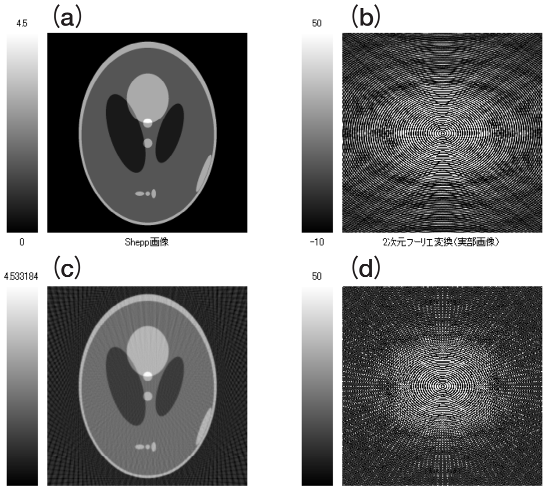

図 11. 投影角度数と再構成像の周波数成分
(a) 原画像（256 × 256 画素）、(b) 2 次元フーリエ変換（実部）、(c) 直線サンプリング数 N=256、投影角度数 M=64 の再構成像、(d) 2 次元フーリエ変換（実部）。

るアーチファクトを防ぐにはもっと多くの角度サンプリングが必要になる。直線サンプリングに対し必要な投影角度数は、標本化定理から周波数空間において半径方向の最大空間周波数と角度方向の最大空間周波数を等しくするように決められる。**図12**の半径Rの円において、実空間のサンプリング間隔Δxは R と直線サンプリング数 N から

$$\Delta x = \frac{2R}{N} \tag{1}$$

となる。1画素が含み得る最大空間周波数は0.5 cycles/画素であるから（2画素で1つの波が構成されるときに最も高い空間周波数の波となり、画素単位の離散データではこれ以上高い空間周波数の波は作れない）、半径方向の最大空間周波数は次式で表される。

$$k_n = \frac{1}{2\Delta x} \tag{2}$$

2πについてMだけの投影を収集する場合、角度サンプリングの間隔Δθと原点からの距離Rの積は

$$R \cdot \Delta\theta = R\frac{2\pi}{M} \tag{3}$$

となる。直線方向と角度方向の最大空間周波数を等しくするには、(3)式を(2)式のΔx以下にすればよいから

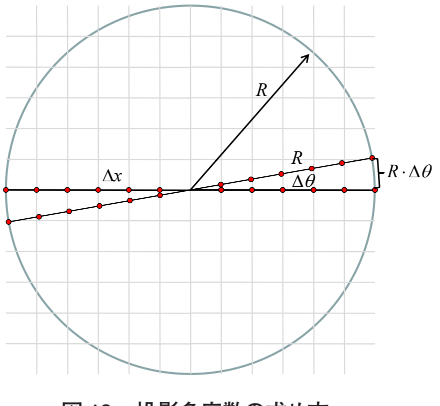

図12. 投影角度数の求め方

$$R \cdot \Delta\theta = R\frac{2\pi}{M} < \frac{1}{2k_n} \tag{4}$$

したがって

$$M > \pi N \tag{5}$$

これから**図11(a)**の256×256画素のShepp-Loganファントムの直線サンプリング数をN=256とし、180度について投影を収集する場合、必要な投影角度数は標本化定理からM=402となる。

5. 逐次近似法

解析的画像再構成法のFBP法の特徴は、1回の計算で解（再構成像）が求まることである。一方、逐次近似法画像再構成法は反復計算によって解を求める。逐次近似法ははじめに初期画像を仮定し、この画像から計算で求めた投影（順投影）と実測投影との整合性を反復計算によって高めていく。逐次近似法にはML-EM法、OS-EM法などの統計的方法が核医学で広く普及しているが、本稿では逐次近似法の1つである加算型代数的方法（AART法）を用いる。代数的方法のうちSIRT法は順投影と実測投影との差を反復画像に反映させる際にすべての投影角度の投影を用いるのに対して、AART法は投影角度ごとに差を反復画像に反映させる。実測投影との比較に差を用いるAART法は次式で表される。

$$f_j^{k+1} = f_j^k + \sum_{i=n}^{n+N} \left(\frac{y_i \sum_{m=1}^{J} C_{im} f_m^k}{\sum_{m=1}^{J} C_{im}} \right) C_{ij} \tag{6}$$

ここで、原画像を1次元の数値の並びとしてベクトル**f**、投影をベクトル**y**、画像と投影の関係を表すC_{ij}を検出確率、C_{ij}の行列を係数行列としている。Nは1投影角度あたりの投影数（直線サンプリング数）、Jは画素の総数、m（1≤m≤J）は画像の画素を表す添字、iは投影を表す添字、nは比較を行うサイノグラムの縦方向（角度方向）の座標を示す。AART法は投影角度ごとに順投影と実測投影の差を求め、画像を更新するので、例えば、投影角度数が256のとき、

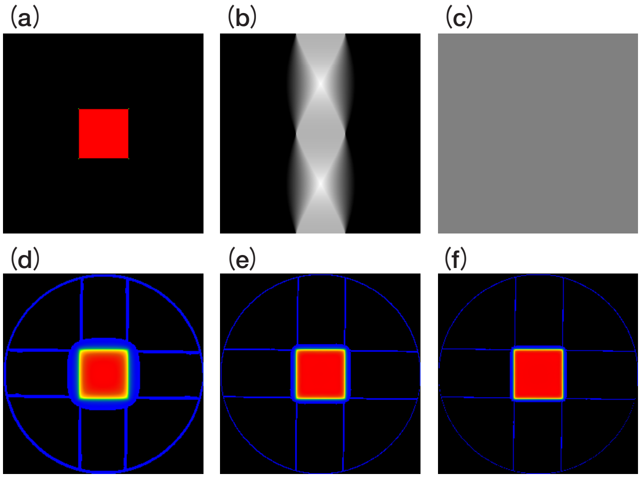

図 13.　AART 法による画像再構成

(a) 原画像（256 × 256 画素）、(b) 投影（256 × 256 画素）、(c) 初期画像（画素の値がすべて 1）、直線サンプリング数 N=256、投影角度数 M=256 からの (d) 繰り返し 1 回、(e) 繰り返し 2 回、(f) 繰り返し 3 回の再構成像。

1 回の繰り返しで画像が 256 回更新される。**図 13** は AART 法の再構成像を示す。**(a)** 原画像（256 × 256 画素）、**(b)** 180 度について投影角度数 256 の投影、**(c)** 初期画像（256 × 256 画素の値がすべて 1）、**(d)** 繰り返し 1 回、**(e)** 繰り返し 2 回、**(f)** 繰り返し 3 回の再構成像を示す。

6.　少ない投影角度数からの画像再構成

圧縮センシングによる画像再構成に進む前に、フーリエ変換法（FT 法と略）、FBP 法、AART 法による少ない投影角度数の投影からの再構成像を示す。原画像は 256 × 256 画素で直線サンプリング数を 256、投影角度数を 16 とした。**図 14 (a)** は原点に中心があり強度が **(b)** の鳥瞰図に示されるように x 方向には二等辺三角形状に変化し、y 方向の強度は各 x において一定の三角形画像である（最小値 0，最大値 1）。x 方向の強度は中心の左側では緩やかに増加し、右側では減少しそれぞれの微分値は一定である。y 方向にはゼロから不連続に三角形の強度に変化するが、中心から離れた位置では急激な変化は小さく、原点でゼロから最も大きく値が変化する。**(c)**, **(d)** は FT 法の再構成像で三角形の形状は再現されているがぼけがあり、最大値 2.17 は真値 1 よりも高く定量性に乏しい。**(e)**, **(f)** は FBP 法の再構成像で分解能は FT 法よりも良いが、アーチファクトが顕著で最大値は 2.16 と高く定量性に乏しい、**(g)**, **(h)** は AART 法の再構成像である。アーチファクトはなく分解能も高い。最大値 1.01 は真値に近く定量性にも優れほぼ原画像の三角形画像が得られている。このように強度が緩やかに変化する原画像では、逐次近似法によって代数的標本化定理で必要とされる投影角度数 402 よりも大幅に少ない投影角度数 16 から画像再構成を行えた。

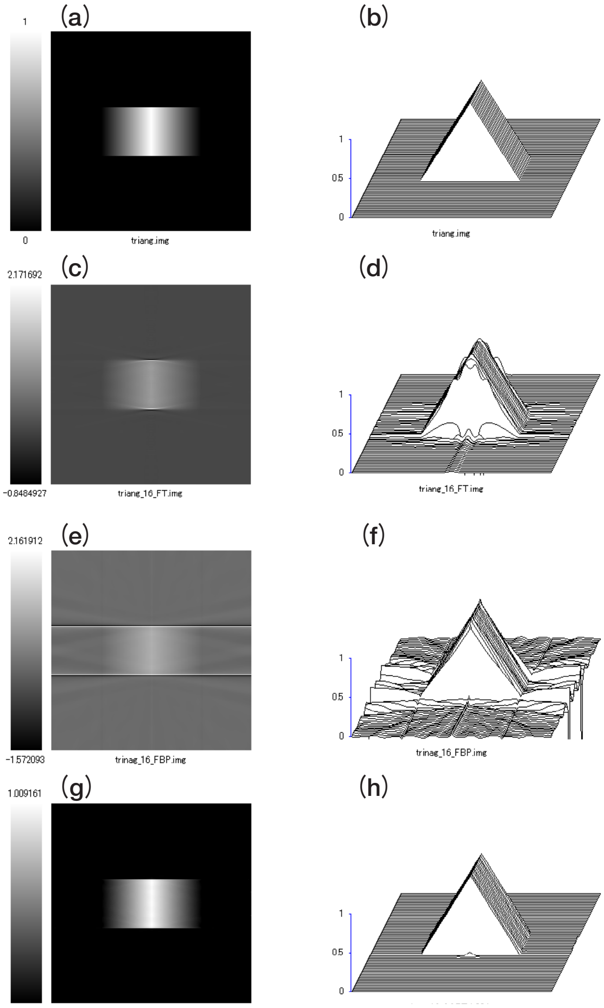

図 14.　三角形画像の再構成像

(a), (b)：原画像、
(c), (d)：FT 法、
(e), (f)：FBP 法、
(g), (h)：AART 法、投影角度数 16。

図15は楕円内の強度が1の再構成像を示す。**(a)**は原画像である。**(b)**のFT法の再構成像は最大値1.19と高くかつ回転模様のアーチファクトが見られる。**(c)**のFBP法では最大値1.31と高く少ない投影角度数の逆投影に特有なアーチファクトが見られる。**(d)**のAART法では最大値1.14と高く強度の変動が大きい均一性の悪い再構成像となっている。**図14 (a)**の三角形画像の構造に比べ、**図15 (a)**はバックグランドの値ゼロから楕円の値1に急激に強度が変化する特徴がある。このようなファントムに対しAART法の再構成像は値の変動が大きいことがわかった。**図16**は**図15 (a)**の楕円内に強度の異なる2つの楕円を含む場合（強度は1、2.0、2.5で最小値0、最大値2.5）の再構成像を示す。**(a)**は原画像である。**(b)**のFT法、**(c)**のFBP法、**(d)**のAART法ともアーチファクトが見られる。

図17は**図11 (a)**のShepp-Loganファントムの再構成像とそのフーリエ変換（実部）を示す（実部のみ示し、虚部は省略している）。**(a)**,**(b)**はFT法、**(c)**,**(d)**はFBP法、**(e)**,**(f)**はAART法、**(g)**,**(h)**はトータル

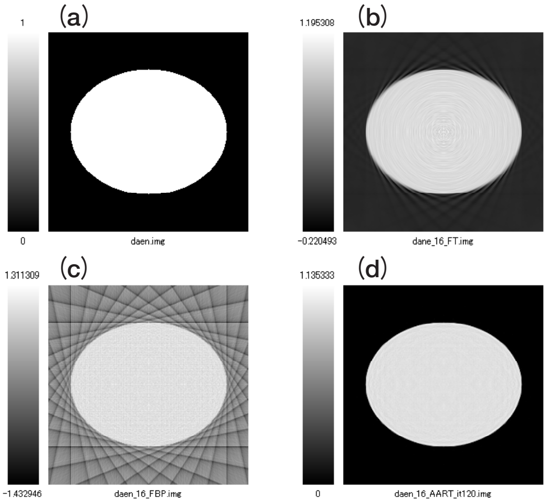

図15. 楕円画像の再構成像
(a) 原画像、(b) FT法、(c) FBP法、
(d) AART法、投影角度数16。

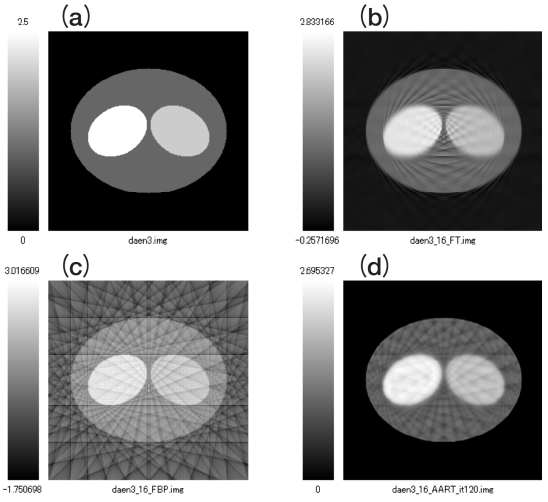

図16. 3つの楕円からなる画像の再構成像
(a) 原画像、(b) FT法、(c) FBP法、
(d) AART法、投影角度数16。

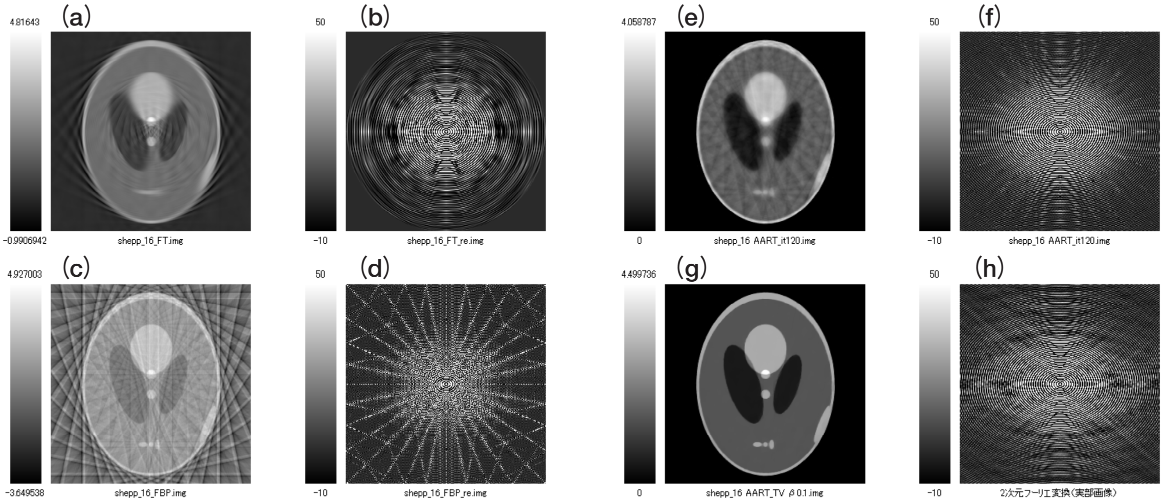

図17. Shepp-Loganファントムの再構成像と周波数成分
(a), (b)：FT法、(c), (d)：FBP法、(e), (f)：AART法、(g), (h)：AART_TV法、投影角度数16。

バリエーション（全変動）ノルムを正則化に用いたAART法でAART_TV法と表すことにする。(g),(h)が圧縮センシングによる画像再構成である。FT法、FBP法、AART法の再構成像が定量性に乏しいのに対しAART_TV法は原画像に近い。周波数空間の比較においてもAART_TV法は原画像のそれに近い形状を示している。一方、FT法は実空間（再構成像）および周波数空間に回転状のアーチファクトが見られる。FBP法は実空間では線状アーチファクトを生じ、周波数空間では投影と投影の間には値がなく原画像のフーリエ変換を再現できていない。AART法は実空間ではぼけが多い画像となっており、これに一致し周波数空間の(f)は(h)と比較し高周波数成分が不足している様子を観察できる。

7. 圧縮センシングによる少ない投影角度数からの画像再構成

原画像について何らかの事前情報がわかっていれば、これらを逐次近似法の式中に組み込んで画像再構成を行える。医用画像はエッジ部位を除き画素値が大きく変化することは少ない。そこで、事前情報をもとに解剖学的に画素値が一定となるべき領域内では滑らかになるように画像の変動や雑音を抑制し、エッジ部位は画素値の変化を大きく保つように画像を作成できる。原画像に関するある事前情報を組み込んで画像再構成することを正則化画像再構成という。原画像が256 × 256画素で1投影角度あたりの直線サンプリング数を256とすると、再構成像を得るには256程度の投影角度数が必要とされる（前述したように標本化定理からは402）。圧縮センシングによって原画像が疎の性質を持つ画像（非ゼロの画素数が少ない画像のことで英語ではsparsified imageと呼ばれる。本稿ではスパース画像ということにする。）に変換される場合には、少ない投影角度数から画像再構成を行える。これまで256 × 256画素のShepp-Loganファントムの画像再構成には投影角度数256を用いたが、本節では僅か投影角度数16から再構成像が得られることを示す。この魔法のような話しには第39回で紹介したL_1ノルムが重要な役割を果たす。トータルバリエーション（全変動）ノルム（TVノルム）とは勾配の大きさのL_1ノルムとして次式で表される。

$$\mathrm{TV}=\iint \|\nabla f(x,y)\|_1 dxdy$$
$$=\iint\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}\,dxdy \tag{7}$$

ここでナブラ(∇)は微分を表す演算子であり、∇f (x,y)はf (x,y)についてx，yそれぞれで微分することを意味する。TVノルムを正則化に用いた評価関数Q (**f**)は次式で表される。

$$Q(\mathbf{f})=\|C\mathbf{f}-\mathbf{y}\|_2^2+\lambda\|\mathrm{TV}(\mathbf{f})\|_1 \tag{8}$$

λはこのTVノルムに掛ける重み係数である。**図18**にShepp-Loganファントムの勾配画像と**図16** (**a**)の3つの楕円からなるファントムの勾配画像を示す。後述の**図19**、**20**のファントムの勾配画像は載せていないが、これらは**図18** (**c**)の一部からなっているので勾配画像がどのようになるか類推できる。(7)式のTVノルムは**図18** (**b**), (**d**)の勾配画像の総和を計算する。(8)式の評価関数Qを小さくするように**f**を求めるには、画像と投影との整合性の指標である第1項の誤差を小さくするとともに第2項も小さくする必要がある。本稿では第1項はAART法で求める。TVノルムを正則化に用いると勾配画像のゼロでない領域を少なくする働きがあるので、強度が一定であるべき領域を滑らかにする一方でエッジを保存し、雑音やギブスリンギングアーチファクトに

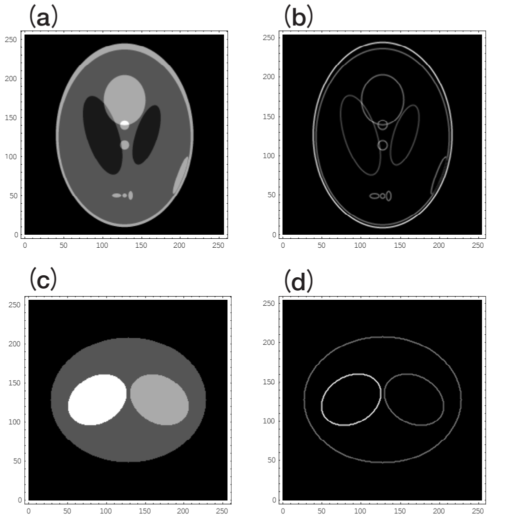

図18. TVノルムによる正則化に用いる勾配画像
(a) Shepp-Loganファントム、(b) 勾配画像、(c) 3つの楕円からなるファントム、(d) 勾配画像。

対しては抑制する。その結果、少ない投影角度数でもエッジを保存しアーチファクトの少ない再構成像を得ることができる。そのためにはλを適切に選ぶ必要がある。λを必要以上に大きくすることは画像が持っている微小な強度変化など本来の構造を失わせる結果となる。

はじめに構造が簡単な楕円ファントムの画像再構成がなぜAART法でうまくいかなかったか、AART_TV法と比較し考えてみる。**図19（a）,（b）**は**図15（a）**の楕円ファントムのAART法による繰り返し2回の再構成像である。画像の値の変動は鳥瞰図で見るとわかりやすく細かに値が変動している。**（c）,（d）**は同じ繰り返し2回のAART_TV法の再構成像である。AART法と比較し再構成像の細かな値の変化が少ない。TVノルムは画像全体の変動を少なくする働きがあるので、値が一定であるべき楕円内の均一性を高めるように働く。繰り返し10回においてもAART法とAART_TV法の違いが顕著に見られる。**図20**は楕円内に高い強度の楕円（最小値0、最大値2）と低い強度の楕円（最小値0, 最大値1）を含むファントムの結果であり、AART_TV法は原画像に近い画像となっている。**図21**は**図16**

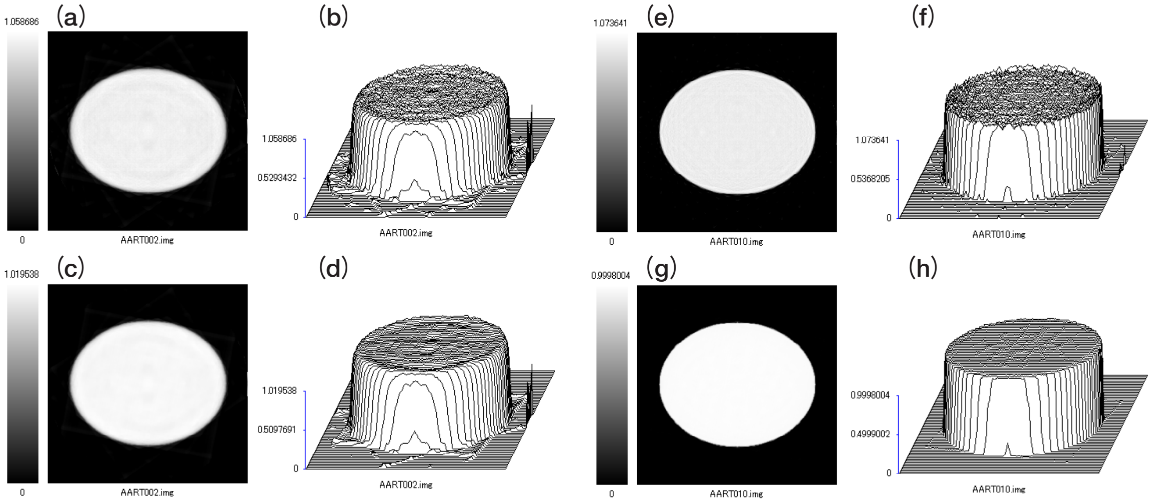

図19. TV正則化による画像の変動成分の抑制
（a）,（b）：繰り返し2回AART法、（c）,（d）：繰り返し2回AART_TV法、（e）,（f）：繰り返し10回AART法、（g）,（h）：繰り返し10回AART_TV法，投影角度数16。

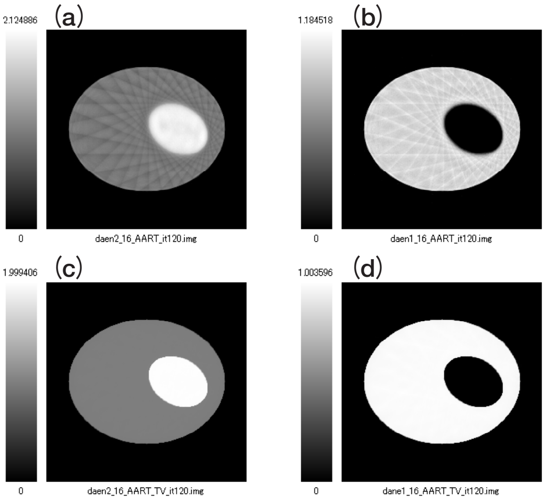

図20. 2つの楕円からなる画像のAART法とAART_TV法の再構成像
（a）,（b）：AART法、（c）,（d）：AART_TV法、投影角度数16。

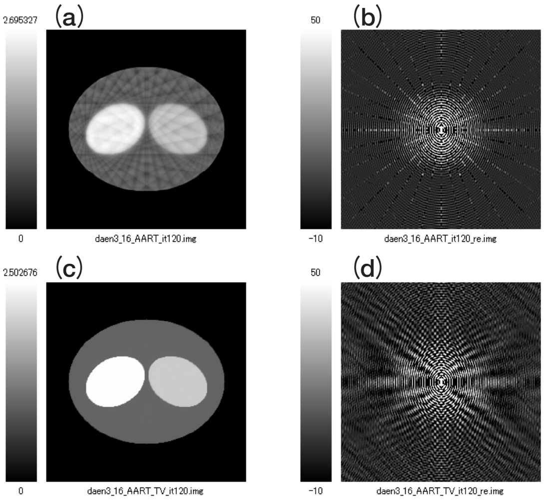

図21. 3つの楕円からなる画像のAART法とAART_TV法の再構成像と周波数成分
（a）,（b）：AART法、（c）,（d）：AART_TV法、投影角度数16。

と同じ3つの楕円からなるファントムの結果で再構成像とフーリエ変換（実部）を示す。AART法では周波数空間が高周波数まで十分に充填されておらず、そのため実空間の画像はぼけている。そして少ない投影角度数に起因する画像の不均一性が解消されていない。AART_TV法の再構成像は原画像に近い。以上のことから、**図17(g),(h)**に示した複数楕円から構成されるShepp-Loganファントムにおいて、AART_TV法による少ない投影角度数からの画像再構成が成功した理由をおわかりいただけるかと思う。

雑音がない状態では、圧縮センシングによって標本化定理で決まる投影角度数402よりも大幅に少ない投影角度数16からShepp-Loganファントムが再構成されることが確かめられた。次に、雑音の影響を調べる。**図22**はShepp-Loganファントムの180度について投影角度数16によるFBP法の再構成像を示す。投影にはガウス雑音を仮定し、**(a)**20dB、**(b)**30dB、**(c)**40dB、**(d)**50dBと変えている。20dBは投影の平均値の1%、30dBは0.1%、40dBは0.01%、50dBは0.001%の雑音レベルである。**図23**はAART法の結果、**図24**はAART_TV法の結果を示す。

図25に**(a)**MRI性能評価ファントム（Phantom

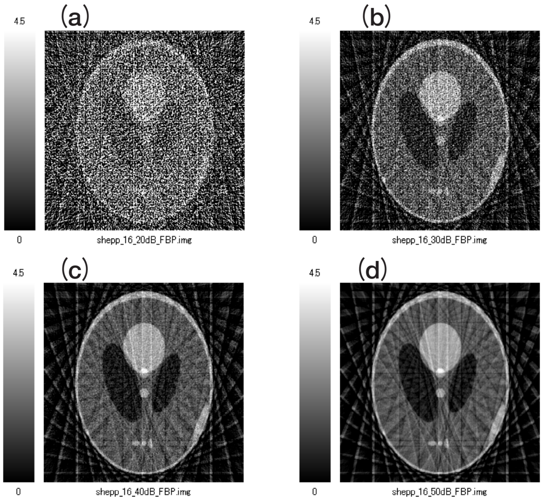

図22. FBP法のShepp-Loganファントム再構成像
(a) 20dB、(b) 30dB、(c) 40dB、(d) 50dB、投影角度数16。

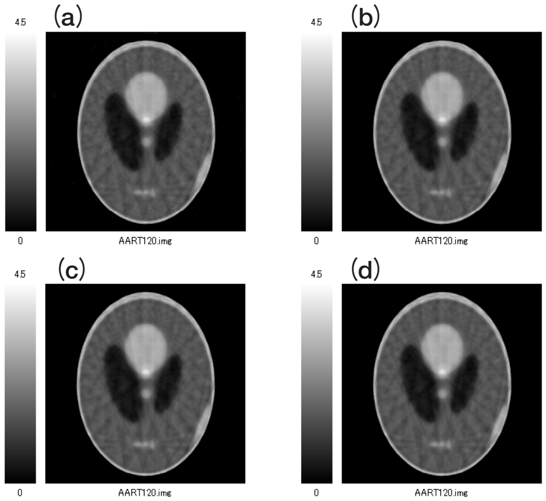

図23. AART法のShepp-Loganファントム再構成像
(a) 20dB、(b) 30dB、(c) 40dB、(d) 50 dB、投影角度数16。

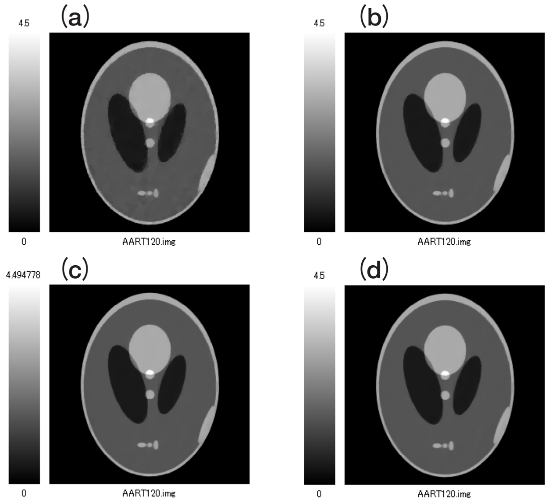

図24. AART_TV法のShepp-Loganファントム再構成像
(a) 20dB、(b) 30dB、(c) 40dB、(d) 50dB、投影角度数16。

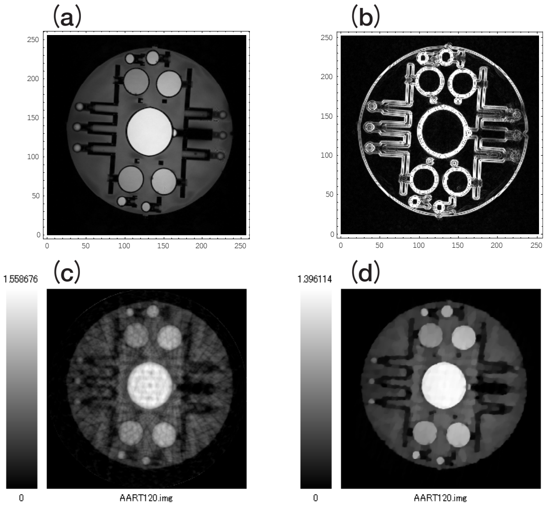

図25. 雑音がない場合のMRI性能評価ファントム再構成像
(a) 原画像、(b) 勾配画像、(c) AART法、
(d) AART_TV法、投影角度数24。

Laboratory 社製 Magphan Quantitative Imaging Phantom)、(b)勾配画像を示す。このファントムは180度について投影角度数16のとき再構成像にアーチファクトが生じた。そのため実験は投影角度数24で行った。MRI性能評価ファントムはShepp-Loganファントムよりも構造が複雑なので、投影角度数16では画像再構成に必要な情報が不足していると思われる。はじめに雑音がない場合の結果をAART法、AART_TV法について(c),(d)に示す。次に雑音がある場合について、**図26**にFBP法、**図27**にAART法、**図28**にAART_TV法の結果を示す。MRIの性能評価ファントムのラジアルスキャンデータを所持していないため、使用した投影は実際の投影ではなく、2次元フーリエ変換法で収集したk空間データを**図6(d)**で用いたシンク補間によって逆に直交座標から極座標に変換し投影を作成した。FBP法やAART法の再構成像はアーチファクトが顕著である。一方、20dBより少ない雑音レベルではAART_TV法の再構成像はアーチファクトが抑制されかつ分解能の劣化も少ない。

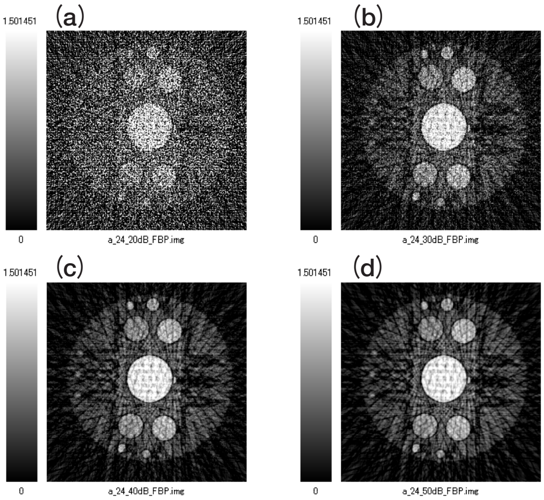

図26. FBP法のMRI性能評価ファントム再構成像
(a) 20dB、(b) 30dB、(c) 40dB、(d) 50dB、投影角度数24。

圧縮センシングで重要なことは、原画像が**図18(b)**、**図25(b)**の勾配画像のように非ゼロの画素数が少ないスパース画像に変換可能なことである。スパース画像は原画像よりもゼロの画素を多く含み、値として意味のある画素が少なくなる。このような性質を持つスパース画像を利用することで、標本化定理よりも少ない投影角度数から原画像を再構成することができる。医用画像は値がほぼ一様な複数のセグメントからなるとみなせるので圧縮センシングの対象になる。本稿ではスパース画像への変換にTVを使用したが、他に本連載の「第29回解像度変換」で紹介したウエーブレット変換による方法がある。本稿では原画像として構造が簡単なファントムを例に、圧縮センシングによる画像再構成の考えを中心に紹介した。圧縮センシングによる画像再構成は、X線CTでは被ばくの低減に、MRIでは検査時間の短縮に繋がる可能性があり今後の研究が注目される。

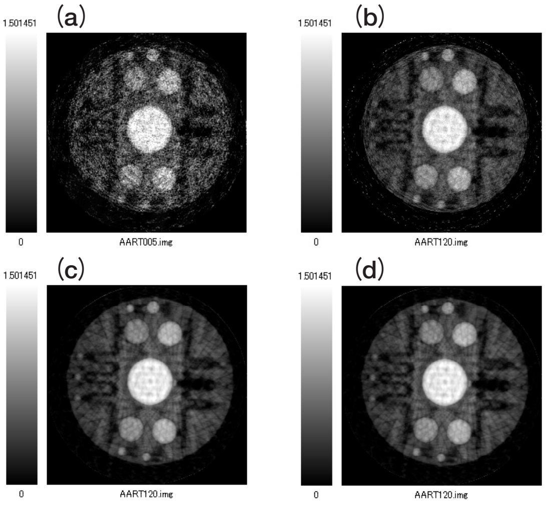

図27. AART法のMRI性能評価ファントム再構成像
(a) 20dB、(b) 30dB、(c) 40dB、(d) 50dB、投影角度数24。

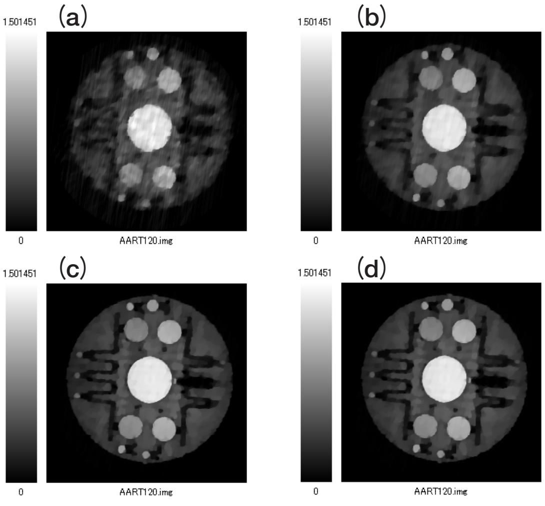

図28. AART_TV法のMRI性能評価ファントム再構成像
(a) 20dB、(b) 30dB、(c) 40dB、(d) 50dB、投影角度数24。