

Original Paper

A Study of Optimal Arrangement in a Reset Limited-cycle Problem with Multiple Periods — With Fewer Special Workers —

Hisashi YAMAMOTO,^{†1} Jing SUN,^{†2} Masayuki MATSUI^{†3} and Xianda KONG^{†1}

Abstract

In today's society, there is extremely keen competition among manufacturing enterprises. Under such circumstances, it is vital for these enterprises to meet the delivery date deadlines. Under uncertain conditions, the result or efficiency of a period is often controlled not only by the risks of this period, but also by the risks generated beforehand. This kind of problem is called the limited-cycle problem with multiple periods. In this research, the issue of minimum expected risk in a certain period will be discussed, assuming that risk appears in multiple periods repeatedly. This paper considers the rules for an optimal arrangement with minimum total expected risk in a limited-cycle scheduling problem with multiple periods. Firstly, we consider the situation involving two kinds of workers who have different processing efficiencies. In this situation, we propose the properties of optimal arrangement where there is one special worker who has special processing efficiency. Secondly, the properties are proven mathematically. Finally, we reveal the unknown part through numerical experiments. This paper is significant as one step to derive the optimal arrangement theoretically.

Key words: limited-cycle problem with multiple periods, optimal arrangement, manufacturing line, production seat system

^{†1} Tokyo Metropolitan University

^{†2} Nagoya Institute of Technology

^{†3} The University of Electro-Communications

Received: July 26, 2010

Accepted: October 21, 2011

原著論文

リセット多期間制約サイクル問題における最適配置法則に関する考察 ～少数の特殊な作業者が居る場合～

山本 久志^{*1}, 孫 晶^{*2}, 松井 正之^{*3}, 孔 憲達^{*1}

各期間において、制約された対象（例えば目標時間が存在する加工時間）の存在と、それに伴うリスクの発生を考え、そのような対象とリスクが多期間にわたり反復的（すなわち、サイクリック）に発生する状況を考える。本論文では、そのような状況においてリスクを最小にする問題（多期間制約サイクル問題）に関する最適配置問題について考察する。最初に、リセット多期間制約サイクル問題モデルの下で、最適配置を理論的に導き出すための一歩として、作業者が2種類居る場合に着目し、特殊作業者が1人居る場合の最適配置法則（定理）を提案する。次に、最適配置が一意に決定できない場合があるため、加工時間を指数分布と仮定した場合について、数値実験により最適配置を導出する。

キーワード：多期間制約サイクル問題、最適配置法則、生産ライン、生産座席予約問題

1. はじめに

不確定下では、ある期間の成果や効率はその期間だけではなく、それ以前に発生したリスクに左右される状況は多く考えられる[1]。通常の直列型生産ラインを例として考える場合、ある工程（期間）が納期（制約）を満足するかどうかは前工程（前の期間）の状態に依存する。この種のサイクル制約をもつ期間が多期間にわたる問題を多期間制約サイクル問題と呼んでいる[2]。

多期間制約サイクル問題は、生産管理や品質管理における納期制約問題[3]、ラインバランス問題や生産座席予約問題に適用される[4]。

多期間制約サイクル問題においては、各工程において加工が遅れた場合にその影響が後工程に依存しない、または当該工程で人員増強等により後工程に影響させないと仮定している（本論文ではリセットモデルと呼ぶ）[5]。しかし、各工程において加工が遅れた場合にその影響が後工程に直接影響があることも考えられる（本論文ではノンリセットモデルと呼ぶ）[6]。

山本他[2]では、リセットモデルの下で、各工程に各作業者をどのように配置すれば最も効率的、経済的かという問題（最適配置問題）の研究を行い、山本他[7]では、リセットモデルの下で、期待リスクを効率的に算出するアルゴリズムを提案し、システムの最小期待費用をもたらす作業者の最適配置法則の基礎研究を行なった。

本論文では、最適配置を理論的に導き出すための一歩と

して、リセットモデルにおいて処理速度が異なる2種類の作業者が存在し、一方の種類の作業者が1人で（本論文では特殊作業者と呼び、 A で表す）、その他の作業者（本論文では一般作業者と呼び、 B で表す）が特殊作業者とは異なる処理速度を持つ時の最適配置問題を考え、ある配置が最適配置となる条件を導出する。また、その条件以外にも最適配置となる場合が存在するため、その条件を調査するために数値実験を行った。

本論文の構成は以下の通りである。2章では、リセット多期間制約サイクルモデル及び特殊作業者が1人居る場合の最適配置問題について述べる。3章において、特殊作業者が1人居り、残りの作業者が一般作業者である場合の最適配置法則を導く。4章では、3章の問題において加工時間を指数分布と仮定した場合について数値実験により最適配置を導出し、その結果を考察する。最後に本論文のまとめと今後の課題を述べる。

2. モデルと問題の説明

2.1 リセット多期間制約サイクルモデル

本論文で考察するリセットモデルを以下に述べる[2]。

- (1) 直列の生産ラインを考える。その生産ラインの工程数を n とする。
- (2) 製品は工程 1, 工程 2, ..., 工程 n の順で加工され、 n 工程で製品 1 個を加工する。
- (3) 仕掛品は、全て Z 時間で次の工程に移り加工される。すなわち、 Z は工程全体のサイクル時間となる。また、本論文では1期間の長さはサイクル時間と同じであり、製品は n 期間で完成されることになる。このことが本論文で考察する問題に”多期間”を加えている由縁で

^{*1} 首都大学東京

^{*2} 名古屋工業大学

^{*3} 電気通信大学

受付：2010年7月26日、再受付（2回）

受理：2011年10月21日

ある。

次に、作業者の加工時間の仮定を述べる。

- (4) 作業者の加工時間は互いに独立で、作業者 l の加工時間 T_l は、確率密度関数 $f_l(t)$ の確率分布に従うとする。ただし、 t は時間を表し、 $l = A, B$ である。
- (5) 上述したように Z は工程全体のサイクル時間を表すが、各工程においては目標の時間でもあるので、以後 Z を目標加工時間と呼ぶことにする[2]。

このとき、 $l = A, B$ に対して、

P_l : 作業者 l が遊休となる確率、すなわち、 $P_l = \Pr\{T_l \leq Z\}$ である。

Q_l : 作業者 l が遅れとなる確率、すなわち、 $Q_l = \Pr\{T_l > Z\}$ である。

TS_l : 作業者 l の期待遊休時間、すなわち、

$$TS_l = E[(Z - T_l)I(T_l \leq Z)] \text{ である。}$$

TL_l : 作業者 l の期待遅れ時間、すなわち、

$$TL_l = E[(T_l - Z)I(T_l > Z)] \text{ である。}$$

ここで、 $I(\bullet)$ は指標関数で、

$$I(K) = \begin{cases} 1 & (K \text{ が真}) \\ 0 & (K \text{ が偽}) \end{cases}$$

と定義する。

次に、発生する費用として以下を考える (図 1)。

本論文では、各工程には、作業者や資源が、加工しているかしないかにかかわらず、時間 Z だけ拘束されていると考えているために目標加工時間 Z に対して単位時間あたり $C_t (\geq 0)$ の費用を考える。また、加工時間が遅れそうな場合には作業者の残業や追加の資源を投入するなどして、加工が時間 Z になるようにすることを仮定し、単位時間あたり遅れ費用 $C_p^{(k)}$ を考える (このことが本論文で考察するモデルをリセットモデルと呼ぶ由縁である)。逆に、加工が Z 以下で終了すると次の工程に移るまでに仕掛の在庫が生じることを想定し、単位時間あたり遊休費用 $C_s (\geq 0)$ を考える。

以上のことをまとめると次となる。

- (6) 各工程では、目標加工時間 Z に対して単位時間あたり $C_t (\geq 0)$ の費用が発生する。
- (7) 各工程において、加工時間が Z 以下になった場合、単位時間あたり遊休費用 $C_s (\geq 0)$ が発生する。逆に、

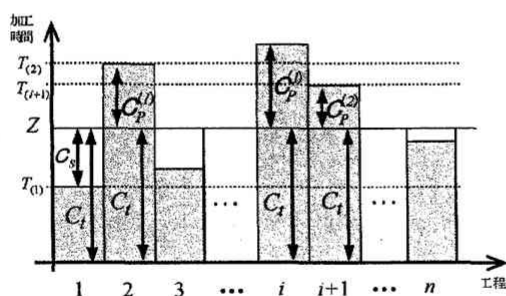


図 1 加工時間と費用の関係

- (8) k 工程連続して目標加工時間 Z を超えた場合は、超過した k 番目の工程において単位時間あたり遅れ費用 $C_p^{(k)}$ が発生する。ただし、 $k = 1, 2, \dots, n$ である。また、 $0 \leq C_p^{(1)} \leq C_p^{(2)} \leq \dots \leq C_p^{(n)}$ とする。

加工時間と費用の関係を、縦軸に加工時間、横軸に工程をとった図 1 により説明する。工程 i の加工時間を $T_{(i)}$ とすると、例えば、工程 1 では、目標加工時間 Z までに加工時間 $T_{(1)}$ で終了している ($T_{(1)} < Z$)。この場合には、工程 1 でかかった総費用は目標加工時間 Z に対する加工費用 C_t (単位時間あたり) に、 $T_{(1)}$ から Z までの間で発生する C_s (単位時間あたり) が加算される。一方、工程 2 では、目標加工時間 Z までに加工時間 $T_{(2)}$ が終了していない ($T_{(2)} > Z$)。この場合は、目標加工時間 Z に対して C_t (単位時間あたり) に Z から $T_{(2)}$ までに発生する $C_p^{(1)}$ (単位時間あたり) が加算される。ここで注意されたいのは、工程 i と $i+1$ の場合のように、2 回連続して遅れた場合には、工程 $i+1$ には Z から $T_{(i+1)}$ までに $C_p^{(2)}$ ($C_p^{(2)} \geq C_p^{(1)}$) が発生する。

このような状況のもとで、本論文では、各作業者をどのように各工程に割り当て (配置す) れば、最も期待費用が安くなるかという問題を考察している。

2.2 最適配置問題

最適配置問題を考える前に、さらに以下の記号を定義する。 $i = 1, 2, \dots, n$ に対して

$\pi(i)$: 1 人の特殊作業員 A を工程 i に配置し、 $n-1$ 人の一般作業員 B を工程 i 以外の工程に配置する配置

$TC(n; \pi(i))$: 配置 $\pi(i)$ で作業員が配置されている場合の工程 n までの期待費用

$$TC(n; \pi(i)) = nC_t Z + f(n; \pi(i)) \quad (1)$$

とする。ここで、

$f(n; \pi(i))$: 配置 $\pi(i)$ において工程 n までに発生した遊休と遅れによる期待費用

である。この時、最適配置問題は

$$TC(n; \pi^*) = \min_{i=1, 2, \dots, n} TC(n; \pi(i)) \quad (2)$$

を満足する配置 π^* を求める問題として表される。

ただし、(1)式からわかるように、目標加工時間 Z が一定の場合、工程 n までの総目標加工費用 $nC_t Z$ が一定なので、この場合、(2)式を

$$f(n; \pi^*) = \min_{i=1, 2, \dots, n} f(n; \pi(i)) \quad (3)$$

に書き直すと問題が簡単になる。

ここで、配置 π^* を本論文では最適配置と呼ぶ。

3. 特殊作業者が1人居る場合の最適配置法則

本章では、 $n-1$ 人の一般作業者の加工時間が同じ分布に従い、1人の特殊作業者 A の作業時間分布が異なる場合を考える (図2)。

この時、期待費用 $f(n; \pi(i))$ は

$$f(n; \pi(i)) = C_S((n-1)TS_B + TS_A) + \sum_{l=1}^n \left(\sum_{\alpha=1}^l CF(l, \alpha; \pi(i)) \right) \quad (4)$$

となる。ただし、 $\alpha = 1, 2, \dots, l (l = 1, 2, \dots, n)$ に対して、 $CF(l, \alpha; \pi(i))$ は、配置 $\pi(i)$ の時、工程 $l - \alpha$ が遅れず、工程 $l - \alpha + 1$ から工程 l までの α 工程が遅れた時の工程 l で発生する期待遅れ費用である。

ここで、最適配置法則(定理)を導出するために、有用な補助定理1と2を示す。

補助定理1

$i = 1, 2, \dots, n-1$ に対して

$$\begin{aligned} & f(n; \pi(i+1)) - f(n; \pi(i)) \\ &= (Q_A - Q_B) \cdot TL_B \cdot \left(\sum_{\alpha=1}^{n-i-1} Q_B^{\alpha-1} (C_p^{(\alpha+1)} - C_p^{(\alpha)}) - \sum_{\alpha=1}^{i-1} Q_B^{\alpha-1} (C_p^{(\alpha+1)} - C_p^{(\alpha)}) \right) \\ & \quad + (C_p^{(i+1)} - C_p^{(i)}) \left(\frac{TL_A}{Q_A} - \frac{TL_B}{Q_B} \right) Q_B^i Q_A \end{aligned} \quad (5)$$

が成立する。ただし、

$$Q_A = \int_Z^\infty f_A(t) dt \quad (6)$$

$$Q_B = \int_Z^\infty f_B(t) dt \quad (7)$$

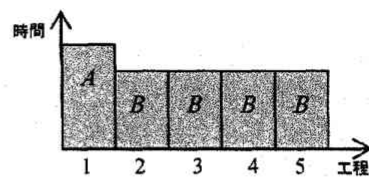
$$TL_A = \int_Z^\infty (t - Z) f_A(t) dt \quad (8)$$

$$TL_B = \int_Z^\infty (t - Z) f_B(t) dt \quad (9)$$

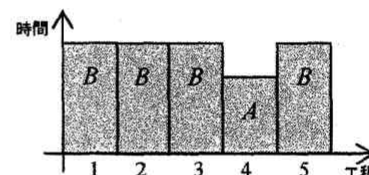
である。

(証明) 付録に示す。

(5)式の正負が判定できれば、期待費用 $f(n; \pi(i))$ が i に対して増加するか減少するかが判定できる。その判定に有効な補助定理2を示す。



(a) 作業の遅い作業者が1人居る場合



(b) 作業の速い作業者が1人居る場合

図2 特殊作業者が1人居る場合

補助定理2

$$g(i, n) \equiv \sum_{\alpha=1}^{n-i-1} Q_B^{\alpha-1} (C_p^{(\alpha+1)} - C_p^{(\alpha)}) - \sum_{\alpha=1}^{i-1} Q_B^{\alpha-1} (C_p^{(\alpha+1)} - C_p^{(\alpha)}) \quad (10)$$

とすると、以下の性質が成立する。

- 1) $C_p^{(i)}$ が i に対して非減少ならば、 $i \geq \frac{n}{2}$ に対して

$$g(i, n) \leq 0, \quad i < \frac{n}{2} \text{ に対して } g(i, n) > 0 \text{ である。}$$

- 2) $n = 2m$ とする。この時、 $j = 0, 1, \dots, m-1$ に対して $g(j+m, n) = -g(m-j, n)$ である。特に、 $g(m, n) = 0$ である。

- 3) $n = 2m+1$ とする。この時、 $j = 1, 2, \dots, m-1$ に対して $g(j+m, n) = -g(m+1-j, n)$ である。

(証明) 付録に示す。

以上の補助定理より、特殊作業者が1人居る場合の最適配置法則(定理)は以下に得られる。

定理

- 1) $C_p^{(i)}$ が i に対して非減少で $Q_B < Q_A$ かつ $\frac{TL_B}{Q_B} < \frac{TL_A}{Q_A}$ な

らば、配置 $\pi(1)$ が最適配置となる。

- 2) $C_p^{(i)}$ が i に対して非減少で $Q_B \geq Q_A$ かつ $\frac{TL_B}{Q_B} \geq \frac{TL_A}{Q_A}$ な

らば、最適配置 $\pi(i)$ は $(i \geq \frac{n}{2})$ に存在する。

証明)

 $i=1,2,\dots,n-1$ に対して

$$S_i \equiv (C_P^{(i+1)} - C_P^{(i)}) \left(\frac{TL_A}{Q_A} - \frac{TL_B}{Q_B} \right) Q_B^i Q_A \quad (11)$$

とすると、補助定理 1 と(10)式より、

$$f(n; \pi(i+1)) - f(n; \pi(i)) = (Q_A - Q_B) \cdot TL_B \cdot g(i, n) + S_i \quad (12)$$

となる。

1) の場合

 $f(n; \pi(i))$ が図 3 に示すようになることを示す。この場合

は、 $S_i > 0$ となる。また、補助定理 2 の 1) より $i < \frac{n}{2}$ に対して $g(i, n) > 0$ となること、また $Q_B < Q_A$ であることより、(12)式から

 $i < \frac{n}{2}$ に対して

$$f(n; \pi(i+1)) > f(n; \pi(i)) \quad (13)$$

が成立する。次に、

 $i \geq \frac{n}{2}$ に対して

$$f(n; \pi(i+1)) > f(n; \pi(1)) \quad (14)$$

であることを証明する。

今、 $i=1,2,\dots,n$ に対して

$$\begin{aligned} & f(n; \pi(i+1)) - f(n; \pi(1)) \\ &= f(n; \pi(i+1)) - f(n; \pi(i)) \\ & \quad + f(n; \pi(i)) - f(n; \pi(i-1)) \\ & \quad + \dots \\ & \quad + f(n; \pi(3)) - f(n; \pi(2)) \\ & \quad + f(n; \pi(2)) - f(n; \pi(1)) \\ &= \sum_{j=1}^i (f(n; \pi(j+1)) - f(n; \pi(j))) \\ &= (Q_A - Q_B) \cdot TL_B \cdot \sum_{j=1}^i g(j, n) + \sum_{j=1}^i S_j \end{aligned} \quad (15)$$

である。

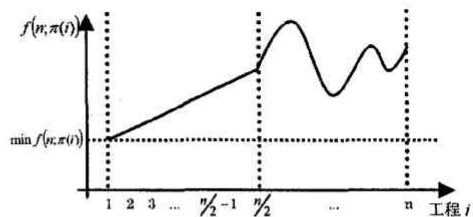
 $n=2m$ とすると補助定理 2 の 2) より

図 3 定理の 1)

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^i g(j, n) &= \sum_{j=1}^{m-1} g(j, n) - \sum_{j=1}^{i-m} g(m-j, n) \\ &= \sum_{j=1}^{m-1} g(j, n) - \sum_{j=2m-i}^{m-1} g(j, n) \\ &= \sum_{j=1}^{2m-i-1} g(j, n) \end{aligned} \quad (16)$$

となる。

また、補助定理 2 の 1) より $i \geq \frac{n}{2}$ に対して $\sum_{j=1}^{2m-i-1} g(j, n) > 0$

なので、(15)式から

$$f(n; \pi(i+1)) - f(n; \pi(1)) > 0 \quad (17)$$

が成立する。

次に、 $n=2m+1$ の時、補助定理 2 の 3) より

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^i g(j, n) &= \sum_{j=1}^m g(j, n) + \sum_{j=1}^{i-m} g(j+m, n) \\ &= \sum_{j=1}^m g(j, n) - \sum_{j=1}^{i-m} g(m+1-j, n) \\ &= \sum_{j=1}^m g(j, n) - \sum_{j=2m-i+1}^m g(j, n) \\ &= \sum_{j=2m-i}^m g(j, n) \end{aligned} \quad (18)$$

であり、補助定理 2 より $i \geq \frac{n}{2}$ に対して $\sum_{j=2m-i}^m g(j, n) > 0$ なの

で、(15)式から

$$f(n; \pi(i+1)) - f(n; \pi(1)) > 0 \quad (19)$$

が成立する。

よって(14)式が成立する。

(13)式および(14)式が成立することより定理の 1) が証明された。

2) の場合

この場合は、 $S_i \leq 0$ となる。また、補助定理 2 の 1) より $i < \frac{n}{2}$ に対して $g(i, n) > 0$ となる。したがって、(12)式及び

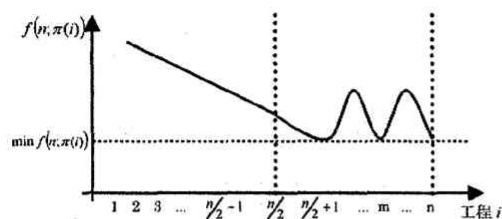


図4 定理の2)

$Q_B \geq Q_A$ であることから

$i < \frac{n}{2}$ に対して

$$f(n; \pi(i+1)) \leq f(n; \pi(i)) \quad (20)$$

となる。

(20)式は、最適解が $\left\{ \pi(i) \mid i < \frac{n}{2} \right\}$ には存在しないことを意味する (図4)。

以上のことより定理の2)が証明された。

ここで、 $l = A, B$ に対して $\frac{TL_l}{Q_l}$ は作業員 l が遅れるという

条件の下での遅れ時間の期待値 $E[T_l - Z \mid T_l > Z]$ となることに注意されたい。

特に作業員の加工時間が指数分布に従う場合には次の系が得られる。

系

$l = A, B$ に対して作業員 l の加工時間の確率密度関数 $f_l(t)$ を

$$f_l(t) = \mu_l e^{-\mu_l t} \quad (21)$$

とする。ただし、 μ_l は作業員 l の加工率である。

このとき、

(1) $C_p^{(i)}$ が i に対して非減少で $\mu_A < \mu_B$ ならば、配置 $\pi(1)$ が

最適配置となる。

(2) $C_p^{(i)}$ が i に対して非減少で $\mu_A \geq \mu_B$ ならば、最適配置

$\pi(i)$ は $(i \geq \frac{n}{2})$ に存在する。

証明) 定理より明らかである。

定理の結果から、1)では $n-1$ 人の作業員に比して作業の遅い (加工時間が長い) 1人の作業員は工程1に配置、2)では $n-1$ 人の作業員に比して作業の早い (加工時間が短

い) 1人の作業員は全工程の後半に配置すべきであるということを示している。しかし、2)については、作業の早い作業員を全工程の後半のどの工程に配置するかは定理の結果からは判別できないので4章において実際の数値考察を用いながら後半工程のどの工程に配置すべきかを考察する。

4. 作業の早い作業員が1人居る場合

本章では、各作業員の加工時間を指数分布、すなわち、 $l = A, B$ に対して作業員 l の加工時間確率密度関数を $f_l(t) = \mu_l e^{-\mu_l t}$ と仮定する。ここで、 μ_l は作業員 l の加工率である。この時、 $l = A, B$ に対して

$$P_l = \int_0^Z f_l(t) dt = 1 - e^{-\mu_l Z} \quad (22)$$

$$Q_l = \int_Z^\infty f_l(t) dt = e^{-\mu_l Z} \quad (23)$$

$$TS_l = \int_0^Z (Z-t) f_l(t) dt = Z - \frac{1}{\mu_l} (1 - e^{-\mu_l Z}) \quad (24)$$

$$TL_l = \int_Z^\infty (t-Z) f_l(t) dt = \frac{1}{\mu_l} e^{-\mu_l Z} \quad (25)$$

と表される。ここで、期待費用 $f(n; \pi(i))$ の算出は山本他[7]の再帰方程式を用いる。

数値実験を行うため、パラメータは以下のように設定する。工程数 $n = 5 \sim 8$ 、連続遅れ費用を $C_p^{(1)} = 40$, $C_p^{(2)} = 80$, $C_p^{(3)} = 160$, $C_p^{(4)} = 320$, $C_p^{(5)} = 640$, $C_p^{(6)} = 1280$, $C_p^{(7)} = 2560$, $C_p^{(8)} = 5120$ 、サイクル時間を $Z = 2$ 、そして遊休費用を $C_s = 20$ とする。

一般作業員 B の加工率を固定し、特殊作業員 A の加工率を変化させ、上記のパラメータ値を代入して数値実験を行った。その結果を表1に示す。表1は、 $\mu_A > \mu_B$ なので、

$Q_B > Q_A$ かつ $\frac{TL_B}{Q_B} > \frac{TL_A}{Q_A}$ が成立し、定理の2)が適用される。

表1 定理の2)の数値例

Aの加工率 (μ_A) 0.1増分	Bの加工率 (μ_B) 固定	5工程 ($n=5$)	6工程 ($n=6$)	7工程 ($n=7$)	8工程 ($n=8$)
0.2	0.1	BBBBA	BBBBBA	BBBBBBA	BBBBBBBA
0.3	0.1	BBBBA	BBBBBA	BBBBBAB	BBBBBBAB
0.4	0.1	BBBAB	BBBABBB	BBBBABBB	BBBBABBB
0.5	0.1	BBBAB	BBBABBB	BBBBABBB	BBBBABBB
0.6	0.1	BBBAB	BBBABBB	BBBBABBB	BBBBABBB
0.7	0.1	BBBAB	BBBABBB	BBBBABBB	BBBBABBB

表1から特殊作業員Aの加工率が大きくなるにつれ、

この場合の最適配置が $(i \geq \frac{n}{2})$ 範囲内で $\pi(n)$ から $\pi(u)$ に向

かって単調に変化していくことがわかる。ただし、

$$u = \begin{cases} \frac{n}{2} + 1 & (n \text{ が偶数}) \\ \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil & (n \text{ が奇数}) \end{cases}$$

である。これは加工率が大きな特殊作業員Aを中心に配置することにより連続して工程が遅れることを防ぐことができ、費用が低くなるためと考えられる。すなわち、配置を変えることによって、連続遅れがシステム全体に与える影響を最低限に抑え、費用が削減される。

5. おわりに

本論文では、リセット多期間制約サイクル問題モデルにおいて2種類の作業員が存在し、一方の種類の作業員が1人で、他方の作業員が $n-1$ 人の場合の最適配置法則(定理)のひとつの十分条件を数理的証明により導いた。その結果、

- (1) 作業の遅い作業員が1人居る場合、その作業員を工程1に配置すれば最適配置になる。また、
- (2) 作業の早い作業員が1人居る場合、その作業員を全工程の後半に配置すれば最適配置になる。

最後に、加工時間が指数分布に従うと仮定した上で、数値例を通じて、定理の2)の条件において、具体的に全工程の後半のどの工程に配置すれば最適配置になるかについても考察した。その結果、この場合の最適配置は固定ではなく、単調に変化していくことがわかった。これで、最適配置を理論的に導き出すための第一歩を踏み出した。

今後の課題として、本論文では加工率が2種類、特殊作業員が1人居る場合の最適配置の1つの十分条件を導出したが、その必要十分条件の検討及び定理の2)の場合の未知部分の最適配置法則の考察がある。また、特殊作業員(本論文は1人居る場合)の人数、あるいは、作業員の加工率の種類(本論文は2種類の場合)を増やし、より複雑な工程条件の場合に対応できる定理の検討がある。そして、その結果を利用し最適なサイクル時間Zを決定することが挙げられる。

謝辞:

本論文は日本学術振興会科学研究費補助(基礎研C, 2011年度-2013年度, 課題番号: 23510161)の一環として進められたものである。ここに謝意を表す。

参考文献:

- [1] Wight, Q. W.: Production and Inventory Management in the Computer Age, Canners Publishing Co. (1974)
- [2] 山本久志, 松井正之, 劉 軍: “多期間制約サイクル問題と最適配置に関する基礎的研究”, 日本経営工学会論文誌, Vol. 57, No. 1, pp. 23-31 (2006)
- [3] Matsui, M.: A Management Cycle Model: Switching Control under Lot Processing and Time Span, *J. Jpn. Ind. Manage. Assoc.* Vol. 56, pp. 256-264 (2005)
- [4] Matsui, M.: Manufacturing and Service Enterprise with Risk: A Stochastic Management Approach, Springer (2008)
- [5] 渡部訓祥, 孫 晶, 松井正之, 山本久志: “多期間制約サイクル問題における最適配置法則に関する考察—加工率が2種類の場合—”, 日本経営工学会秋季大会予稿集, pp. 298-299 (2008)
- [6] 山本久志, 孫晶, 大石貴之, 松井正之: “ノンリセット多期間制約サイクルモデルにおける最適切換問題に関する研究—基準工程により加工率を切換える場合—”, 日本経営工学会論文誌, Vol. 61, No. 4, pp. 234-243 (2010)
- [7] 山本久志, 松井正之, 白 雪松: “分岐限定法を用いた多期間制約サイクルの最適配置算出アルゴリズム”, 日本経営工学会論文誌, Vol. 58, No. 1, pp. 38-43 (2007)

付 録: 補助定理の証明

1. 補助定理1の証明

配置 $\pi(i)$ の時の工程 n で発生する期待費用 $f(n; \pi(i))$ は

$$f(n; \pi(i)) = C_s((n-1)TS_B + TS_A) + \sum_{l=1}^n \left(\sum_{\alpha=1}^l CF(l, \alpha; \pi(i)) \right) \quad (26)$$

となる。また、 $\alpha = 1, 2, \dots, l (l = 1, 2, \dots, n)$ に対して、 $CF(l, \alpha; \pi(i))$ は、配置 $\pi(i)$ の時、工程 $l - \alpha$ が遅れず、工程 $l - \alpha + 1$ から工程 l までの α 工程が遅れた時の工程 l で発生する期待遅れ費用を表す(図5)。ここで、 α は遅れが連続して発生した工程数を意味する。

工程	$l - \alpha$	$l - \alpha + 1$...	$l - 1$	l	$l + 1$...	$l - 1$	l
配置 $\pi(i)$	B	B	...	B	A	B	...	B	B
	○	●	...	●	●	●	...	●	◎

α 工程

(○: 遊休; ●: 遅れ; ◎: 期待遅れ費用が発生する工程)

図5 $CF(l, \alpha; \pi(i))$ について

この時、

$l > \alpha$ の時は,

$$CF(l, \alpha; \pi(i)) = \begin{cases} C_P^{(\alpha)} \cdot TL_B \cdot P_B \cdot Q_B^{\alpha-1} & (l < i) \\ C_P^{(\alpha)} \cdot TL_A \cdot P_B \cdot Q_B^{\alpha-1} & (l = i) \\ C_P^{(\alpha)} \cdot TL_B \cdot P_B \cdot Q_B^{\alpha-1} & (l > i+1, \alpha < l-1) \\ C_P^{(\alpha)} \cdot TL_B \cdot P_A \cdot Q_B^{\alpha-1} & (l > i+1, \alpha = l-1) \\ C_P^{(\alpha)} \cdot TL_B \cdot P_B \cdot Q_A \cdot Q_B^{\alpha-2} & (l > i+1, \alpha > l-1) \end{cases} \quad (27)$$

と表わせる。ただし, $l = \alpha$ の時は, 便宜上

$$CF(l, \alpha; \pi(i)) = \begin{cases} C_P^{(l)} \cdot TL_B \cdot Q_B^{l-1} & (l < i) \\ C_P^{(l)} \cdot TL_A \cdot Q_B^{l-1} & (l = i) \\ C_P^{(l)} \cdot TL_B \cdot Q_A \cdot Q_B^{l-2} & (l > i) \end{cases} \quad (28)$$

と定義する。

今, $CF(l, \alpha; \pi(i+1)) - CF(l, \alpha; \pi(i))$ を考えると, この値は, 費用が発生する工程 l , 連続して発生する工程数 α 及び特殊作業者の配置工程 i に応じて 0 となる。0 とならない場合を図 6 に示す。(図 6 は横に工程を表す。配置が $\pi(i+1)$ と $\pi(i)$ の場合において, ○は遊休が発生した工程を, ●は遅れが発生した工程を, ◎は期待遅れ費用が発生する工程を表す。)

よって,

工程	$l-\alpha$	$l-\alpha+1$...	$i-1$	i	$i+1$
$\pi(i)$	B	B	...	B	A	B
$\pi(i+1)$	B	B	...	B	B	A
① $l = i(l > \alpha)$	○	●	...	●	◎	
② $l = i(l = \alpha)$	●	●	...	●	◎	

工程	$l-\alpha$	$l-\alpha+1$...	$i-1$	i	$i+1$
$\pi(i)$	B	B	...	B	A	B
$\pi(i+1)$	B	B	...	B	B	A
③ $l = i+1(l > \alpha)$	○	●	...	●	◎	
④ $l = i+1(l = \alpha)$	●	●	...	●	◎	

工程	1	...	i	$i+1$	$i+2$...	$l-1$	l
$\pi(i)$	B	...	A	B	B	...	B	B
$\pi(i+1)$	B	...	B	A	B	...	B	B
⑤ $l > i+1, \alpha = l-i$	○	●	●	...	●	◎		

工程	1	...	i	$i+1$	$i+2$...	$l-1$	l
$\pi(i)$	B	...	A	B	B	...	B	B
$\pi(i+1)$	B	...	B	A	B	...	B	B
⑥ $l > i+1, \alpha = l-i-1$	○	●	●	...	●	◎		

図 6 $f(n, \pi(i))$ と $f(n, \pi(i+1))$ において相殺されない場合

$$\begin{aligned} f(n, \pi(i+1)) - f(n, \pi(i)) &= \sum_{\alpha=1}^i (CF(i, \alpha; \pi(i+1)) - CF(i, \alpha; \pi(i))) \\ &\quad + \sum_{\alpha=1}^{i+1} (CF(i+1, \alpha; \pi(i+1)) - CF(i+1, \alpha; \pi(i))) \\ &\quad + \sum_{l=i+2}^n (CF(l, l-i; \pi(i+1)) - CF(l, l-i; \pi(i))) \\ &\quad + \sum_{l=i+2}^n (CF(l, l-i-1; \pi(i+1)) - CF(l, l-i-1; \pi(i))) \end{aligned} \quad (29)$$

となる。ただし, (29)式の右辺の第1項は図6の①②, 第2項は図6の③④, 第3項は図6の⑤, 第4項は図6の⑥に対応する。ここで, ②④は $l = \alpha$ なので, 工程1から工程 l まで連続遅れが発生する。そして, (29)式に(27)式と(28)式を代入すれば補助定理1は証明される。

(補助定理1の証明終了)

2. 補助定理2の証明

$$g(i, n) = \begin{cases} - \sum_{\alpha=n-i}^{i-1} Q_B^{\alpha-1} (C_P^{(\alpha+1)} - C_P^{(\alpha)}) & (i \geq \frac{n}{2}) \\ \sum_{\alpha=i}^{n-i-1} Q_B^{\alpha-1} (C_P^{(\alpha+1)} - C_P^{(\alpha)}) & (i < \frac{n}{2}) \end{cases} \quad (30)$$

であることより, 1)は証明される。

$n = 2m$ とすると

$$\begin{aligned} g(j+m, 2m) &= - \sum_{\alpha=2m-j-m}^{j+m-1} Q_B^{\alpha-1} (C_P^{(\alpha+1)} - C_P^{(\alpha)}) \\ &= - \sum_{\alpha=m-j}^{j+m-1} Q_B^{\alpha-1} (C_P^{(\alpha+1)} - C_P^{(\alpha)}) \\ &= - \sum_{\alpha=m-j}^{2m-(m-j)-1} Q_B^{\alpha-1} (C_P^{(\alpha+1)} - C_P^{(\alpha)}) \\ &= -g(m-j, 2m) \end{aligned} \quad (31)$$

また, (31)式に $j=0$ を代入すると $g(m, n)=0$ であることがわかる。よって, 2)は証明される。

$n = 2m+1$ とすると,

$$\begin{aligned} g(j+m, 2m+1) &= - \sum_{\alpha=2m+1-j-m}^{j+m-1} Q_B^{\alpha-1} (C_P^{(\alpha+1)} - C_P^{(\alpha)}) \\ &= - \sum_{\alpha=m+1-j}^{j+m-1} Q_B^{\alpha-1} (C_P^{(\alpha+1)} - C_P^{(\alpha)}) \\ &= - \sum_{\alpha=m+1-j}^{2m+1-(m+1-j)-1} Q_B^{\alpha-1} (C_P^{(\alpha+1)} - C_P^{(\alpha)}) \\ &= -g(m+1-j, 2m+1) \end{aligned} \quad (32)$$

であることより, 3)が証明される。

(補助定理2の証明終了)

出力数百W級超小型ガスタービン用アニュラー型 プロパン燃焼器の燃焼特性

Combustion Characteristics of a Propane-fueled Annular Combustor for a Several hundred W-class Micro Gas Turbine

桜井 毅司^{*1}
SAKURAI Takashi

芳賀 誠^{*1}
HAGA Makoto

湯浅 三郎^{*1}
YUASA Saburo

村山 元英^{*2}
MURAYAMA Motohide

ABSTRACT

An annular-type propane-fueled micro combustor has been developed for a several hundred W-class micro gas turbine. For a lean-premixed combustion, an orifice was located in the chamber to promote the fuel/air mixing and the flame stability. A prototype combustor was manufactured to examine the combustion characteristics of the primary combustion zone. By changing the orifice ratio into 0, 0.28 and 0.53, the flame shape changed to tubular flame and orifice-downstream flame. Based on the prototype combustor, an engineering-model combustor, which had the combustion chamber volume of 50 cm³, was developed. The flame stability limit showed enough wide operation regions including design point. The CO concentrations were between 300 and 820 ppm at the equivalence ratios over 0.35. The NO_x emission was around 20 ppm (@16%O₂) at the design point. The combustor attained a high combustion efficiency of 99.4 % under a high space heating rate of 800 MW/(m³·MPa).

Key words : マイクロガスタービン用燃焼器, プロパン, 希薄予混合燃焼, マイクロガスタービン,
Micro Combustor, Propane Fuel, Lean Premixed Combustion, Micro Gas Turbine

1. はじめに

近年発展の目覚ましい、災害救助や生活支援への適用を目的としたロボットや電動車椅子などの自立移動型機器は、駆動モータを多数使用するため消費電力が大きい。その普及に向けて、小型・軽量・長時間作動の可能な動力源の実現は不可欠である。これに対して現在普及しているLi-ion等の二次電池は、重く連続使用時間が短い。現在開発中の燃料電池は、連続使用性に優れるものの、駆動モータのような大きな電力を発生することが得意ではない。これらに対して、熱機関であるガスタービンは、高出力密度 (kW/kg) と高エネルギー密度 (kJ/kg) とを兼ね備えた動力源であり、発電出力数百W級の超小型ガスタービンは、自立移動型機器に搭載可能な十分小さいサイズと軽重量を実現することが可能である。

連続使用時間についても、燃料を給油することで二次電池以上の長時間作動が可能である。これらの点から、発電出力数百W級超小型ガスタービンの実現は、小型動力源の要求に十分応えうるものと期待される⁽¹⁾。

本研究が対象としている超小型ガスタービンは、ガスタービン発電出力が数百Wで、片手のひらで持てる大きさを計画しており、その仕様は圧力比3、空気流量12 g/s、ロータ定格回転数約58万rpmである。このガスタービンは、IHIと東北大学を中心とする共同研究開発グループにより試作研究段階にあり、現在までに回転数36万rpmにおいて自立運転を実証している⁽²⁾。筆者らはこの超小型ガスタービンに搭載可能な燃焼室容積100 cm³程度の超小型燃焼器の研究開発を行っている^{(3),(4)}。

超小型燃焼器を設計する上で最も考慮すべき点は、高い燃焼負荷率を実現することである。燃焼負荷率 (Space Heating Rate: SHR) は次式で定義する⁽⁵⁾。

$$SHR \equiv \frac{\dot{m}_f \cdot \Delta h}{Vol \cdot P_c} \cdots (1)$$

ここで、 \dot{m}_f : 燃料流量, Δh : 発熱量, Vol : 燃焼器容積,

原稿受付 2009年11月30日

校閲完了 2010年10月1日

*1 首都大学東京大学院 航空宇宙システム工学域
〒191-0065 東京都日野市旭が丘6-6

*2 (株)IHI

P_c : 燃焼器内圧力である。高負荷燃焼を行うことで、燃焼器の小型化により顕著となる熱損失を低減し、火炎を安定に形成することが可能となる⁽⁶⁾。事実、出力16Wを想定した燃焼室容積 0.067 cm^3 の極超小型水素燃焼器では、燃焼負荷率 $7100 \text{ MW}/(\text{m}^3 \cdot \text{MPa})$ もの極めて高負荷な燃焼を達成することで、超小型化に伴う熱損失や火炎安定化の課題を克服した⁽⁷⁾。

次に考慮すべき点は、燃料である。燃焼特性の点からは水素が望ましいが、携帯できる大きさでの貯蔵容器や安全性、供給設備の即実用化は困難である。一方、長時間使用の点からは灯油が有望であるが、燃料の霧化・気化による空気との十分な混合を容積 100 cm^3 で実現するための技術課題は多い。よって、これらの燃料を用いた燃焼器の即実現も困難である。このような現状から、筆者らは超小型ガスタービン用燃料としてプロパンを用いるのが適切であると考えている。プロパンは常温・加圧下で液体であり、携帯使用のボンベなどインフラが十分に整備されている。また、常温において8気圧程度の高い蒸気圧を有するために燃料供給用のポンプを必要とせず、使用時には気体となるため燃やし易いなどの利点を有する。

本報告では、高負荷燃焼と低エミッションの両立、およびメンテナンス性の良い簡素な構造を目指して製作した容積約 100 cm^3 のアニュラー型超小型プロパン燃焼器について、その火炎安定性や燃焼効率、 NO_x 濃度等の燃焼特性を述べる。

2. 燃焼器および実験方法

燃焼器は、図1のような超小型ガスタービンに搭載することを想定した逆流方式のアニュラー形状である。燃焼器の研究開発目標として、①燃焼室容積 100 cm^3 、②製作の容易さとメンテナンス性を考慮した簡潔な構造、③燃焼負荷率 $400 \text{ MW}/(\text{m}^3 \cdot \text{MPa})$ の高負荷燃焼と完全燃焼、④圧力比3の定格運転条件における低エミッション(CO 目標値 100 ppm , NO_x 目標値 30 ppm)、の4項目を設定した。定格運転条件は、圧力比3、空気流量 12 g/s 、当量比 0.36 である。

上記の目標に対して、燃焼方式には低 NO_x に有効な

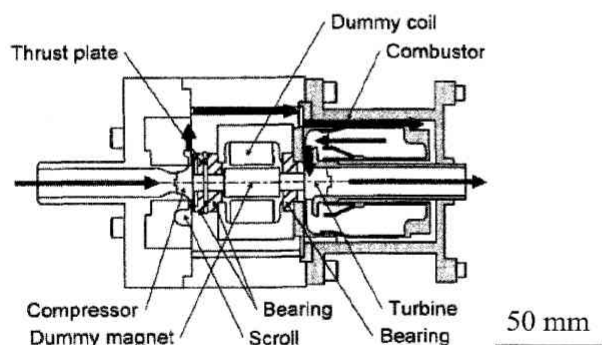


図1 発電出力数百Wクラス超小型ガスタービン⁽²⁾

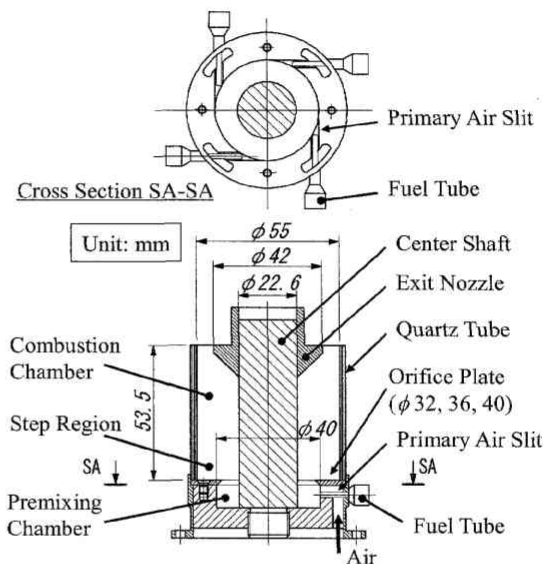


図2 試験燃焼器概略図

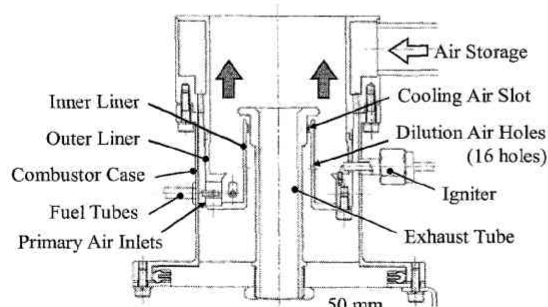
希薄予混合燃焼方式を採用した。プロパン／空気予混合気の希薄可燃限界は当量比にして 0.51 であるため、当量比 0.36 において火炎を安定化するために燃焼器に一次燃焼領域と希積領域を設けることとした。一次燃焼領域は、予混合火炎の伝ば性が確保できる範囲での希薄当量比条件とし、基本的にはこの領域のみで反応を完結させる。希積領域では、早期に火炎温度を下げ、 NO_x 生成反応を抑制することを意図した。

これらのことを考慮し、一次燃焼領域の燃焼特性を把握する目的で製作した試験燃焼器の概略図を図2に示す。燃焼室は直径 55 mm 、長さ 53.5 mm であり、中心には図1の排気管を模擬した直径 22.6 mm の中心軸を配置した。燃焼室の容積は出口ノズルを除くと 106 cm^3 である。燃焼器流入前に予混合気を形成し供給する方法では、逆火の危険性を排除できないため、燃焼室の上流に予混合室を設け、そこへプロパンと空気を噴射した。試験燃焼器では一次燃焼用の空気のみを供給し、これを一次空気と呼ぶことにする。プロパンと一次空気を予混合室で急速に混合するため、燃料噴射管と一次空気孔を同軸(中央円管:プロパン、スリット孔:一次空気)に配置し、空気に対するプロパンの噴出流速比を 1.5 程度大きく取るようにした。また、プロパンと一次空気の噴出方向を燃焼室の接線方向とすることで燃焼器軸方向の再循環流を中心軸付近に形成し、火炎の安定化を図った。この再循環流によって燃焼室内へ外部空気が巻き込まれるのを防ぐため、燃焼室出口にノズル(開口面積比: 0.42)を取り付けた。加えて、予混合火炎を確実に保炎するように、燃焼室内にステップを設け、その後流にも再循環領域を形成することとした。ステップには予混合室における混合を促進する目的で絞り板を設置した。絞り板の大きさを絞り比 $[1 - (\text{絞り開口断面}/\text{上流側断面})]$ と定義し、 0 , 0.28 , 0.53 の3通りを用いた。燃焼器の壁面には、火炎を観察できるように石英筒を用いた。着火は、

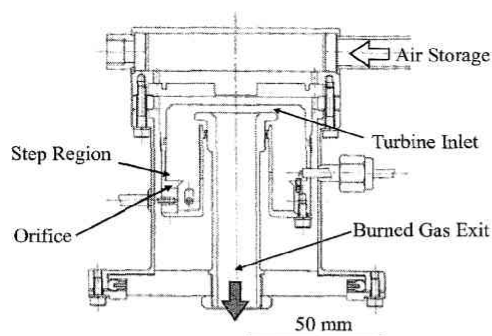
水素パイロット火炎を燃焼器出口より挿入して行った。

次の段階として、実機への搭載により近い形の実機模擬燃焼器を製作した。図3に実機模擬燃焼器の概略図を示す。燃焼器は、インナーライナ、アウターライナ、排気管、燃焼器ケースで構成され、イグナイタを絞り板の下流に挿入した。希釈空気はインナーライナに開けられた16個の孔より、絞り板の下流5 mmから燃焼ガスに向けて導入される。燃焼器の材質は全てSUS316である。

図3(a)は燃焼室出口側が大気開放され、火炎の様子を観察できるようにした開放型実機燃焼器である。図3(b)は燃焼ガスが燃焼器出口のタービン流路を通過して、排気管へと流出する実機模擬燃焼器である。なお、燃焼器



(a) 開放型実機燃焼器



(b) 実機模擬燃焼器

図3 実機模擬燃焼器概略図

出口にはタービン静翼およびロータを組み込んでいない。コンプレッサより供給された空気は、一次空気、希釈空気、およびライナ冷却空気へ分配される。燃料噴射管や絞り板、燃焼室の形状などは、試験燃焼器とほぼ同様である。後述する試験燃焼器の実験結果を反映し、絞り比は0.28、燃焼室の容積は50 cm³とした。

実験は試験燃焼器および実機模擬燃焼器のいずれも常温・大気圧下で行った。設計点の空気流量は、実稼働条件における圧力・温度条件で体積空気流量が一致するように定めた。参考として空気(25℃・大気圧)が軸方向に一樣に流れると仮定した場合の絞り部平均空気流速を算出した。ただし、実際の燃焼室では旋回流が形成されていることに注意されたい。試験燃焼器の設計点は、空気流量1.8 g/s、当量比0.79であり、平均空気流速は絞り比0.28、0.53の順に1.8、2.5、3.8 m/sである。実機模擬燃焼器では希釈空気及び冷却空気を含むため設計点を空気流量4.0 g/s、当量比0.36とし、絞り部平均空気流速は2.5 m/sとなる。燃焼ガス温度の計測には、素線径0.2 mmのK型熱電対とB型熱電対(Pt-30%Rh-Pt-6%Rh)を使用した。B型熱電対では触媒反応を防止するために先端を酸化ケイ素で被覆した。熱伝導および輻射による温度補正は行っていない。CO、未燃炭化水素(THC)、NO_x等の排ガス計測には、微細オリフィスを有する石英ガラスプローブを用い、水分を除去した後、CO濃度計(定電位電解法)、NO_x濃度計(化学発光法)で各成分を計測した。

3. 実験結果および考察

3.1 絞り比を変えた場合の試験燃焼器の燃焼特性

火炎安定限界

図4にそれぞれの絞り比における火炎安定限界を示す。横軸は空気流量および絞り部平均空気流速を示す。この結果は、所定の空気流量において当量比の高い条件で着火させ、火炎を形成させた後、徐々に燃料流量を絞ったときに観察される火炎形状の遷移および吹き消えの限界

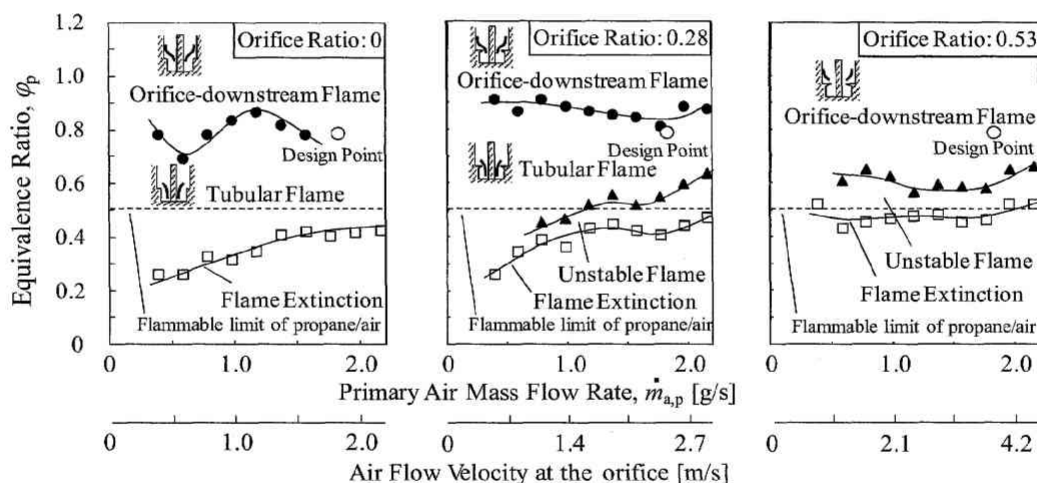


図4 試験燃焼器の火炎安定限界

を示したものである。白丸は一次燃焼領域の設計点である。

絞り比0の場合、当量比の高い条件では、絞り部の下流側に主たる反応帯をもつ火炎が形成された（以降、絞り部下流火炎と呼ぶ）。この状態から燃料を絞っていくと、ある当量比で火炎形状が急に変化し、絞り部の上流側に主たる反応帯をもつ管状の火炎が形成された（以降、管状火炎と呼ぶ）。ただし、空気流量が1.6 g/s以上では、反応帯が絞り部の上流から下流にわたって分布するようになり、絞り部下流火炎と管状火炎の区別は明確ではなくなった。さらに燃料を絞ると、火炎は吹き消えた。このときの吹き消えは、設計点よりもずっと低い当量比0.25～0.4付近で生じており、火炎安定範囲は十分に広い。ただし、吹き消え当量比は、プロパン／空気の希薄可燃限界0.51よりも低い値であるため、予混合室ではプロパン／空気の混合が十分均一には行われておらず、局所的に当量比の高い領域があると考えられる。

絞り比0.28の場合、絞り部下流火炎と管状火炎に加えて、吹き消えの直前に不安定燃焼が観察された。この状態は、当量比0.4～0.6付近で生じており、管状の火炎が中心軸まわりに燃焼器出口まで伸びるように形成された。その発光は弱く、強い未燃臭を伴っていたことから、不完全燃焼を生じている。この不安定燃焼領域を除いても、火炎安定範囲は設計点を含め広い範囲である。吹き消え当量比は希薄限界以下であることから、絞り比0の場合と同様に、このときの混合気も不均一な予混合状態である。

これらに対して、絞り比0.53の場合、他の絞り比と異

なる火炎安定限界を示した。まず、絞り部下流火炎のみが広範な当量比・空気流量条件で観察された。不安定燃焼では、絞り比0.28の場合と同様な不完全燃焼状態の管状火炎が形成された。ほか2つの絞り比に比べると、吹き消えおよび不安定燃焼を生じる当量比は高くなっており、設計点よりも希薄側の火炎安定範囲が狭くなっている。ただし、吹き消えはプロパン／空気の希薄限界付近で生じており、十分均一に混合した希薄予混合火炎が形成されているものと考えられる。

以上から、いずれの絞り比を用いた場合も試験燃焼器は設計点を含む広範囲の空気流量と当量比に対して良好な火炎安定性を有することが明らかとなった。絞り比を変えた場合、火炎形状や火炎安定性が変化することを確認した。また、それぞれの絞り比に対して同一の空気流速で火炎形状や吹き消えを比較すると、生じる火炎形状や当量比の傾向が異なることから、空気流速のみでは火炎形成状態の違いを説明することができない。特に吹き消え当量比の値から、絞りが予混合室におけるプロパン／空気の混合状態に大きく影響することが分かり、絞り比を大きくするほど混合の均一性が高くなるものと推察される。一方で絞り比を大きくすると吹き消え限界の当量比は高くなり、設計点よりも希薄側の火炎安定範囲は狭くなることが分かった。

火炎形状

絞り部下流火炎と管状火炎の燃焼状態を比較するため、空気流量を一定とし当量比を0.74と0.89に変化させて燃焼実験を行った。空気流量は絞り比0と0.28において絞


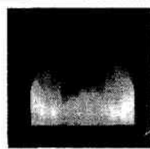



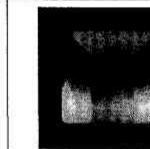

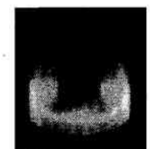
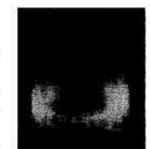



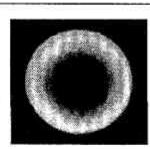
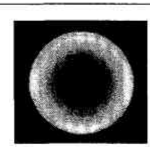
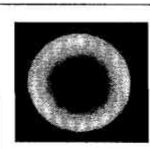

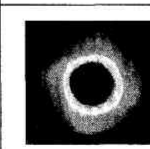
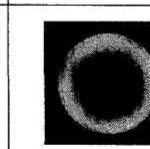
	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
Equivalence Ratio	0.89			0.74		
Orifice Ratio	0	0.28	0.53	0	0.28	0.53
Flame Shape	Orifice-downstream Flame			Tubular Flame		Orifice-downstream Flame
Side View						
Oblique View						
Top View (Without Nozzle)						

図5 試験燃焼器における代表的な火炎形状（一次空気流量：1.38 g/s）

り部下流火炎と管状火炎の区別が明確な1.38 g/sとした。なお、この空気流量と設計空気流量では当量比に対する火炎形状の変化に違いはない。図5に試験燃焼器で観察された絞り部下流火炎と管状火炎の代表的な火炎形状を示す。側面から見た写真は、絞り板より下流の石英筒領域を示している。上方から見た写真は、絞り部の上流側を観察するために、出口ノズルを外して撮影した。なお出口ノズルの有無による火炎形状の変化は、顕著ではないことを確認している。

当量比0.89の場合、いずれの絞り比においても絞り部下流火炎と分類した(図5(a), (b), (c))。この状態では、絞り部のすぐ下流において外周方向に伸びる強い発光が見られ、この位置で反応が活発に進行している。この領域には、設計時に意図したステップ後流の再循環領域が形成され、これによって火炎が安定化されていると考えられる。

当量比0.74における斜めおよび上方の写真からは、絞り比によって、火炎形状や火炎周方向の発光の様子が異なることがわかる。絞り比0と0.28では、絞り部からその上流側にかけて発光が強く、火炎は中心軸周りに管状の形をした管状火炎を形成した。火炎長さは短く、反応は燃焼器出口までに十分に進行しているものと考えられる。これらの火炎は、絞り部上流側の混合が周方向に均一ではないために、当量比が局所的に高い場所で燃焼速度が大きく、火炎伝ばが上流の予混合室まで及ぶことで形成されたと考えられる。一方、絞り比0.53では、絞り部上流側において均一な予混合気形成されるために火炎が上流まで伝ばできず、管状火炎へは遷移しないものと考えられる。これらの火炎の様子から、火炎安定限界において指摘したように、絞りが予混合室における燃料／空気の混合に影響していることを確認した。

図6に管状火炎と絞り部下流火炎の代表的な燃焼室内温度分布を示す。測定には直径3 mmのディグジットで支持した線径0.2 mmのB型熱電対を用い、燃焼器上方より挿入した。なお、出口ノズルを外して測定したため

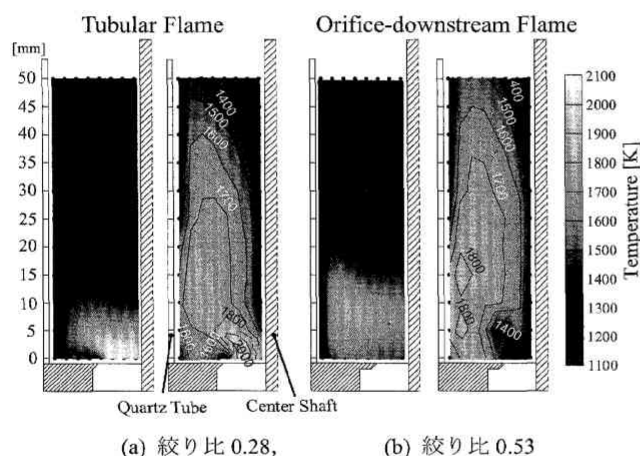


図6 代表的な燃焼室内部の温度分布(当量比0.74, 一次空気流量1.38 g/s)

に、燃焼室出口の中心軸側には再循環流れによって外気より巻き込まれた空気による燃焼ガス温度の大きな低下が見られる。火炎写真の様子から、燃焼室内には絞りからステップへ拡大する流れが形成されている。管状火炎の場合も、また絞り部下流火炎の場合も、この流れ場に沿って火炎が形成されていることがわかる。管状火炎の場合には、絞り部付近で最高温度に達したのち、出口方向へ徐々に温度が低下している。よって、反応が絞り部の上流側において活発に進行し、下流側では燃焼ガスが石英筒や中心軸等へ熱損失を生じて温度低下していると考えられる。加えて、計測された絞り部における最高温度(2050 K)は、当量比0.74における断熱火炎温度(1942 K)を超えており、上流部には局所的により当量比の高い予混合気が存在していることを示唆する。これに対して、絞り部下流火炎の場合には、絞り部近傍は1100 Kほどで温度は低く、むしろ壁面近傍およびステップ後流に形成される再循環領域で反応が活発であることがわかる。火炎温度の最高値は1825 Kであり、熱電対の熱伝導および輻射損失が100 K程度となることを考慮するとこの当量比における希薄予混合火炎に近い値であると言える。

以上の観察をもとに推測される一次燃焼領域の燃焼場を図7に示す。絞り部下流火炎は、ステップ後流に形成される再循環領域によって保炎されていると考えられる。これに対して管状火炎は、絞り部上流側の局所的に高い当量比の予混合気中を火炎が伝ばし始めると、半径方向断面図で示すような温度勾配と旋回流れによって生じる圧力勾配により密度の大きい予混合気が外周側に、密度の小さい燃焼ガスが内周側に分布することで火炎が安定化すると考えられる⁽⁸⁾。

燃焼器出口における燃焼ガス温度および排出ガス濃度

図6に示した燃焼室内温度分布と対応するよう空気流量1.38 g/s, 当量比0.74において燃焼器出口におけ

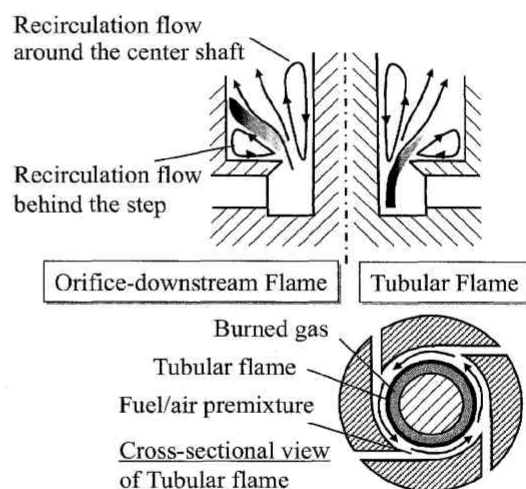


図7 燃焼場の概略モデル

る半径方向の温度分布を調べたところ、壁面近傍では100 K程度温度が低下するものの、半径方向の流路幅は6.5 mmと小さいために温度変化は小さかった。そこで半径方向の流路中心で周方向に8等分位置で計測した温度分布の代表的な結果を図8に示す。周方向分布はほぼ一様であり、プロパン/一次空気孔との位置の相関は見られなかった。これは流れ場が旋回流れであるために、燃焼ガスが燃焼器出口までに十分混合し均一になっているためと考えられる。よって、燃焼器出口における燃焼ガス温度と排出ガス濃度を周方向平均値によって評価することにした。

図9にそれぞれの絞り比における燃焼ガス温度と排出ガス濃度(CO, NOx)を示す。排出ガス中のTHC濃度は計測器の測定限界(5 ppm)以下であったため図示していない。図中 T_{ad} はそれぞれの当量比における断熱火炎温度を示している。燃焼ガス出口温度は、当量比0.74と0.89のいずれにおいても断熱火炎温度に比べ約430～500 K低い。図5の火炎形状や図6の燃焼室内部の温度分布では絞り比や当量比が変化しても発光の強い主たる反応帯において十分に燃焼反応が進んでいると考えられ

ることから、温度低下の原因は反応帯下流の燃焼ガスが燃焼器出口へ達するまでに壁面熱損失を生じているためと考えられる。CO濃度は当量比 $\phi_p=0.74$ において97～250 ppmであり、いずれの絞りを用いても大気圧常温下における設計目標値300 ppmを満たしている。一般のガスタービン燃焼器と比較した場合、このCO濃度は高いと思われるが、それには二つの理由が考えられる。第一は、試験燃焼器では希釈空気を導入していないことである。第二は、本燃焼器では超小型ゆえに高負荷燃焼しているため燃焼ガスの滞在時間が数msと短く、反応の遅いCOが平衡濃度まで十分には達しないまま排出されてしまうためである。絞り比0と0.28の火炎形状を比較すると、同じ管状火炎であっても絞り比0.28では火炎発光領域が短く、反応帯でより活発な燃焼反応が進行し、燃焼器出口までにCOが十分な反応時間を持つと考えられることから、CO濃度は小さくなったものと考えられる。絞り比0.53は均一な予混合状態の絞り部下流火炎であり、CO濃度は絞り比0.28と同程度である。管状火炎に比べると反応帯が燃焼器のより下流に位置するため、絞り比0.28よりも燃焼ガスの出口温度は高くなっている。

$\phi_p=0.89$ では絞り比0と0.28で火炎形状が変化し燃焼反応が燃焼器下流まで及んでいることに加え、当量比の増加もあり、CO濃度が2000～2700 ppmに増加した。一方、絞り比0.53では当量比に対して火炎形状が変化しないため良好な燃焼状態を維持している。このCO濃度から、次式により燃焼効率を求めた。

$$\eta_c = \left(1 - \frac{(\dot{m}_a + \dot{m}_f) X_{co} \Delta H_{co} M_{co}}{\dot{m}_f \Delta H_f M_b} \right) \times 100 \quad [\%] \quad \cdots (2)$$

ここで、 \dot{m}_i : 質量流量, ΔH_i : 反応熱, M_i : 分子量, X_i : 燃焼ガス中のモル分率, 下添え字 a : 空気, f : プロパン, co : CO成分, b : 燃焼ガス, をそれぞれ表す。 $\phi_p=0.74$ では、それぞれの絞り比に対して燃焼効率としては99.8%以上の良好な値である。これに対して $\phi_p=0.89$ では、CO濃度が増加したために(2)式におけるCOの未反応熱量が大きくなるため、燃焼効率は低下し99.0～99.6%を示した。

NOx濃度の大小は管状火炎や絞り部下流火炎の火炎温度に大きく依存するものと考えられる。 $\phi_p=0.74$ において、絞り比0, 0.28の値と絞り比0.53とを比較すると、管状火炎である絞り比0, 0.28のほうが絞り部上流で当量比の高い高温領域が存在するため(図6), 絞り比0.53に比べてNOxが多く生成されている。また、絞り比0.53のNOx濃度はわずかに7 ppmであり、希釈空気が無い状態でも良好な値を有している。 $\phi_p=0.89$ では火炎温度が上昇するため、それぞれの絞り比で濃度が10～20 ppm程度高くなっている。

試験燃焼器の燃焼特性を総括すると、本実験で使用したいずれの絞り比の場合にも、良好な火炎安定性と高燃焼効率の達成を両立できることが分かった。この結果を

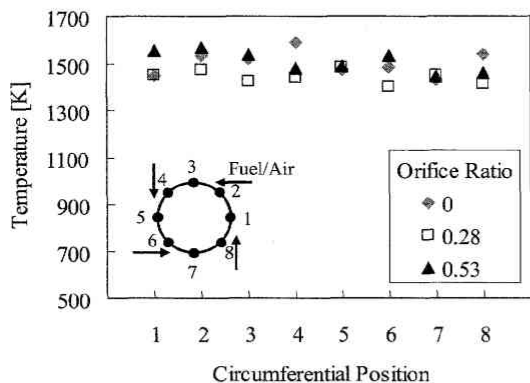


図8 試験燃焼器出口における周方向温度分布
(当量比0.74, 一次空気流量1.38 g/s)

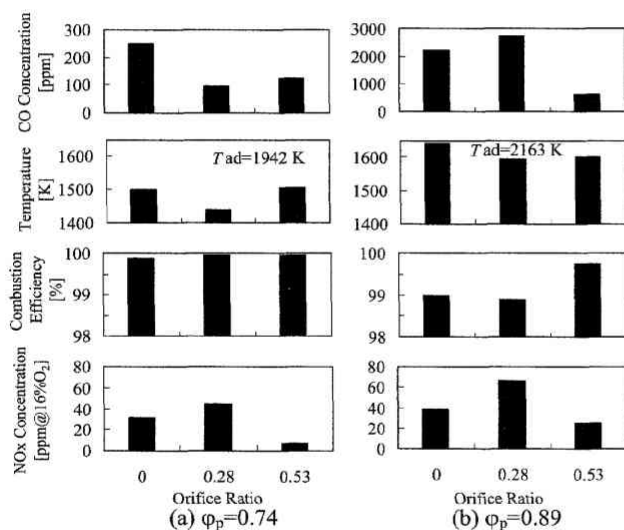


図9 試験燃焼器出口における燃焼ガス温度および排ガス濃度
(一次空気流量1.38 g/s)

受けて、実機模擬燃焼器の絞り比としては、燃焼室容積をできるだけ小さくし燃焼負荷率を高めることを第一に考え、火炎長さが短く反応も十分進行する管状火炎を適当として、絞り比を0.28に、また、燃焼室の長さを短縮して容積を50 cm³とした。

3.2 実機模擬燃焼器の燃焼特性

火炎安定性

開放型実機燃焼器を用いて計測した火炎安定限界を図10に示す。横軸には燃焼器に供給する全空気流量および試験燃焼器に対応する一次空気流量を併記し、縦軸には全空気流量より求めた全体当量比 ϕ_t のほかに、一次燃焼領域の当量比 ϕ_p を併記している。なお、実機燃焼器では燃焼ガス温度を早期に低下することを意図して希釈空気を絞り下流5 mmより導入している。当量比を高い値から徐々に下げると、燃焼器内部の火炎は、絞り部下流火炎から管状火炎へと火炎形状が遷移した。この傾向は試験燃焼器の結果と同様であり、火炎が遷移する当量比も、 $\phi_p=0.8 \sim 1.0$ 付近と試験燃焼器における火炎形状遷移の当量比にほぼ一致している。吹き消えの生じる当量比は、空気流量を増加するとわずかに高くなるものの、火炎は設計点を含む広範囲な空気流量と当量比に対して安定に形成されている。よって、希釈空気の導入は一次燃焼領

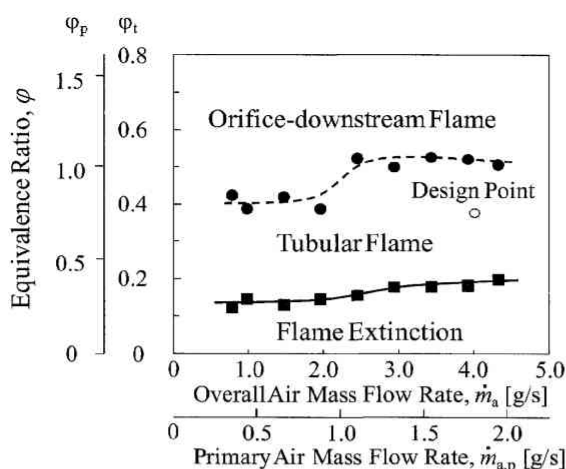


図10 実機模擬燃焼器の火炎安定限界

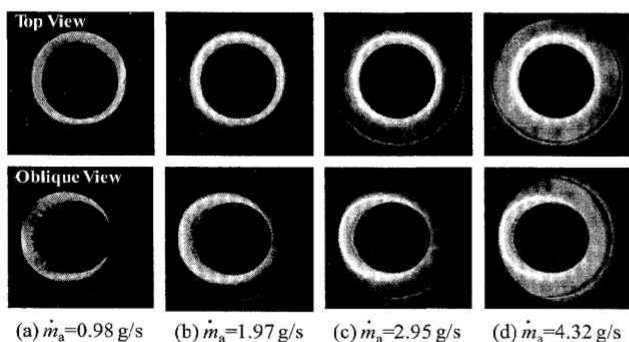


図11 実機模擬燃焼器における代表的な火炎形状
(当量比 $\phi_t=0.39$, $\phi_p=0.87$)

域の火炎安定性にほとんど影響していないことがわかった。

火炎形状

実機模擬燃焼器において観察された代表的な火炎形状を図11に示す。写真は開放型実機燃焼器を用いて、上方および斜めから燃焼器内部を撮影したものである。全体当量比は0.39で一定とし、図11(a)から(d)へ順に空気流量が増加している。図11(d)では、インナーライナ側から導入した16個の希釈空気による火炎の筋が見られる。円周方向の火炎の偏りは目立つほどではない。火炎の長さは空気流量の増加とともに下流へ伸びているが、希釈空気の導入位置よりわずかに長い程度であり、十分燃焼室に収まることを確認した。

燃焼器の熱負荷に着目すると、管状火炎の形成時に火炎に囲まれた絞り部上流側のインナーライナに赤熱が見られた。これは一次燃焼領域の当量比が高いために火炎温度が高く、また火炎がインナーライナに近いと考えられる。この赤熱箇所では、ライナの局所的な焼損が懸念されるため、今後冷却を強化することが必要である。その他の部分に赤熱は見られなかった。また、燃焼試験を積算で1時間行った後に燃焼器を分解検査したところ、燃焼時に目視できない箇所において目立った焼損は見られず、焼け具合からはライナ材質のステンレスが耐熱温度以下に十分抑えられていることがわかった。

排出ガス特性と燃焼効率

図12に実機模擬燃焼器の燃焼器出口において計測した

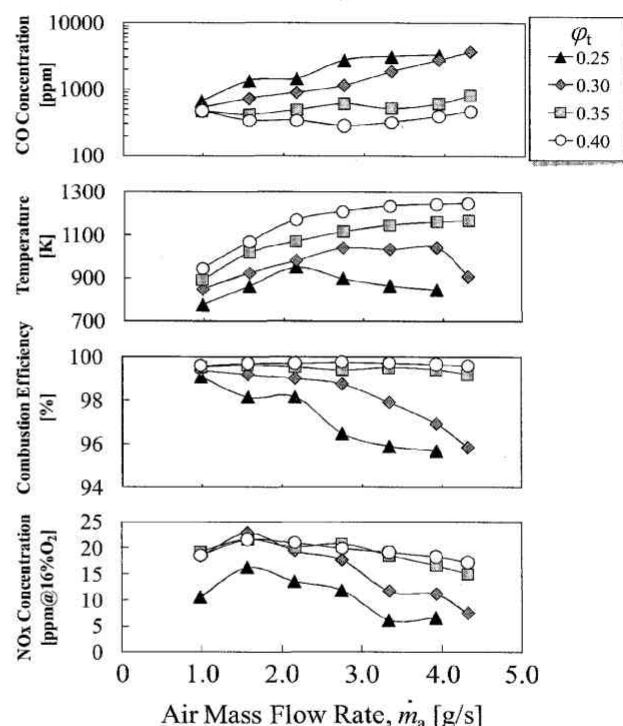


図12 実機模擬燃焼器の排ガス濃度と燃焼効率

CO濃度、燃焼ガス温度、燃焼効率およびNO_x濃度を示す。図横軸には空気流量をとり、全体当量比は $\phi_t=0.25$ から0.40まで4通りに変化させた。 $\phi_t=0.35$ および0.40では、燃焼ガス温度は空気流量の増加とともに単調に増加し、空気流量4.0 g/sではそれぞれの全体当量比に対応する断熱火炎温度(1193, 1302 K)に近い値となった。これらの燃焼条件では安定な火炎が形成されていることから、温度増加は燃焼器側壁等への燃焼ガスの熱損失割合が小さくなったことを示唆しており、当量比一定のもとでも空気流量が増加することで発熱量、すなわち燃焼負荷率が増大したことが原因である⁽⁶⁾。空気流量の増加に対して燃焼ガスの熱損失割合が低下するために、CO濃度は空気流量に対する値の変化が小さく300～600 ppmであり、燃焼効率は99.5%以上を示した。CO濃度が試験燃焼器の結果よりも増加しているのは、試験燃焼器よりも高負荷燃焼しているため滞在時間が短くなったことや、希釈空気によって燃焼ガスの温度が低下しCOの反応速度が遅くなったことが原因と考えられる。

これに対して、 $\phi_t=0.25$ や0.30では対応する ϕ_p がそれぞれ0.5, 0.6となりプロパン/空気の希薄可燃限界に近づくため火炎の反応性が低下し、その結果空気流量が増加するにつれて反応が十分進まなくなり燃焼ガス温度が低下、CO濃度が数千ppmまで増加し、燃焼効率は96%程度まで低下したと考えられる。

NO_x濃度は、反応が十分には完了していない $\phi_t=0.25$ と0.30の条件を除くと、本実験の当量比および空気流量に対してNO_x濃度は15～23 ppmの範囲である。空気流量が小さい場合にNO_x濃度のわずかな増加傾向が見られるが、NO_xが高温の燃焼ガス中に滞留する時間が長くなることが原因であると考えられる。

実機型燃焼器の排出ガス性能としては、設計点付近の $\dot{m}_a=3.9$ g/s, $\phi_t=0.35$ においてCO濃度が614 ppm, NO_x濃度は16.6 ppmであり、常温常圧における目標性能(CO濃度=300 ppm, NO_x濃度=10 ppm)までにはCOとNO_x両方の低減が必要である。なお、常温大気圧での定格条件における燃焼負荷率は800 MW/(m³・MPa)となり、完全燃焼させた上で当初の目標値(400 MW/(m³・MPa))よりも高負荷な燃焼を達成することができた。

4. まとめ

出力数百W級超小型ガスタービン用アニュラー型プロパン燃焼器の開発に向けて、絞り比を0, 0.28, 0.53と変更した試験燃焼器(106 cm³)および絞り比を0.28とし

た実機模擬燃焼器(50 cm³)を製作し、常温大気圧条件における火炎安定限界や火炎形状、排出ガス濃度および燃焼効率等の燃焼特性を調べた。得られた知見を以下にまとめる。

試験燃焼器

- * 予混合室に設けた絞りは、燃料/空気の混合に影響し、絞り比0と0.28の場合には混合が十分均一ではないために管状火炎が形成され、絞り比0.53になると混合が均一になり絞り部下流火炎のみが形成された。
- * 管状火炎と絞り部下流火炎のいずれも広範囲な当量比や空気流量に対して安定であり、活発な反応領域が絞り部近傍に形成された。特に管状火炎は絞り部下流火炎よりも火炎長さが短く、燃焼室の縮小が可能である。

実機模擬燃焼器

- * 試験燃焼器の半分まで容積を縮小した実機模擬燃焼器は、設計点を含む広範囲な当量比や空気流量に対して安定な管状火炎を形成した。
- * 管状火炎が近接するインナーライナの一部分に赤熱が生じたため、冷却を強化する必要があることがわかった。
- * 実機模擬燃焼器は設計点に近い $\dot{m}_a=3.9$ g/s, $\phi_t=0.35$ において、CO濃度614 ppm, NO_x濃度16.6 ppm, 燃焼効率99.4%の良好な燃焼状態を800 MW/(m³・MPa)もの高負荷な燃焼負荷率のもとで達成した。

参考文献

- (1) 磯村浩介, ターボ機械, 32-2 (2004), pp.65-72.
- (2) Tanaka, S. et al., Proc. Power MEMS, (2007).
- (3) 皆川和大, 湯浅三郎, 桜井毅司, 村山元英, 磯村浩介, 第34回ガスタービン学会定期講演会論文集, (2006), pp.221-225.
- (4) Murayama, M., Yuasa, S., Sakurai, T., and Isomura, S., Proc. International Gas Turbine Congress 2007, IGTC-TS-145, (2007).
- (5) Mattingly, J.D., Heiser, W.H., Daley, D.H., (Przemieniecki, J. S. ed.), Aircraft Engine Design, AIAA Education Series, 319, AIAA (1987).
- (6) 湯浅三郎, 下鳥翔子, 本田拓, 桜井毅司, 十河桜子, 日本燃焼学会誌, 51-156 (2009), pp.142-148.
- (7) Yuasa, S., Sakurai, T., Shimotori, S., and Wong, S.F., Proc. 18th International Symposium on Airbreathing Engines, 2007-1167, (2007).
- (8) Ishizuka, S., Combustion and Flame, 75 (1989), pp.367-379.