

論 文

奥行モデルに基づくオプティカルフローからの3次元推定方式

田川 憲男[†] 鳥生 隆^{††} 遠藤 利生^{††} 田中 利幸[†]
 守屋 正[†]

Estimation of 3-D Shape and Motion from Optical Flow Based on Depth Model

Norio TAGAWA[†], Takashi TORIU^{††}, Toshio ENDOH^{††}, Toshiyuki TANAKA[†],
 and Tadashi MORIYA[†]

あらまし オプティカルフローからカメラと物体との相対的な3次元運動および物体形状を推定する問題について検討する。画像上の各画素に対応する相対的奥行をすべて独立な未知数と想定するモデル化においては、未知数の総数が多いため高い推定精度は望めないと同時に、最ゆう推定量がこのモデルのもとでの最小分散性を示さない。これに対し、物体の3次元形状を簡単な代数曲面に制限することによって少ない未知数でモデル化する手法も提案されているが、適用範囲が著しく限定される。本論文では、相対的奥行を確率場として表現することによって、適用範囲を極端に狭めることなく統計的推定問題としての未知母数を削減し、観測されるオプティカルフローから最ゆう推定としてこれらの母数を決定することを考える。具体的な計算法として、極大値への収束が保証されるEMアルゴリズムに基づく手法を提案する。

キーワード オプティカルフロー、3次元運動、3次元構造、最ゆう推定、MAP推定、EMアルゴリズム

1. まえがき

物体とカメラとの相対的3次元運動により生じる2次元速度場（オプティカルフロー：以下フローと略す）から、その相対運動ならびに物体形状を計算するための研究が数多く行われている。従来の研究は、3次元形状として代数曲面、特に平面を仮定するもの[1],[2]と、制約を設けず任意形状を扱うもの[3]~[7]とに大別される。平面を仮定する方法では未知数の総数がフロー観測数に比べて少ないため、未知の形状が実際に平面であれば原理的に高精度な復元が可能である。具体的には、不偏推定量の分散の最小の限界を意味するクラメル・ラオの下界が低い。しかし、このような制約は一般には満足されず、偏りのある不適切な解が得られる危険性が高い。

統計的推定問題においては、最ゆう推定量は一般に計算が容易であり、かつ漸近的最小分散性を示す（分散がクラメル・ラオの下界に漸近的に一致する）こと

から、標準的な推定量と考えられる。任意形状を扱う枠組において、Advi [3]は全数探索による最ゆう推定を行った。またOhtaら[5]は、その精度が最ゆう推定と等しい反復計算法を提案した。しかしこの問題においては、最ゆう推定量の分散は雑音分散の高次項まで考慮すると、漸近的な意味においてもクラメル・ラオの下界に一致しないことが示された[6]。一般にフロー観測雑音は大きいことから、この高次項は無視し得ない。このような最ゆう推定量の性質は観測数に比例して未知数が増加する問題に共通するものであり、Neyman & Scott problemとして知られている[8]。本問題では、フローの観測される各画素に対応する奥行値がそのような増加する未知数である。そこで、フロー雑音が大きいつきに最ゆう推定量若しくは文献[5]の方法より分散が少ない、すなわちクラメル・ラオの下界により近い分散をもち、しかも計算コストが低い漸近的な不偏推定量が提案された[6],[7]。しかし、クラメル・ラオの下界自身が平面を仮定する場合のそれに比べて高いことが、推定精度にかかわる問題として依然残される。

クラメル・ラオの下界を下げるためには未知数の総数を減らす必要がある。その際、上述のように代数曲面を仮定するような決定論的な奥行モデルは適用範囲

[†] 東京都立大学大学院工学研究科, 八王子市
 Graduate School of Engineering, Tokyo Metropolitan University,
 Hachioji-shi, 192-0397 Japan

^{††} (株)富士通研究所ヒューマンインタフェース研究部, 豊田市
 Human Interface Laboratory, FUJITSU LABORATORIES
 LTD., Toyota-shi, 470-0348 Japan

を厳しく制限してしまう。本研究では画像復元問題における近年の研究成果[9]を踏まえ、奥行に確率モデルを与えることにより、観測されるフローを少ない母数で記述する。こうすることによって、適用範囲は不自然に限定されずに、奥行を確定的な未知数とみなす従来の推定に比較してクラメル・ラオの下界が下がるものと期待される。更に、この場合の最ゆう推定量は漸近的な最小分散性を持ち、従って奥行のモデルが妥当である限り文献[5]の方法よりも分散が少ない。

以下、2. では奥行の統計モデルを用いたフローからの3次元推定について言及し、3. では具体的な推定方式をEMアルゴリズム[10]に基づき構成する。4. では仮定する奥行の確率モデルが正しいという条件のもとで、その確率モデルの母数の値に対する提案手法の推定精度を数値的に評価する。

2. 奥行モデルに基づく3次元推定

2.1 投影モデル

図1に示すように、カメラ座標系の Z （奥行）座標をレンズの光軸に合わせ、中心投影の投影面（画像）を $Z=1$ の平面とする。3次元空間中の物体上の点 $[X, Y, Z]^T$ の投影点 $[x, y]^T$ （画像上の座標系を光軸を原点として (x, y) とする）におけるフロー $[\dot{x}, \dot{y}]^T$ は次式を満足する[3]。

$$\dot{x} = -xy\omega_x + (1+x^2)\omega_y - y\omega_z + (t_x - xt_z)d, \quad (1)$$

$$\dot{y} = -(1+y^2)\omega_x + xy\omega_y + x\omega_z + (t_y - yt_z)d. \quad (2)$$

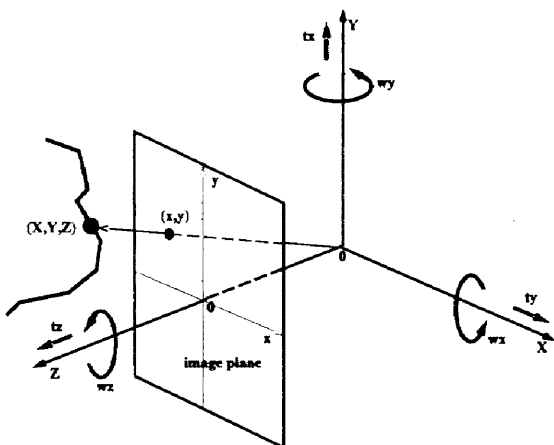


図1 座標系
Fig.1 Coordinate system.

$t = [t_x, t_y, t_z]^T$, $\omega = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$ はそれぞれ3次元の並進および回転速度ベクトル、 d は奥行 Z の逆数である。本論文では、フロー生成式(1), (2)において関数 $\{\dot{x}, \dot{y}\}$ （の離散点での値）が雑音を含んで観測されたとき、既知の関数 $\{x, y, xy, 1+x^2, 1+y^2\}$ にかかる係数 $\{\omega_x, \omega_y, \omega_z\}$ と関数 d およびその係数 $\{t_x, t_y, t_z\}$ を求める問題を検討する。

式(1), (2)は各画素において成立するため、フロー観測画素数を N とし、次の N 次元ベクトル方程式が得られる。

$$\dot{x} = f_x(\omega) + T_x(t)d, \quad (3)$$

$$\dot{y} = f_y(\omega) + T_y(t)d. \quad (4)$$

これらをまとめて次のように書く。 v_0 は観測雑音を含まない真のフローである。

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = v_0 = f(\omega) + T(t)d. \quad (5)$$

2.2 奥行モデルの導入と共通母数の最ゆう推定

観測雑音に加わった観測フローを v とすると、これは式(5)の等式を満足しない。観測雑音として分散が σ_v^2 、平均がゼロの正規性白色不規則信号を仮定すれば、 v の確率密度関数は

$$p(v; d, \theta_v) = \frac{1}{(2\pi)^N \sigma_v^{2N}} \times \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_v^2} (v - f - Td)^T (v - f - Td) \right], \quad (6)$$

で与えられる。

$\theta_v = \{t, \omega, \sigma_v^2\}$ は観測に関する共通母数である。対して d は観測数に比例して成分が増加する母数であり、一般に攪乱母数と呼ばれる。 d を確定的な（確率的でない）母数とみなせば、式(6)を $\{\theta_v, d\}$ に関するゆう度関数とみることもできる。しかしこれを最大にする推定量（＝最ゆう推定量）は、攪乱母数が存在する影響で漸近的な最小分散性を示さない[6]。特に攪乱母数の推定量については、推定誤差が観測雑音と同程度の大きさになってしまう。

そこで攪乱母数 d を確率変数とみなし、これを規定する確率モデルを少ない未知母数で記述することを考える。こうすることによって d に関して平均的な意味での推定基準を導くことができる。更に、未知母数の数が観測数に依存しないため上記のような最ゆう推定

量の不適切性を除くことができると同時に、未知母数の数が観測数に比べて少ないためクラメル・ラオの下界が下がり、モデルが適切であれば推定精度の向上が望める。なお、モデルが不適切になることを避けるためには未知母数を多く含む精密なモデルを用いる必要があり、推定精度とのトレード・オフとなる。本研究では原理的な検討を行う意味で、以下に示す簡単なモデルを仮定する。

奥行逆数 d を次式で定義する。

$$d = d_g(d_m(\mu) + d_d). \quad (7)$$

d_g はスケール因子、 d_d は平均ゼロ、共分散行列 $V[d_d]$ の正規分布に従う規格化された摂動ベクトル、 $d_m(\mu)$ はこの規格化における平均ベクトルであって μ をパラメータとする。通常、各画素における d_i は独立ではなく、近傍と相関をもつ滑らかなものである。このことは、 $V[d_d]$ が非対角行列であることを意味する。一方、式 (3)、(4) において T_x 、 T_y は対角である。計算量の面からは $V[d_d]$ と T_x 、 T_y ができるだけ簡単になることが望ましい。そこで、 T_x 、 T_y が1次以下の多項式による掛け算演算子であること、フローが投影面上の方形領域で観測されることを考慮し、 $V[d_d]$ が正規直交多項式関数系（ルジャンドル関数系）を基底としたときに対角になるようなモデルを設定する。この表示では、 $V[d_d]$ が対角になるだけでなく、 T_x 、 T_y がほとんど対角になる。以下では、ベクトルおよび行列はすべてこの基底に関するものとし、記号は特には変えない。式 (3)~(7) もこの基底による表現とする。そして、 $V[d_d]$ を次式で定義する。

$$V[d_d] = \Lambda(\tau^2). \quad (8)$$

Λ は τ^2 をパラメータとする対角行列であり、その関数形は既知とする。 d/d_g の確率密度関数は $\theta_d = \{\mu, \tau^2\}$ を奥行母数として次式で与えられる。

$$p(d/d_g; \theta_d) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N \det \Lambda}} \times \exp \left[-\frac{1}{2} (d/d_g - d_m)^\top \Lambda^{-1} (d/d_g - d_m) \right]. \quad (9)$$

式 (7) を式 (5) に代入すると、奥行モデルに基づくフロー生成式が次のように得られる。

$$v_0 = f + T d_g d_m + T d_g d_d. \quad (10)$$

この式において T と d_g はスケール倍の不定性をもつ。そこで新たに $T d_g$ を T 、 d/d_g を d とおき直し、奥行を規格化した推定問題として扱う。フロー雑音を考慮すると、共通母数 $\theta = \{t, \omega, \sigma_v^2, \mu, \tau^2\}$ に関する v の密度関数あるいは θ のゆがみ関数は

$$p(v; \theta) = \frac{1}{(2\pi)^N \sqrt{\det R}} \times \exp \left[-\frac{1}{2} (v - f - T d_m)^\top R^{-1} (v - f - T d_m) \right], \quad (11)$$

となる。但し $R = V[v]$ は次式を表す。

$$R = T \Lambda T^\top + \sigma_v^2 I. \quad (12)$$

式 (11) を最大にする θ が最ゆがみ推定量 $\hat{\theta}$ である。

2.3 共通母数の最ゆがみ推定に基づく攪乱母数のMAP推定

確率変数の最小分散推定量は一般に事後確率の平均値を与える推定量となる。特に事後確率が正規分布で与えられる場合は、事後確率の平均値を与える推定量は事後確率を最大にする推定量（maximum a posteriori estimator: MAP 推定量）に一致する。 $\hat{\theta}$ が得られたときの、 d の事後確率密度関数は次式のように正規分布となる。

$$p(d|v; \hat{\theta}) = \frac{p(v, d; \hat{\theta})}{p(v; \hat{\theta})}. \quad (13)$$

この関数の d に関する最大化は右辺分子の最大化に帰着される。この分子は式 (6) と式 (9) (の d/d_g を d としたもの) の積において $\theta = \hat{\theta}$ と固定した次式で与えられる。

$$p(v, d; \hat{\theta}) = p(v; d, \hat{\theta}) p(d; \hat{\theta}) = \frac{1}{(2\pi)^{3N/2} \hat{\sigma}_v^2 \sqrt{\det \hat{\Lambda}}} \exp \left(-\frac{1}{2} U \right). \quad (14)$$

但し、右辺の U は

$$U = \frac{(v - \hat{f} - \hat{T}d)^\top (v - \hat{f} - \hat{T}d)}{\hat{\sigma}_v^2} + (d - \hat{d}_m)^\top \hat{\Lambda}^{-1} (d - \hat{d}_m) \quad (15)$$

というエネルギーに相当する量となる。これは d に関して2次であり、次式のように書ける。

$$U = \frac{(v - \hat{f} - \hat{T}\hat{d})^\top (v - \hat{f} - \hat{T}\hat{d})}{\hat{\sigma}_v^2}$$

$$\begin{aligned}
& + (\hat{\mathbf{d}} - \hat{\mathbf{d}}_m)^\top \hat{\Lambda}^{-1} (\hat{\mathbf{d}} - \hat{\mathbf{d}}_m) \\
& + (\mathbf{d} - \hat{\mathbf{d}})^\top \hat{Q}^{-1} (\mathbf{d} - \hat{\mathbf{d}}), \quad (16)
\end{aligned}$$

$$\hat{\mathbf{d}} = \hat{Q} \left(\hat{\Lambda}^{-1} \hat{\mathbf{d}}_m + \frac{1}{\sigma_v^2} \hat{T}^\top (\mathbf{v} - \hat{\mathbf{f}}) \right), \quad (17)$$

$$\hat{Q} = \left(\frac{1}{\sigma_v^2} \hat{T}^\top \hat{T} + \hat{\Lambda}^{-1} \right)^{-1}. \quad (18)$$

従って式(17)の $\hat{\mathbf{d}}$ が式(13)で定義される事後確率密度を最大にする推定量(=MAP推定量)である。

式(13)の分母 $p(\mathbf{v}; \hat{\theta})$ は規格化項であって、その分子を \mathbf{d} のすべての成分に関して周辺化したものである。式(16)の右辺で U_c =(第1項)+(第2項), U_d =(第3項)とおき、 $U = U_c + U_d$ として式(14)を積分すると、

$$\begin{aligned}
p(\mathbf{v}; \hat{\theta}) &= \int \cdots \int p(\mathbf{v}, \mathbf{d}; \hat{\theta}) d\mathbf{d} \\
&= \frac{\sqrt{\det \hat{Q}}}{(2\pi)^N \sigma_v^{2N} \sqrt{\det \hat{\Lambda}}} \exp\left(-\frac{1}{2} U_c\right) \quad (19)
\end{aligned}$$

となる。この式と式(14)より、式(13)で定義される事後確率密度関数は次式のようになる。

$$\begin{aligned}
p(\mathbf{d}|\mathbf{v}; \hat{\theta}) &= \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N \det \hat{Q}}} \exp\left(-\frac{1}{2} U_d\right) \\
&= \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N \det \hat{Q}}} \exp\left[-\frac{1}{2} (\mathbf{d} - \hat{\mathbf{d}})^\top \hat{Q}^{-1} (\mathbf{d} - \hat{\mathbf{d}})\right]. \quad (20)
\end{aligned}$$

\hat{Q} のトレースは $\hat{\mathbf{d}}$ の2乗平均誤差を意味し、 \hat{Q} は $\hat{\mathbf{d}}$ の信頼性を表す量である。なお、式(12)で定義される R に関する恒等式

$$R^{-1} = \frac{1}{\sigma_v^2} I - \frac{1}{\sigma_v^2} T Q T^\top, \quad (21)$$

$$\det R = \det \Lambda \cdot \det(T^\top T + \sigma_v^2 \Lambda^{-1}) \quad (22)$$

$$= \frac{\sigma_v^{2N} \det \Lambda}{\det Q}, \quad (23)$$

を用いることにより、式(19)において $\hat{\theta}$ を任意の θ に置き換えたものが式(11)と等しいことが確認できる。

3. 母数推定の方法

3.1 EMアルゴリズムの適用

2.で示したように、本問題ではまず式(11)で与えられる共通母数 $\theta = \{t, \omega, \sigma_v^2, \mu, \tau^2\}$ に関するゆう度関数からそれらの最ゆう推定値 $\hat{\theta}$ を求め、これを用い

て攪乱母数 \mathbf{d} のMAP推定値を計算する必要がある。しかし、式(11)を直接最大化することは $\det Q$ の非線形性から難しい。

もしフローと同時に奥行も観測されたとすると、 θ のゆう度関数は式(14)において $\hat{\theta}$ を変数 θ としたもので与えられ、その最大化は容易である。このようなときに有効な最ゆう推定量の計算方法として、EM(expectation-maximization)アルゴリズムが知られている[10]。これは、実際の観測データを“不完全データ”、母数の一部若しくは観測されないデータを“欠損データ”、両者を合わせて“完全データ”と考え、完全データが観測されたときの最ゆう推定を間接的に利用して不完全データからの最ゆう推定を行う反復法である。

EMアルゴリズムの本問題への適用を考えた場合、完全データを $\{\mathbf{v}, \mathbf{d}\}$ とするのが自然である。この設定においてEMアルゴリズムは次の二つのステップで構成される。

(1) E(expectation)ステップ

不完全データ \mathbf{v} と k 回目の反復における推定値 $\hat{\theta}^{(k)}$ が与えられたときの完全データの対数ゆう度の条件付き期待値 $L(\theta; \hat{\theta}^{(k)})$ を求める。

$$\begin{aligned}
L(\theta; \hat{\theta}^{(k)}) &= E \left[\ln p(\mathbf{v}, \mathbf{d}; \theta) | \mathbf{v}; \hat{\theta}^{(k)} \right] \\
&= \int \cdots \int \ln p(\mathbf{v}, \mathbf{d}; \theta) p(\mathbf{d}|\mathbf{v}; \hat{\theta}^{(k)}) d\mathbf{d}. \quad (24)
\end{aligned}$$

(2) M(maximization)ステップ

$L(\theta; \hat{\theta}^{(k)})$ を最大にするように θ の推定値を更新する。

$$\hat{\theta}^{(k+1)} = \arg \left\{ \max L(\theta; \hat{\theta}^{(k)}) \right\}. \quad (25)$$

この手続きを収束するまで繰り返す。 $L(\theta; \hat{\theta}^{(k)})$ が θ と $\hat{\theta}^{(k)}$ の両者について連続であれば、最終的に得られる $\hat{\theta}^{(\infty)}$ は不完全データに関する対数ゆう度関数 $\ln p(\mathbf{v}; \theta)$ の極大点に収束することが保証される。

なお、各反復における共通母数 $\theta = \{t, \omega, \sigma_v^2, \mu, \tau^2\}$ の修正と併せて、その値 $\hat{\theta}^{(k)}$ に基づく \mathbf{d} のMAP推定値 $\hat{\mathbf{d}}^{(k)}$ がEステップにおいて計算される。

3.2 アルゴリズム

3.2.1 Eステップ

式(24)で定義される条件付き期待対数ゆう度 $L(\theta; \hat{\theta}^{(k)})$ を具体的に求める必要がある。式(24)は式(14)の対数の式(20)の密度関数に関する期待値であ

る。但し式(20)において $\hat{\theta}$ を $\hat{\theta}^{(k)}$ に置き換える。結果として、 $L(\theta; \hat{\theta})$ を -2 倍して定数を無視した次の評価関数が得られる。

$$J^{(k)}(\theta) = 2 \ln \sigma_v^{2N} + \ln \det \Lambda + \frac{1}{\sigma_v^2} J_m^{(k)}(\mathbf{t}, \omega) + J_d^{(k)}(\mu, \tau^2). \quad (26)$$

但し以下の定義を用いる。

$$J_m^{(k)}(\mathbf{t}, \omega) = \mathbf{v}^\top \mathbf{v} - 2\mathbf{v}^\top \mathbf{f} + \mathbf{f}^\top \mathbf{f} + 2\mathbf{f}^\top T \hat{\mathbf{d}}^{(k)} - 2\text{tr}(T \hat{Q}_{dv}^{(k)}) + \text{tr}(T \hat{Q}_{dd}^{(k)} T^\top), \quad (27)$$

$$J_d^{(k)}(\mu, \tau^2) = \mathbf{d}_m^\top \Lambda^{-1} \mathbf{d}_m + \text{tr}(\Lambda^{-1} \hat{Q}_{dd}^{(k)}) - 2\hat{\mathbf{d}}^{(k)\top} \Lambda^{-1} \mathbf{d}_m, \quad (28)$$

$$\hat{Q}_{dd}^{(k)} = \hat{\mathbf{d}}^{(k)} \hat{\mathbf{d}}^{(k)\top} + \hat{Q}^{(k)}, \quad (29)$$

$$\hat{Q}_{dv}^{(k)} = \hat{\mathbf{d}}^{(k)} \mathbf{v}^\top. \quad (30)$$

$\hat{\mathbf{d}}^{(k)}$ ならびに $\hat{Q}^{(k)}$ は式(17), (18)において $\hat{\theta}$ を $\hat{\theta}^{(k)}$ で置き換えたものを意味する。すなわち $\hat{\mathbf{d}}^{(k)}$ は k 回目の反復における MAP 推定量である。

3.2.2 M ステップ

式(26)で与えられる評価関数を最小にするように $\hat{\theta}$ を更新する。まず運動母数 $\{\mathbf{t}, \omega\}$ ならびにフロー雑音の分散 σ_v^2 の更新を行う。運動母数が関係するのは式(27)の $J_m^{(k)}$ のみであり、 $\{\mathbf{t}, \omega\}$ の各成分で偏微分して 0 とおく。 $T = [T_x^\top, T_y^\top]^\top$, $\hat{Q}_{dv}^{(k)} = [\hat{Q}_{dvx}^{(k)}, \hat{Q}_{dvy}^{(k)}]$ ならびに以下の定義

$$T_x = t_x - t_z P_x, \quad (31)$$

$$T_y = t_y - t_z P_y, \quad (32)$$

$$\mathbf{f}_x = -\omega_x \mathbf{p}_{xy} + \omega_y \mathbf{p}_{x^2} - \omega_z \mathbf{p}_y, \quad (33)$$

$$\mathbf{f}_y = -\omega_x \mathbf{p}_{y^2} + \omega_y \mathbf{p}_{xy} + \omega_z \mathbf{p}_x. \quad (34)$$

を用いることにより、式(27)の偏微分は解析的に行える。但し、 $\{P_x, P_y\}$ はそれぞれ演算子 $\{x \times, y \times\}$ を多項式基底で表現した行列であり、 $\{\mathbf{p}_x, \mathbf{p}_y, \mathbf{p}_{xy}, \mathbf{p}_{x^2}, \mathbf{p}_{y^2}\}$ は既知関数 $\{x, y, xy, 1 + x^2, 1 + y^2\}$ に対応する同様の表現ベクトルである(式(1), (2)参照)。結果として次の形の連立方程式が得られる。

$$A \begin{bmatrix} \mathbf{t} \\ \omega \end{bmatrix} = \mathbf{b}. \quad (35)$$

この解を $\{\hat{\mathbf{t}}^{(k+1)}, \hat{\omega}^{(k+1)}\}$ とする。 σ_v^2 については、

$$\frac{\partial J^{(k)}}{\partial \sigma_v^2} = \frac{2N}{\sigma_v^2} - \frac{1}{\sigma_v^4} J_m^{(k)}(\mathbf{t}, \omega) = 0 \quad (36)$$

と上記の $\{\hat{\mathbf{t}}^{(k+1)}, \hat{\omega}^{(k+1)}\}$ より次式で与えられる。

$$\hat{\sigma}_v^{2(k+1)} = \frac{1}{2N} J_m^{(k)}(\hat{\mathbf{t}}^{(k+1)}, \hat{\omega}^{(k+1)}). \quad (37)$$

続いて奥行母数 $\{\mu, \tau^2\}$ の更新を考える。 $\mathbf{d}_m(\mu)$ の形は、空間的一様性から $\mathbf{d}_m(\mu) = \mu[1, 0, \dots, 0]^\top$ とするのが自然である。但し、 \mathbf{d} は低次の基底関数の成分から順に並べたものとする。対角行列 $\Lambda(\tau^2)$ としては、奥行逆数を適切に表現でき、かつ簡素な形であることが望ましく、ここでは具体的な表記は避ける。式(28)は次のように書ける。

$$J_d^{(k)}(\mu, \tau^2) = \sum_{i=1}^N [\Lambda^{-1}]_{ii} [\hat{Q}_{dd}^{(k)}]_{ii} - 2\mu \hat{d}_1^{(k)} + \mu^2. \quad (38)$$

$\hat{\mu}^{(k+1)}$ はこの式を μ で微分して 0 とおくことにより、次式で得られる。

$$\hat{\mu}^{(k+1)} = \hat{d}_1^{(k)}. \quad (39)$$

τ^2 については式(26)の第2項に注意し、 $J^{(k)}(\theta)$ を τ^2 で微分する。

$$\frac{\partial J^{(k)}}{\partial \tau^2} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial \ln[\Lambda]_{ii}}{\partial \tau^2} + \sum_{i=1}^N \frac{\partial [\Lambda^{-1}]_{ii}}{\partial \tau^2} [\hat{Q}_{dd}^{(k)}]_{ii}. \quad (40)$$

これを 0 とする非線形方程式を解いて $\tau^{2(k+1)}$ が求まる。

4. 計算機シミュレーション

4.1 シミュレーション方法

奥行モデルを用いる有効性の原理的な確認を行う主旨で、仮定する確率モデルに従って実際に奥行が生成されている場合に、3. で示した方法の精度を数値的に評価する。

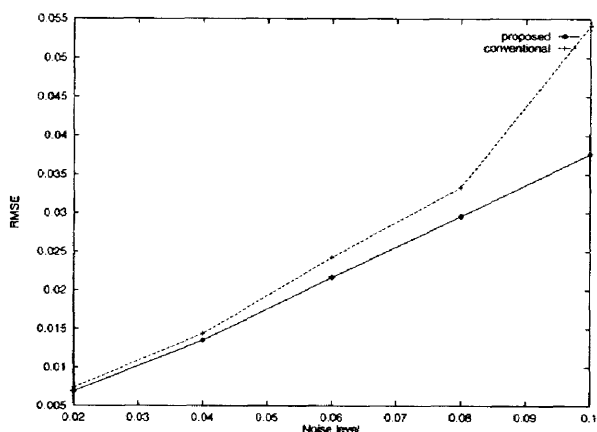
奥行母数、運動母数、観測雑音の分散を設定した上で、各点の奥行逆数値を式(7), (8)で特徴づけられる確率変数の実現値として与え、式(10)に基づいて真のフローを計算した後、白色雑音を加えて観測フローとした。観測される画像上の運動領域は焦点距離 1 に対して $-0.5 \leq x, y \leq 0.5$ とし、観測点は等間隔のグリッド上で 20×20 点とした。奥行逆数の摂動分 d_d の分散 $\Lambda(\tau^2)$ として、対角成分が

$$\Lambda_{ii}(\tau^2) = \exp[-\tau^2(\alpha_{xi} + \alpha_{yi})], \quad (41)$$

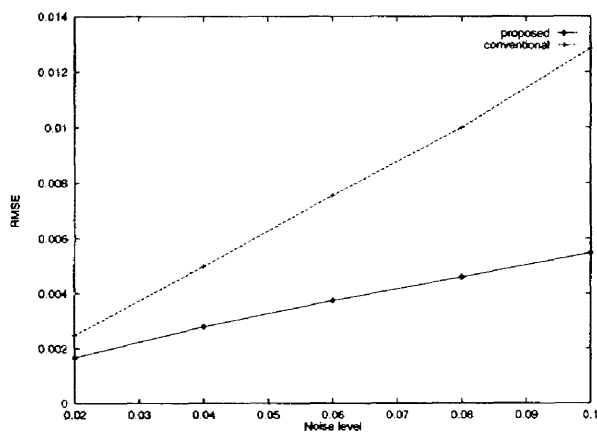
である対角行列を仮定した。ここで、 α_{xi} , α_{yi} はそれぞれ i 番目の 2 次元多項式基底の x , y に関する次数であり、高次多項式成分ほどパワーが小さくなることを意味する。

このように計算された雑音を含んだフローに対して前章で述べたアルゴリズムを適用し、母数 $\{t, \omega, \sigma_v^2, \mu, \tau^2\}$ ならびに奥行逆数 d の値を推定した。奥行の確率モデルに含まれる母数の値によって推定精度がどのように影響を受けるかを知っておくことは、より適切なモデルを今後検討する際に重要である。そこで、運動母数を $t = [0.6, 0.0, 0.8]^T$, $\omega = [0.0, -0.1, 0.0]^T$ に固定し、奥行母数のうち特に奥行の複雑さを表す τ^2 を 3 通りに設定した。各ケースにおいてフロー観測雑音の大きさを示す σ_v^2 を変えて推定精度を評価した。

- 条件 1: $\mu = 20.0$, $\tau^2 = 0.4$, $d_g = 0.1$. 奥行



(a) translational velocity



(b) inverse of depth

図 2 推定精度のシミュレーション結果: 条件 1 ($\tau^2 = 0.4$)

Fig. 2 Results of estimation accuracy: $\tau^2 = 0.4$.

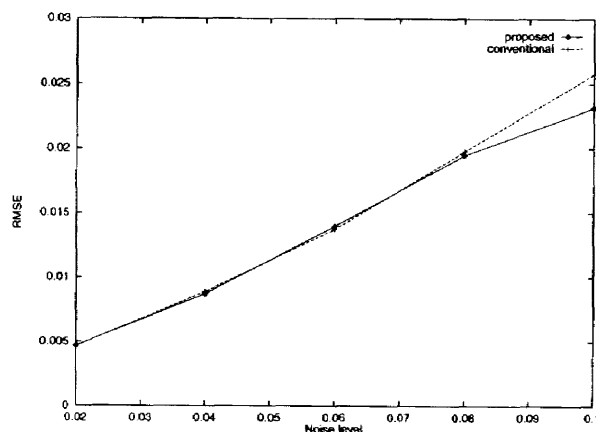
の (x, y) 座標表示における平均は (焦点距離を 1 として) 10 となる。

- 条件 2: 1 において $\tau^2 = 0.2$ に変更。奥行の逆数が 1 に比べて空間的に複雑。
- 条件 3: 1 において $\tau^2 = 0.6$ に変更。奥行の逆数が 1 に比べて空間的に滑らか。

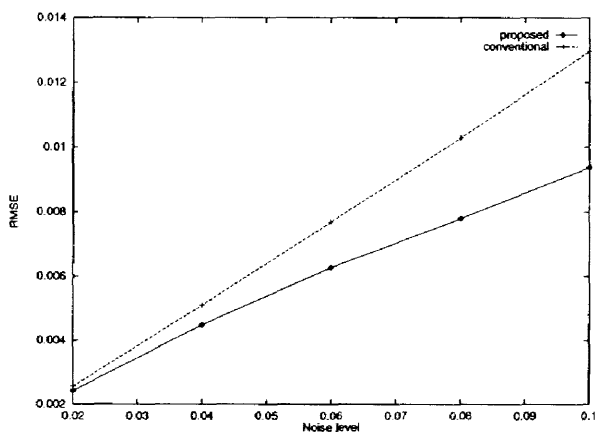
推定精度は推定量の 2 乗平均平方誤差 (RMSE) で定義した。この際、その絶対的な大きさだけでは推定量の良さの判断が難しいため、比較のため奥行を確定的未知数とみなす最ゆう推定 (従来の汎用的な方法) としても $\{t, \omega, \sigma_v^2, d\}$ を計算した。具体的には式 (6) の最大化を反復計算で行った。以降では、前者を“提案法”, 後者を“従来法”による推定と呼ぶ。

4.2 シミュレーション結果

d と観測雑音を確率モデルのもとでランダムに変えて 200 回の試行を行い、 t の方向の RMSE ($\|t\| = 1$ のもとでの値), および d の空間的にも平均した RMSE



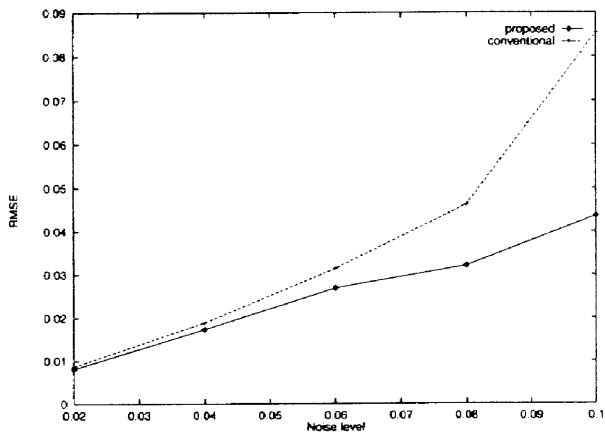
(a) translational velocity



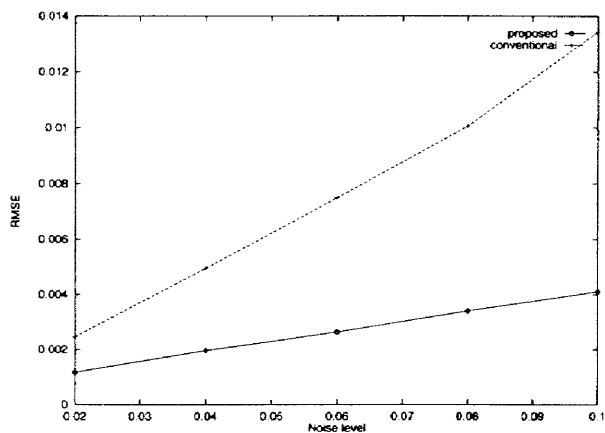
(b) inverse of depth

図 3 推定精度のシミュレーション結果: 条件 2 ($\tau^2 = 0.2$)

Fig. 3 Results of estimation accuracy: $\tau^2 = 0.2$.



(a) translational velocity

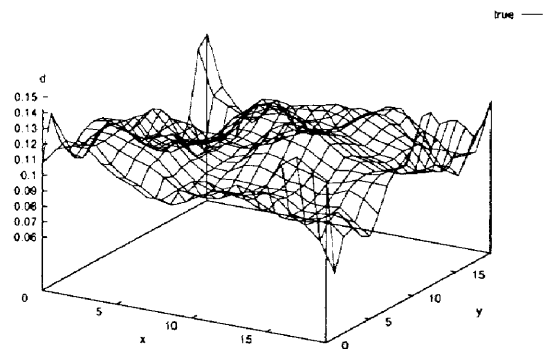


(b) inverse of depth

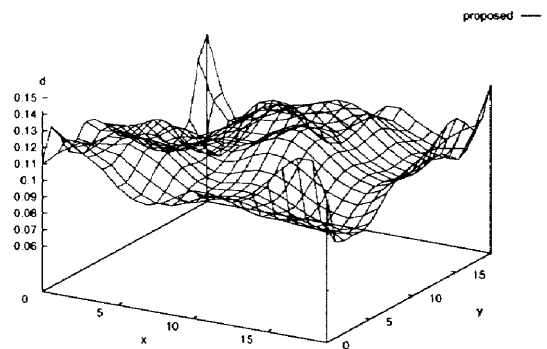
図4 推定精度のシミュレーション結果:条件3 ($\tau^2 = 0.6$)
Fig.4 Results of estimation accuracy: $\tau^2 = 0.6$.

を図2から図4に示す。横軸は雑音レベルであり、真のフローの平均の大きさに対する雑音の標準偏差 σ_v の割合を表す。実線が提案法、破線が従来法の結果である。なお、両方の反復計算において初期値は真値を用いた。反復はおおむね100回で収束した。

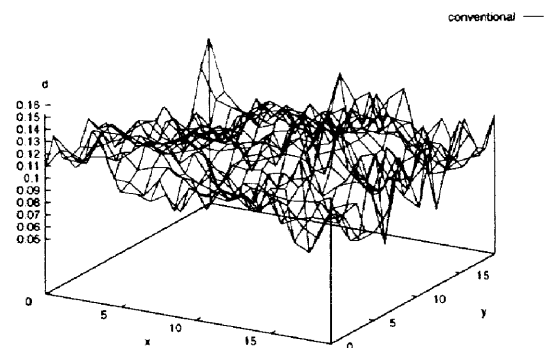
図2~4からわかるように、提案法の推定精度は従来の最優秀推定と比べて向上している。特に奥行逆数の精度の向上が著しい。また、 τ^2 が大きいほど、すなわち奥行が滑らかであるほど向上の度合いが高いことがわかる。一方、奥行逆数が滑らかでなくなると従来法と提案法との差が小さくなっている。従来法は奥行逆数を確率変数とはみなさないものであるが、ここでの奥行逆数に関する平均的な評価は、従来法は各 d_i を一様分布に従う確率変数 ($\tau^2 = 0$) とみなしたものと解釈していることになる。従って、奥行逆数が空間的に複雑である (τ^2 が小さい) 場合、従来法と提案法は d_i を一様分布に従うものと解釈するか、正規分布



(a) true value



(b) result by proposed method



(c) result by conventional method

図5 奥行逆数の推定結果の一例
Fig.5 Example of estimate for inverse of depth.

に従うものと解釈するかの違いしかもたなくなる。このような理由によって推定精度の差が少なくなるものと推測できる。

図5には、条件1に従う奥行逆数の推定結果をすべての観測点における値(奥行逆数マップ)として示す。(a)が設定した値、(b)が提案手法、(c)が従来法の結果である。雑音レベルは0.1である。

5. むすび

フローからの3次元推定問題を取り上げ、奥行の逆数を確率変数と解釈する最ゆう推定を提案し、EMアルゴリズムを用いた推定方式を構成した。計算機シミュレーションによって従来の汎用的な方法（奥行を確定的未知数とみなす最ゆう推定）との比較を行い、本方式の推定精度の有効性を示した。このことは本方式が文献[5]の方法よりも精度が高いことを意味する。しかし本方式の計算量は、奥行逆数の局所類似性を取り扱うことから、そうではない文献[5]等の方法に比べて膨大となる。例えば分散並列処理や奥行の階層化（多重解像度表現）のような工夫が必要である。また計算時の初期値の検討は今回は行わなかった。

未知数を減らすことによる推定精度の理論限界の向上は直観的には予想されるものの、厳密にはクラメル・ラオの下界を比較する必要がある。それにより、文献[6],[7]の方法に対する本提案方式の原理的かつ本質的な有効性が明らかになる。また、奥行逆数を確率変数とみなすことは多様な3次元形状を無限に多く想定するという意味で正当化できるとしても、その真の確率モデルは知り得ない。提案方式では、確率モデルに含まれる母数の値はデータから適切に決定できる点で、母数の値も含めた確率モデルをヒューリスティックに与える方法に比較して有利である。しかしモデルそのもののずれは避けられないため、計算量と実環境に対する適合性を考慮したモデル化が重要となる。

謝辞 計算機環境の面でお世話になる日本サン・マイクロシステムズ(株)の安光正則氏および職業能力開発大学の寺町康昌教授に感謝致します。

文 献

- [1] M. Subbarao and A.M. Waxman, "Closed form solution to image flow equations for planar surface in motion," *Comput. Vision, Graphics, Image Process.*, vol.36, pp.208-228, 1986.
- [2] K. Kanatani, "Structure and motion from optical flow under perspective projection," *Comput. Vision, Graphics, Image Process.*, vol.38, pp.122-146, 1987.
- [3] G. Adiv, "Determining three-dimensional motion and structure from optical flow generated by several moving objects," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol.7, no.4, pp.384-401, 1985.
- [4] X. Zhuang, T.S. Huang, N. Ahuja, and R.M. Haralick, "A simplified linear optical flow-motion algorithm," *Comput. Vision, Graphics, Image Process.*, vol.42, pp.334-344, 1988.
- [5] N. Ohta and K. Kanatani, "Optimal structure-from-

motion algorithm for optical flow," *IEICE Trans. Inf. & Syst.*, vol.E78-D, pp.1559-1566, 1995.

- [6] T. Endoh, T. Toriu, and N. Tagawa, "A superior estimator to the maximum likelihood estimator on 3-D motion estimation from noisy optical flow," *IEICE Trans. Inf. & Syst.*, vol.E77-D, pp.1240-1246, 1994.
- [7] N. Tagawa, T. Toriu, and T. Endoh, "3-D motion estimation from optical flow with low computational cost and small variance," *IEICE Trans. Inf. & Syst.*, vol.E79-D, pp.230-241, 1996.
- [8] P.J. Bickel, C.A.J. Klassen, Y. Ritov, and J.A. Wellner, "Efficient and Adaptive Estimation for Semiparametric Models," Johns Hopkins, Baltimore, 1993.
- [9] R.L. Lagendijk, J. Biemond, and D.E. Boeke, "Identification and restoration of noisy blurred images using the expectation-maximization algorithm," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol.38, no.7, pp.1180-1191, 1990.
- [10] A.P. Dempster, N.M. Laird, and D.B. Rubin, "Maximum likelihood from incomplete data," *J. Roy. Statist. Soc. B*, vol.39, pp.1-38, 1977.

(平成10年1月5日受付, 3月23日再受付)



田川 憲男 (正員)

昭61都立大・工・電気卒。平1東工大大学院修士課程了。同年(株)富士通研究所入社。現在、都立大大学院工学研究科助教授。画像・信号処理の研究に従事。博士(工学)。日本ME学会、IEEE各会員。



鳥生 隆 (正員)

昭50京大・理・物理卒。昭55同大大学院博士課程了。理博。昭57(株)富士通研究所入社。現在に至る。画像処理、コンピュータビジョンに関する研究・開発に従事。情報処理学会、人工知能学会各会員。



遠藤 利生

昭62東大・工・計数卒。同年(株)富士通研究所入社。現在に至る。画像処理およびその応用に関する研究・開発に従事。博士(工学)。情報処理学会、人工知能学会各会員。



田中 利幸 (正員)

昭63東大・工・電子卒。平5同大大学院博士課程了。博士(工学)。現在、都立大大学院工学研究科助手。神経回路網に関する理論的研究に従事。IEEE 会員。



守屋 正 (正員)

昭41都立大・理・物理卒。同年都立大工学部勤務。現在、同大工学研究科教授。超音波工学、医用工学に関する研究に従事。工博。電気学会、日本ME学会、IEEE各会員。