

研究速報

FDTD 法を用いた落雷放射電磁界信号のピーク時間に対する大地の影響の検討

大久保 寛^{†a)} (正員) 佐藤 慎也[†]

竹内 伸直[†]

Examination on the Influence of the Earth on Peak Time of Electromagnetic Field Radiated by Lightning Discharge Using FDTD Method

Kan OKUBO^{†a)}, Member, Shinya SATOH[†], and Nobunao TAKEUCHI[†], Nonmembers

[†] 秋田県立大学システム科学技術学部, 本荘市

Faculty of Systems Science and Technology, Akita Prefectural University, 84-4 Tsuchiya-Ebinokuchi, Honjo-shi, 015-0055 Japan

a) E-mail: kanne@akita-pu.ac.jp

あらまし 落雷による電磁界の時間波形を観測する場合、電磁界の伝搬経路中の大地の影響により観測波形が変歪する。本論文では、FDTD 法を用いて大地を有限の導電率を有する媒質とした場合を計算し、観測される波形のピーク時間への影響を解析している。

キーワード 落雷, FDTD, 大地, ピーク時間, 数値解析

1. まえがき

雷雲と大地の間の雷放電現象は対地雷撃（以下では、落雷とする）と呼ばれる [1]~[8]。落雷が発生する場合、雷雲と大地の間には放電路が形成され、この放電路に放電電流が流れることで、電磁界が発生する。発生した電磁界は、大気中を伝搬するため観測することが可能となる。

雷放電に関する研究において最も重要な問題の一つとして落雷の放電発生地点の決定が挙げられる。放電発生地点を決定する方法としては、落雷放射電磁界の時間領域信号を複数の観測地点において観測し、その観測波形から主放電による地表面伝搬電磁波（地表波）の最大ピークの時間（以下では、ピーク時間とする）などを用いて電磁界信号の到達時間差及び伝搬距離を求め、放電発生地点を決定する方法がしばしば用いられる [1]~[4]。

一方、電磁界の時間領域波形を観測する場合、電磁界の伝搬経路中の大地の導電率及び誘電率や地形などの影響により観測波形が変歪することが経験的に知られている。これは、落雷から放射される電磁界の到達時間差を用いて落雷位置を決定する場合、位置決定誤差の要因となる。すなわち、落雷による電磁界の解析を行う場合、大地の影響は重要な問題となる。

落雷については、これまで放電路モデルの研究 [9], [10] や数値解析手法の検討 [10]~[14] などが行われてきている。電磁界の数値解析手法としては、一般に、時間領域での手法と、周波数領域での手法に分けられる [15]~[19]。本論文は、時間領域の手法の一つである FDTD 法による電磁界解析を用いる [18]~[20]。

大地の影響による減衰や遅延は、土壌の性質に依存することが考えられる。特に、大地の導電率は、観測波形に影響を与える大きな要素の一つである。例えば、堆積層と岩盤では導電率が異なり、この場合、落雷によって発生した電磁波の伝搬特性には差異が生じる。特に、各観測地点におけるピーク時間のずれについては、放電発生地点の決定問題において重要である。そこで、本論文では、落雷放射電磁界を使用した落雷発生地点決定に関して、FDTD 法を用いて大地を有限の導電率を有する平坦な媒質とした場合について解析し、各観測地点における地表波の電界波形のピーク時間への大地の導電率の影響を検討している。

2. 落雷による電磁界の数値解析

2.1 落雷による電磁界

落雷のプロセスは、大きくはステップリーダとリターンストローク（帰還雷撃）に分けられるが [4], [5], [10], [21], [22]、このうち、落雷のエネルギーのほとんどを占めるのはリターンストロークであり、落雷による電磁界変化も大部分がリターンストロークによるものである。落雷放射電磁界の到達時間差によって落雷発生位置を決定する場合も、リターンストロークによって発生する電磁界の地表波を用いるのが一般的である。したがって、本論文では、落雷放電による電磁界変化をリターンストロークによるものに限って解析する。図 1 に解析モデルを示す。リターンストロークには伝送線路モデル [1], [10] を適用し、大地に垂直な有限長の放電路が図 1 の z 軸にあると想定する。すなわち、雷撃による電流は、放電路上を大地から上向き (z 軸の正方向) に光速の数分の 1 の速度で

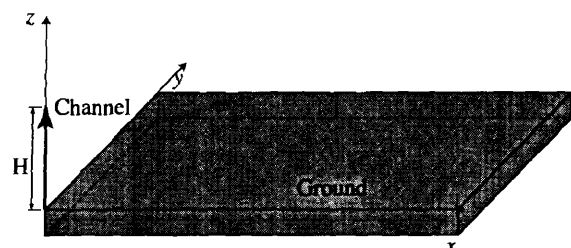


図 1 解析モデル

Fig. 1 Analysis model.

上昇し、放電路上端部に到達した時点で消滅するとした。放電路上端 ($z = 0$) における電流波形を $J(t)$ とすると、 z 軸上の電流 $j(z', t)$ は以下の式で表される。

$$j(z', t) = J(t - z'/v) \tag{1}$$

ただし、 z' は電流が存在する放電路の高さ、 v は電流の上昇速度を示している。

2.2 FDTD 法による電磁界解析

2.1 で述べた伝送線路モデルを適用し、リターンストロークによって発生する電磁界の FDTD 法による数値解析を行う。以下に、解析モデルについて述べる。図 1 において、 H を放電路上端の高さで 6 km、放電路の電流上昇速度 v を $c/2$ とする。ただし、 c は光速としている。また、 $j(t)$ の電流波形には式 (2) を用いた [13], [23]。

$$j(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ 0.3A \left(\frac{t}{t_c}\right)^\gamma & (0 \leq t \leq t_c) \\ Ak \left(e^{-\alpha(t-T)} - e^{-\beta(t-T)}\right) & (t_c < t) \end{cases} \tag{2}$$

式 (2) において、 $t_c = 2.686$ ms, $\gamma = 4.286$, $A = 35$ kA, $\alpha = 0.05 \mu\text{s}^{-1}$, $\beta = 0.5 \mu\text{s}^{-1}$, $T = 2.149 \mu\text{s}$,

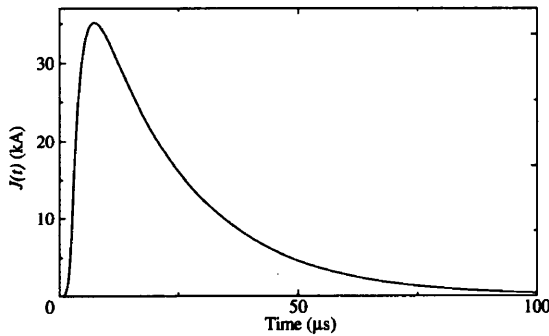


図 2 リターンストローク電流波形
Fig.2 Current waveform of return stroke.

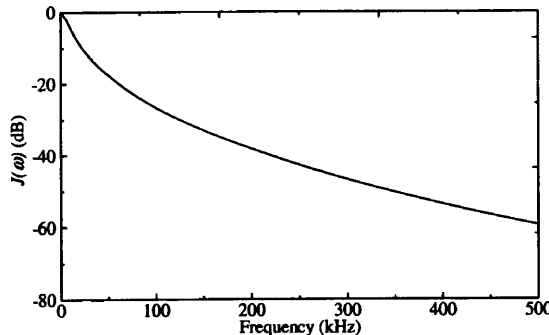


図 3 図 2 の周波数スペクトル
Fig.3 Frequency spectrum of signal in Fig. 2.

規格化係数 $k = 1.44$ とする。また、時間ステップは Courant の条件を考慮し 37.5 ns とした。図 2 及び図 3 にそれぞれ雷撃電流の波形及びその周波数スペクトルを示す。解析領域の境界面には、吸収境界として 8 層の PML を用いている。大地の導電率及び比誘電率をそれぞれ σ 及び ϵ_r とする。また、観測地点は図 1 の x 軸上の点とし、落雷発生地点と観測地点間の距離は r とする。

図 4 に放電路からそれぞれ 60 km, 80 km, 100 km 離れた地表面での z 方向の電界 E_z の時間波形を示す。ただし、解析領域は $145 \text{ km} \times 20 \text{ km} \times 20 \text{ km}$ とし、1 辺が 20 m の立方体セルを用いている。また、 $\sigma = 0.01 \text{ S/m}$ 及び $\epsilon_r = 10$ としている [24], [25]。同図において横軸の 0 s が放電が発生した時間である。

図 5 に $\sigma = 0.01 \text{ S/m}$, $\sigma = 0.001 \text{ S/m}$, $\sigma = 0.0001 \text{ S/m}$ 及び $\sigma = \infty$ とした場合の電界の時間波形を示す。ただし、 $\epsilon_r = 10$ とし、放電路から 80 km の地表面における電界とする。同図より、大地の導電

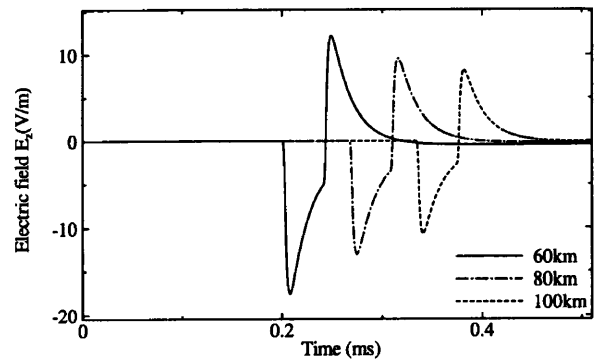


図 4 リターンストロークによる電界波形 ($r = 60 \text{ km}$, 80 km , 100 km)
Fig.4 Electric field radiated by cloud-to-ground lightning discharge. ($r = 60 \text{ km}$, 80 km , 100 km)

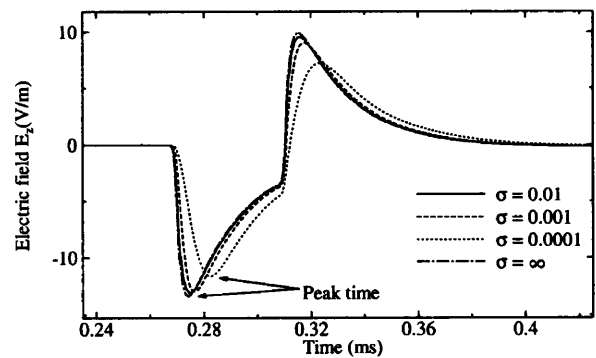


図 5 リターンストロークによる電界波形 ($r = 80 \text{ km}$)
Fig.5 Electric field radiated by cloud-to-ground lightning discharge. ($r = 80 \text{ km}$)

率の差異によって、波形が変歪している様子が分かる。大地の導電率が有限の場合、電磁波の伝搬速度は、大地の影響を受け、光速よりも遅くなる。同図より、導電率をパラメータとした波形の遅れを見れば、大地の導電率が低いほど、伝搬速度が遅いことが分かる。

落雷放射電磁界の時間領域信号を複数の観測地点において観測し、放電発生地点を決定する場合、電磁界信号の到達時間差として、その観測波形のピーク時間の差を用いる場合が一般的である。図5より、大地の導電率が有限の場合、伝搬速度の変化によって、観測地点におけるピーク時間(図中に矢印で示す)も同様に遅れている。これは、放電発生地点までの距離を計算する場合に、誤差の要因となり得る。

そこで、大地の導電率の影響でどの程度ピーク時間が遅れるかを定量的に検討する。図6に $\sigma = 0.001 \text{ S/m}$ の場合の各観測地点のピーク時間を示す。ただし、各観測地点のピーク時間は、140 kmの観測地点におけるピーク時間を基準とする相対値で示している。また、図中には電界が変歪することなく、ピーク時間が光速で伝搬した場合の到達時刻のグラフも破線で重ねて描かれている。図の破線に示されているように、電界が光速で伝搬すると仮定すると、到達時刻のグラフは直線となる。

更に、図6と同様に(a) $\sigma = 0.01 \text{ S/m}$, (b) $\sigma = 0.001 \text{ S/m}$, (c) $\sigma = 0.0001 \text{ S/m}$ 及び (d) $\sigma = \infty$ の場合の各観測地点のピーク時間を計算し、光速で伝搬した場合の時刻と(a)から(d)の場合のピーク時間との差を求めて図7に示す。

まず、放電発生地点から25 kmより離れている場合について見ると、図6及び図7より、(a), (b) 及び (c) では、光速伝搬の場合からずれており、大地の導電率が有限の場合、電磁界のピーク時間は光速で伝搬しないことが分かる。しかし、いずれの場合にも光速よりもわずかに遅いほぼ一定の伝搬速度で伝搬しているといえる。この速度を v' としてピーク時間との誤差が最小となるような直線を求めると、(a)では $v' = 0.9983c$, (b)では $v' = 0.9962c$, (c)では $v' = 0.9869c$ となった。

次に、放電発生地点と観測地点の距離が短い場合を見ると、すべての場合で光速伝搬の場合と大きなずれが生じている。これは放電発生地点から近い場合には、電磁界成分のうち、準静電界及び誘導界の成分が強くなるためである[23]。ただし、(d)の場合については、著者の提案した時間決定法によって、光速伝搬する時

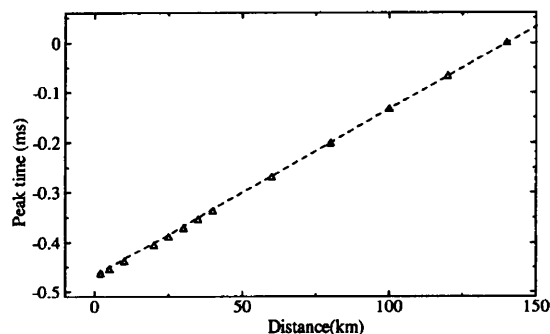


図6 観測地点における電界波形のピーク時間 ($\sigma = 0.001 \text{ S/m}$)

Fig. 6 Peak time of electric field in each observation point. ($\sigma = 0.001 \text{ S/m}$)

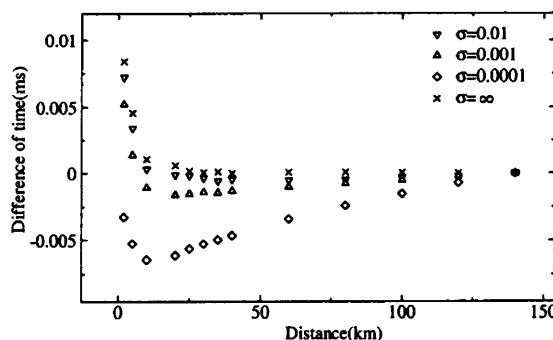


図7 光速伝搬した場合とピークの時間差

Fig. 7 Difference between peak time and time of arrival in propagating velocity c .

間を求められることが分かっている[23],[26]。

2.3 考察

電磁界が光速で伝搬すると、ピーク時間が $1 \mu\text{s}$ だけずれることで約300 mのずれが生じることになる。図6及び図7より、大地の導電率が有限の場合、各観測地点のピーク時間は光速で伝搬しないことが分かったが、この結果は、各観測地点における電磁界信号のピーク時間の差から放電発生地点までの距離を求める場合に、電磁波の伝搬速度を光速として計算すると、誤差が生じる可能性があることを示している。ここで、観測地点が放電発生地点から25 km以上離れている場合について、観測地点間の時間の誤差 Δt 、距離の誤差 ΔD を以下の式で定義する。ただし、 X は観測地点間の距離とする。

$$\Delta t = \left(\frac{X}{v'} - \frac{X}{c} \right) \quad (3)$$

$$\Delta D = \Delta t \times c \quad (4)$$

今、 $X = 10 \text{ km}$ とすると、式(3)及び(4)より、(a)では $\Delta t = 0.0579 \mu\text{s}$ 及び $\Delta D = 17.3 \text{ m}$, (b)では $\Delta t = 0.128 \mu\text{s}$ 及び $\Delta D = 38.3 \text{ m}$, (c)では $\Delta t =$

0.443 μs 及び $\Delta D = 133 \text{ m}$ の誤差が生じることになる。したがって、観測地点間の距離が長いほど誤差は大きくなり、例えば、(b) では観測地点間の距離が 100 km 以上ある場合は、300 m 以上の誤差が生じる可能性がある。

この誤差を低減する方法としては、2.2 で述べたように、観測地点と放電発生地点間の距離が 25 km 以上の場合、距離を求める場合に用いる電磁波の伝搬速度を大地の導電率及び誘電率に従って補正する方法が考えられる。

3. むすび

FDTD 法による電磁界解析を用いて、落雷放射電磁界の数値解析を行った。大地の導電率及び誘電率を考慮することで、より現実に近いモデルでの計算を行った。その結果、本解析条件下においては以下のことが確認された。

(1) 有限な導電率を有する大地の影響で地表波の伝搬速度は光速よりも遅くなるが、この影響は、大地の導電率が低いほど顕著である。

(2) 有限な導電率を有する大地の場合でも各観測地点における電界のピークは、放電路から 25 km 以上離れるとほぼ一定の速度で伝搬する。

(3) 大地の導電率が有限の場合、光速で伝搬する場合に比べ、ピーク時間の 10 km 当りのずれは、 $\sigma = 0.01 \text{ S/m}$ の場合 0.0579 μs 、 $\sigma = 0.001 \text{ S/m}$ の場合 0.128 μs 、 $\sigma = 0.0001 \text{ S/m}$ の場合 0.443 μs となる。これは、観測地点間の距離を 100 km としたとき、それぞれ 132 m、383 m 及び 1330 m 程度の位置決定誤差が生じる可能性を示唆している。

以上、本論文では大地の導電率による電磁界信号のピーク時間への影響について数値解析を用いて検討を行った。落雷電界は数十 km 離れても非常に大きく、この伝搬特性を解析することは重要な課題である。位置決定誤差の低減法については今後検討を行う予定である。

文 献

- [1] V.A. Rakov and M.A. Uman, *Lightning physics and effects*, Cambridge University Press, 2003.
- [2] 赤尾保男, 環境電磁工学の基礎, 電子情報通信学会, 1991.
- [3] 日本大気電気学会, 大気電気学概論, コロナ社, 2003.
- [4] 竹内利雄, 雷放電現象, 名古屋大学出版会, 1987.
- [5] M. Uman, *Lightning discharge*, Academic Press, London, UK, 1987.
- [6] 北川信一郎, 河崎善一郎, 三浦和彦, 道本光一郎, 大気電気学, 東海大学出版会, 1996.
- [7] 佐尾和夫, 空電, 成山堂, 1981.
- [8] 早川正士, 宇宙からの交響楽—超高層プラズマ波動, コロナ社, 1993.
- [9] Y.T. Lin, M.A. Uman, and R.B. Standler, "Lightning return stroke models," *J. Geophys. Res.*, vol.85, no.D4, pp.1571-1583, 1980.
- [10] M. Uman, "The electromagnetic radiation from a finite antenna," *Am. J. Phys.*, vol.43, pp.33-38, 1975.
- [11] M. Ishii, et al., "Numerical electromagnetic field analysis of tower surge response," *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol.12, no.1, pp.483-488, Jan. 1997.
- [12] 宮村和俊, 長野 勇, 八木谷聡, "雷放電から放射される VLF 電磁界波形の full wave 計算," 信学論 (B-II), vol.J80-B-II, no.5, pp.387-396, May 1997.
- [13] 本間規泰, 王 培元, "帰還雷撃から放射される電磁波の伝搬シミュレーションの検討," 電学会放電研資, ED-01-220, 2001.
- [14] T. Otsuyama and M. Hayakawa, "FDTD simulation and experimental result on VLF scattering by ionospheric perturbations in Earth-ionosphere waveguide," *IEEJ Trans. FM*, vol.122, no.1, pp.59-64, 2002.
- [15] 電気学会編, 計算電磁気学, 培風館, 2003.
- [16] R.F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, Macmillan, 1968.
- [17] 澤谷邦男, "モーメント法によるアンテナ設計," 信学論 (B), vol.J86-B, no.9, pp.1668-1677, Sept. 2003.
- [18] 宇野 亨, FDTD 法による電磁界およびアンテナ解析, コロナ社, 1998.
- [19] K.S. Kunz and R.J. Luebbers, *The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics*, CRC Press, 1993.
- [20] 大久保寛, 佐藤慎也, 竹内伸直, "大地の影響を考慮した落雷放射電磁界の FDTD 法による数値解析," 信学技報, A-P2004-37, July 2004.
- [21] E.P. Krider, C.D. Weidman, and R.C. Noggle, "The electric fields produced by lightning stepped leaders," *J. Geophys. Res.*, vol.82, pp.951-960, 1977.
- [22] W.H. Beasley, M.A. Uman, D.M. Jordan, and C. Ganesh, "Simultaneous pulses light and electric field from stepped leaders near ground level," *J. Geophys. Res.*, vol.88, pp.8617-8619, 1983.
- [23] 大久保寛, 竹内伸直, "自然観測法理論による過渡電磁界信号の特性時間決定法," 信学論 (B), vol.J86-B, no.9, pp.1731-1738, Sept. 2003.
- [24] 島 裕雅, 梶間和彦, 神谷英樹, 比抵抗映像法, 古今書院, 1995.
- [25] 戸井田克, 宮嶋保幸, 稲葉武史, "火成岩資料の比誘電率, 導電率について," 物理探査学会第 97 回学術講演会論文集, pp.211-215, 1997.
- [26] 大久保寛, 竹内伸直, "自然観測フィルタによる時系列データの変曲点の検出," 信学論 (A), vol.J86-A, no.11, pp.1170-1178, Nov. 2003.

(平成 16 年 8 月 2 日受付, 11 月 11 日再受付)