

## Explicit MPC を用いたディーゼルエンジン吸気系の制御

児 島 晃\*・澤 戸 一 晃\*・丸 山 次 人\*\*  
梅 田 裕 平\*\*\*・穴 井 宏 和\*\*\*・下 谷 圭 司\*\*\*\*

### A Controller Design for a Diesel Engine Air-path System Based on Explicit MPC

Akira KOJIMA\*, Kazuaki SAWADO\*, Tsugito MARUYAMA\*\*,  
Yuhei UMEDA\*\*\*, Hirokazu ANAI\*\*\* and Keiji SHIMOTANI\*\*\*\*

A design procedure for the transient control of a Diesel engine air-pass system is proposed and the feature of the control system is investigated based on the simulation and the experimental results. The design method enables to obtain a nonlinear feedback law via Explicit MPC (model predictive control) and, further, derive a series of interpolated control laws which is applicable to the mode transient control. For the controlled system we focused here, sufficient conditions on the stability and the positively invariance of state region are clarified and applied to evaluate the feature of the resulting control law.

**Key Words:** diesel engine, model predictive control (MPC), explicit MPC

#### 1. はじめに

近年、地球温暖化を起因とするさまざまな問題に対応するため、温室効果ガス削減の試みが世界規模で進められている。このような背景で、ディーゼルエンジンは、その熱効率の良さや CO<sub>2</sub> 排出量の少なさなどのメリットから注目を集めている<sup>1)~3)</sup>。かつてディーゼルエンジンは、粒子状物質 PM や窒素酸化物 NO<sub>x</sub> など大気汚染を引き起こす物質を排出することが問題とされていた<sup>4)</sup>。しかしながら、これら問題物質の低減は、近年の技術革新により一定水準まで達成され、世界最高レベルの排出ガス規制であるポスト新長期規制に対応したディーゼル車が、日本市場に投入されつつある。

本研究では、ディーゼルエンジン吸気系に着目し、Explicit MPC (Model Predictive Control) とよぶモデル予測制御則のオフライン設計法<sup>5),6)</sup>から、良好な応答を達成する制御系を構成することを考える。ディーゼルエンジン吸気系の構成は、Fig. 1 のように示され、可変ノズルターボ (VNT, Variable Nozzle Turbo) と排気再循環装置 (EGR, Exhaust Gas

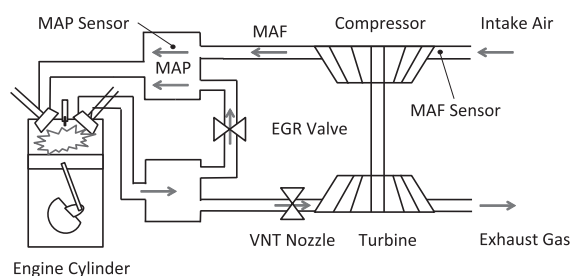


Fig. 1 Air path and exhaust system

Recirculation) のバルブ開度を調整することにより、新気量 (MAF, Mass Air Flow) と吸気圧 (MAP, Manifold Air Pressure) を調整するシステムである。そして、過渡応答を抑制した良好な制御を達成することにより、粒子状物質 (PM) と窒素酸化物 (NO<sub>x</sub>) の排出の低減化が図られている<sup>7)</sup>。しかしながら、制御対象が干渉系であり、入力制約を有することから、PID 制御器を用いた従来手法では、十分な追従性能を発揮させることは難しく、文献 8), 9) においては、モデル予測制御法により、良好な応答を達成できることが報告されている。

一般にモデル予測制御法は、対象の制約を考慮した合理的な制御方策を生成する手法として知られているが、予測モデルを用い、サンプル周期以内に最適化計算を行なうことが負荷となり、特に動特性の速い対象において実装は容易でない。また、ディーゼルエンジン吸気系は、運転状態 (エンジン回転数、燃料噴射量) により動特性が大きく変化するため、基準となる運転状態において制御則を構成するだけでなく、運転状態の移行時に対応した補間的な制御則を整備することも

\* 首都大学東京システムデザイン研究科 日野市旭が丘 6-6

\*\* 東北工業大学工学部 仙台市太白区八木山香澄町 35-1

\*\*\* (株) 富士通研究所 川崎市中原区上小田中 4-1-1

\*\*\*\* (株) トランストロン 藤沢市遠藤 2023-18

\* Graduate School of System Design, Tokyo Metropolitan University, 6-6 Asahigaoka, Hino

\*\* Faculty of Engineering, Tohoku Institute of Technology, 35-1 Yagiyama Kasumimachi, Taihaku-ku, Sendai

\*\*\* Fujitsu Laboratories Ltd., 4-1-1 Kamikodanaka, Nakahara-ku, Kawasaki

\*\*\*\* Transtron Inc., 2023-18 Endou, Fujisawa  
(Received February 21, 2014)

必要になる．本研究では，文献 8), 9) などで検討されたモデル予測制御法の有用性に着目し，制約を考慮した最適レギュレータを Explicit MPC により構成することを考える<sup>5), 6)</sup>．そして，制御則の補間法を導き，運転モードを変化させる過渡状態において，制御性能を評価する．

以下では，はじめにディーゼルエンジン吸気系の概要と数式モデルをまとめ (2 章)，本稿で考察する制御系の構成法を示す (3 章)．つぎに，いくつかの運転状態における制御則を設計し，運転状態の移行時の応答をシミュレーション，実験結果に基づいて考察する (4 章)．

## 2. ディーゼルエンジン吸気系

Fig. 1 に示されるディーゼルエンジン吸気系の数式モデルを定める．ディーゼルエンジン吸気系は，排気再循環装置 (EGR) と可変ノズルターボ (VNT) のバルブ開度を調整することにより，新気量 (MAF) と吸気圧 (MAP) を調整するシステムであり，動特性はつぎのように表わされる．

$$\begin{aligned} x(k+1) &= f(x(k), u(k)) \quad (1) \\ x(k) &:= \begin{bmatrix} x_{\text{maf}}(k) \\ x_{\text{map}}(k) \end{bmatrix}, \quad u(k) := \begin{bmatrix} u_{\text{egr}}(k) \\ u_{\text{vnt}}(k) \end{bmatrix} \\ &\begin{cases} 0 \leq u_{\text{egr}}(k) \leq 100 \\ 0 \leq u_{\text{vnt}}(k) \leq 100 \end{cases} \end{aligned}$$

ここで， $u_{\text{egr}}$ ,  $u_{\text{vnt}}$  は，EGR, VNT のバルブの開度を百分率 (%) で表わしたものであり，(1) 式のように入力制約を有する．また， $x_{\text{maf}}$ ,  $x_{\text{map}}$  は，新気量 (MAF)，吸気圧 (MAP) であり，MAF はエンジンの 1 サイクルの間に吸い込む新気量を [g/cyl] により，MAP は圧力を [kPa] により表わす．そして，動特性と基準となる運転状態は，エンジン回転数，燃料噴射量に応じて変化し，(1) 式に対する線形化モデルは，各運転状態において以下のように定められる<sup>10)</sup>．

$$\tilde{x}(k+1) = A\tilde{x}(k) + B\tilde{u}(k) \quad (2a)$$

$$\tilde{x}(k) \in \tilde{\mathcal{X}}, \quad \tilde{\mathcal{X}} := \{\tilde{x} \mid \tilde{x}_{\min} \leq \tilde{x} \leq \tilde{x}_{\max}\} \quad (2b)$$

$$\begin{aligned} \tilde{u}(k) \in \tilde{\mathcal{U}}, \quad \tilde{\mathcal{U}} &:= \{\tilde{u} \mid -u^{\text{ref}} \leq \tilde{u}(k) \leq 100 \cdot \mathbf{1} - u^{\text{ref}}\}, \\ \mathbf{1} &:= [1 \ 1]^T \quad (2c) \end{aligned}$$

$$x(k) := x^{\text{ref}} + \tilde{x}(k), \quad u(k) := u^{\text{ref}} + \tilde{u}(k)$$

$$x^{\text{ref}} := \begin{bmatrix} x_{\text{maf}}^{\text{ref}} \\ x_{\text{map}}^{\text{ref}} \end{bmatrix}, \quad u^{\text{ref}} := \begin{bmatrix} u_{\text{egr}}^{\text{ref}} \\ u_{\text{vnt}}^{\text{ref}} \end{bmatrix}$$

ここで， $\tilde{x}$ ,  $\tilde{u}$  は基準の状態  $x^{\text{ref}}$ ，入力  $u^{\text{ref}}$  に対する偏差であり， $x^{\text{ref}}$ ,  $u^{\text{ref}}$  は，条件

$$x^{\text{ref}} = f(x^{\text{ref}}, u^{\text{ref}}) \quad (3)$$

を満たすように与えられる．(2b) 式は制御則を設計する状態領域を定めており，(2c) 式は入力制約 (1) を偏差  $\tilde{u}(k)$  により表わしたものである．そして，各運転状態の線形モデル (2) が得られれば，Explicit MPC をはじめとする代表的な設計

法を適用することができる．

以下の考察では，サンプル周期を 0.032 s と定め，つぎの運転状態 (回転数，燃料噴射量) において，制御系の構成法を検討する．ここで Plant A (モード 0, 1) は，運転状態の近傍において，EGR, VNT とともに線形制御則が構成させるモデルであり，Plant B (モード 0, 1) は，VNT がほぼ全閉となるモデルである．また，各モードの燃料噴射量は，エンジンの 1 サイクル間の噴射量 [mm<sup>3</sup>/st] を示している．

**Plant A (モード 0)** 2000 rpm, 20 mm<sup>3</sup>/st

$$A = \begin{bmatrix} 0.937530 & -0.000033 \\ -0.566547 & 0.968842 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} -0.000374 & 0.000291 \\ -0.014708 & -0.007587 \end{bmatrix},$$

$$x^{\text{ref}} := \begin{bmatrix} 0.575324 \\ 124.926775 \end{bmatrix}, \quad u^{\text{ref}} := \begin{bmatrix} 59.942638 \\ 14.604700 \end{bmatrix}$$

**Plant A (モード 1)** 2000 rpm, 50 mm<sup>3</sup>/st

$$A = \begin{bmatrix} 0.940662 & -0.000302 \\ -1.009332 & 0.956498 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} -0.000494 & 0.000389 \\ -0.026089 & -0.007092 \end{bmatrix},$$

$$x^{\text{ref}} := \begin{bmatrix} 0.881738 \\ 164.047550 \end{bmatrix}, \quad u^{\text{ref}} := \begin{bmatrix} 57.229062 \\ 22.291262 \end{bmatrix}$$

**Plant B (モード 0)** 1200 rpm, 10 mm<sup>3</sup>/st

$$A = \begin{bmatrix} 0.924247 & -0.000228 \\ -0.241443 & 0.976060 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} -0.000433 & 0.000261 \\ -0.004968 & -0.002450 \end{bmatrix},$$

$$x^{\text{ref}} := \begin{bmatrix} 0.493212 \\ 106.104775 \end{bmatrix}, \quad u^{\text{ref}} := \begin{bmatrix} 47.737462 \\ 3.652962 \end{bmatrix}$$

**Plant B (モード 1)** 1200 rpm, 40 mm<sup>3</sup>/st

$$A = \begin{bmatrix} 0.903842 & 0.000295 \\ -0.656672 & 0.975516 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} -0.000592 & 0.000395 \\ -0.013994 & -0.009320 \end{bmatrix},$$

$$x^{\text{ref}} := \begin{bmatrix} 0.683009 \\ 126.774825 \end{bmatrix}, \quad u^{\text{ref}} := \begin{bmatrix} 25.666025 \\ 3.597688 \end{bmatrix}$$

## 3. 制御系の構成

2 章に定めたディーゼルエンジン吸気系に対して，1) 基準となる運転状態における制御法，および 2) 運転状態 (モード) 移行時に導入する補間制御則の構成法を導く．そして，モード移行時の制御性能を評価する基本的な結果を明らかにする．

### 3.1 基準の運転状態における制御則

基準の運転状態を (3) 式のように定めると，各運転状態の線形モデルは (2) 式のように表わされる．そこで，制約 (2b)，

(2c) の下で、つぎの評価関数を最小にする状態フィードバック則を構成する<sup>5), 11)</sup>.

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ \tilde{x}^T(k) Q \tilde{x}(k) + \tilde{u}^T(k) R \tilde{u}(k) \right\},$$

$$Q > 0, R > 0 \quad (4)$$

また、以下の条件

- 1)  $\tilde{x} = 0, \tilde{u} = 0$  は、それぞれ  $\tilde{\mathcal{X}}, \tilde{\mathcal{U}}$  の内点である、
  - 2) 任意の初期状態  $\tilde{x}(0) \in \tilde{\mathcal{X}}$  に対して、制約 (2b), (2c) を満たし  $J < \infty$  となる入力列が存在する、
- が成り立つとき、評価関数 (4) に対する最適制御則は、文献 5) の手法からつぎのように求められる。

$$\tilde{u}(k) = F(\tilde{x}(k)) \quad (5)$$

ここで、 $F(\cdot)$  は、区分的にアファインな連続関数であり、偏差系の原点近傍では線形最適レギュレータが構成される。

制御則の設計においては、1) MAF, MAP の過渡応答にオーバーシュートが発生しないこと、2) 過渡応答時の整定時間が現行の PID 制御と同様の 3 s 程度になるように調整すること、を方針とした。

### 3.2 モード移行時の制御

ディーゼルエンジン吸気系には、エンジンの回転数、燃料噴射量によって定まる複数の運転状態（モード）が存在し、各運転状態は、固有の状態空間モデルを有している。本節では、各運転状態で求められる制御則 (5) に対して、運転状態移行時に適用する補間制御則の構成法を示す。

以下では、移行前の運転状態をモード 0、移行後の運転状態をモード 1 とよび、それぞれのモードに対応する線形モデルと制御則をつぎのように定める。

$$\text{モード 0: } \tilde{x}_0(k+1) = A_0 \tilde{x}_0(k) + B_0 \tilde{u}_0(k) \quad (6a)$$

$$x(k) = x_0^{\text{ref}} + \tilde{x}_0(k) \quad (6b)$$

$$u(k) = u_0^{\text{ref}} + \tilde{u}_0(k) \quad (6c)$$

$$\tilde{u}_0(k) = F_0(\tilde{x}_0(k)) \quad (6d)$$

$$\text{モード 1: } \tilde{x}_1(k+1) = A_1 \tilde{x}_1(k) + B_1 \tilde{u}_1(k) \quad (7a)$$

$$x(k) = x_1^{\text{ref}} + \tilde{x}_1(k) \quad (7b)$$

$$u(k) = u_1^{\text{ref}} + \tilde{u}_1(k) \quad (7c)$$

$$\tilde{u}_1(k) = F_1(\tilde{x}_1(k)) \quad (7d)$$

ここで、(6d), (7d) 式は 3.1 節の手法により設計した制御則であり、以下の条件を満たしている。

$$\tilde{x}_0(k), \tilde{x}_1(k) \in \tilde{\mathcal{X}}, \tilde{u}_0(k) \in \tilde{\mathcal{U}}, \tilde{u}_1(k) \in \tilde{\mathcal{U}} \quad (k = 0, 1, \dots)$$

$$\tilde{\mathcal{U}}_j := \{ \tilde{u} | -u_j^{\text{ref}} \leq \tilde{u} \leq 100 \cdot 1 - u_j^{\text{ref}} \} \quad (j = 0, 1) \quad (8)$$

つぎにモード 0, 1 の制御則 (6d), (7d) から、モード移行中に適用する補間制御則を構成する。モード移行中の運転状態を表現するために、つぎのような基準状態と対応する入力を定める。

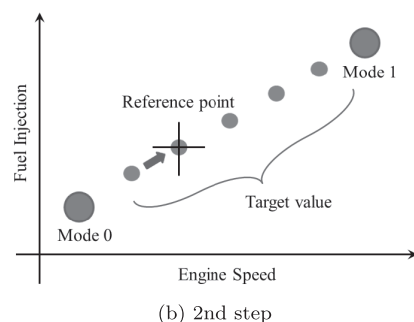
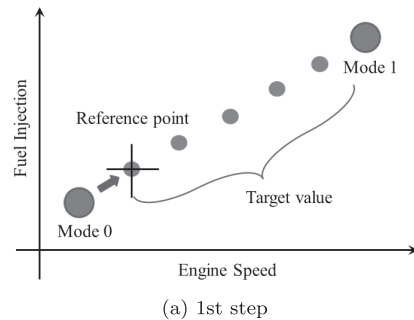


Fig. 2 Mode transition system

$$x(k) = x_{\alpha}^{\text{ref}} + \tilde{x}_{\alpha}(k) \quad (9)$$

$$u(k) = u_{\alpha}^{\text{ref}} + \tilde{u}_{\alpha}(k) \quad (10)$$

$$x_{\alpha}^{\text{ref}} := (1 - \alpha) \cdot x_0^{\text{ref}} + \alpha \cdot x_1^{\text{ref}} \quad (11)$$

$$u_{\alpha}^{\text{ref}} := (1 - \alpha) \cdot u_0^{\text{ref}} + \alpha \cdot u_1^{\text{ref}} \quad (12)$$

$$0 \leq \alpha \leq 1$$

たとえば、10 step で運転状態が、モード 0 から 1 に移行する場合には、各サンプル時刻において、 $\alpha$  を 0, 0.1, 0.2, ..., 0.9, 1 と変化させ、偏差  $\tilde{x}_{\alpha}(k), \tilde{u}_{\alpha}(k)$  による制御対象と、補間制御則の記述を定めればよい (Fig. 2)。

モード移行中、パラメータ  $\alpha$  に対応する偏差系は、(6a), (7a) 式により

$$\tilde{x}_{\alpha}(k+1) = A_{\alpha} \tilde{x}_{\alpha}(k) + B_{\alpha} \tilde{u}_{\alpha}(k) \quad (13a)$$

$$A_{\alpha} := (1 - \alpha) \cdot A_0 + \alpha \cdot A_1 \quad (13b)$$

$$B_{\alpha} := (1 - \alpha) \cdot B_0 + \alpha \cdot B_1 \quad (13c)$$

$$0 \leq \alpha \leq 1$$

と表わされる。また、補間制御則を、

$$\tilde{u}_{\alpha}(k) = F_{\alpha}(\tilde{x}_{\alpha}(k)) \quad (14a)$$

$$F_{\alpha}(\tilde{x}) := (1 - \alpha) \cdot F_0(\tilde{x}) + \alpha \cdot F_1(\tilde{x}) \quad (14b)$$

と定めると、(6), (7), (14) 式から、制約

$$0 \leq u(k) \leq 100 \cdot 1 \quad (15)$$

が任意の  $\alpha \in [0, 1]$  に対して満たされ、 $\alpha = 1$  のときにモード 1 の制御則に一致することが確認される。

### 3.3 補間制御則の検証

3.2 節において、運転状態の移行を考慮した補間制御則が

(14) 式のように求められた．制御則 (14) は，入力制約 (8) を満たし，有限時間でモード 1 に移行することを前提に導かれたものであるが，モードの移行中にはつぎの性質が保たれることが望ましい．

1) 状態領域  $\tilde{\mathcal{X}}$  が不変であること．

2) 線形制御域はモード移行時も漸近安定であること．

条件 1) は，制御則 (6d), (7d) と同様，補間制御則 (14) を適用しても，制御系の応答が  $\tilde{\mathcal{X}}$  に留まることを保証する．また条件 2) が成り立つとき，基準状態  $x_{\alpha}^{\text{ref}}$  の近傍に状態を維持しながら，良好にモードが遷移することが期待される．本節では，補間制御則 (14) に対して，これらの条件を検証する基本的な結果を導く．

(13), (14) 式で定められた偏差系は，

$$\alpha_0 = 1 - \alpha, \quad \alpha_1 = \alpha \quad (\alpha_0, \alpha_1 \geq 0, \alpha_0 + \alpha_1 = 1) \quad (16)$$

とおくと，つぎのように表わされる．

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{\alpha}(k+1) &= A_{\alpha}\tilde{x}_{\alpha}(k) + B_{\alpha}F_{\alpha}(\tilde{x}_{\alpha}(k)) \\ &= \alpha_0^2 \cdot \{A_0\tilde{x}_{\alpha}(k) + B_0F_0(\tilde{x}_{\alpha}(k))\} \\ &\quad + \alpha_1^2 \cdot \{A_1\tilde{x}_{\alpha}(k) + B_1F_1(\tilde{x}_{\alpha}(k))\} \\ &\quad + 2\alpha_0\alpha_1 \cdot \frac{1}{2} \{(A_0\tilde{x}_{\alpha}(k) + B_1F_0(\tilde{x}_{\alpha}(k)) \\ &\quad + (A_1\tilde{x}_{\alpha}(k) + B_0F_1(\tilde{x}_{\alpha}(k)))\} \end{aligned}$$

すなわち，

$$G_0(\tilde{x}) := A_0\tilde{x} + B_0F_0(\tilde{x}) \quad (17a)$$

$$G_1(\tilde{x}) := A_1\tilde{x} + B_1F_1(\tilde{x}) \quad (17b)$$

$$G_2(\tilde{x}) := \frac{1}{2} \{(A_0\tilde{x} + B_1F_0(\tilde{x})) + (A_1\tilde{x} + B_0F_1(\tilde{x}))\} \quad (17c)$$

$$\begin{aligned} \mu_0 = \alpha_0^2 \geq 0, \quad \mu_1 = \alpha_1^2 \geq 0, \quad \mu_2 = 2\alpha_0\alpha_1 \geq 0 \\ (\mu_0 + \mu_1 + \mu_2 = 1) \end{aligned}$$

と定めれば，つぎのポリトープ系により表わすことができる．

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{\alpha}(k+1) &= \sum_{i=0}^2 \mu_i \cdot G_i(\tilde{x}_{\alpha}(k)), \quad \tilde{x}_{\alpha}(k) \in \tilde{\mathcal{X}} \quad (18) \\ \mu_i &\geq 0, \quad \sum_{i=0}^2 \mu_i = 1 \quad (i = 0, 1, 2) \end{aligned}$$

これらの性質から，制御領域の不変性 (条件 1) を保証する十分条件はつぎのように示される．

《定理 1》(制御領域の不変性) 任意の  $\alpha \in [0, 1]$  に対して，(13), (14) 式から構成された偏差系を考える．このとき，

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{\alpha}(k+1) &= A_{\alpha}\tilde{x}_{\alpha}(k) + B_{\alpha}F_{\alpha}(\tilde{x}_{\alpha}(k)) \in \tilde{\mathcal{X}}, \\ \forall \tilde{x}_{\alpha}(k) &\in \tilde{\mathcal{X}} \quad (19) \end{aligned}$$

が保証される十分条件は，

$$G_2(\tilde{\mathcal{X}}) \subset \tilde{\mathcal{X}} \quad (20)$$

が成り立つことである．

(証明) (17a), (17b) 式で定めた系は，制約 (8) を満たすことからつぎの性質を有する．

$$G_0(\tilde{\mathcal{X}}) \subset \tilde{\mathcal{X}}, \quad G_1(\tilde{\mathcal{X}}) \subset \tilde{\mathcal{X}} \quad (21)$$

また，(2b) 式の定義から，領域  $\tilde{\mathcal{X}}$  は凸である．よって，(20) 式が成り立てば，任意の  $\mu_i \geq 0$ ,  $\sum_{i=0}^2 \mu_i = 1$  ( $i = 0, 1, 2$ ) に対して，

$$\sum_{i=0}^2 \mu_i \cdot G_i(\tilde{x}) \in \tilde{\mathcal{X}}, \quad \forall \tilde{x} \in \tilde{\mathcal{X}} \quad (22)$$

が導かれる．(13), (14) 式からなる補間制御系は，ポリトープ系 (18) に含まれるので，条件 (20) の下で，(19) 式が成り立つことが示された．□

つぎに，偏差系 (13) に補間制御則 (14) を適用したとき，モード移行時の時変パラメータ  $\alpha(k) \in [0, 1]$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) に対して，線形制御領域が安定になる条件を示す．制御則 (6d), (7d) に対して，特に線形制御領域の制御則を，

$$\tilde{u}_0(k) = K_0\tilde{x}_0(k) \quad (23)$$

$$\tilde{u}_1(k) = K_1\tilde{x}_1(k) \quad (24)$$

と表わし， $A_0 + B_0K_0$ ,  $A_1 + B_1K_1$  は安定とする．このとき，(14) 式に対して，線形制御領域の制御則は，

$$\tilde{u}_{\alpha}(k) = K_{\alpha}\tilde{x}_{\alpha}(k) \quad (25a)$$

$$K_{\alpha} := (1 - \alpha(k)) \cdot K_0 + \alpha(k) \cdot K_1 \quad (25b)$$

$$(k = 0, 1, 2, \dots)$$

と表わされ，モード移行中の制御系は，(13), (25) 式から

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{\alpha}(k+1) &= (A_{\alpha} + B_{\alpha}K_{\alpha})\tilde{x}_{\alpha}(k), \\ 0 \leq \alpha(k) &\leq 1 \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (26) \end{aligned}$$

と与えられる．系 (26) に対するひとつの安定条件は，つぎのように求められる．

《定理 2》(線形制御領域の安定性) 系 (26) が任意の時変パラメータ  $\alpha(k) \in [0, 1]$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) に対して安定である十分条件は，つぎのポリトープ系が安定になることである．

$$\tilde{x}_{\alpha}(k+1) = \sum_{i=0}^2 \mu_i(k) \cdot A_{ci}\tilde{x}_{\alpha}(k), \quad \tilde{x}_{\alpha}(k) \in \tilde{\mathcal{X}} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \mu_i(k) &\geq 0, \quad \sum_{i=0}^2 \mu_i(k) = 1, \quad i = 0, 1, 2 \\ (k &= 0, 1, 2, \dots) \end{aligned}$$

$$A_{c0} = A_0 + B_0K_0$$

$$A_{c1} = A_1 + B_1K_1$$

$$A_{c2} = \frac{1}{2} \{(A_0 + B_1K_0) + (A_1 + B_0K_1)\}$$

□

(証明) 任意の時変パラメータ  $\alpha(k) \in [0, 1]$  ( $k =$

0, 1, 2, ...) に対して, 等式

$$\begin{aligned} A_\alpha + B_\alpha K_\alpha &= \alpha_0^2(k) \cdot A_{c0} + \alpha_1^2(k) \cdot A_{c1} \\ &\quad + 2\alpha_0(k)\alpha_1(k) \cdot A_{c2} \quad (28) \\ \alpha_0(k) &= 1 - \alpha(k), \alpha_1(k) = \alpha(k) \end{aligned}$$

が導かれ,  $\mu_0(k) = \alpha_0^2(k)$ ,  $\mu_1(k) = \alpha_1^2(k)$ ,  $\mu_2(k) = 2\alpha_0(k)\alpha_1(k)$  と対応させれば, 系 (26) は, (27) により表わされる. よって, 系 (27) の安定性が示されれば, 系 (26) が安定になることが導かれた.  $\square$

定理 2 により, 線形制御領域の安定性が, ポリトープ系 (27) から調べられることが示された. たとえば文献 12) Theorem 3 を適用すると, 時変パラメータ  $\mu_i(k)$  ( $i = 0, 1, 2$ ) に対する安定性は, LMI 条件

$$\begin{bmatrix} H_i + H_i^T - S_i & H_i^T A_{ci}^T \\ A_{ci} H_i & S_j \end{bmatrix} > 0 \quad (i = 0, 1, 2, j = 0, 1, 2) \quad (29)$$

を満たす行列  $H_i$ , 対称行列  $S_i$  ( $i = 0, 1, 2$ ) が存在する条件に帰着される. すなわち LMI 条件 (29) に実行可能解が存在する場合, 系 (26) は, 任意の時間変動  $\alpha(k) \in [0, 1]$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) に対して安定であることが保証される.

4 章においては, 3 章で導かれた設計法に基づいて, モード移行時の制御則を構成し, 得られた制御系の性能を評価する.

#### 4. 制御系の設計と評価

2 章に示した制御対象 (Plant A, B) に対して, 以下の過渡応答を達成する制御則を構成し, その応答を評価する.

(設計例 1) Plant A において, 基準とする運転状態をモード 0 から 1 に 15 step (0.48 s) で移行させる.

(設計例 2) Plant B において, 基準とする運転状態をモード 0 から 1 に 15 step (0.48 s) で移行させる.

4.1, 4.2 節では, 設計例 1, 2 における制御則の構成手順とシミュレーション結果から制御系の特徴を調べ, 4.3 節では, 設計例 1 に対する実験結果を示す.

##### 4.1 設計例 1 (Plant A)

2 種類の運転状態 (モード 0, 1) に対して, 評価関数 (4) の重み行列を

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{\text{maf}} & 0 \\ 0 & Q_{\text{map}} \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} R_{\text{egr}} & 0 \\ 0 & R_{\text{vnt}} \end{bmatrix} \quad (30)$$

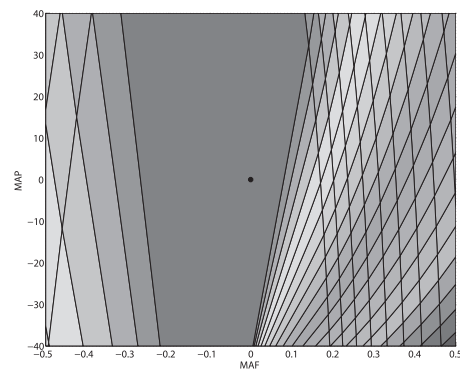
$$Q_{\text{maf}} = 6.9229 \times 10^4, Q_{\text{map}} = 1.0000$$

$$R_{\text{egr}} = 5.0000 \times 10^{-1}, R_{\text{vnt}} = 5.0000 \times 10^{-1}$$

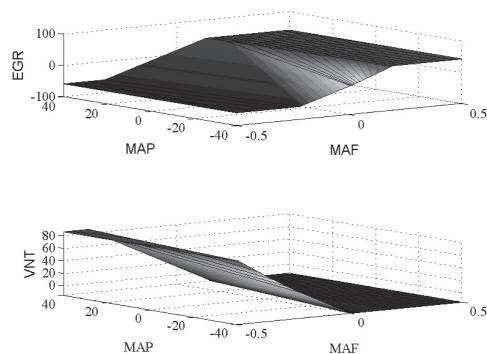
と定め, 対応する制御則を求めた. ここで, 状態の制約 (2b) はつぎのように与えている.

$$\tilde{x}_{\min} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ -40 \end{bmatrix}, \tilde{x}_{\max} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 40 \end{bmatrix} \quad (31)$$

モード 0, モード 1 に対して求められた制御則は, それぞれ



(a) Partition of control law ( $\tilde{u}$ )



(b) Overhead view of the control inputs ( $\tilde{u}$ )

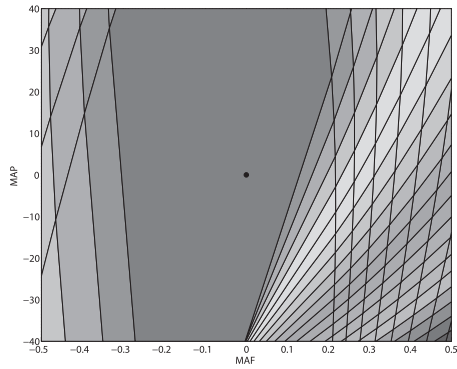
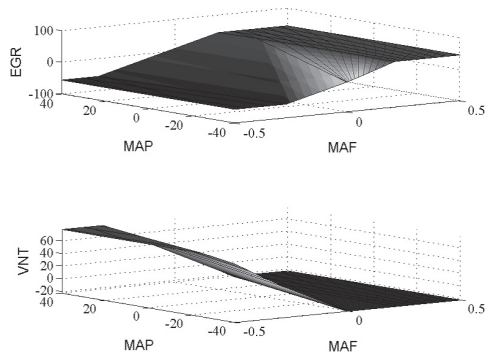
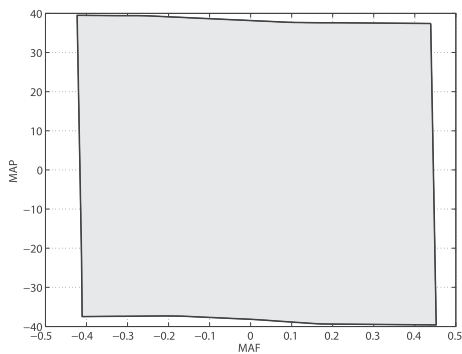
Fig. 3 Feedback gain (Plant A, Mode 0)

Fig. 3, Fig. 4 のように示され, 状態の偏差に対応する入力 がまとめられている.

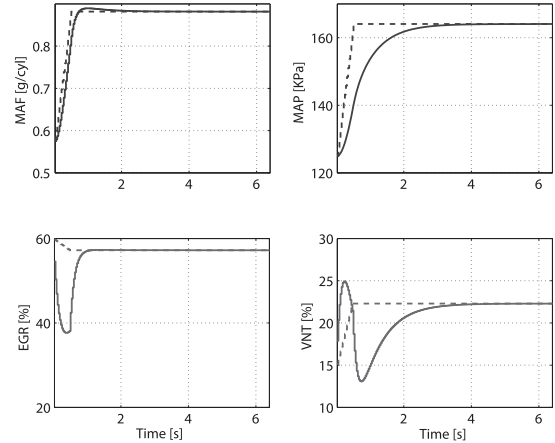
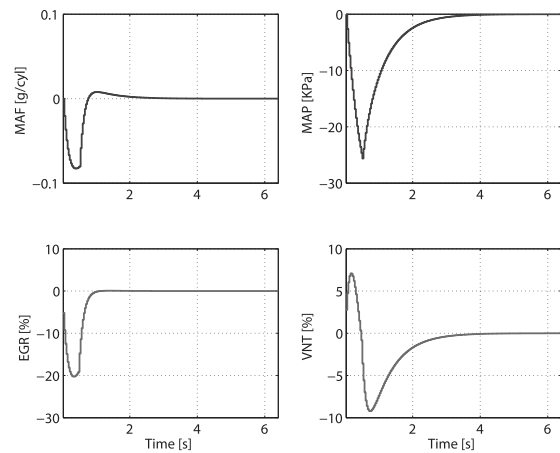
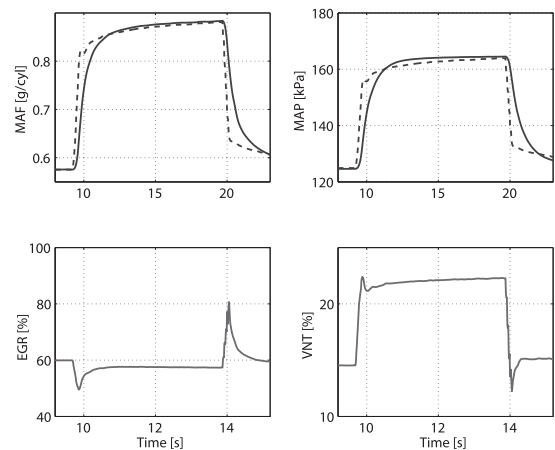
Fig. 3 (a) において原点は, モード 0 における基準の状態であり, 近傍の領域では線形制御 (最適レギュレータ) により応答が推移することがわかる. また, Fig. 3 (b) は状態の偏差に対する入力 (EGR, VNT) の指令値を示している. これらの対応から, MAF が状態の基準値  $x_{\text{maf}}^{\text{ref}}$  より増加した場合, EGR はいずれ全開, VNT は全閉となる. そして, MAF が基準値より減少した場合には, EGR は全閉, VNT は全開となる. 本設計例の場合, 制御則が約 250 の領域に分かれるが, そのうち約 40% の領域は全開, そして 25% の領域は全開の領域を表わし, 実装の負担は低い.

つぎに, モード 0 の基準状態からモード 1 の基準状態へ 15 ステップ (0.48 s) で移行させるシミュレーションについて検討する. (17c) 式に示した補助系に対して,  $G_2(\tilde{x})$  の領域を調べると Fig. 5 のように求められ, 定理 1 (20) 式が満たされる. よって, モード移行の途中においても偏差系の状態が, 領域  $\tilde{\mathcal{X}}$  に留まることが保証される. また, 条件 (29) に実行可能解が存在することから (付録 A), 定理 2 によりモード移行中も線形制御領域は漸近安定であることが確認された.

(14) 式に示した補間制御則を適用すると, モード移行のシミュレーション結果は, Fig. 6, Fig. 7 のようにまとめられる. ここで, 対象のモデルは 2 章のようにモード 0, 1 にお

(a) Partition of control law ( $\tilde{u}$ )(b) Overhead view of the control inputs ( $\tilde{u}$ )**Fig. 4** Feedback gain (Plant A, Mode 1)**Fig. 5** Transition map of  $G_2(\tilde{x})$  (Plant A)

ける設計モデルの補間により与えられている。Fig. 6 中の破線は、各サンプル時刻で設定されたモード移行中の基準値であり、この基準値との偏差を抑制するように補間制御則が適用されている。実線はシミュレーション結果で上段は MAF, MAP の応答、下段が対応する EGR, VNT の入力である。Fig. 7 は基準値に対する偏差を示したものであり、モード移行時に発生する偏差が解消されてゆくことが確認できる。また **Fig. 8** は、運転条件（回転数・燃料噴射量）の変化による状態量の変化の影響（過渡特性）を加え、実際のエンジンの動きに近づけた精密シミュレーションの結果である。ここで、破線は基準の運転状態の移行を示したものであり、後に示す

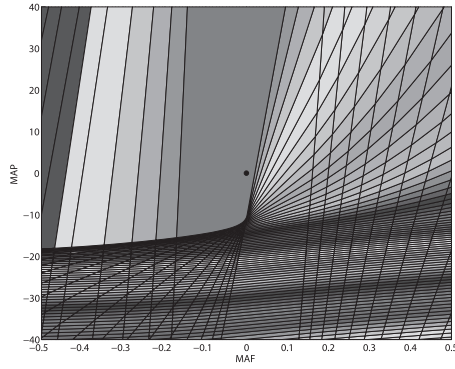
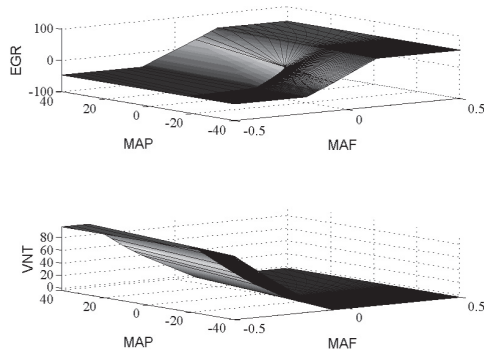
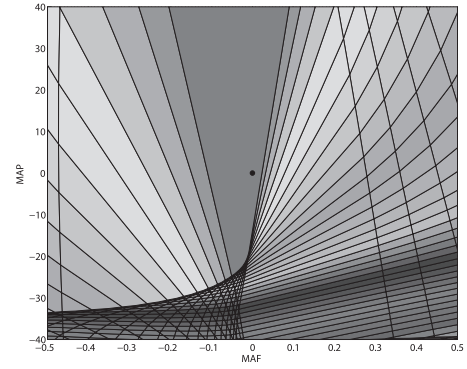
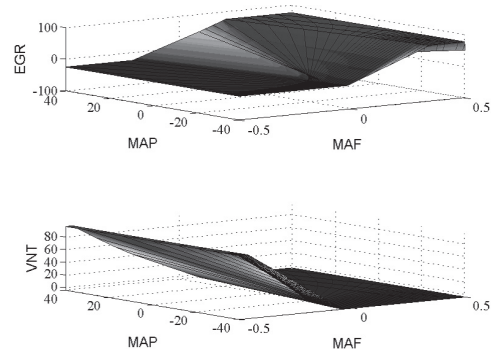
**Fig. 6** Transient response (Plant A,  $x, u$ )**Fig. 7** Transient response (Plant A: tracking error,  $\tilde{x}, \tilde{u}$ )**Fig. 8** Transient response (Plant A: accurate simulation,  $x, u$ )

実験条件と対応させて (4.3 節)、やや緩やかにモード 0 と 1 の間を往復させている。そして、Fig. 6, Fig. 8 の対応からは同様の動特性が確認される。

## 4.2 設計例 2 (Plant B)

Plant B の運転状態（モード 0, 1）に対して、重み行列 (30) をつぎのように定め、対応する制御則を構成した。



(a) Partition of control law ( $\tilde{u}$ )(b) Overhead view of the control inputs ( $\tilde{u}$ )**Fig. 9** Feedback gain (Plant B, Mode 0)(a) Partition of control law ( $\tilde{u}$ )(b) Overhead view of the control inputs ( $\tilde{u}$ )**Fig. 10** Feedback gain (Plant B, Mode 1)

$$Q_{\text{maf}} = 1.0336 \times 10^4, Q_{\text{map}} = 1.0000$$

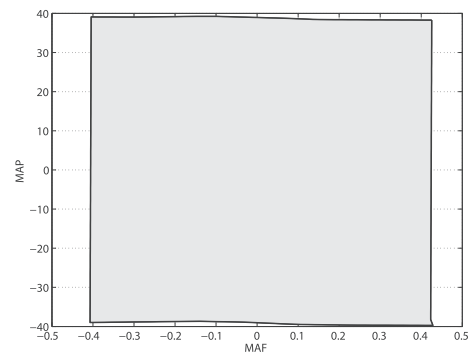
$$R_{\text{egr}} = 5.0000 \times 10^{-1}, R_{\text{vnt}} = 5.0000 \times 10^{-1}$$

**Fig. 9 (a), Fig. 10 (a)** 中の原点は、モード 0, モード 1 における基準の運転状態であり、VNT がほぼ全閉となる。また、Plant A の場合と比較すると、モード 0 の場合は領域数が約 2400、モード 1 の場合は領域数が約 1100 と大きく増加し、飽和領域を集約させた制御則の記述が必要になる。

モード 0 と 1 を遷移させる問題に着目した場合、定理 1 (20) 式の条件は、**Fig. 11** のように確認され、また定理 2 (29) 式を満たす実行可能解が付録 B のように求められた。よって、モードの任意の移行時に、偏差系の応答は領域  $\tilde{\mathcal{X}}$  に留まり、線形制御域の漸近安定性が保証される。設計例 1 と同様に、モード 0 と 1 の間を往復させる精密シミュレーションを行なった場合、結果は **Fig. 12** のようにまとめられる。これらの結果から、VNT は MAF, MAP の増加時の数ステップを除き、10% 以下で遷移し、EGR のみで制御が行なわれる傾向が確認される。

#### 4.3 実験結果 (設計例 1)

設計例 1 に基づいて構成した制御則を、Realtime Workshop を用いて Rapid Prototyping ECU (Engine Control Unit) に実装し、エンジン回転数を一定とした実機過渡応答試験を実施した。Plant A の場合の結果は、**Fig. 13 (a), (b)**

**Fig. 11** Transition map of  $G_2(\tilde{\mathcal{X}})$  (Plant B)

の実線 (共通) のように示される。設計方針として設定した仕様のとおり、オーバーシュートは発生せず、3 s 程度でモード移行が達成されている。また状態と入力、前述のシミュレーション結果 (Fig. 8) と同様に変化しているようすが観察される。Fig. 13 (a) において、一点鎖線で示した応答は、文献 8) の手法により通常モデル予測制御法を適用した場合であり、提案法 (実線) がほぼ同等の応答を達成していることがわかる。これらの結果は、代表的な運転状態において非線形制御則を構成し、それらを補間した手法が、本対象においてモデル予測制御と同様に応答を整形できる可能性があることを示している。Fig. 13 (b) において、一点鎖線で示した応

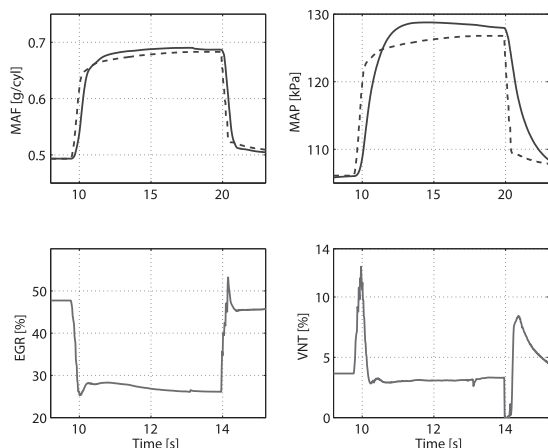
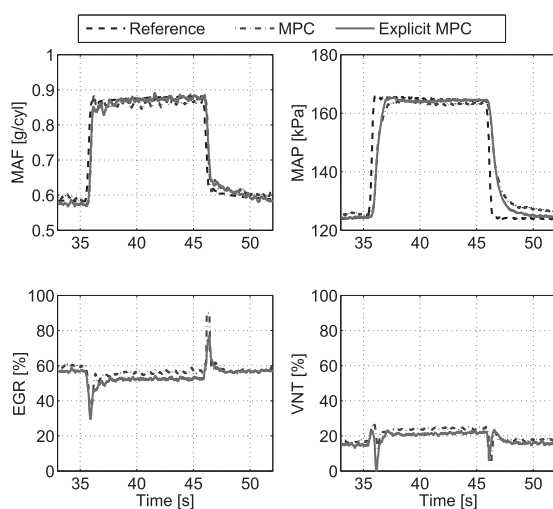
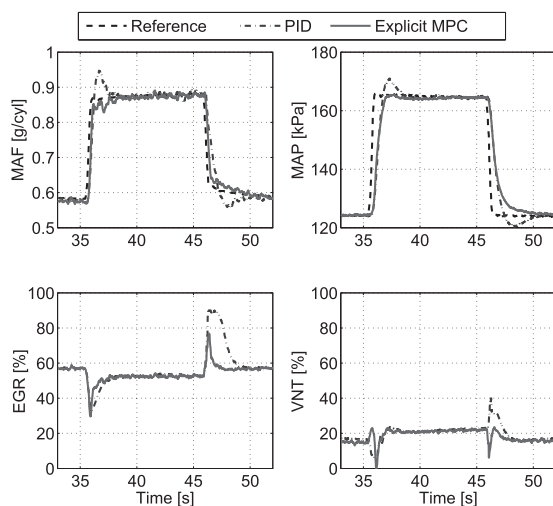


Fig. 12 Transient response (Plant B: accurate simulation,  $x, u$ )



(a) Conventional MPC & Explicit MPC



(b) PID control & Explicit MPC

Fig. 13 Transient response (Plant A: experimental result)

答は、EURO V の排出ガス規制を満たすように調整された PID 制御系の一例である。本実験の範囲では、提案法および一般のモデル予測制御法 (Fig. 13 (a) に図示) により、さら

に過渡応答を改善できることが確認される。

実行時間について測定したところ、制御周期ごとに最適化計算を実施するモデル予測制御法の場合 6.0 ms を要するのに対し、提案法では、領域数が 2000 以下の場合 1.2 ms と約 1/5 に短縮された。これらの結果から、実行時間の面からも提案法の有用性が確認される。

## 5. おわりに

本稿では、ディーゼルエンジン吸気系に着目し、Explicit MPC とよぶモデル予測制御法のオフライン設計法から、(オンライン) MPC と同等の良好な応答を達成し、より高速に実装可能な制御法の構成法を検討した。そして、定常運転時の制御法を補間する方法を示し、シミュレーション、実機試験結果から、モード移行時に良好な応答を達成する制御法が、一貫した手法により構成できることを示した。また、モード移行時において、領域不変性、線形制御領域の安定性を保証する条件を明らかにし、これらの性質をポリトープ緩和した補助系に基づいて検証する手法を導いた。今後、本結果を一般化し、補間制御法をモード移行の起点と終点とする制御問題においても、同様の解析が可能になることを明らかにする予定である。

謝辞 3.3 節の考察に際し、京都大学蛭原義雄准教授より、文献 12) のご指摘と有益な助言をいただいた。記して謝意を表します。

## 参考文献

- 1) 上田, 中山, 福岡: ディーゼル燃焼制御技術の現状と今後, ENGINE TECHNOLOGY REVIEW, **1-3**, 42/47 (2009)
- 2) 西留, 佐藤, 梶原, 花村: ILQ 設計に基づくディーゼルエンジンの EGR-VNT 協調制御, 第 11 回運動と振動の制御シンポジウム講演論文集, 354/359 (2009)
- 3) 経済産業省国土交通省環境省日本自動車工業会石油連盟: クリーンディーゼル普及推進方策 (2008)
- 4) 上野, 岩垂, 足立: クリーンディーゼルエンジンのためのモデルベース吸気マネジメント制御, HONDA S & D Technical Review, **21-1**, 185/193 (2009)
- 5) A. Bemporad, M. Morari, V. Dua and E.N. Pistikopoulos: The explicit linear quadratic regulator for constrained systems, Automatica, **38-1**, 3/20 (2002)
- 6) M. Kvasnica, P. Grieder and M. Baotic: Multi-Parametric Toolbox (MPT), <http://control.ee.ethz.ch/~mpt/> (2004)
- 7) 江尻, 丸山, 佐々木, 木下, 下谷, 飯澤: 過渡モデルを用いたディーゼルエンジン吸気系のモデルベース制御, 第 10 回制御部門大会資料, 164-3-4 (2010)
- 8) 丸山, 江尻, 伊海, 下谷: ディーゼルエンジン吸気系の外乱を考慮したモデル予測制御の構成法に関する検討, 第 12 回制御部門大会, 173-1-4 (2012)
- 9) T. Maruyama, A. Ejiri, Y. Ikari and K. Shimotani: Model predictive control considering disturbances in Diesel engine air intake systems, IEEE Multi-conference on Systems and Control 2012, 401/408 (2012)
- 10) 江尻, 佐々木, 木下, 藤本, 丸山, 下谷: 過渡特性改善のためのディーゼルエンジン吸気系のモデリングと制御, 計測自動制御学会論文集, **47-9**, 404/411 (2011)
- 11) D. Chmielewski and V. Manousiouthakis: On constrained infinite-time linear quadratic optimal control, Systems & Control Letters, **29-3**, 121/130 (1996)



- 12) J. Daafouz and J. Bernussou: Parameter dependent Lyapunov functions for discrete time systems with time varying parametric uncertainties, *Systems & Control Letters*, **43**-5, 355/359 (2001)

## 《付 録》

## A. 設計例 1: 安定条件 (29) の実行可能解

$$\begin{aligned} A_{c0} &= \begin{bmatrix} 0.726960 & 0.000136 \\ 2.849284 & 0.953090 \end{bmatrix}, \\ A_{c1} &= \begin{bmatrix} 0.800421 & -0.000124 \\ -2.040960 & 0.942396 \end{bmatrix}, \\ A_{c2} &= \begin{bmatrix} 0.746116 & 0.000012 \\ 0.409961 & 0.946941 \end{bmatrix}, \\ S_0 &= \begin{bmatrix} 3.417071 & -11.046161 \\ -11.046161 & 418.191536 \end{bmatrix}, \\ S_1 &= \begin{bmatrix} 3.346705 & 0.354508 \\ 0.354508 & 384.119715 \end{bmatrix}, \\ S_2 &= \begin{bmatrix} 3.915554 & -6.094952 \\ -6.094952 & 381.980221 \end{bmatrix}, \\ H_0 &= \begin{bmatrix} 4.245748 & -16.304839 \\ -4.571386 & 364.011223 \end{bmatrix}, \\ H_1 &= \begin{bmatrix} 4.309564 & 4.613283 \\ -2.809155 & 357.736652 \end{bmatrix}, \\ H_2 &= \begin{bmatrix} 5.266186 & -7.834636 \\ -3.830093 & 354.114941 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

## B. 設計例 2: 安定条件 (29) の実行可能解

$$\begin{aligned} A_{c0} &= \begin{bmatrix} 0.814784 & -0.000091 \\ -0.396661 & 0.974615 \end{bmatrix}, \\ A_{c1} &= \begin{bmatrix} 0.773124 & 0.000192 \\ -0.531069 & 0.962205 \end{bmatrix}, \\ A_{c2} &= \begin{bmatrix} 0.789948 & 0.000092 \\ -0.474800 & 0.970962 \end{bmatrix}, \\ S_0 &= \begin{bmatrix} 3.561111 & 3.654546 \\ 3.654546 & 25.055314 \end{bmatrix}, \\ S_1 &= \begin{bmatrix} 3.669230 & 3.932373 \\ 3.932373 & 25.758970 \end{bmatrix}, \\ S_2 &= \begin{bmatrix} 3.626033 & 3.821243 \\ 3.821243 & 25.413700 \end{bmatrix}, \\ H_0 &= \begin{bmatrix} 4.046977 & 4.174535 \\ 2.328345 & 22.293135 \end{bmatrix}, \\ H_1 &= \begin{bmatrix} 4.162930 & 4.456139 \\ 2.350884 & 22.259571 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 4.114787 & 4.359682 \\ 2.339997 & 22.285736 \end{bmatrix}$$

## [著 者 紹 介]

## 児 島 晃 (正会員)



1991 年早稲田大学大学院理工学研究科博士後期課程修了。同年、東京都立科学技術大学講師。97 年同助教授。2004 年首都大学東京教授となり、現在に至る。2000～2001 年、スイス連邦工科大学 (ETH) 自動制御研究所客員研究員。予見制御・モデル予測制御とその応用、ロボスト制御、むだ時間系・分布系の制御法に関する研究に従事。工学博士。Automatica, IET J. Control Theory and Applications, Asian J. Control の Associate Editor。IEEE, システム制御情報学会, 日本鉄鋼協会, 電気学会の会員。

## 澤 戸 一 晃 (学生会員)



2012 年首都大学東京システムデザイン学部ヒューマンメカトロニクスシステムコース卒業。同年、首都大学東京大学院システムデザイン研究科ヒューマンメカトロニクスシステム学域に進学。モデル予測制御とその応用に関する研究に従事。

## 丸 山 次 人 (正会員)



1980 年東北大学大学院工学研究科博士課程修了。同年、(株)富士通研究所に入社。2013 年東北工業大学教授となり現在に至る。96～99 年東京工業大学大学院総合理工学研究科客員助教授。ロボットビジョン、自律移動ロボット、ハードディスク装置、エンジン制御の研究を経て、現在、生活支援ロボットと知覚運動制御の研究に従事。IEEE, 日本ロボット学会の会員。工学博士。

## 梅 田 裕 平 (正会員)



2009 年九州大学数理学府博士課程修了。2009～2010 年九州大学学術研究員。2010 年に (株)富士通研究所に入社し現在に至る。モデルベース制御およびその応用、数値最適化をはじめとする数理・制御技術の産業応用研究に従事。博士 (機能数理学)。IEEE, 日本応用数理学会などの会員。

## 穴 井 宏 和 (正会員)



1991 年鹿児島大学大学院理学研究科物理学専攻修士課程修了。同年 (株)富士通研究所国際情報社会科学研究所入社。99 年より 2000 年まで Universität Passau 数学・情報学部客員研究員。2003 年より 2009 年まで (独) 科学技術振興機構 CREST「数値/数式ハイブリッド計算に基づくロボスト最適化プラットフォームの構築」研究代表者。現在 (株)富士通研究所主管研究員、九州大学マス・フォア・インダストリ研究所教授 (兼務) および国立情報学研究所客員教授。計算機代数のアルゴリズムとシステムおよびその応用の研究開発に従事。博士 (情報理工学)。数式処理学会副会長。

## 下 谷 圭 司



1979 年千葉大学工学部合成化学科卒業。同年、いすゞ自動車 (株) 入社。ガソリンエンジン、天然ガスエンジン開発に従事。2007 年より (株) トランストロンにてディーゼルエンジン制御ロジック開発に従事。

.....