

# スピン電磁場と電磁波の結合理論

川口 秀雄

平成27年1月9日

## 概要

強磁性を示す金属中では、空間的に変化する磁化構造の存在及び磁化と伝導電子スピンの間に生じる強い  $sd$  交換相互作用のため、伝導電子スピんに作用する有効的な電磁場 (スピン電磁場) が発生することが知られている。本研究では、電子スピんに作用する有効電磁場が電荷に作用する通常の電磁場とどのように結合 (相互作用) するのかという問題を、場の量子論における手法である経路積分の方法に基づいてゲージ場 (通常の電磁場を記述する  $U(1)$  ゲージ場と磁化構造の非一様性を記述するスピニングージ場) に対する有効ハミルトニアンを導出し、議論する。

その結果、有効ハミルトニアンが後述する 3 つの相互作用項で書けることが明らかになり、以下のことが判明した。(i) 相互作用項の中でも特に、外部電場とスピニングージ場の断熱成分との積で記述される相互作用項が最も支配的な結合項になっていることが理解される。この項は先行研究において指摘されているスピン移行効果を表している。(ii) 外部電場とスピン電場との結合項は、外部電場の周波数が小さい領域ではスピン移行項による寄与よりもはるかに小さい。(iii) 外部磁場とスピン磁場との相互作用からは、弱強磁性を示す分子磁性体に一様な外部磁場をかけた場合に、非自明なフラストレーションが起こることが期待される。また本研究ではこれらの結果に加えて、今まで指摘されていなかったスピン波励起による電圧生成のメカニズムを明らかにした。波数と振動数が異なる 2 つのスピン波の非線形な効果により、スピン電場を誘起できる。

本論文では、まず研究背景として 1. イントロダクションでスピントロニクスにおいて重要な概念であるスピン移行効果を紹介すると同時にスピン電磁場の導入を簡単に行い、研究目的を述べる。2. 有効ハミルトニアンの方法では電磁場中の金属強磁性体の伝導電子を記述するモデルを導入し、電子系を trace out することでゲージ場に対する有効ハミルトニアンの導出を行う。3. ディスカッションで結果を詳細に述べる。

# 目次

|          |                            |           |
|----------|----------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>イントロダクション</b>           | <b>2</b>  |
| 1.1      | スピン移行効果                    | 2         |
| 1.2      | 金属強磁性体中の有効電磁場 (スピン電磁場)     | 3         |
| 1.3      | 本研究の目的                     | 8         |
| <b>2</b> | <b>有効ハミルトニアンの方法</b>        | <b>10</b> |
| 2.1      | モデルハミルトニアンと有効ハミルトニアン       | 10        |
| 2.2      | $sd$ 交換相互作用の対角化とスピングージ場の導入 | 11        |
| 2.3      | 経路積分による有効ハミルトニアンの導出        | 14        |
| <b>3</b> | <b>ディスカッション</b>            | <b>22</b> |
| 3.1      | スピン移行効果とスピン移行トルク           | 22        |
| 3.2      | 磁壁の運動によって誘起されるスピン電場        | 23        |
| 3.3      | 磁場間の結合とフラストレーション           | 26        |
| 3.4      | スピン波が誘起するスピン電場             | 27        |
| <b>4</b> | <b>まとめ</b>                 | <b>29</b> |
| <b>5</b> | <b>今後の課題と展望</b>            | <b>30</b> |
| <b>A</b> | <b>Vertex 補正の計算</b>        | <b>34</b> |

# 1 イントロダクション

ここではまず、金属強磁性体中のスピントロニクス現象として重要なスピン移行効果及びスピン電磁場のメカニズムについて導入する。

## 1.1 スピン移行効果

金属強磁性体中に流れるスピン偏極した(角運動量をもった)電流によって誘起される局在スピン(磁化)に作用するスピン移行トルクはスピントロニクスにおいて非常に重要な効果である。このアイデアははじめ L. Berger によって磁壁の運動の場合に関して理論的に提案された [1]。また薄膜における一様磁化の場合については、J. C. Slonczewski [2] と L. Berger [3] が独立に理論提案を行っている。このスピン移行効果は、伝導電子スピンから磁化構造を記述する局在スピン(磁化)へとスピン角運動量が受け渡されることから生じ、 $sd$  交換相互作用によって引き起こされる(図 1 を参照)。この時、角運動量の移行は角運動量保存則に起因する [2]。

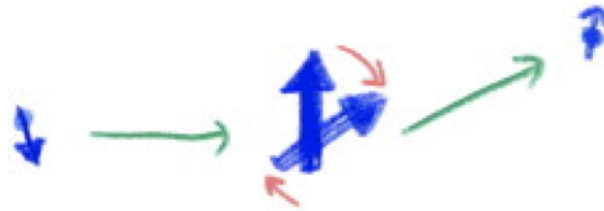


図 1: スピン移行効果 [5]。スピン偏極した電子(小さい矢印)と磁化(中央の大きい矢印)が  $sd$  交換相互作用によってスピン角運動量を保存しながら角運動量をやりとりする。

スピン移行効果を記述する相互作用ハミルトニアンは

$$\mathcal{H}_{st} = \int d^3r \frac{\hbar P}{2e} (1 - \cos \theta) (\mathbf{j} \cdot \nabla) \phi \quad (1)$$

である。ここで、 $\theta$  及び  $\phi$  は局在スピン(磁化)の方向を特徴づける極座標で、 $\mathbf{j}$  は系に流れる電流密度を表し、 $P$  は伝導電子のスピン分極率である。また  $\hbar$  は Dirac 定数(プランク定数  $h$  を  $2\pi$  で割った量)で、 $e$  は電子電荷の大きさである。この相互作用項は以下のように、スピングー

ジ場 (の断熱成分)  $A_s^z$  [4, 5] に対するゲージ・カップリングとして

$$\mathcal{H}_{st} = \int d^3r (j_s \cdot A_s^z) \quad (2)$$

と書き直される。ここでは、 $j_s \equiv Pj$  及び  $A_s^z \equiv \frac{\hbar}{2e}(1 - \cos\theta)\nabla\phi$  であることを用いた。この相互作用項はまた  $j = \sigma_B E$  (Ohm の法則) を用いて

$$\mathcal{H}_{st} = \int d^3r P\sigma_B (\mathbf{E} \cdot A_s^z) \quad (3)$$

と書ける。ここで、 $E$  は外部電場を意味し、 $\sigma_B$  は Boltzmann 伝導度を表す。この表式 (3) は明らかに、スピン移行効果が電荷自由度に作用する (通常の) ゲージ場と伝導電子スピンに作用するゲージ場の 2 つのゲージ場に起因していることを示している。

## 1.2 金属強磁性体中の有効電磁場 (スピン電磁場)

ここでは金属強磁性体中の有効電磁場 (スピン電磁場) が  $sd$  交換相互作用から生じることを簡単な計算のみを用いて確認する (導出の詳細は Ref. [6] を参照)。よく知られているように局在スピン (磁化) と伝導電子スピンの間の相互作用を表す  $sd$  交換相互作用は以下のように

$$\mathcal{H}_{sd} = -\Delta_{sd} \int d^3r (\mathbf{n} \cdot \mathbf{s}_e) \quad (4)$$

と記述される。ここで  $\Delta_{sd}$  は交換エネルギーで、 $\mathbf{n}$  は局在スピン (磁化) の方向を表す単位ベクトルで、 $\mathbf{s}_e$  は伝導電子スピンの方向を表す。強磁性体中の磁化構造が空間的にも時間的にも非一様であると、この相互作用の存在のため時空とスピンが結びつき、非自明な振る舞いを示す電磁場が発生する。この交換相互作用が非常に強い時、伝導電子スピンの方向は局在スピン (磁化) の方向に揃えられる。このため伝導電子が磁化構造の中を動きまわると、電子スピンは局在スピン (磁化) から量子力学的位相 (スピン Berry 位相) を受け取ることになる。この時、局在スピン (磁化) の方向  $\mathbf{n} = (\sin\theta \cos\phi, \sin\theta \sin\phi, \cos\theta)$  に射影された電子スピンの波動関数は量子力学の知識から

$$|\mathbf{n}\rangle = \cos\frac{\theta}{2} |\uparrow\rangle + \sin\frac{\theta}{2} e^{i\phi} |\downarrow\rangle \quad (5)$$

となることがすぐにわかる (式 (4) の固有値方程式を立式し、固有関数を求めればよい)。この状態はスピンのコヒーレント状態と呼ばれている。ここで  $\theta$  は  $\phi$  は  $n$  の極座標であり (図 2 を参照)、 $|\uparrow\rangle$  及び  $|\downarrow\rangle$  は電子スピンの状態を表す [7]。

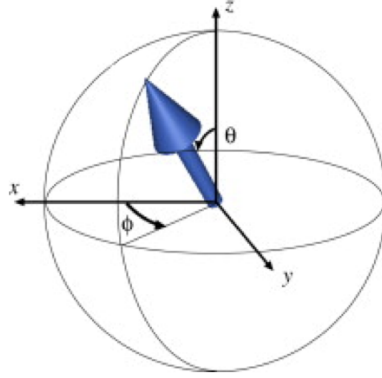


図 2: 局在スピン空間におけるベクトル場  $n$  の極座標  $(\theta, \phi)$  [5]。

伝導電子が、局在スピン (磁化) の方向が  $n(r)$  で記述されるサイトから空間的に微小な距離  $dr$  だけ離れているサイト (このサイトに存在する局在スピンの方向は  $n(r + dr)$  で記述される) へとび移る状況を考える。この時電子スピンの波動関数の重なりを計算すると

$$\begin{aligned} \langle n(r + dr) | n(r) \rangle &\simeq 1 + dr \cdot \langle n | \nabla | n \rangle \\ &\simeq e^{i \frac{e}{\hbar} dr \cdot A_s^z} \end{aligned} \quad (6)$$

となる。ここで  $e$  は電子電荷の大きさ ( $e > 0$ ) で、 $\hbar$  は Dirac 定数である。また  $A_s^z$  は

$$A_s^z \equiv \frac{\hbar}{2e} (1 - \cos \theta) \nabla \phi \quad (7)$$

と定義される。式 (7) において、数係数の  $\frac{1}{2}$  の因子は電子スピンの大きさに起因し、 $A_s^z$  自身は背景の局在スピン (磁化) の向きに依存している。式 (6) の結果は、電子スピンのベクトルポテンシャルを感じることを意味するため、 $A_s^z$  は有効ベクトルポテンシャルあるいは有効ゲージ場と呼ばれている。この結果を伝導電子が移動する経路が有限で閉じている場合に拡張すると、電子スピンにとりつく位相は

$$\varphi \equiv \frac{e}{\hbar} \int_C dr \cdot A_s^z \quad (8)$$

と書けることがわかる (図 3 を参照)。ここで  $C$  は背景場として非一様な磁化構造が存在するときの座標空間における閉じた経路を表す。

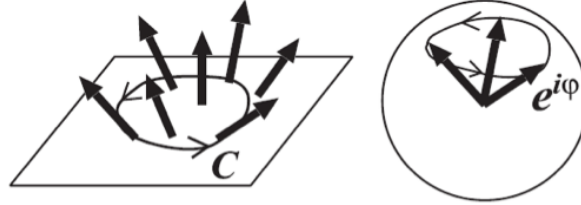


図 3: 太い矢印は背景にある磁化構造を示し、細い矢印は伝導電子が動く経路  $C$  を表す [6]。強い  $sd$  交換相互作用と非一様な磁化構造の存在によって、伝導電子スピンの位相因子  $e^{i\varphi}$  を獲得する。

この位相 (8) の存在は取りも直さず、有効的な磁場  $B_s$  が存在することを意味する。なぜなら式 (8) に対して Stokes の定理を適用して閉じた経路  $C$  上の積分を経路  $C$  が囲む面  $S$  上での積分に書き換えると

$$\varphi = \frac{e}{\hbar} \int_S d\mathbf{S} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}_s^z) = \frac{e}{\hbar} \int_S d\mathbf{S} \cdot \mathbf{B}_s \quad (9)$$

となり、 $\varphi$  は面  $S$  を貫くベクトルの総量となるからである。ここで  $\mathbf{B}_s \equiv \nabla \times \mathbf{A}_s^z$  と定義している。さらに位相の時間微分は電圧に等しいため ( $V = -\frac{\hbar}{e}\dot{\varphi}$ )、有効的な電場を定義することができる。つまり

$$\dot{\varphi} = -\frac{e}{\hbar} \int_C d\mathbf{r} \cdot (-\dot{\mathbf{A}}_s^z) = -\frac{e}{\hbar} \int_C d\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}_s \quad (10)$$

である。ここで  $\mathbf{E}_s \equiv -\dot{\mathbf{A}}_s^z$  と定義される (ゲージ固定)。ここで導入された 2 つの場 ( $\mathbf{E}_s$  及び  $\mathbf{B}_s$ ) はその定義から Faraday の法則、すなわち

$$\nabla \times \mathbf{E}_s + \dot{\mathbf{B}}_s = 0 \quad (11)$$

を明らかに満たしていることがわかる。つまり  $sd$  交換相互作用のため、伝導電子スピンの作用する (スピン流を駆動する) 有効的な電磁場が生じることになる (図 4 を参照)。この有効電磁場はスピン電磁場と呼ばれている [8]。

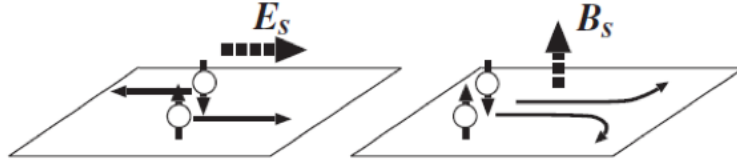


図 4: スピン電場  $E_s$  (左図) 及びスピン磁場  $B_s$  (右図) [19]。  $E_s$  と  $B_s$  は電子スピンの向きに応じて電子を駆動する。

ここで有効ゲージ場の正確な表式

$$A_{s,\mu}^z = \frac{\hbar}{2e}(1 - \cos\theta)\partial_\mu\phi \quad (12)$$

( $\mu$  は  $x, y, z, t$  をとる) を  $E_s$  と  $B_s$  の定義に代入すると、スピン電磁場は  $\mathbf{n} = (\sin\theta\cos\phi, \sin\theta\sin\phi, \cos\theta)$  を用いて以下のように書けることがわかる ( $E_s$  の表式を得る為には定義としてゲージ自由度を固定していないもの [ $E_s \equiv -\dot{A}_s^z + \nabla A_{s,t}^z$ ] を採用しなければならないことに注意)。

$$E_{s,i} = -\frac{\hbar}{2e}\mathbf{n} \cdot (\dot{\mathbf{n}} \times \nabla_i \mathbf{n}) \quad (13)$$

$$B_{s,i} = \frac{\hbar}{4e} \sum_{jk} \epsilon_{ijk} \mathbf{n} \cdot (\nabla_j \mathbf{n} \times \nabla_k \mathbf{n}) \quad (14)$$

この時  $\epsilon_{ijk}$  は Levi-Civita の完全反対称テンソルで、 $i, j, k$  はおののおの  $x, y, z$  をとる。スピン磁場  $B_s$  はその表式から磁化構造が空間的に張る立体角で記述されているため (図 5 を参照)、スピン Berry カイラリティー [9] あるいはスカラーカイラリティーと呼ばれる。一方、スピン起電力とも呼ばれるスピン電場  $E_s$  は磁化構造  $\mathbf{n}$  が時間的に変化することで生じる時空上でのカイラリティー (時間と空間の 2 つ方向に対して張られる立体角) になっている (図 5 を参照)。



図 5: 3 つのベクトルによって張られる立体角 [21]。この立体角は断熱極限ではスピン Berry 位相に一致する。



スピン電場・磁場の表式 (13) 及び (14) は 1987 年に G. E. Volovik がゲージ場の観点から導出した [10]。元々、磁化構造の運動に起因して有効的な電場  $E_s$  が生じることは 1986 年に L. Berger によって理論的に発見されていた。そこでは運動する磁壁を傾けることで生成される電圧が計算されている [1]。A. Stern はスピン Berry 位相及び金属のリングにおける Aharonov-Bohm 効果の観点から起電力を議論し、(通常のエレクトロニクスにおける) Faraday の法則に類似した法則が存在することを示した [11]。Ref. [12] では磁壁の場合についてのスピン起電力の表式が再導出され、また Ref. [13] ではトポロジカルポンピングの観点からスピン起電力が議論されている。これらの研究では断熱極限、すなわち  $sd$  交換相互作用が非常に強く、かつ、スピン依存の散乱がない状況のみを考えている。近年、スピン起電力の概念はスピン軌道相互作用の効果まで取り込んだ場合にまで拡張されており [8, 14, 15, 16, 17, 18, 19]、スピン軌道相互作用がスピン電場の表式を変更することが明らかになっている。また  $sd$  交換相互作用が弱い極限でさえ、スピン電磁場が発生することが理論的に示されている [20, 21]。さらに最近では、Rashba 型スピン軌道相互作用の場合についての研究が詳細に行われている。例えば Rashba 型スピン軌道相互作用の存在下では、磁化が一様な歳差運動をする場合でさえスピン電場が生じることが示されている [8, 19]。この事実は、界面における Rashba 型スピン軌道相互作用がスピン (スピン流) と電荷 (電流) の変換を制御するのに役立つことを示している。さらに Rashba 場が誘起するスピン電場は、例えばスピンポンピング [24] を用いた逆スピンホール効果や逆 Edelstein 効果 [22, 23] において発生する電圧と同一の方向に電圧を生み出す。スピン緩和の存在下では、スピン電磁場が、動的なスピンダンピングモノポールとともに Maxwell 方程式を満たすこともまた理論的に示されている [20]。スピン軌道相互作用がない状況において、トポロジカル逆 Faraday 効果の観点からスピン磁場と円偏光した光のヘリシティとの間の結合を議論し、有効磁場が生じることも理論的に明らかにされている [25]。

実験的には、磁化構造がスカーミオンとなっているヘリカル磁性体における異常なホール効果でスピン磁場 (スピン Berry カイラリティー) が観測されている [26, 27]。スピン電場は、磁壁 [28]、磁気渦 [29]、スカーミオン [30] などの様々な磁化構造の運動において測定されている。このように、金属強磁性体中の有効電磁場はスピントロニクスにおいて非常に重要なトピックの 1 つになっている。

### 1.3 本研究の目的

本研究の目的は、場の量子論の手法を用いて有効ハミルトニアンを計算することによって、2つのゲージ場間の結合(相互作用)を明らかにすることである。特に、磁化構造がゆっくりと変化する状況(断熱極限)では有効ハミルトニアンが3つの寄与から構成されることを示す。1つはスピン移行トルクによる効果を表す項で、残りの2つが電場間と磁場間の結合(相互作用)を記述することが明らかにされる。

相対論的な荷電粒子に結合する真空中の自由電磁場について考えると、電磁場のラグランジアンはよく知られているように [31]、ゲージ不変性及びローレンツ不変性により常に

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} \int d^3r \sum_{\mu\nu} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (15)$$

と記述される。ここで  $F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$  は場の強さを表す電磁場テンソルで、 $A_\mu \equiv (A_t, A_x, A_y, A_z)$  は電磁場を記述する  $U(1)$  ゲージ場であり、相対論において4元ベクトルで表現される量である。この時電場  $E$  及び磁場  $B$  はそれぞれ  $E \equiv -\dot{A} + \nabla A_t$ 、 $B \equiv \nabla \times A$  と定義される。また  $\mu$  及び  $\nu$  はおののおの  $t, x, y, z$  をとる。従って、相対論の世界において許される項は  $|E|^2$  もしくは  $|B|^2$  に比例するものに限られる。実際に、 $\mu$  と  $\nu$  についての和をとれば

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \int d^3r (|E|^2 - |B|^2) \quad (16)$$

と書ける。ここでは簡単のため、光速を  $c = 1$  として扱っている。これを金属強磁性体中の伝導電子の場合に拡張すると、伝導電子は電荷自由度に作用するゲージ場  $A$  とスピン自由に作用するゲージ場  $A_s$  の2つのゲージ場と相互作用することになるため、トータルの電場  $E_{\text{total}}$  と磁場  $B_{\text{total}}$  はそれぞれ

$$\begin{aligned} E_{\text{total}} &= E + E_s \\ B_{\text{total}} &= B + B_s \end{aligned} \quad (17)$$

となる。ここで  $E_s$  及び  $B_s$  はそれぞれスピン電場及びスピン磁場と呼ばれる有効電場・磁場を意味する。そのため仮に考えている系が相対論的であるならば、系のラグランジアンには、 $|E|^2$  及び  $|B|^2$  に比例する項が  $(E + E_s)^2$  及び  $(B + B_s)^2$  へと変更されることに起因して、 $E \cdot E_s$

及び  $B \cdot B_s$  に比例する相互作用項が生じることが期待される。現実的には、金属中の電子は非相対論的であり、また不純物による弾性散乱の効果から有限の寿命をもつことになるため、相互作用項に他の寄与が生じることになる。

本研究では、支配的な項として  $E \cdot A_s^z$  に比例する相互作用項が生じることを示す。Ref. [32] において場の量子論の立場からミクロスコピックな計算を用いてはじめて導出されたこの相互作用項は、そこで議論されているようにスピン移行効果を記述する。また残りの相互作用項  $E \cdot E_s$  及び  $B \cdot B_s$  に比例する項について詳細に議論する。

## 2 有効ハミルトニアンの方法

ここでは、金属強磁性体中の伝導電子を記述するモデルハミルトニアンを設定し、スピングージ場の導入を行う。その後、径路積分を用いて有効ハミルトニアンを導出する。

### 2.1 モデルハミルトニアンと有効ハミルトニアン

有効ハミルトニアンは虚時間 ( $\tau$  と表示) 形式の径路積分によって計算することができる [33]。ここでは簡単のため  $\hbar = 1$  として扱う ( $\hbar$  は Dirac 定数)。本研究で着目する系は金属強磁性体である。金属中の伝導電子はスピン自由度分の 2 成分をもつ消滅及び生成場 [それぞれ  $c(\mathbf{r}, \tau)$  と  $\bar{c}(\mathbf{r}, \tau)$  で表記] によって記述される (第 2 量子化による表現)。この時、 $c$  及び  $\bar{c}$  は演算子ではなく、Grassmann 代数に従う  $c$ -数であることに注意しなければならない。イントロダクション 1.2 で述べたように、伝導電子スピンは  $sd$  交換相互作用を通じてベクトル場  $\mathbf{n}(\mathbf{r}, \tau)$  によって記述される局在スピン (磁化) と相互作用する。従って、考えている電子系の全ハミルトニアン  $\mathcal{H}$  は以下ようになる。

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{sd} + \mathcal{H}_{em} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 &= \int d^3r \left( \frac{1}{2m_e} |\nabla c(\mathbf{r}, \tau)|^2 - \mu \bar{c}(\mathbf{r}, \tau) c(\mathbf{r}, \tau) \right) \\ \mathcal{H}_{sd} &= -\Delta_{sd} \int d^3r \mathbf{n}(\mathbf{r}, \tau) \cdot (\bar{c}(\mathbf{r}, \tau) \boldsymbol{\sigma} c(\mathbf{r}, \tau)) \end{aligned} \quad (19)$$

ここで、 $\mu$  は化学ポテンシャル、 $m_e$  は電子の質量、 $\Delta_{sd}$  は交換エネルギー、 $\mathbf{n} = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$  は局在スピン (磁化) の方向を表す単位ベクトル ( $\theta$  と  $\phi$  はその極座標で、それぞれ天頂角と方位角を表す) で、3 成分ベクトル  $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$  は Pauli 行列

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (20)$$

である (ここでは  $\sigma_z$  が対角化された表示を用いる)。 $\mathcal{H}_0$  は自由電子のハミルトニアンである。 $\mathcal{H}_{sd}$  は  $sd$  交換相互作用で、Coulomb 斥力 (簡単のため on-site 斥力とする) を考慮した Hubbard モデルを径路積分の枠組みで取り扱うことで導出できる。数学的には、Gauss 積分を用いて Stranotvich-Hubbard 変換を実行することでベクトル場  $\mathbf{n}$  が補助場として導入され、

Coulomb 相互作用項をくりこむことで  $sd$  交換相互作用項が現れる。 $\mathcal{H}_{\text{em}}$  はベクトルポテンシャル ( $U(1)$  ゲージ場)  $\mathbf{A}$  によって記述される電磁場と伝導電子の間の電磁相互作用を表し、ゲージ不変性から要求される項である。 $\mathcal{H}_{\text{em}}$  は具体的に

$$\mathcal{H}_{\text{em}} = - \int d^3r \mathbf{A}(\mathbf{r}, \tau) \cdot \left( \frac{ie}{2m_e} \bar{c}(\mathbf{r}, \tau) \overleftrightarrow{\nabla} c(\mathbf{r}, \tau) - \frac{e^2}{2m_e} \mathbf{A}(\mathbf{r}, \tau) \bar{c}(\mathbf{r}, \tau) c(\mathbf{r}, \tau) \right) \quad (21)$$

と書ける。ここで、 $\bar{c} \overleftrightarrow{\nabla} c \equiv \bar{c}(\nabla c) - (\nabla \bar{c})c$  であり、 $-e$  は電子電荷である ( $e > 0$ )。ここでは取り扱う磁性体の厚さが、外場として加えている電磁場の侵入長の大きさよりも小さいような薄膜を想定している。系のラグランジアンは  $\mathcal{H}$  を Legendre 変換することで

$$\mathcal{L} \equiv \int d^3r \bar{c}(\mathbf{r}, \tau) \partial_\tau c(\mathbf{r}, \tau) + \mathcal{H} \quad (22)$$

と定義される (虚時間形式なので  $\int d^3r \bar{c} \partial_\tau c - \mathcal{H}$  ではなく、 $\int d^3r \bar{c} \partial_\tau c + \mathcal{H}$  となることに注意)。局在スピン (磁化) とゲージ場  $\mathbf{A}$  を記述する有効ハミルトニアンは電子場に関して積分 (integrate out) することで得られる。すなわち、有効ハミルトニアンは

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}(\theta, \phi, \mathbf{A}) \equiv -\ln \mathcal{Z} \quad (23)$$

と定義され、 $\mathcal{Z}$  は

$$\begin{aligned} \mathcal{Z} &\equiv \text{Tr} e^{-\beta \mathcal{H}} \\ &= \int \mathcal{D}\bar{c}(\mathbf{r}, \tau) \mathcal{D}c(\mathbf{r}, \tau) e^{-\int_0^\beta d\tau \mathcal{L}} \end{aligned} \quad (24)$$

と記述される。ここで  $\beta = (k_B T)^{-1}$  は逆温度、 $k_B$  は Boltzmann 定数、 $T$  は絶対温度、式 (24) は径路積分表示の分配関数で、 $\mathcal{D}$  は径路積分を意味する。

## 2.2 $sd$ 交換相互作用の対角化とスピンゲージ場の導入

今、 $sd$  交換相互作用が非常に強い場合、つまり、伝導電子スピンの方向が局在スピン (磁化) の方向  $\mathbf{n}$  に対して平行に揃えられている状況に興味がある (断熱極限)。この状況を記述するには、断熱極限からのずれを

特徴づけるスピゲージ場を用いるのが便利である [5]。スピゲージ場は電子場に以下のような局所ゲージ変換を行い  $sd$  交換相互作用項を対角化することで導入される (強い相互作用が存在する場合は対角化行うことが得策であるが、その代償としてスピゲージ場が生じることになる)。

$$c(\mathbf{r}, \tau) = U(\mathbf{r}, \tau)a(\mathbf{r}, \tau) \quad (25)$$

ここで、 $U(\mathbf{r}, \tau)$  は  $2 \times 2$  のユニタリー行列 ( $U^\dagger = U$ ) で、 $a$  はゲージ変換後の電子を記述する場である。また  $U(\mathbf{r}, \tau)$  として

$$U(\mathbf{r}, \tau) = \mathbf{m}(\mathbf{r}, \tau) \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad (26)$$

及び

$$\mathbf{m}(\mathbf{r}, \tau) = \left( \sin \frac{\theta}{2} \cos \phi, \sin \frac{\theta}{2} \sin \phi, \cos \frac{\theta}{2} \right) \quad (27)$$

と選択するのが便利である。 $\theta$  と  $\phi$  はそれぞれ  $n$  を指定する天頂角と方位角である。これによって伝導電子スピンの量子化軸を時空点ごとにとり変えることができ、各時空点において伝導電子スピンと局在スピン (磁化) の量子化軸を揃えることが可能となる (図 6 を参照)。実際、

$$U^\dagger = U \quad (28)$$

及び

$$\sigma_i \sigma_j = \delta_{ij} + i \sum_k \epsilon_{ijk} \sigma_k \quad (29)$$

であることから ( $\delta_{ij}$  は Kronecker のデルタ記号、 $\epsilon_{ijk}$  は Levi-Civita の完全反対称テンソルで、 $i, j, k$  はおののおの  $x, y, z$  をとる)

$$U^\dagger \sigma_j U = m_j (\mathbf{m} \cdot \boldsymbol{\sigma}) - \sigma_j \quad (30)$$

が得られるので

$$U^\dagger (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}) U = \sigma_z \quad (31)$$

が満たされていることは簡単な計算によって確認できる (式 (30) 及び  $\mathbf{m} \cdot \mathbf{n} = \cos \frac{\theta}{2}$  を用いればよい)。

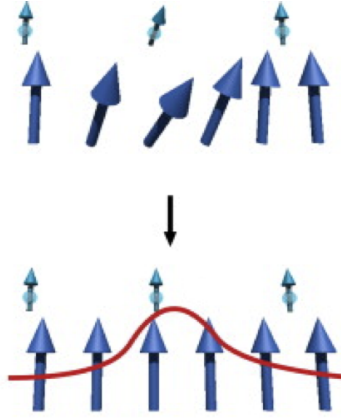


図 6: 伝導電子は一様な背景磁化の下でスピングージ場 (赤い線) と相互作用する [5]。

またこの局所ゲージ変換によって電子場の微分項は

$$\partial_\mu c = U(\partial_\mu + ieA_{s,\mu})a \quad (32)$$

のように共変微分の形に変更される (この変換はスピン空間におけるゲージ変換になっているため)。

$$A_{s,\mu} \equiv -\frac{i}{e}U^{-1}\partial_\mu U \quad (33)$$

はゲージ場を表す。  $U$  が  $2 \times 2$  の行列であることから、ゲージ場  $A_{s,\mu}$  は Pauli 行列を用いて

$$A_{s,\mu} = \sum_\alpha A_{s,\mu}^\alpha \sigma_\alpha \quad (34)$$

及び

$$A_{s,\mu}^\alpha \equiv \frac{1}{e}(\mathbf{m} \times \partial_\mu \mathbf{m})^\alpha \quad (35)$$

と書けることがわかる (式 (26) を式 (33) に代入すれば簡単に示せる)。ここで  $\mu = x, y, z, \tau$  は空間成分と時間成分に対する添字で、 $\alpha = x, y, z$  はスピン空間の成分に対する添字である。式 (34) は  $SU(2)$  ゲージ場であり、スピングージ場と呼ばれている。従って、ゲージ変換後のラグラン

ンジアンは

$$\mathcal{L} \equiv \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_A \quad (36)$$

$$\mathcal{L}_0 \equiv \int d^3r \bar{a} \left( \partial_\tau - \frac{1}{2m_e} \nabla^2 - \mu - \Delta_{sd} \sigma_z \right) a \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_A \equiv \int d^3r \left[ ie\bar{a}A_{s,\tau}a + \sum_i \left( \sum_\alpha A_{s,i}^\alpha j_{s,i}^\alpha + A_i j_i \right) + \frac{e^2}{m_e} \sum_{i,\alpha} A_i A_{s,i}^\alpha \bar{a} \sigma^\alpha a \right. \\ \left. + \frac{e^2}{2m_e} \sum_i \left( \sum_\alpha (A_{s,i}^\alpha)^2 + (A_i)^2 \right) \bar{a} a \right] \quad (38) \end{aligned}$$

となる。ここで

$$\begin{aligned} j_{s,i}^\alpha &\equiv -ie \frac{1}{2m_e} \bar{a} \left( \vec{\nabla}_i - \overleftarrow{\nabla}_i \right) \sigma^\alpha a \\ j_i &\equiv -ie \frac{1}{2m_e} \bar{a} \left( \vec{\nabla}_i - \overleftarrow{\nabla}_i \right) a \end{aligned} \quad (39)$$

はそれぞれ、スピン流と電流を意味する。ゲージ変換後のラグランジアン (36) は、電子場  $a$  が  $sd$  交換相互作用のため強くスピン偏極されている項 (式 (37) の第 4 項) と、ゲージ場との相互作用を表す項 (式 (38)) が完全に分離されており、以後の解析における出発点になる。

### 2.3 経路積分による有効ハミルトニアンの導出

ここでは電子場  $a$  に関して経路積分を実行 (Fermi 場を取り扱うため、反周期境界条件:  $a(\mathbf{r}, 0) = -a(\mathbf{r}, \beta)$  及び  $\bar{a}(\mathbf{r}, 0) = -\bar{a}(\mathbf{r}, \beta)$  を満たす経路積分を行わなければならないことに注意) し、2つのゲージ場  $A_{s,i}^\alpha$  と  $A_i$  に対する有効ハミルトニアンを導出する。スピングージ場は局在スピン (磁化) を指定するパラメータ  $\theta$  及び  $\phi$  によって特徴づけられているため、ここで求める有効ハミルトニアンは局在スピン (磁化) と通常の電磁場の間の相互作用を記述すると解釈できる。

ゲージ変換後の世界では  $sd$  交換相互作用項が対角化されており、強い相互作用が存在しない。そのためゲージ場 ( $A_i$  及び  $A_{s,\mu}^\alpha$ ) に関して摂動展開を行うことができる。経路積分の取り扱いにおいては、相互作用項に



ついでに摂動展開は指数関数の Taylor 展開を行えばよい。すなわち

$$\begin{aligned}
e^{-\int_0^\beta d\tau \mathcal{L}} &= e^{-\int_0^\beta d\tau \mathcal{L}_0} e^{-\int_0^\beta d\tau \mathcal{L}_A} \\
&\simeq e^{-\int_0^\beta d\tau \mathcal{L}_0} \left( 1 - \int_0^\beta d\tau \mathcal{L}_A(\tau) + \frac{1}{2} \int_0^\beta d\tau \int_0^\beta d\tau' \mathcal{L}_A(\tau) \mathcal{L}_A(\tau') \right)
\end{aligned} \tag{40}$$

と計算する。ここで摂動展開の条件としてゲージ場 ( $A_i$  及び  $A_{s,\mu}^\alpha$ ) のエネルギースケールが  $sd$  交換相互作用のエネルギースケール ( $\sim 1$  eV) 以下であることが要求されるが、現在の系ではこの条件が満たされるように設定することが可能である。局在スピン (磁化) のダイナミクスのエネルギースケールは、 $0.1$  eV 程度であることが知られてため電磁波の角振動数を  $\Omega < 10^{14}$  1/s とすればよい。

ゲージ場 ( $A_i$  及び  $A_{s,i}^\alpha$ ) に関して 2 次まで摂動展開を行うと、有効ハミルトニアンは

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_{\text{eff}} &\simeq - \int_0^\beta d\tau \int d^3r \left[ 2ieA_{s,\tau}^z s_e(\mathbf{r}, \tau) + \frac{2e^2}{m_e} \sum_i A_i A_{s,i}^z s_e(\mathbf{r}, \tau) \right. \\
&\quad \left. + \frac{e^2}{2m_e} \sum_i \left( \sum_\alpha (A_{s,i}^\alpha)^2 + (A_i)^2 \right) n_e(\mathbf{r}, \tau) \right] + \frac{1}{2} \int_0^\beta d\tau \int_0^\beta d\tau' \int d^3r \int d^3r' \sum_{ij} \\
&\quad \times \left[ \sum_{\alpha\beta} A_{s,i}^\alpha A_{s,j}^\beta \chi_{ij}^{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \tau, \tau') + 2 \sum_\alpha A_{s,i}^\alpha A_j \chi_{ij}^\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \tau, \tau') + A_i A_j \chi_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \tau, \tau') \right]
\end{aligned} \tag{41}$$

となる。ここで

$$\begin{aligned}
s_e(\mathbf{r}, \tau) &\equiv \frac{1}{2} \langle \bar{a}(\mathbf{r}, \tau) \sigma_z a(\mathbf{r}, \tau) \rangle \\
n_e(\mathbf{r}, \tau) &\equiv \langle \bar{a}(\mathbf{r}, \tau) a(\mathbf{r}, \tau) \rangle
\end{aligned} \tag{42}$$

はそれぞれ電子スピン密度と電子数密度を表し、 $\langle \mathcal{O} \rangle$  は

$$\begin{aligned}
\langle \mathcal{O} \rangle &\equiv \frac{1}{\mathcal{Z}_0} \int \mathcal{D}\bar{a}(\mathbf{r}, \tau) \mathcal{D}a(\mathbf{r}, \tau) \mathcal{O} e^{-\int_0^\beta d\tau \mathcal{L}_0} \\
\mathcal{Z}_0 &= \int \mathcal{D}\bar{a}(\mathbf{r}, \tau) \mathcal{D}a(\mathbf{r}, \tau) e^{-\int_0^\beta d\tau \mathcal{L}_0}
\end{aligned} \tag{43}$$

と定義され、熱平均 (統計平均) を意味する。また

$$\begin{aligned}\chi_{ij}^{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \tau, \tau') &\equiv \langle j_{s,i}^{\alpha}(\mathbf{r}, \tau) j_{s,j}^{\beta}(\mathbf{r}', \tau') \rangle \\ \chi_{ij}^{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \tau, \tau') &\equiv \langle j_{s,i}^{\alpha}(\mathbf{r}, \tau) j_j(\mathbf{r}', \tau') \rangle \\ \chi_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \tau, \tau') &\equiv \langle j_i(\mathbf{r}, \tau) j_j(\mathbf{r}', \tau') \rangle\end{aligned}\quad (44)$$

はそれぞれ、スピン流-スピン流相関関数、スピン流-電流相関関数、電流-電流相関関数である。電子スピン密度  $s_e$  と電子数密度  $n_e$  は簡単に計算でき (複素積分)、それぞれ

$$\begin{aligned}s_e &= \frac{1}{2V} \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\sigma=\pm} \sigma f(\epsilon_{\mathbf{k}\sigma}) \\ n_e &= \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\sigma=\pm} f(\epsilon_{\mathbf{k}\sigma})\end{aligned}\quad (45)$$

となる。ここで  $V$  は系の体積、 $\mathbf{k}$  は電子の波数ベクトル、 $\epsilon_{\mathbf{k}\sigma} = \frac{k^2}{2m_e} - \mu - \sigma\Delta_{sd}$  は電子のエネルギーである。また、 $f(\epsilon_{\mathbf{k}\sigma}) = (e^{\beta\epsilon_{\mathbf{k}\sigma}} + 1)^{-1}$  は Fermi-Dirac 分布関数を意味し、 $\sigma = \pm$  は電子スピンの指数である。式 (41) では、ゲージ場の 1 次に見れる  $\langle j_{s,i}^{\alpha} \rangle$  と  $\langle j_i \rangle$  は 0 になるため省略している。相関関数 (44) の Fourier 変換を行うと、その Fourier 成分はそれぞれ

$$\begin{aligned}\chi_{ij}^{\alpha\beta}(\mathbf{q}, i\Omega_{\ell}) &= -\frac{e^2}{m_e^2\beta V} \sum_{n,\mathbf{k}} k_i k_j \text{tr} \left[ \sigma_{\alpha} G_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2}, n} \sigma_{\beta} G_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}, n+l} \right] \\ \chi_{ij}^{\alpha}(\mathbf{q}, i\Omega_{\ell}) &= -\frac{e^2}{m_e^2\beta V} \sum_{n,\mathbf{k}} k_i k_j \text{tr} \left[ \sigma_{\alpha} G_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2}, n} G_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}, n+l} \right] \\ \chi_{ij}(\mathbf{q}, i\Omega_{\ell}) &= -\frac{e^2}{m_e^2\beta V} \sum_{n,\mathbf{k}} k_i k_j \text{tr} \left[ G_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2}, n} G_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}, n+l} \right]\end{aligned}\quad (46)$$

と書ける。この時  $G_{\mathbf{k},n}$  は行列表示における電子の温度 Green 関数を意味し、以下のように

$$G_{\mathbf{k},n} \equiv \left[ i\omega_n - \epsilon_{\mathbf{k}} + \frac{i}{2\tau_e} \text{sgn}(n) \right]^{-1}\quad (47)$$

と定義される。 $\text{sgn}(n)$  は  $n > 0$  と  $n < 0$  に対してそれぞれ  $\text{sgn}(n) = 1$  と  $-1$  という値をかえす符号関数である。 $\epsilon_{\mathbf{k}} = \frac{k^2}{2m_e} - \mu - \Delta_{sd}\sigma_z$  は行列表示での電子のエネルギーで、 $\tau_e$  は不純物 (弾性) 散乱によって生じる電子の寿命 (式 (18) では不純物ポテンシャルの項をあらわに書いていない

が、ここではその散乱の効果 Green 関数の自己エネルギー部分に寿命として取り込んでいることに注意で、 $\text{tr}$  は電子スピンに対する trace を表す。また  $\mathbf{q}$  はゲージ場が運ぶ波数ベクトルを表し、 $\omega_n \equiv \frac{(2n+1)\pi}{\beta}$  は電子がもつ fermionic な松原振動数で、 $\Omega_\ell \equiv \frac{2\pi\ell}{\beta}$  はゲージ場がもつ bosonic な松原振動数である ( $n$  及び  $\ell$  は整数)。ここで trace 公式

$$\begin{aligned} \text{tr} \left[ \sigma_\alpha G_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},n} \sigma_\beta G_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},n+\ell} \right] &= \sum_{\sigma=\pm} \left[ (\delta_{\alpha\beta} - i\sigma\epsilon_{\alpha\beta\gamma} - \delta_{\alpha z}\delta_{\beta z}) g_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(i\omega_n) g_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},-\sigma}(i\omega_n + i\Omega_\ell) \right. \\ &\quad \left. + \delta_{\alpha z}\delta_{\beta z} g_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(i\omega_n) g_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(i\omega_n + i\Omega_\ell) \right] \\ \text{tr} \left[ \sigma_\alpha G_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},n} G_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},n+\ell} \right] &= \sum_{\sigma=\pm} \sigma \delta_{\alpha z} g_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(i\omega_n) g_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(i\omega_n + i\Omega_\ell) \\ \text{tr} \left[ G_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},n} G_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},n+\ell} \right] &= \sum_{\sigma=\pm} g_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(i\omega_n) g_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(i\omega_n + i\Omega_\ell) \end{aligned} \quad (48)$$

を用いると相関関数の Fourier 成分 (46) は

$$\begin{aligned} \chi_{ij}^{\alpha\beta}(\mathbf{q}, i\Omega_\ell) &= -\frac{e^2}{m_e^2\beta V} \sum_{n,\mathbf{k}} k_i k_j \sum_{\sigma=\pm} \left[ (\delta_{\alpha\beta} - i\sigma\epsilon_{\alpha\beta\gamma} - \delta_{\alpha z}\delta_{\beta z}) g_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(i\omega_n) g_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},-\sigma}(i\omega_n + i\Omega_\ell) \right. \\ &\quad \left. + \delta_{\alpha z}\delta_{\beta z} g_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(i\omega_n) g_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(i\omega_n + i\Omega_\ell) \right] \\ \chi_{ij}^\alpha(\mathbf{q}, i\Omega_\ell) &= -\frac{e^2}{m_e^2\beta V} \sum_{n,\mathbf{k}} k_i k_j \sum_{\sigma=\pm} \sigma \delta_{\alpha z} g_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(i\omega_n) g_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(i\omega_n + i\Omega_\ell) \\ \chi_{ij}(\mathbf{q}, i\Omega_\ell) &= -\frac{e^2}{m_e^2\beta V} \sum_{n,\mathbf{k}} k_i k_j \sum_{\sigma=\pm} g_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(i\omega_n) g_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(i\omega_n + i\Omega_\ell) \end{aligned} \quad (49)$$

となる。ここで  $g_{\mathbf{k},\sigma}(i\omega_n)$  は温度 Green 関数 (47) の行列要素であり

$$g_{\mathbf{k},\sigma}(i\omega_n) \equiv \left[ i\omega_n - \epsilon_{\mathbf{k}\sigma} + \frac{i}{2\tau_e} \text{sgn}(\text{Im}(i\omega_n)) \right]^{-1} \quad (50)$$

と定義される。さらに複素数  $z \equiv i\omega_n$  を導入して留数定理を用い整数に対する和 (松原 sum) を複素積分に書き換え、積分を実行することで相関関数の Fourier 成分 (49) を計算することができる。まず留数定理を用い

ること式 (49) を計算するのに必要な成分は以下のように

$$\begin{aligned}
\chi_{ij}^{zz}(\mathbf{q}, i\Omega_\ell) &= \frac{e^2}{m_e^2 V} \sum_{\mathbf{k}} k_i k_j \sum_{\sigma=\pm} \int_C \frac{dz}{2\pi i} f(z) g_{\mathbf{k}-\frac{q}{2}, \sigma}(z) g_{\mathbf{k}+\frac{q}{2}, \sigma}(z + i\Omega_\ell) \\
\chi_{ij}^{+-}(\mathbf{q}, i\Omega_\ell) &= \frac{e^2}{m_e^2 V} \sum_{\mathbf{k}} k_i k_j \sum_{\sigma=\pm} \int_C \frac{dz}{2\pi i} f(z) g_{\mathbf{k}-\frac{q}{2}, \sigma}(z) g_{\mathbf{k}+\frac{q}{2}, -\sigma}(z + i\Omega_\ell) \\
\chi_{ij}^z(\mathbf{q}, i\Omega_\ell) &= \frac{e^2}{m_e^2 V} \sum_{\mathbf{k}} k_i k_j \sum_{\sigma=\pm} \int_C \frac{dz}{2\pi i} \sigma f(z) g_{\mathbf{k}-\frac{q}{2}, \sigma}(z) g_{\mathbf{k}+\frac{q}{2}, \sigma}(z + i\Omega_\ell) \\
\chi_{ij}(\mathbf{q}, i\Omega_\ell) &= \frac{e^2}{m_e^2 V} \sum_{\mathbf{k}} k_i k_j \sum_{\sigma=\pm} \int_C \frac{dz}{2\pi i} f(z) g_{\mathbf{k}-\frac{q}{2}, \sigma}(z) g_{\mathbf{k}+\frac{q}{2}, \sigma}(z + i\Omega_\ell)
\end{aligned} \tag{51}$$

と書ける。ここで  $C$  は虚軸を反時計回りに囲む積分路 [34, 35] を表す (留数定理を用いる際、反時計回りの経路を採用するため符号が反転することに注意)。

ここから式 (51) において、解析接続 ( $\Omega + i0 \equiv i\Omega_\ell$ ) [35] を行った後、ゲージ場の波数ベクトル  $\mathbf{q}$  と角振動数  $\Omega$  について展開し積分を処理する。 $\mathbf{q}$  と  $\Omega$  に関して 2 次まで展開を行う (展開パラメータはそれぞれ  $q/k_F$  [ $k_F$  は電子の Fermi 波数] と  $\Omega\tau_e$  で、今考えている系では  $q/k_F \ll 1$  及び  $\Omega\tau_e \ll 1$  が満たされるよう設定している) と最終的に相関関数の Fourier 成分 (49) は

$$\begin{aligned}
\chi_{ij}^{\alpha\beta}(\mathbf{q}, \Omega) &\simeq \frac{e^2}{m_e} \{ (\delta_{\alpha\beta} - \delta_{\alpha z} \delta_{\beta z}) \delta_{ij} b + \delta_{\alpha z} \delta_{\beta z} [\delta_{ij} n_e (1 + i\Omega\tau_e - (\Omega\tau_e)^2) + c(q_i q_j - q^2 \delta_{ij})] \} \\
\chi_{ij}^z(\mathbf{q}, \Omega) &\simeq \frac{e^2}{m_e} [\delta_{ij} 2s_e (1 + i\Omega\tau_e - (\Omega\tau_e)^2) + d(q_i q_j - q^2 \delta_{ij})] \\
\chi_{ij}(\mathbf{q}, \Omega) &\simeq \frac{e^2}{m_e} [\delta_{ij} n_e (1 + i\Omega\tau_e - (\Omega\tau_e)^2) + c(q_i q_j - q^2 \delta_{ij})]
\end{aligned} \tag{52}$$

となる。ここでの計算過程において、 $(\epsilon_F \tau_e)^{-1}$  [ $\epsilon_F$  は電子の Fermi エネルギー] の高次の寄与は無視している [金属の条件:  $(\epsilon_F \tau_e)^{-1} \ll 1$  を採用し

ている]。ここで  $b, c, d$  は以下のように

$$\begin{aligned}
b &\equiv \frac{1}{3m_e V \Delta_{sd}} \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\sigma=\pm} \sigma k^2 f(\epsilon_{\mathbf{k}\sigma}) \\
c &\equiv \frac{1}{12m_e} \sum_{\sigma=\pm} \nu_{\sigma} \\
d &\equiv \frac{1}{12m_e} \sum_{\sigma=\pm} \sigma \nu_{\sigma}
\end{aligned} \tag{53}$$

と定義され、ここで現れる電子スピン密度  $s_e$  と電子数密度  $n_e$  は

$$\begin{aligned}
s_e &\simeq \frac{1}{2} \sum_{\sigma=\pm} \sigma \frac{k_{F\sigma}^2 \nu_{\sigma}}{3m_e} \\
n_e &\simeq \sum_{\sigma=\pm} \frac{k_{F\sigma}^2 \nu_{\sigma}}{3m_e}
\end{aligned} \tag{54}$$

である (Fermi-Dirac 分布関数が  $f(\epsilon_{\mathbf{k}\sigma}) \simeq \theta(-\epsilon_{\mathbf{k}\sigma})$  と Heaviside の階段関数で近似できることを用いて式 (45) 中の  $k$  積分を実行すれば式 (54) を得ることができる)。

$$k_{F\sigma} \equiv \sqrt{k_F^2 + 2m_e \sigma \Delta_{sd}} \tag{55}$$

及び

$$\nu_{\sigma} \equiv \frac{m_e^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}\pi^2} \sqrt{\epsilon_F + \sigma \Delta_{sd}} \tag{56}$$

はそれぞれ電子のスピン依存の Fermi 波数と単位体積あたりの状態密度である。また、vertex 補正の寄与は  $\nabla \cdot \mathbf{E}$  に比例するため (付録 A を参照)、金属中では無視できるとしている (本研究では表面プラズモンのような、外部電場によって誘起される表面電荷が引き起こす表面での効果は考えない)。従って、 $q^2$  及び  $\Omega^2$  の範囲で、Fourier 表示の有効ハミル

トニアンは

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_{\text{eff}} \simeq & - \left\{ 2ieA_{s,\tau}^z s_e + \frac{1}{2m_e} (n_e - b) \sum_{i,\mathbf{q},\Omega} A_{s,i}^+(-\mathbf{q}, -\Omega) A_{s,i}^- (\mathbf{q}, \Omega) \right. \\
& - \frac{e^2}{m_e} 2s_e \tau_e \sum_{i,\mathbf{q},\Omega} i\Omega A_{s,i}^z(-\mathbf{q}, -\Omega) A_i(\mathbf{q}, \Omega) \\
& + \frac{e^2}{2m_e} \tau_e^2 \sum_{i,\mathbf{q},\Omega} \Omega^2 [n_e (A_{s,i}^z(-\mathbf{q}, -\Omega) A_{s,i}^z(\mathbf{q}, \Omega) + A_i(-\mathbf{q}, -\Omega) A_i(\mathbf{q}, \Omega)) \\
& + 4s_e A_{s,i}^z(-\mathbf{q}, -\Omega) A_i(\mathbf{q}, \Omega)] - \frac{e^2}{2m_e} \sum_{ij,\mathbf{q},\Omega} (q_i q_j - q^2 \delta_{ij}) \\
& \left. \times [c(A_{s,i}^z(-\mathbf{q}, -\Omega) A_{s,j}^z(\mathbf{q}, \Omega) + A_i(-\mathbf{q}, -\Omega) A_j(\mathbf{q}, \Omega)) + dA_{s,i}^z(-\mathbf{q}, -\Omega) A_j(\mathbf{q}, \Omega)] \right\} \quad (57)
\end{aligned}$$

と書けることがわかる。ここで  $A_{s,i}^\pm(\mathbf{q}, \Omega) \equiv A_{s,i}^x(\mathbf{q}, \Omega) \pm iA_{s,i}^y(\mathbf{q}, \Omega)$  と定義している。この結果は、スピングージ場の断熱成分 ( $A_s^z$ ) が  $U(1)$  ゲージ場のように振る舞うことを主張する。

ゲージ場  $A$  の 2 次に比例する項は媒質の誘電率と透磁率を記述する。また  $\Omega A_i(-\Omega) A_i(\Omega)$  に比例する項は

$$\int dt A_i \dot{A}_i = 0 \quad (58)$$

であることを用いて消去している。次にスピングージ場  $A_s$  の 1 次に比例する項は局在スピン (磁化) のダイナミクスを規定する項 (スピン Berry 位相項) である。この項は、局在スピン (磁化) が時間変化するときに掃引する立体角になる (図 5 を参照)。スピングージ場  $A_s$  の 2 次に比例する項は Ref. [36] で指摘されているように、交換相互作用項及び散逸項への寄与 (くりこみ) である。実際、 $\Omega^0$  の項の寄与は

$$\frac{1}{m_e} (n_e - b) \sum_i A_{s,i}^+ A_{s,i}^- = J_{\text{eff}} (\nabla \mathbf{n})^2 \quad (59)$$

となり、強磁性相 (磁化構造のかたさ) を記述する ( $A_{s,i}^{\alpha=x,y}$  の表式は、式 (35) から得られる)。ここでの局在スピン (磁化) 間の有効的な交換相互作用はスピン空間で等方的であり、伝導電子によって媒介されるものであ

る。その強さを表す  $J_{\text{eff}}$  は自由電子の表式を用いると

$$J_{\text{eff}} \equiv \frac{1}{4m_e} (n_e - b) \quad (60)$$

$$\begin{aligned} &\simeq \frac{(k_{F+} - k_{F-})^2}{120\pi^2 m_e^2 \Delta_{sd} (k_{F+} + k_{F-})} [(k_{F+} - k_{F-})^2 + 3k_{F+}k_{F-}] \quad (61) \\ &> 0 \end{aligned}$$

と評価できる。そのため、もともとの交換相互作用項へのくりこみとしてこの項を取り扱う必要があるがここではこれ以上議論しない。また  $\Omega$  の1次及びスピングージ場の2次に比例する項は摩擦に関する散逸を表す [36] ことになるが、散逸が重要な役割を担うような局在スピン (磁化) のダイナミクスには今は興味がないため、この項の寄与は無視する (本研究では、2つのゲージ場  $A_s$  と  $A_s$  の間の結合に興味を向けている)。以上のことから、2つのゲージ場間の結合を記述する有効的な相互作用ハミルトニアンとしては

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{int}} &\equiv \frac{e^2}{m_e} \sum_{\mathbf{q}, \Omega} \left( 2s_e i(\Omega\tau_e) \sum_i A_{s,i}^z(-\mathbf{q}, -\Omega) A_i(\mathbf{q}, \Omega) - 2s_e (\Omega\tau_e)^2 \right. \\ &\quad \left. \times \sum_i A_{s,i}^z(-\mathbf{q}, -\Omega) A_i(\mathbf{q}, \Omega) + \frac{d}{2} \sum_{ij} (q_i q_j - q^2 \delta_{ij}) A_{s,i}^z(-\mathbf{q}, -\Omega) A_j(\mathbf{q}, \Omega) \right) \quad (62) \end{aligned}$$

$$= \frac{e^2}{m_e} \int d^3r \left( 2s_e \tau_e \mathbf{E} \cdot \mathbf{A}_s^z + 2s_e \tau_e^2 \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_s + \frac{d}{2} \mathbf{B} \cdot \mathbf{B}_s \right) \quad (63)$$

を考えることになる (式 (63) では時間積分を省略している)。ここで、 $\mathbf{E} \equiv -\dot{\mathbf{A}}$  は  $\mathbf{B} \equiv \nabla \times \mathbf{A}$  は外部電場・磁場で、 $\mathbf{E}_s \equiv -\dot{\mathbf{A}}_s^z$  と  $\mathbf{B}_s \equiv \nabla \times \mathbf{A}_s^z$  はそれぞれ有効電場・磁場である (外部電場及び有効電場の定義としてゲージ自由度を固定したものを採用してことに注意)。

### 3 ディスカッション

ここでは、式 (63) で記述される結合項の効果とスピン波を用いた起電力の生成メカニズムについて詳細に議論する。特に重要なのは、局所ゲージ変換 (25) によって  $sd$  交換相互作用項が対角化されている (スピン空間の  $z$  成分が特別に選ばれている) ため、スピングージ場の断熱成分 ( $A_s^z$ ) が物理場として活躍できる点である。

#### 3.1 スピン移行効果とスピン移行トルク

式 (63) の第 1 項は外部電場が系にかけられた時に  $A_s^z$ 、すなわち磁化構造の運動が誘起されることを意味する (図 7 を参照)。実際、係数が  $2s_e \frac{e^2}{m_e} \tau_e \mathbf{E} = P \mathbf{j}$  ( $P \equiv \frac{n_\uparrow - n_\downarrow}{n_e}$ 、 $\mathbf{j} = \sigma_B \mathbf{E}$  であり、 $\sigma_B \equiv \frac{e^2}{m_e} n_e \tau_e$  は Boltzmann 伝導度を表す) と書けることから

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{STT}} &\equiv \frac{2s_e \tau_e e^2}{m_e} \int d^3 r \mathbf{E} \cdot \mathbf{A}_s^z \\ &= \int d^3 r \frac{\hbar P}{2e} (1 - \cos \theta) (\mathbf{j} \cdot \nabla) \phi \end{aligned} \quad (64)$$

と書き直すことができる。この項はイントロダクション 1.1 で述べた式 (1) に一致する。また局在スピン (磁化) に作用するトルクは

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_{\text{STT}} &\equiv \frac{1}{\hbar} \frac{\delta \mathcal{H}_{\text{STT}}}{\delta \mathbf{n}} \times \mathbf{n} \\ &= -\frac{P}{2e} (\mathbf{j} \cdot \nabla) \mathbf{n} \end{aligned} \quad (65)$$

と計算できる。計算では

$$\frac{\delta}{\delta \mathbf{n}} = \mathbf{e}_\theta \frac{\delta}{\delta \theta} + \mathbf{e}_\phi \frac{1}{\sin \theta} \frac{\delta}{\delta \phi} \quad (66)$$

及び

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (67)$$

を用いた。この時  $\mathbf{e}_\phi = (-\sin \phi, \cos \phi, 0)$ 、 $\mathbf{e}_\theta = (\cos \theta \cos \phi, \cos \theta \sin \phi, -\sin \theta)$  で、 $\mathbf{n} = \mathbf{e}_\theta \times \mathbf{e}_\phi$  を満たす。このトルク (65) はスピン偏極した電流により磁化構造を動かそうとする効果をもつことがわかる (スピン移行トルク)。



Ref. [32] において指摘されているように、本研究で用いた手法である有効ハミルトニアンの方法は、通常角運動量保存則を用いて現象論的に議論されるスピン移行効果を厳密かつ簡単に導くことができる。

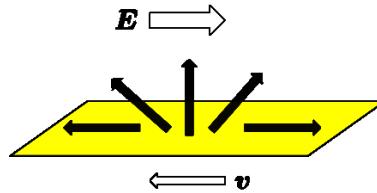


図 7: スピン移行効果による磁化構造 (ここでは磁壁) の運動。  $E$  は外部電場を表し、  $v$  は駆動された磁化構造の速度である。電場によってスピン偏極した電流が流れ (スピン偏極した電子は電流とは逆向きに流れ)、スピン角運動量を保存するために磁化構造が運動をはじめ。

スピングージ場  $A_s^z$  は  $E_s = -\dot{A}_s^z$  と書けることからスピン電場に直接関係していると考えられる。しかし、  $A_s^z$  の誘起は常にスピン電場が誘起されることを意味するわけではないことに注意しなければならない。実際には、スピン移行トルクが引き起こす直接の物理現象は磁化構造の駆動であり [5]、誘起された磁化構造のダイナミクスが非共面な構造 (図 5) を作り出す時のみ、スピン電場は誘起される。つまりスピン電場の発生は、本質的に磁化構造のダイナミクスに依存する。

### 3.2 磁壁の運動によって誘起されるスピン電場

ここでは例として 1 次元的な磁壁の場合を考える。磁壁を記述する集団座標として採用される中心座標  $X$  と磁壁面の角度  $\phi$  はお互いにカノニカル共役であるため [5]、磁壁の運動は磁化構造が非共面的 (図 5) になる運動を行おうとする。すなわち、外部電場によってスピン移行トルクが磁化に作用するとき、磁壁面が傾くと同時に磁壁の運動が駆動される [37]。この磁壁の運動によって生成されるスピン電場は以下のように計算される。ここでは  $z$  軸方向に磁化の容易軸をとり、Ref. [5] において指摘されている無次元のパラメータ  $\beta$  (この  $\beta$  は逆温度ではない) によって記述される非断熱性を無視する。さて、位置  $x = X(t)$  で  $x$  軸方向に

変化する磁化をもつ平らな磁壁 (図 8 を参照) は

$$\cos \theta = \tanh \frac{x-X}{\lambda}, \quad \sin \theta = \frac{1}{\cosh \frac{x-X}{\lambda}}, \quad \phi = \phi(t) \quad (68)$$

によって記述される (集団座標の方法)。

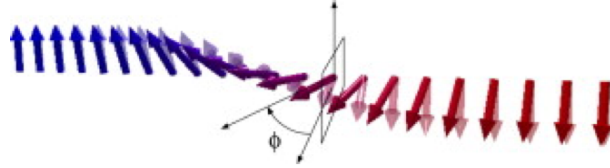


図 8: スピン容易軸 (スピン空間における  $z$  軸) と空間軸 (磁化が傾く方向である座標空間における  $x$  軸) が直交している磁壁 (Bloch 磁壁) [5]。図中の小さな四角形は磁壁の容易面を表す。

そのため、 $X$  と  $\phi$  に対する運動方程式は [38]

$$\begin{aligned} \dot{X} - \alpha \lambda \dot{\phi} &= \frac{a_0^3}{2eS} Pj \\ \dot{\phi} + \alpha \frac{\dot{X}}{\lambda} &= 0 \end{aligned} \quad (69)$$

となる。ここで  $\lambda$  は磁壁の厚さ、 $\alpha$  は Gilbert 緩和定数、 $a_0$  は格子定数を表す。また  $S$  は局在スピン (磁化) の大きさである。式 (69) に対する解は

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \frac{1}{1 + \alpha^2} \frac{a_0^3}{2eS} Pj \\ \dot{\phi} &= -\frac{\alpha}{1 + \alpha^2} \frac{a_0^3}{2eS\lambda} Pj \end{aligned} \quad (70)$$

となる。磁壁の運動に対するスピン電場 (13) は、

$$\nabla_x \mathbf{n} = -\frac{\sin \theta}{\lambda} \mathbf{e}_\theta \quad (71)$$

及び

$$\dot{\mathbf{n}} = \sin \theta \left( \dot{\phi} \mathbf{e}_\phi + \frac{\dot{X}}{\lambda} \mathbf{e}_\theta \right) \quad (72)$$

を用いることで計算することができる。ここで  $e_\phi = (-\sin \phi, \cos \phi, 0)$ 、 $e_\theta = (\cos \theta \cos \phi, \cos \theta \sin \phi, -\sin \theta)$  である。よってスピンの電場は  $x$  軸方向に生じ、その大きさは

$$E_s = \frac{\hbar}{2e} \frac{1}{2\lambda} \dot{\phi} = \frac{\hbar}{2e^2} \frac{\alpha}{1 + \alpha^2} \frac{a_0^3 P}{4S\lambda^2} \sigma_B E \quad (73)$$

と評価できる。次に  $\alpha \sim 10^{-2}$ 、 $P \sim 0.8$  [39]、 $\sigma_B \sim 10^8 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$  及び  $S = 1$  と設定し、その大きさを数値的に見積もる。 $j = 10^{12} \text{ A/m}^2$  に対応する  $E \sim 10^4 \text{ V/m}$  の電場に対して、 $|\dot{X}| \sim 4 \text{ m/s}$ 、 $|\dot{\phi}| \sim 4 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$  と得られる。そこで  $\lambda \sim 10^{-8} \text{ m}$  [40] と選べば、 $|E_s| \sim 0.1 \text{ V/m}$  を得ることができる。実験的に測定されるものは  $E_s$  によって生じる電圧である。 $E_s$  は磁壁に局在するので、1つの磁壁によって生成される電圧は  $E_s \lambda \sim 1 \text{ nV}$  程度になると評価できる。この値は決して大きいものではないが、検出可能な大きさではある。例えば、外部磁場によって駆動される磁壁の場合においては、 $150 \text{ m/s}$  の磁壁速度に対して  $400 \text{ nV}$  の電圧が得られている [28]。さらに、外部電場とスピン電場の変換効率は以下のように

$$\mu \equiv \frac{E_s}{E} = \frac{\hbar}{2e^2} \frac{\alpha}{1 + \alpha^2} \frac{a_0^3 P}{4S\lambda^2} \sigma_B \sim \frac{P\alpha}{4(k_F\lambda)^2} \left( \frac{\epsilon_F \tau_e}{\hbar} \right) \quad (74)$$

と評価できる。この時、 $s_e a_0^3 \sim P/2$  と近似している。 $\mu$  の典型的な値は、 $\alpha \sim 10^{-2}$ 、 $k_F \lambda \sim 100$  及び  $(\epsilon_F \tau_e)/\hbar \sim 100$  に対して  $\mu \sim 10^{-4}$  となる。この変換効率は垂直磁気異方性をもつ磁性体や弱強磁性のような薄い磁壁をもつものに対して大きくなることが予測される。

スピン移行項とは別に、式 (63) の第2項は、外部電場とスピン電場の間の直接的な結合を記述する。この項による寄与を数値的に精密に見積もるには注意が必要である。なぜなら、この  $E_s$  は通常電磁気学で述べられるような  $(E_s)^2 - (B_s)^2$  のようなラグランジアンではなく、局在スピンに対する方程式 (Laudau-Lifshitz 方程式) を用いて決められる量であるため、誘起されるスピン電場の大きさを評価するには、上述したように  $E \cdot E_s$  によって生じるスピントルクを考慮した磁化ダイナミクスを直接解く必要があるからである。そこでここでは方程式を直接解かず、大まかに評価する方法を述べる。結合項  $E \cdot E_s$  は式 (62) を見ればわかるように、磁化構造が応答できる周波数である GHz の領域では  $\Omega \tau_e$  の因子だけスピン移行項より小さくなるのが理解できる。この時、 $(\epsilon_F \tau_e)/\hbar = 100$  という値をとる金属に対して、 $\tau_e \gtrsim 10^{-13} \text{ s}$  と設定している。そのためこ

の項は、不純物の濃度が低いクリーンな金属に THz 領域の角振動数をもつ外部電場を加えた時に非自明な寄与を及ぼす可能性がある。

### 3.3 磁場間の結合とフラストレーション

式 (63) の第 3 項は、外部磁場の存在に起因して生じる。この項は、外部磁場が磁性体にかげられたときにスピン磁場が誘起されることを意味する。有限の大きさをもつ有効磁場  $B_s$  が非共面的な磁化構造 (図 5) を生み出す一方で、一様な磁場は磁場の方向に沿って一様な磁化構造を生み出そうとするため、この効果は非自明なフラストレーションを引き起こすと考えられる。磁化構造が  $\lambda$  程度のスケールで有限の非共面的構造をとっている場合に誘起されるスピン磁場の大きさは (14) より

$$B_s \sim \frac{\hbar}{e\lambda^2} \quad (75)$$

と見積もることができる。この構造をとるときの 1 サイトあたりのエネルギー利得は以下のように

$$\left(\frac{e\hbar}{m_e}\right)^2 \frac{B_s}{\epsilon_F} B \simeq \frac{e\hbar}{m} B \frac{2}{(k_F\lambda)^2} \quad (76)$$

と評価できる。この評価において  $d \sim O(\frac{1}{12m_e\epsilon_F})$  であることを仮定している。また、 $d = \frac{1}{12m_e}(\nu_+ - \nu_-)$  は物質によって正負両方の値をとりうることに注意しなければならない。一方、強磁性体において非共面の構造をとるときの交換相互作用のエネルギーは

$$\frac{J}{2}(\nabla\mathbf{n})^2 \simeq \frac{J}{a_0^2} \frac{1}{(k_F\lambda)^2} \quad (77)$$

となる。ここで  $J$  は、他のフラストレーションがない場合での局在スピン (磁化) 間の交換エネルギーを表す量である。従ってスピン磁場  $B_s$  の生成によって費やされる全エネルギーは

$$\begin{aligned} \Delta E &\equiv \frac{J}{2}(\nabla\mathbf{n})^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{e\hbar}{m_e}\right)^2 \frac{B_s}{\epsilon_F} B \\ &\simeq \frac{1}{(k_F\lambda)^2} \left(\frac{J}{a_0^2} - \frac{e\hbar}{m} B\right) \end{aligned} \quad (78)$$

と記述できる。3d 強磁性金属では、交換エネルギーの大きさ  $J/a_0^2$  は 1 eV 程度である。一方、1 T の大きさの外部磁場のエネルギーの大きさは

$\frac{e\hbar}{m_e}B = 10^{-4}$  eV 程度である。そのため通常は一様な外部磁場だけでスピン磁場  $B_s$  を誘起させることは難しい。しかし、分子磁性体のような弱強磁性体では状況が異なってくると考えられる。例えば、5 K 程度の強磁性転移温度をもつ系 [41] では、Fermi エネルギーの大きさが 1 eV 程度である場合、5 T の磁場で有限の有効磁場  $B_s$  を誘起させることができる。本研究では、 $sd$  交換相互作用が非常に強い極限を考えているため、この効果を弱強磁性体の場合に直接適用することは適切ではない。そのため、Ref. [20] における取り扱いによって有効磁場  $B_s$  と外部磁場  $B$  の間の相互作用を評価しなければならない。しかし、弱結合の領域であっても有効磁場  $B_s$  の表式は式 (14) に一致することが理論的に示されているため [20]、この新しいフラストレーションの効果は十分期待できると思われる。このように分子磁性体は、スピン電磁場の観点からとらえると非常におもしろい系である。

### 3.4 スピン波が誘起するスピン電場

スピン移行項  $\mathcal{H}_{st}$  (1) は、外場電場によって誘起された電流の値がある閾値を超える場合にスピン波を発生させる [42]。このスピン波が単色であるならば、スピン電場は誘起されない。これは

$$n_x \pm in_y = \varphi e^{\pm i(kx - \Omega t)} \quad (79)$$

のように記述される単色のスピン波では、 $\dot{n}$  と  $\nabla_x n$  がお互いに平行になってしまい非共面的な構造 (図 5) をとることができないためである。しかし、異なる波数と角振動数をもつ 2 つのスピン波を使用すれば、スピン電場を誘起することが可能となる。ここでは、スピン波が以下のように

$$s_{\pm} = \frac{1}{2} \sum_{j=1,2} \varphi_j e^{\pm i(k_j x - \Omega_j t)} \quad (80)$$

で記述できる場合を考える。 $s_{\pm} \equiv \frac{1}{2}(s_x \pm is_y)$  は磁化の  $z$  軸まわりの微小なゆらぎを表し、 $\varphi_j$  はスピン波の振幅、 $k_j$  及び  $\Omega_j$  ( $j = 1, 2$ ) はそれぞれ 2 つのスピン波の波数と角振動数である。したがって、この時スピン波によって誘起されるスピン電場の表式 (13) は

$$\begin{aligned} E_{s,x} &\simeq -\frac{\hbar}{2e} (\dot{s}_x \nabla_x s_y - \dot{s}_y \nabla_x s_x) \\ &= -\frac{\hbar}{2e} \varphi_1 \varphi_2 (\Omega_1 k_2 - \Omega_2 k_1) \sin[(k_1 - k_2)x - (\Omega_1 - \Omega_2)t] \end{aligned} \quad (81)$$

となる。これはスピン波励起によって  $(k_1 - k_2)$  の波数と  $(\Omega_1 - \Omega_2)$  の角振動数をもつスピン電場が誘起されることを意味する。近年、アンテナに電流を流すことで発生する磁場を用いることで、およそ 7 GHz の同じ振動数をもつスピン波を生成できることが実験的に確認されている [43]。この実験手法は、スピン電場を誘起するのに適していると考えられる。スピン波の波数と振動数の値をそれぞれ  $k = 0.4 \mu\text{m}^{-1}$ 、 $2\pi \times 7 \text{ GHz}$  [43] とすれば、 $k\Omega \sim 1.7 \times 10^{15} \text{ 1/(ms)}$  となるため、誘起されるスピン電場の大きさは、スピン波の振幅  $\varphi$  に対しておおよそ  $\frac{\hbar}{e}k\Omega\varphi^2 \simeq 1.7 \times \varphi^2 \text{ V/m}$  程度になることが期待される。つまり、用いるスピン波が単色でない場合、スピン電場はスピン波の非線形な効果のため生成されることが期待される ( $E_{s,x}$  がスピン波の振幅に対して非線形な依存性をもっている)。スピン電場を生成するこの方法は一様な磁化構造をもつ強磁性体に適用することができるため、磁壁のような磁氣的な構造を用いた通常のスピン電場の生成法よりも応用に関してさらなる可能性を秘めていると考えられる。

## 4 まとめ

本研究では、径路積分を用いてスピン電磁場と電磁場との結合を記述する有効ハミルトニアンを導出した。有効ハミルトニアンの中で支配的な項は、スピン移行項に一致し、磁化にスピン移行トルクを生じさせる効果をもつ。磁場間の結合は、弱強磁性体に一様な外部磁場をかけた時にフラストレーションを誘起する可能性を提案する。また、スピン波励起の非線形効果によってスピン電場を生成できるメカニズムを提案した。この起電力生成メカニズムは、一様磁化のみが存在する場合にも適応できるため、磁壁などの非一様な磁化構造を用いた実験のセットアップよりも、応用面において優れていると考えられる。そのため、この効果の実験的な検証が待たれる。

## 5 今後の課題と展望

スピントロニクスにおいて今最も求められているのは、スピントロニクス現象に適切な物理的解釈を与え、その背後に存在する物理法則を記述することである。特にスピントロニクスにおいて最も重要な相互作用であるスピンと軌道を結びつけるスピン軌道相互作用が注目され、現在研究の進展が著しい。この相互作用が伝導電子に与える効果について考えた時、主に二種類のタイプ [(1) : 内因性効果, (2) : 外因性効果] にわけることができる。(1) は主に、金属の界面や表面のように空間反転対称性が破れているところで、結晶を組んでいる原子のつくる電場 (Rashba 場) が打ち消されることなく強く現れることに起因している (Rashba 型スピン軌道相互作用)。Rashba 型スピン軌道相互作用は、今まで半導体中の二次元電子系のみで実現されてきた。ところが最近、Bi/Ag のような金属の表面・界面でも、従来のものに比べて 100 倍近い巨大な Rashba 効果が現れることが報告されている [44]。また、強い  $sd$  交換相互作用が存在する系に Rashba 型スピン軌道相互作用が加わると、スピングージ場とは異なる、別の  $U(1)$  ゲージ場が現れることが指摘されており、このゲージ場によって誘起される有効電場・磁場は非常に大きな値をとることが理論的に予言されている [6, 19]。一方、(2) は不純物や格子欠陥などによって周囲とは異なる電気状態が電場を発生させ、電子がスピンの依存した散乱を受けることに起因する (ランダムスピン軌道相互作用)。特に、磁性不純物の存在によるランダムスピン軌道相互作用はスピン緩和を引き起こす原因となり、これによって Rashba 場が誘起する有効電場は変更をうけることが知られている [8]。

本研究の内容では、電子が散乱される効果として強磁性体中の非一様な磁化構造によるものと通常の電磁場によるものしか考慮していなかった。そこで、(1)、(2) の相互作用によって引き起こされる効果を取り込み、スピントロニクスにおける有効理論をさらに発展させることが必要とされる。スピン軌道相互作用との相乗効果を詳細に解析することにより、これまでにみられない電気磁気現象の発現機構を明らかにするとともに、スピントロニクス理論を発展させることが重要な課題である。

そこでまずは物理系として、モデルに Rashba 型のスピン軌道相互作用項

$$\mathcal{H}_R = -i \int d^3r \alpha_R \cdot (\nabla \times \sigma) \quad (82)$$



を加えたものを考える。 $\alpha_R$  は Rashba 場の方向を表す。この系では、電磁場を記述する  $U(1)$  ゲージ場、磁化構造の非一様性によって生じる  $SU(2)$  スピンゲージ場、そして Rashba 場が電子場と相互作用することになる。ここでは、これらの場と電子場との間の相互作用を摂動として取り扱い、Rashba 場に関しては 1 次、ゲージ場に関して 2 次まで摂動展開を行う。ここから電子場に関して積分 (径路積分) することによって、有効ハミルトニアンを求める。この時、このハミルトニアンは、それぞれのゲージ場によって誘起される電磁場間の有効的な相互作用を記述すると期待できる。そのため、本研究で得られたハミルトニアンと比較することで、Rashba 場によって誘起されるゲージ場がどのような振る舞いをみせ、結合に関与するのかを明らかにすることができる。また、Rashba 型のスピン軌道相互作用をもつ電子系ではスピン移行トルクとは異なるタイプのスピントルクが存在することが指摘されている [45, 46] ため、有効ハミルトニアンから局在スピンに作用するトルクを導出し、磁化ダイナミクスについて議論することは研究上価値がある。先行研究の結果を再現するだけでなく、導出したトルクの本質にせまり、現在指摘されていない現象を引き起こす可能性について考察する。さらにこの系では Rashba 型スピン軌道相互作用と強い  $sd$  交換相互作用が共存することに起因して、系の空間反転対称性と時間反転対称性がともに破れることから通常の電磁気学では許されない電場と磁場が直接結合する項が出現する可能性がある。そのため交差相関応答や光の整流効果といった金属強磁性体における電気磁気効果が期待される。この物質中の電磁応答を有効ハミルトニアンの立場から明らかにすることはスピン物性理論において非常に意義がある。

スピン緩和の効果を取り入れるためには、ランダムスピン軌道相互作用

$$\mathcal{H}_{sr} = -i \int d^3r \nabla \nu_{\text{imp}} \cdot (\nabla \times \sigma) \quad (83)$$

をモデルに加える必要がある。 $\nu_{\text{imp}}$  は不純物によるランダムポテンシャルを表す。スピン緩和が存在する場合、スピンに作用するトルクに Gilbert 緩和項や  $\beta$  トルク項が現れることが理論的に明らかにされており、それぞれのトルクを特徴付けるパラメータとスピン軌道相互作用の大きさとの間に強い相関があることも指摘されている [47, 48, 49]。しかし、有効ハミルトニアンの立場からスピン緩和に起因するこれらのトルクを直接導出した研究は今のところ存在していない。そこで有効ハミルトニアンを導出し、スピン緩和を表すトルクを生じさせるゲージ場間の有効相互作用項の特定を行う。

この研究が完成することによって、様々なスピントロニクス現象に対して、統一的な理解が与えられるだけでなく、スピントロニクスにおける理論的・実験的研究のさらなる発展が促されると期待される。またそれだけにとどまらず、有効理論の概念は他分野の問題を解決するためのヒントを提供することができると考えられる。

## 謝辞

まず本研究全般に渡って直接指導をしてくださった理研 CEMS スピン物性理論研究チーム チームリーダーの多々良源先生に御礼を申し上げます。多々良先生は、ストレートな経歴をもたず決して優秀とはいえないはみだしものの私を研究室に迎え入れ、魅力的な研究課題を与えてくださいました。それだけでなく研究活動を行うにあたり必要なスピントロニクスに関する知識や研究に対する姿勢を教えていただきました。多々良先生のご尽力があったからこそ、この研究は存在します (この研究内容は *Journal of Physical Society of Japan*, **83**, 074710 (2014) に採録されています [50])。加えて多々良先生の理研への異動後、量子凝縮系理論研究室に快く迎え入れてくださった森弘之准教授にも感謝申し上げます。森先生のサポートがあったおかげで首都大に居場所をつくることができました。また学振 DC1 の書類や面接対策に対して指導していただいたきありがとうございます。名古屋大学 S 研の河野浩教授、東京理科大学の橋爪洋一郎博士、OIST の植田浩明博士、青山学院大学の竹内祥人博士、名古屋大学の田口勝久博士からは本研究に対する有益なコメントをいただきました。特に河野先生には参考になる論文を 2 編も紹介していただきました。また橋爪さんと植田さんには物理学以外のプライベートな相談にのっていただきました。深く感謝申し上げます。研究室の先輩である中林紀之さんには忙しい中いつも議論につきあっていただき、計算技法への助言のみならずどんな質問にも丁寧に接してもらいました。本当に感謝しています。研究活動に関わった研究者及び友人を含め私を支援してくれた全ての方々の名前を列挙する余裕はありませんが、この場を借りて御礼申し上げます。

量子凝縮系理論研究室及びスピン物性理論研究チームの一員として研究活動を行うことができたことを誇りに思います。

## A Vertex 補正の計算

2.3 では不純物散乱の効果を電子の寿命 ( $\tau_e$ ) という形で取りんだ。しかし、この取り扱いでは不純物散乱の効果を全て考慮できていない(自己エネルギーダイアグラムに本質的に含まれないダイアグラムが存在する)。特にゲージ不変性から要求される相関関数に対する vertex 補正からの寄与が重要となる場合がある。ここでは、スピン流-電流相関に対する vertex 補正の計算を詳細に述べる。

vertex 補正の寄与を取り込むには、不純物散乱を何次のオーダーまで考慮しているのかに着目し、同じオーダーの Feynman ダイアグラムを取りこぼさないよう注意すればよい。今回は  $\tau_e^2$  までであるため、不純物の線が vertex をまたぐダイアグラムのうち、最低次のものを評価すればよい。そのためダイアグラムに対応するスピン流-電流相関を考えると以下の式で与えられる。

$$\chi_{ij}^{\alpha(\text{VCO})}(\mathbf{q}, i\Omega_\ell) \equiv -\frac{e^2}{m_e^2 \beta V^2} \sum_{n, \mathbf{k}, \mathbf{k}'} k_i k'_j \text{tr} \left[ G_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2}, n} G_{\mathbf{k}'-\frac{\mathbf{q}}{2}, n} \sigma_\alpha G_{\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2}, n+\ell} G_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}, n+\ell} \right] \quad (84)$$

まず、trace 公式

$$\begin{aligned} & \text{tr} \left[ G_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2}, n} G_{\mathbf{k}'-\frac{\mathbf{q}}{2}, n} \sigma_\alpha G_{\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2}, n+\ell} G_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}, n+\ell} \right] \\ &= \sum_{\sigma=\pm} \sigma \delta_{\alpha z} g_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}(i\omega_n) g_{\mathbf{k}'-\frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}(i\omega_n) g_{\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}(i\omega_n + i\Omega_\ell) g_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}(i\omega_n + i\Omega_\ell) \end{aligned} \quad (85)$$

を用いると式 (84) は

$$\begin{aligned} \chi_{ij}^{\alpha(\text{VCO})}(\mathbf{q}, i\Omega_\ell) &= -\frac{e^2}{m_e^2 \beta V^2} \delta_{\alpha z} \sum_{n, \mathbf{k}, \mathbf{k}'} \sum_{\sigma=\pm} k_i k'_j \sigma \\ &\quad \times g_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}(i\omega_n) g_{\mathbf{k}'-\frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}(i\omega_n) g_{\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}(i\omega_n + i\Omega_\ell) g_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}(i\omega_n + i\Omega_\ell) \end{aligned} \quad (86)$$

と書ける。次に、松原  $\text{sum}(n$  に関しての和) を実行するために、留数定

理を用いて和を複素積分に書き直せば、式 (86) は

$$\chi_{ij}^{\alpha(\text{VCO})}(\mathbf{q}, i\Omega_\ell) = \frac{e^2}{m_e^2 V^2} \delta_{\alpha z} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} \sum_{\sigma = \pm} k_i k'_j \sigma \Pi_{\sigma\sigma}(\mathbf{q}, i\Omega_\ell)$$

$$\Pi_{\sigma\sigma}(\mathbf{q}, i\Omega_\ell) \equiv \int_C \frac{dz}{2\pi i} f(z) g_{\mathbf{k} - \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}(z) g_{\mathbf{k}' - \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}(z) g_{\mathbf{k}' + \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}(z + i\Omega_\ell) g_{\mathbf{k} + \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}(z + i\Omega_\ell)$$
(87)

となる。この時、式 (87) 中の積分経路の取り方に注意が必要となる。なぜなら、今考えている温度 Green 関数の行列要素  $g$  が式 (50) の形で与えられることからわかるように、複素平面上の実軸に沿って分岐線 (ブランチ・カット) が存在するからである。具体的には

$$g_{\mathbf{k} - \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}(z) g_{\mathbf{k}' - \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}(z) g_{\mathbf{k}' + \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}(z + i\Omega_\ell) g_{\mathbf{k} + \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}(z + i\Omega_\ell) \quad (88)$$

が  $\text{Im}(z) = 0$  と  $\text{Im}(z + i\omega_n) = 0$  に分岐線をもつことになる。そのため積分を実行するには積分経路を図 9 のように設定しなければならない。

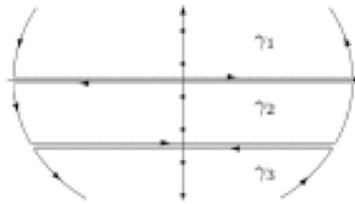


図 9: 複素平面上の積分路  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  [35]。全ての松原振動数を含んだ形で、分岐線を避ける経路 ( $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ ) に沿って積分は実行される。 $\gamma_1$  と  $\gamma_2$  の間のカットは  $\text{Im}(z) = 0$  を表す。 $\gamma_2$  と  $\gamma_3$  の間のカットは  $\text{Im}(z + i\omega_n) = 0$  を表す。

ここで経路ごとの積分を以下のように定義する。

$$\begin{aligned}
\Pi_{\sigma\sigma}(\mathbf{q}, i\Omega_\ell) &\equiv \Pi_1(\mathbf{q}, i\Omega_\ell) + \Pi_2(\mathbf{q}, i\Omega_\ell) + \Pi_3(\mathbf{q}, i\Omega_\ell) & (89) \\
\Pi_1(\mathbf{q}, i\Omega_\ell) &\equiv \int_{\gamma_1} \frac{dz}{2\pi i} f(z) g_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(z) g_{\mathbf{k}'-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(z) g_{\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(z+i\Omega_\ell) g_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(z+i\Omega_\ell) \\
\Pi_2(\mathbf{q}, i\Omega_\ell) &\equiv \int_{\gamma_2} \frac{dz}{2\pi i} f(z) g_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(z) g_{\mathbf{k}'-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(z) g_{\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(z+i\Omega_\ell) g_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(z+i\Omega_\ell) \\
\Pi_3(\mathbf{q}, i\Omega_\ell) &\equiv \int_{\gamma_3} \frac{dz}{2\pi i} f(z) g_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(z) g_{\mathbf{k}'-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(z) g_{\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(z+i\Omega_\ell) g_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}(z+i\Omega_\ell) & (90)
\end{aligned}$$

分岐線の位置に注意して解析接続 ( $\Omega + i0 \equiv i\Omega_\ell$ ) を行くと、上記の積分はそれぞれ

$$\begin{aligned}
\Pi_1(\mathbf{q}, \Omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi i} f(\omega) g_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k}'-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^r(\omega+\Omega) g_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^r(\omega+\Omega) \\
\Pi_2(\mathbf{q}, \Omega) &= - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi i} f(\omega) g_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k}'-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^r(\omega+\Omega) g_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^r(\omega+\Omega) \\
&\quad + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi i} f(\omega) g_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^a(\omega-\Omega) g_{\mathbf{k}'-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^a(\omega-\Omega) g_{\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^r(\omega) \\
\Pi_3(\mathbf{q}, \Omega) &= - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi i} f(\omega) g_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^a(\omega-\Omega) g_{\mathbf{k}'-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^a(\omega-\Omega) g_{\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^a(\omega) & (91)
\end{aligned}$$

と書ける。ここで、 $g^r$  及び  $g^a$  はそれぞれ遅延 Green 関数、先進 Green 関数と呼ばれており

$$\begin{aligned}
g_{\mathbf{k},\sigma}^r(\omega) &\equiv \left[ \omega - \epsilon_{\mathbf{k}\sigma} + \frac{i}{2\tau_e} \right]^{-1} \\
g_{\mathbf{k},\sigma}^a(\omega) &\equiv \left[ \omega - \epsilon_{\mathbf{k}\sigma} - \frac{i}{2\tau_e} \right]^{-1} & (92)
\end{aligned}$$

と定義される。よって式 (91) を用いると評価すべき関数は

$$\begin{aligned}
\Pi_{\sigma\sigma}(\mathbf{q}, \Omega) &= \Pi_1(\mathbf{q}, \Omega) + \Pi_2(\mathbf{q}, \Omega) + \Pi_3(\mathbf{q}, \Omega) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi i} f(\omega) \\
&\quad \times \left\{ g_{\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^r(\omega + \Omega) g_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^r(\omega + \Omega) [g_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k}'-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^r(\omega) - g_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k}'-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^a(\omega)] \right. \\
&\quad \left. + g_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^a(\omega - \Omega) g_{\mathbf{k}'-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^a(\omega - \Omega) [g_{\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^r(\omega) - g_{\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^a(\omega)] \right\} \\
&\hspace{15em} (93)
\end{aligned}$$

となる。これを  $\Omega^2$  まで展開し、その寄与を調べる。そこで  $g^r(\omega + \Omega)$  及び  $g^a(\omega - \Omega)$  が  $\Omega^2$  までで

$$\begin{aligned}
g^r(\omega + \Omega) &\simeq g^r(\omega) + \Omega \frac{\partial}{\partial \omega} g^r(\omega) + \frac{\Omega^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial \omega^2} g^r(\omega) \\
g^a(\omega - \Omega) &\simeq g^a(\omega) - \Omega \frac{\partial}{\partial \omega} g^a(\omega) + \frac{\Omega^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial \omega^2} g^a(\omega) \hspace{10em} (94)
\end{aligned}$$

と展開できることを利用すると、 $\Omega^0$  の項 ( $\equiv \Pi_0$ )、 $\Omega^1$  の項 ( $\equiv \Pi_\Omega$ )、 $\Omega^2$  の項 ( $\equiv \Pi_{\Omega^2}$ ) はそれぞれ

$$\begin{aligned}
\Pi_0 &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi i} f(\omega) \\
&\quad \times \left\{ g_{\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k}'-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^r(\omega) - g_{\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k}'-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^a(\omega) \right\} \\
\Pi_\Omega &= \Omega \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi i} f(\omega) \\
&\quad \times \left\{ \frac{\partial}{\partial \omega} [g_{\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^r(\omega)] \times [g_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k}'-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^r(\omega) - g_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k}'-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^a(\omega)] \right. \\
&\quad \left. - \frac{\partial}{\partial \omega} [g_{\mathbf{k}-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k}'-\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^a(\omega)] \times [g_{\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^r(\omega) - g_{\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},\sigma}^a(\omega)] \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Pi_{\Omega^2} &= \frac{\Omega^2}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi i} f(\omega) \\
&\times \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \omega^2} [g_{\mathbf{k}' + \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k} + \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^r(\omega)] \times [g_{\mathbf{k} - \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k}' - \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^r(\omega) - g_{\mathbf{k} - \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k}' - \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^a(\omega)] \right. \\
&\left. + \frac{\partial^2}{\partial \omega^2} [g_{\mathbf{k} - \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k}' - \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^a(\omega)] \times [g_{\mathbf{k}' + \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k} + \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^r(\omega) - g_{\mathbf{k}' + \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k} + \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^a(\omega)] \right\}
\end{aligned} \tag{95}$$

となる。まず  $\Pi_0$  のからの寄与であるが、波数での和をとるこれは0となることが示せる。すなわち

$$\sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} k_i k'_j \Pi_0 = 0 \tag{96}$$

となる。実際に  $g_{\mathbf{k} \pm \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^r$  及び  $g_{\mathbf{k} \pm \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^a$  を  $q^2$  まで展開すると

$$\begin{aligned}
g_{\mathbf{k} \pm \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^r &\simeq g_{\mathbf{k}, \sigma}^r + \left( \pm \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}}{2m_e} + \frac{q^2}{8m_e} \right) (g_{\mathbf{k}, \sigma}^r)^2 + \left( \pm \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}}{2m_e} \right)^2 (g_{\mathbf{k}, \sigma}^r)^3 \\
g_{\mathbf{k} \pm \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^a &\simeq g_{\mathbf{k}, \sigma}^a + \left( \pm \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}}{2m_e} + \frac{q^2}{8m_e} \right) (g_{\mathbf{k}, \sigma}^a)^2 + \left( \pm \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}}{2m_e} \right)^2 (g_{\mathbf{k}, \sigma}^a)^3
\end{aligned} \tag{97}$$

と書けるので、これを  $\Pi_0$  に代入すれば

$$\begin{aligned}
\sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} k_i k'_j g_{\mathbf{k}' + \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k} + \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k} - \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k}' - \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^r(\omega) &= 0 \\
\sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} k_i k'_j g_{\mathbf{k}' + \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k} + \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k} - \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k}' - \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^a(\omega) &= 0
\end{aligned} \tag{98}$$

となることが確認できる。

次に  $\Pi_{\Omega}$  のからの寄与を  $q^2$  までで調べる。 $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$  及び  $\mathbf{k}' \rightarrow -\mathbf{k}'$  への変数変換に対して  $g$  は

$$\begin{aligned}
g_{\mathbf{k} \pm \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma} &\rightarrow g_{\mathbf{k} \mp \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma} \\
g_{\mathbf{k}' \pm \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma} &\rightarrow g_{\mathbf{k}' \mp \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}
\end{aligned} \tag{99}$$

と変換されることを用いると  $\Pi_{\Omega}$  は

$$\begin{aligned}
\Pi_{\Omega} &= \Omega \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi i} f(\omega) \frac{\partial}{\partial \omega} [g_{\mathbf{k}' + \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k} + \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^r(\omega) - g_{\mathbf{k}' + \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k} + \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^a(\omega)] \\
&\times [g_{\mathbf{k} - \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k}' - \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^r(\omega) - g_{\mathbf{k} - \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k}' - \frac{\mathbf{q}}{2}, \sigma}^a(\omega)]
\end{aligned} \tag{100}$$



と書ける。また

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \omega} \left\{ [g_{\mathbf{k}' + \frac{q}{2}, \sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k} + \frac{q}{2}, \sigma}^r(\omega) - g_{\mathbf{k}' + \frac{q}{2}, \sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k} + \frac{q}{2}, \sigma}^a(\omega)] \right. \\
& \quad \left. \times [g_{\mathbf{k} - \frac{q}{2}, \sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k}' - \frac{q}{2}, \sigma}^r(\omega) - g_{\mathbf{k} - \frac{q}{2}, \sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k}' - \frac{q}{2}, \sigma}^a(\omega)] \right\} \\
& = \frac{\partial}{\partial \omega} [g_{\mathbf{k}' + \frac{q}{2}, \sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k} + \frac{q}{2}, \sigma}^r(\omega) - g_{\mathbf{k}' + \frac{q}{2}, \sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k} + \frac{q}{2}, \sigma}^a(\omega)] \\
& \quad \times [g_{\mathbf{k} - \frac{q}{2}, \sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k}' - \frac{q}{2}, \sigma}^r(\omega) - g_{\mathbf{k} - \frac{q}{2}, \sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k}' - \frac{q}{2}, \sigma}^a(\omega)] \quad (101)
\end{aligned}$$

が成立するので、 $\Pi_\Omega$  は

$$\begin{aligned}
\Pi_\Omega & = \Omega \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{4\pi i} f(\omega) \frac{\partial}{\partial \omega} \left\{ [g_{\mathbf{k}' + \frac{q}{2}, \sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k} + \frac{q}{2}, \sigma}^r(\omega) - g_{\mathbf{k}' + \frac{q}{2}, \sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k} + \frac{q}{2}, \sigma}^a(\omega)] \right. \\
& \quad \left. \times [g_{\mathbf{k} - \frac{q}{2}, \sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k}' - \frac{q}{2}, \sigma}^r(\omega) - g_{\mathbf{k} - \frac{q}{2}, \sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k}' - \frac{q}{2}, \sigma}^a(\omega)] \right\} \\
& \simeq \frac{\Omega}{4\pi i} \left\{ g_{\mathbf{k}' + \frac{q}{2}, \sigma}^r g_{\mathbf{k} + \frac{q}{2}, \sigma}^r g_{\mathbf{k} - \frac{q}{2}, \sigma}^r g_{\mathbf{k}' - \frac{q}{2}, \sigma}^r - g_{\mathbf{k}' + \frac{q}{2}, \sigma}^r g_{\mathbf{k} + \frac{q}{2}, \sigma}^a g_{\mathbf{k} - \frac{q}{2}, \sigma}^a g_{\mathbf{k}' - \frac{q}{2}, \sigma}^a \right. \\
& \quad \left. - g_{\mathbf{k} - \frac{q}{2}, \sigma}^r g_{\mathbf{k}' - \frac{q}{2}, \sigma}^r g_{\mathbf{k}' + \frac{q}{2}, \sigma}^a g_{\mathbf{k} + \frac{q}{2}, \sigma}^a + g_{\mathbf{k}' + \frac{q}{2}, \sigma}^a g_{\mathbf{k} + \frac{q}{2}, \sigma}^a g_{\mathbf{k} - \frac{q}{2}, \sigma}^a g_{\mathbf{k}' - \frac{q}{2}, \sigma}^a \right\} \quad (102)
\end{aligned}$$

とまとめることができる。ここで  $\omega$  での積分は、Fermi-Dirac 分布関数の微分が Dirac のデルタ関数を用いて

$$\frac{\partial f(\omega)}{\partial \omega} \simeq -\delta(\omega) \quad (103)$$

と近似できることを利用して処理してある。また

$$\begin{aligned}
g_{\mathbf{k} \pm \frac{q}{2}, \sigma}^r & \equiv g_{\mathbf{k} \pm \frac{q}{2}, \sigma}^r(\omega = 0) \\
g_{\mathbf{k} + \frac{q}{2}, \sigma}^a & \equiv g_{\mathbf{k} + \frac{q}{2}, \sigma}^a(\omega = 0) \quad (104)
\end{aligned}$$

と定義している。波数での和をとると、 $\Pi_0$  の評価で明らかになった事実 (98) から

$$\begin{aligned}
\sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} k_i k'_j \Pi_\Omega & = -\frac{\Omega}{4\pi i} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} k_i k'_j \left\{ g_{\mathbf{k}' + \frac{q}{2}, \sigma}^r g_{\mathbf{k} + \frac{q}{2}, \sigma}^r g_{\mathbf{k} - \frac{q}{2}, \sigma}^a g_{\mathbf{k}' - \frac{q}{2}, \sigma}^a + g_{\mathbf{k} - \frac{q}{2}, \sigma}^r g_{\mathbf{k}' - \frac{q}{2}, \sigma}^r g_{\mathbf{k}' + \frac{q}{2}, \sigma}^a g_{\mathbf{k} + \frac{q}{2}, \sigma}^a \right\} \\
& = -\frac{\Omega}{4\pi i} \left\{ \left[ \sum_{\mathbf{k}} k_i g_{\mathbf{k} - \frac{q}{2}, \sigma}^a g_{\mathbf{k} + \frac{q}{2}, \sigma}^r \right] \times \left[ \sum_{\mathbf{k}'} k'_j g_{\mathbf{k}' - \frac{q}{2}, \sigma}^a g_{\mathbf{k}' + \frac{q}{2}, \sigma}^r \right] + c.c. \right\} \quad (105)
\end{aligned}$$

となる。c.c. は複素共役 (complex conjugate) を意味する。これを  $q^2$  まで調べるため式 (97) を用いて

$$\sum_{\mathbf{k}} k_i g_{\mathbf{k}-\frac{q}{2},\sigma}^a g_{\mathbf{k}+\frac{q}{2},\sigma}^r \simeq \sum_{\ell=x,y,z} \frac{q_\ell}{2m_e} \sum_{\mathbf{k}} k_i k_\ell [g_{\mathbf{k},\sigma}^a (g_{\mathbf{k},\sigma}^r)^2 - (g_{\mathbf{k},\sigma}^a)^2 g_{\mathbf{k},\sigma}^r] \quad (106)$$

と展開する。 $\mathbf{k}$  についての和は、一度波数空間での積分になおした後エネルギーについての積分に変換し複素積分を用いることで計算を実行できる。ただしこの時注意が必要なのは、式 (56) からわかるように3次元の世界では電子の状態密度が一価関数ではなく、カットをもっている点である。このことを意識して計算を行えば

$$\sum_{\mathbf{k}} k_i k_\ell [g_{\mathbf{k},\sigma}^a (g_{\mathbf{k},\sigma}^r)^2 - (g_{\mathbf{k},\sigma}^a)^2 g_{\mathbf{k},\sigma}^r] \simeq -\delta_{i\ell} \frac{4\pi i}{3} V k_{F\sigma}^2 \nu_\sigma \tau_e^2 \quad (107)$$

となる。従って式 (106) は

$$\sum_{\mathbf{k}} k_i g_{\mathbf{k}-\frac{q}{2},\sigma}^a g_{\mathbf{k}+\frac{q}{2},\sigma}^r \sim -2\pi i V q_i \frac{k_{F\sigma}^2 \nu_\sigma \tau_e^2}{3_e} \quad (108)$$

となる。これを式 (105) に代入すると

$$\sum_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} k_i k'_j \Pi_{\Omega} = -i\Omega q_i q_j \frac{1}{2\pi} \left( \frac{2\pi V k_{F\sigma}^2 \nu_\sigma \tau_e^2}{3m_e} \right)^2 \quad (109)$$

と評価できる。

最後に  $\Pi_{\Omega^2}$  からの寄与を  $q^0$  までで調べる。 $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$  及び  $\mathbf{k}' \rightarrow -\mathbf{k}'$  と変数変換すると

$$\begin{aligned} \Pi_{\Omega^2} &= \frac{\Omega^2}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi i} f(\omega) \\ &\times \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \omega^2} [g_{\mathbf{k}+\frac{q}{2},\sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k}'+\frac{q}{2},\sigma}^r(\omega) - g_{\mathbf{k}+\frac{q}{2},\sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k}'+\frac{q}{2},\sigma}^a(\omega)] \right. \\ &\times \left. [g_{\mathbf{k}-\frac{q}{2},\sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k}'-\frac{q}{2},\sigma}^r(\omega) - g_{\mathbf{k}-\frac{q}{2},\sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k}'-\frac{q}{2},\sigma}^a(\omega)] \right\} \quad (110) \end{aligned}$$

と書け、式 (97) を用いると  $q^0$  までで

$$\begin{aligned} \Pi_{\Omega^2} &= \frac{\Omega^2}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi i} f(\omega) \\ &\times \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \omega^2} [g_{\mathbf{k},\sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k}',\sigma}^r(\omega) + g_{\mathbf{k},\sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k}',\sigma}^a(\omega)] \right. \\ &\times \left. [g_{\mathbf{k},\sigma}^r(\omega) g_{\mathbf{k}',\sigma}^r(\omega) - g_{\mathbf{k},\sigma}^a(\omega) g_{\mathbf{k}',\sigma}^a(\omega)] \right\} \end{aligned} \quad (111)$$

となる。ここで波数和をとると

$$\sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} k_i k'_j \Pi_{\Omega^2} = 0 \quad (112)$$

となり、 $\Pi_{\Omega^0}$  同様効かないことがわかる。

以上の評価から式 (87) は

$$\begin{aligned} \chi_{ij}^{\alpha(\text{VCO})}(\mathbf{q}, \Omega) &= \frac{e^2}{m_e^2 V^2} \delta_{\alpha z} \sum_{\sigma=\pm} \sigma \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} k_i k'_j \Pi_{\Omega} \\ &= -\delta_{\alpha z} i \Omega q_i q_j \frac{e^2}{2\pi m_e^2} \left( \frac{2\pi}{3} \right)^2 \sum_{\sigma=\pm} \sigma \left( \frac{k_{F\sigma}^2 \nu_{\sigma} \tau_e^2}{m_e} \right)^2 \end{aligned} \quad (113)$$

となる。従って

$$\begin{aligned} &\sum_{ij, \mathbf{q}, \Omega} A_i(-\mathbf{q}, -\Omega) A_{s,j}^z(\mathbf{q}, \Omega) \chi_{ij}^{\alpha(\text{VCO})}(\mathbf{q}, \Omega) \\ &= \frac{e^2}{2\pi m_e^2 V} \left( \frac{2\pi}{3} \right)^2 \sum_{\sigma=\pm} \sigma \left( \frac{k_{F\sigma}^2 \nu_{\sigma} \tau_e^2}{m_e} \right)^2 \int dt d^3 r (\nabla \cdot \mathbf{E})(\nabla \cdot \mathbf{A}_s^z) \end{aligned} \quad (114)$$

であることが示せる。すなわち、vertex 補正は効かない。

## 参考文献

- [1] L. Berger, *Phys. Rev. B* **33**, 1572 (1986).
- [2] J. C. Slonczewski, *J. Magn. Magn. Mater.* **159**, L1 (1996).
- [3] L. Berger, *Phys. Rev. B* **54**, 9353 (1996).
- [4] Y. B. Bazaliy, B. A. Jones, and S.-C. Zhang, *Phys. Rev. B* **57**, R3213 (1998).
- [5] G. Tatara, H. Kohno, and J. Shibata, *Phys. Rep.* **468**, 213 (2008).
- [6] G. Tatara and N. Nakabayashi, *J. Appl. Phys.* **115**, 172609 (2014).
- [7] J. J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics* (Addison Wesley, Reading, MA, 1993) Revised ed., p. 61.
- [8] G. Tatara, N. Nakabayashi, and K.-J. Lee, *Phys. Rev. B* **87**, 054403 (2013).
- [9] D. Xiao, M.-C. Chang, and Q. Niu, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 1959 (2010).
- [10] G. E. Volovik, *J. Phys. C* **20**, L83 (1987).
- [11] A. Stern, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1022 (1992).
- [12] S. E. Barnes and S. Maekawa, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 246601 (2007).
- [13] S. A. Yang, G. S. D. Beach, C. Knutson, D. Xiao, Z. Zhang, M. Tsoi, Q. Niu, A. H. MacDonald, and J. L. Erskine, *Phys. Rev. B* **82**, 054410 (2010).
- [14] R. A. Duine, *Phys. Rev. B* **77**, 014409 (2008).
- [15] M. E. Lucassen, G. C. F. L. Kruis, R. Lavrijsen, H. J. M. Swagten, B. Koopmans, and R. A. Duine, *Phys. Rev. B* **84**, 014414 (2011).
- [16] J. Shibata and H. Kohno, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 086603 (2009).
- [17] J. Shibata and H. Kohno, *Phys. Rev. B* **84**, 184408 (2011).

- [18] K.-W. Kim, J.-H. Moon, K.-J. Lee, and H.-W. Lee, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 217202 (2012).
- [19] N. Nakabayashi and G. Tatara, *New J. Phys.* **16**, 015016 (2014).
- [20] A. Takeuchi and G. Tatara, *J. Phys. Soc. Jpn.* **81**, 033705 (2012).
- [21] G. Tatara, A. Takeuchi, N. Nakabayashi, and K. Taguchi, *J. Korean Phys. Soc.* **61**, 1331 (2012).
- [22] E. Saitoh, M. Ueda, H. Miyajima, and G. Tatara, *Appl. Phys. Lett.* **88**, 182509 (2006).
- [23] J. C. R. Sánchez, L. Vila, G. Desfonds, S. Gambarelli, J. P. Attané, J. M. De Teresa, C. Magén, and A. Fert, *Nat. Commun* **4**, 2944 (2013).
- [24] Y. Tserkovnyak, A. Brataas, and G. E. W. Bauer, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 117601 (2002).
- [25] K. Taguchi, J.-I. Ohe, and G. Tatara, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 127204 (2012).
- [26] M. Lee, W. Kang, Y. Onose, Y. Tokura, and N. P. Ong, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 186601 (2009).
- [27] N. Nagaosa, J. Shinava, S. Onoda, A. H. Macdonald, and N. P. Ong, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 1539 (2010).
- [28] S. A. Yang, G. S. D. Beach, C. Knutson, D. Xiao, Q. Niu, M. Tsoi, and J. L. Erskine, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 06721 (2009).
- [29] K. Tanabe, D. Chiba, J. Ohe, S. Kasai, H. Kohno, S. E. Barnes, S. Maekawa, K. Kobayashi, and T. Ono, *Nat. Commun* **3**, 845 (2012).
- [30] T. Schulz, R. Ritz, A. Bauer, M. Halder, M. Wagner, C. Franz, C. Pfleiderer, K. Everschor, M. Garst, and A. Rosch, *Nat. Phys.* **8**, 301 (2012).
- [31] L. H. Ryder, *Quantum Field Theory* (Cambridge University Press, New York, 1985), p.144.

- [32] H. Kohno, S. Kawabata, T. Noguchi, S. Ueta, J. Shibata, and G. Tatara, *Proceedings of ISQM–Tokyo 08*, ed. S. Ishioka and K. Fujikawa (World Scientific, Singapore, 2009) p. 111 (see also [arXiv:0912.1676](#)).
- [33] B. Sakita, *Quantum Theory of Many-Variable Systems and Fields* (World Scientific, Singapore, 1985), p. 42.
- [34] A. A. Abrikosov, L. P. Gorkov, and I. E. Dzialoshinskii, *Methods of Quantum Field Theory in Statistical Physics* (Dover, New York, 1975), p. 171.
- [35] A. Altland and B. Simons, *Condensed Matter Field Theory* (Cambridge University Press, New York, 2006), 2nd ed., p. 396.
- [36] G. Tatara and H. Fukuyama, *J. Phys. Soc. Jpn.* **63**, 2538 (1994).
- [37] G. Tatara and H. Kohno, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 086601 (2004).
- [38] G. Tatara, T. Takayama, H. Kohno, J. Shibata, Y. Nakatani, and H. Fukuyama, *J. Phys. Soc. Jpn.* **75**, 064708 (2006).
- [39] K. Ueda, T. Koyama, R. Hiramatsu, D. Chiba, S. Fukami, H. Tanigawa, T. Suzuki, N. Ohshima, N. Ishiwata, Y. Nakatani, K. Kobayashi, and T. Ono, *Appl. Phys. Lett.* **100**, 202407 (2012).
- [40] S. Fukami, T. Suzuki, N. Ohshima, K. Nagahara, and N. Ishiwata, *J. Appl. Phys.* **103**, 07E718 (2008).
- [41] E. Coronado and P. Day, *Chem. Rev.* **104**, 5419 (2004).
- [42] J. Shibata, G. Tatara, and H. Kohno, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 076601 (2005).
- [43] N. Sato, K. Sekiguchi, and Y. Nozaki, *Appl. Phys. Express* **6**, 063001 (2013).
- [44] C. R. Ast, J. Henk, A. Ernst, L. Moreschini, M. C. Falub, D. Pacilé, P. Bruno, K. Kern, and M. Grioni, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 186807 (2007).

- [45] K. Obata and G. Tatara, [Phys. Rev. B \*\*77\*\*, 214429 \(2008\)](#).
- [46] A. Manchon and S. Zhang, [Phys. Rev. B \*\*78\*\*, 212405 \(2008\)](#).
- [47] H. Kohno, G. Tatara, and J. Shibata, [J. Phys. Soc. Jpn. \*\*75\*\*, 113706 \(2006\)](#).
- [48] M. Oogane, T. Wakitani, S. Yakata, R. Yilgin, Y. Ando, A. Sakuma, and T. Miyazaki, [Jpn. J. Appl. Phys. \*\*45\*\*, 3889 \(2006\)](#).
- [49] G. Tatara and P. Entel, [Phys. Rev. B \*\*78\*\*, 064429 \(2008\)](#).
- [50] H. Kawaguchi and G. Tatara, [J. Phys. Soc. Jpn. \*\*83\*\*, 074710 \(2014\)](#).