

氏名	弓林 司
学位の種類	博士（理学）
学位記番号	理工博 第168号
学位授与の日付	平成27年3月25日
課程・論文の別	学位規則第4条第1項該当
学位論文題名	離散可積分系と不変周期点代数多様体の研究（英文）
論文審査委員	主査 准教授 セルゲイ ケトフ 委員 教授 首藤 啓 委員 准教授 今井 淳 委員 教授 ゲスト・マーチン（早稲田大学）

【論文の内容の要旨】

我々は本論文に於いて離散可積分系における周期点の性質を議論する。特に、我々は、任意の初期点について挙動を正確に定めることのできる、可積分な有理写像及び、代数差分方程式(ADE)について考察する。

過去十年程、十分な不変量を持つ系について、それぞれの周期の周期点が代数多様体を成す現象が与えられてきた。特に、代数多様体の情報が、系の不変量のみから定まるとき、それは不変周期点代数多様体(IVPP)と呼ばれる。

IVPP の存在は有理写像の可積分性を特徴付ける十分条件であると提案された。それは、IVPP と、離散周期点集合の非共存性の証明に依るものである。つまり、IVPP は、反発周期点集合の閉包からなる、フラクタル集合であり、非可積分系を特徴づけると考えられている、Julia 集合の非存在を保証すると考えられる。

IVPP の研究を通し多くの離散写像について共通する興味深い現象が得られてきた。例えば、異なる周期の IVPP 達が交点を持つことが挙げられる。その交点は、異なる周期の周期点が同時に存在しており、特異な点である。本論文の、主たる目的は、どのように IVPP 達が交点を持つのかを探索することである。

初めに、我々は周期点条件の詳細を議論することで、交点は、写像の特異な点のみ可能である、という命題を与える。その特異な点とは、有理写像の場合、分母が0となる“特異点集合(SP)”、分母、分子が同時に0となる、 $0/0$ の集合、“不定点集合(IDP)”であり、ADE の場合、IDP は陰関数定理に依って与えられる。コンピュータ代数により、我々の命題は、多くの可積分系について研究され、裏付けられる。

本研究において、我々が発見した、基礎となる現象を与える：

- 我々は d 次元、 p 不変量を持つ写像を扱う。そして、不変量を用いて p 変数を消去し、不変量径数係数を持つ $d-p$ 次元 ADE を与える。もし、不変量係数を n 周期 IVPP 上に固定すれば、その ADE は、任意の初期点について n 周期点となる、つまり、 n 周期再帰方程式になる。
- また、もし有理写像の SP を、不変量で径数付けたならば、 n 周期 IVPP 上の径数は、 n 回写像の後、また SP に写像されなければならない。言い換えれば、写像の SP は、IVPP の源となっているとも考えられる。この事実は、すべての周期の IVPP を導く方法を与える。更に、我々はこの現象が、三角圏と、その射影分解と解釈することについて、考察する。

最後に、可積分系と、非可積分系の間の変移について、考察する。それは、可積分写像に対し、 $a=0$ で、可積分系となる、任意の径数を導入することによって行う。径数 a が零でないとき、写像の反発周期点集合は Julia 集合を与える。径数 a を連続的に変形すると、Julia 集合は、代数曲線を描き、動いていく。この時、我々は、 $a=0$ の極限で、それらが IVPP 及び、ほとんどの部分が、可積分写像における SP、或るいは IDP に、近づいていくことを見る。