『経営と制度』第 11 号
2013年 3月　19－34頁

【論文】

費用の非負制約を考慮した研究開発の協力と競争 *

河重　隆一郎 † ‡

Abstract

In this article, the non-negativity constraint on the marginal production-cost binding, we show the range of the exogenous variables and the corner equilibrium as the outcome of the two-stage game in which two firms invest in their R&D to reduce the production-cost in the first stage and engage in the Cournot competition in the second stage. The marginal production-cost comes to zero when the constraint is binding it. The corner equilibrium caused by the marginal production-cost come to zero is inferior to the interior equilibrium resulted from the negative marginal production-cost not binded by the constraint. Seminal works, however, which stated the outcome of the co-operative R&D is better than that of the competitive R&D assumed to be an interior equilibrium and presented the equilibrium sought without the constraints. The result of the seminal works is still unclear. Therefore, we re-examine the two-stage game of R&D investment.

1　序章

もし研究開発 (R&D, research and development) によって作り出された技術やノウハウを, 企業が完全に占有可能であるならば, 技術やノウハウは企業の競争力を高める．しかし, 技術やノウハウは企業が完全に占有可能ではなく, さまざまな形で発明した企業以外にも伝播する．これを技術スピルオーバー (technology spillover) と呼ぶ．技術スピルオーバーがある場合, どの企業も研究開発にかかる費用を他社が負担することを期待する, いわゆるフリーライダー問題が業界の研究開発水準を徐々に低下させる．結果, 社会的に過小にしか研究開発が行われない可能性がある．

技術スピルオーバーがある場合, 研究開発を推進するための方法に研究開発協力がある．研究開発の協力と競争の意思決定に対する分析は, 共同研究 (RJV, research joint venture) の経

* 渡辺隆裕氏，芝田隆志氏，および清水大昌氏より本論文執筆の段階で，有益なコメントを頂きました．また，本誌レフェリーからも貴重なご意見を頂きました．深く感謝いたします．
† Department of Business Administration, Graduate school of social sciences, Tokyo Metropolitan University, 1-1 Minami-Osawa, Hachioji-shi, Tokyo, Japan 1920397.
‡ hclylang@gmail.com

済学の中で理論化されてきた．d’Aspremont and Jacquemin (1988), Suzumura (1992), および Kamien et al. (1992) は, 限界生産費用削減のために研究開発を行う企業について, 研究開発協力と研究開発競争における意思決定をモデル化した．そして, 技術スピルオーバーが十分に大きな場合において, 研究開発競争を行うよりも研究開発協力を行うほうが, 企業の研究開発へのインセンティブは高まり, 研究開発投資量の合計を増やすことを明らかにした．

先行研究が提供した基本モデルは, 限界生産費用を削減するために研究開発を実施する 2 つの企業による 2 段階ゲームである．純利潤を最大化するように, 各企業は, 第 1 段階で研究開発水準を, 第 2 段階でクールノー競争のもとで供給量を決定する．研究開発水準とは, 研究開発による限界生産費用の削減額である．

ここで先行研究の問題点として, 限界生産費用の非負制約を考慮していないことが挙げられる．もし, 限界生産費用が負であることを許すならば, 限界生産費用が 0 になる水準以上に研究開発水準は増加する可能性がある．したがって, 先行研究のゲームの均衡における各企業の研究開発水準は, 限界生産費用が負であることを許さない場合に比べて大きくなる．すなわち, 研究開発協力時の研究開発水準が研究開発競争時のそれよりも大きいという, 先行研究の結果には誤りの可能性がある．

したがって, 本論文は d’Aspremont and Jacquemin (1988) のモデルに限界生産費用の非負制約を導入し分析を行うことを目的とする．具体的には, まず限界生産費用の非負制約を考慮すると, 研究開発競争時は限界生産費用が正になる均衡 (以下, 内点均衡) で, かつ, 研究開発協力時は非負制約が有効となり限界生産費用が 0 になる均衡 (以下，端点均衡) の場合が存在するかどうか検討する．次に, 内点均衡の存在は, 先行研究の分析手法が妥当であるための十分条件であることから, 内点均衡が存在する外生変数の範囲について検討する．さらに, 限界生産費用の非負制約を考慮した場合でも,「技術スピルオーバーが十分に大きい場合に, 研究開発協力の研究開発水準の合計は研究開発競争のそれを上回る」という先行研究の結果が常に成立するかどうかについても検討する．

また, 先行研究では均衡の安定性についても議論がなされている．均衡が安定的であることは, その均衡を結果として考えることが妥当であるということを意味しており, 議論すべき条件である．Henriques (1990) は, 内点均衡が存在していても, その均衡が不安定になる場合があるということを指摘している．Amir and Wooders (1998) は, 内点均衡が不安定なときは端点均衡が存在して, それが安定的であることを主張している．Amir et al. (2008) は, モデルを変更し, 安定性についての分析をさらに進めている．

先行研究の分析手法が妥当となる外生変数の範囲は, 内点均衡が存在するだけではなく, それが安定的であることも必要である．本研究は, それについても分析を行い, 内点均衡が安定的である外生変数の範囲を明らかにすることも目的としている．

本論文の結論は以下 4 点である．

1. 限界生産費用の非負制約を考慮すると, 研究開発競争時は内点均衡があり, 研究開発協力時は端点均衡のみがあるような場合が存在することを示した．内点均衡があることを前提とする外生変数の範囲は, 先行研究が想定しているよりも狭くなる．

2. ゲームの均衡が内点均衡になる条件をモデルの 3 つの外生変数, 投資費用係数, 逆需要関数の切片 (demand intercept), 第 1 段階での限界生産費用, の関係で示した．

3. 端点均衡がある場合も, 対称的な均衡を比較するならば, 技術スピルオーバーが十分に大きい場合に, 研究開発協力の研究開発水準の合計は研究開発競争を上回るか等しい．

4. 数値例によって, 内点均衡が存在し, なおかつそれが安定的である範囲を示すことができた.

本論文の構成は以下のとおりである. 第2章では, 2.1節でd'Aspremont and Jacquemin (1988)にしたがい基本モデルを定式化し, 均衡を示す. 2.2節でShy (1996)の分析結果を例として, 限界生産費用の非負制約に留意しないことで発生する問題を明らかにする. 第3章では, 3.1節で限界生産費用の非負制約を定式化し, 3.2節で本論文のモデルにおける企業の純利潤関数を示す. 第4章では, 4.1節で数値計算のアルゴリズムを示す. 4.2節で研究開発競争時のゲームの均衡を, 4.3節で研究開発協力時のゲームの均衡を示し, 端点均衡の存在を明らかにする. 第5章では, 最初に, 解析的に内点均衡が存在する外生変数の領域を明らかにする. さらに, 端点均衡の場合, 端点均衡が対称である場合は, 先行研究の結果が妥当であることを示す. 結論を第6章に示す.

2　先行研究

本章では, 2.1節で基本モデルを定式化して均衡を求める. つづく2.2節で, 産業組織論の一般的なテキストであるShy (1996)の分析が, 限界生産費用の非負制約を考慮していないために, 第2段階での限界生産費用が負になることを示し, 限界生産費用の非負制約を適用したモデルによって再検討する必要性を明らかにする.

2.1　ゲームの定式化とゲームの均衡

2つの対称な企業1と2が同質な財を市場に供給している. 企業1と2は2段階ゲームをプレイする. 第2段階の市場競争において, 企業$i(=1,2)$は, $q_i \geq 0$単位の財の供給を決定する. $Q = q_1 + q_2$を市場の総供給量とすると, 財の価格は, 逆需要関数

$$P(Q) = a - Q,\ a > 0,$$

により定まる.

c_iを企業iの限界生産費用として, 企業iは供給量に対して線形の費用関数

$$C_i(q_i) = c_i q_i,\ \ c_i > 0,$$

を持つ. したがって, 企業iの総利潤関数は

$$\pi_i(q_1, q_2) \quad = \quad [a - (q_1 + q_2) - c_i]q_i,$$

となり, クールノー均衡(q_i^*, q_j^*)は,

$$q_i^* = \frac{a - 2c_i + c_j}{3}, \quad q_j^* = \frac{a - 2c_j + c_i}{3},$$

となる.

技術スピルオーバーが企業の限界生産費用削減にあたえる影響の大きさは, 外生的に与えられるスピルオーバー係数, $\beta \in [0, 1]$, によって決定される.

技術スピルオーバーがある場合の第 2 段階での限界生産費用 c_i は, 両企業が研究開発を行わない場合の限界生産費用を $\bar{c}$, 研究開発水準を x_i, x_j として

$$c_i = \bar{c} - x_i - \beta x_j, \quad x_i,\, x_j > 0, \tag{1}$$

である. ここで, $a > \bar{c} > 0$ とする. 以降, 特に断りがない場合に, 限界生産費用は, 第 2 段階での限界生産費用を意味する.

次に, 研究開発投資費用関数を

$$\frac{1}{2}\gamma x_i^2$$

とする. ここで, $\gamma > 0$ は投資費用係数である.

以上より, 企業の純利潤関数は,

$$\Pi_i(x_i, x_j) \;=\; \frac{1}{9}[a - 2(\bar{c} - x_i - \beta x_j) + (\bar{c} - x_j - \beta x_i)]^2 - \frac{1}{2}\gamma x_i^2,$$

となる.

研究開発競争時に, 企業 i は, Π_i が最大になるように研究開発水準を決定する. したがって, 研究開発競争時の企業 i の最適応答対応を R_i^{NC} とすると,

$$R_i^{NC}(x_j) \;=\; \frac{2(2-\beta)[a - \bar{c} - (1-2\beta)x_j]}{9\gamma - 2(2-\beta)^2}, \tag{2}$$

ゲームの均衡を (x_i^*, x_j^*) とすると,

$$x_i^* = x_j^* = \frac{2(2-\beta)(a-\bar{c})}{9\gamma - 2(2-\beta)(1+\beta)}, \tag{3}$$

となる.

研究開発協力時に, 各企業は, 純利潤の合計 $\Pi_i + \Pi_j$ が最大になるように, 独自に研究開発レベルを決定する. したがって, 研究開発協力時の企業の最適応答対応を R_i^C とすると,

$$R_i^C(x_j) \;=\; \frac{4(1-2\beta)(2-\beta)x_j + 2(1+\beta)\bar{c} - 2(1+\beta)a}{2(5\beta^2 - 8\beta + 5) - 9\gamma}, \tag{4}$$

ゲームの均衡を (x_i^{**}, x_j^{**}) とすると,

$$x_i^{**} = x_j^{**} = \frac{2(1+\beta)(a-\bar{c})}{9\gamma - 2(1+\beta)^2}, \tag{5}$$

となる.

先行研究では, ここで得られた研究開発協力と研究開発競争の場合のゲームの均衡において, 研究開発水準の合計, 総余剰, 総供給量を比較することによって, 研究開発に対する政策の優劣を比較する.

2.2　Shy の数値例による問題点

本節では, Shy (1996) の数値例を用いて, 限界生産費用の非負制約を考慮しないことの問題点を明らかにする.

Shy (1996) は, $\gamma = 1$, $\beta \in [(3-\sqrt{7})/2, 1]$, a=100, $\bar{c} = 50$ として最適な研究開発水準を求めている[1]. したがって, 研究開発競争時のゲームの均衡 (x_i^{NC}, x_j^{NC}) および研究開発協力時のゲームの均衡 (x_i^C, x_j^C) での研究開発水準はそれぞれ,

$$x_i^{NC} = x_j^{NC} \quad = \quad \frac{50(2-\beta)}{4.5-(2-\beta)(1+\beta)}, \tag{6}$$

$$x_i^C = x_j^C \quad = \quad \frac{50(1+\beta)}{4.5-(1+\beta)^2} \tag{7}$$

となる. そして, もし $\beta > 1/2$ ならば, 研究開発協力を行った場合に総供給量, 研究開発水準の合計ともに, 競争の場合を上回ると結論している. しかし, この分析結果には問題がある. なぜならば, 研究開発協力を行った場合のゲームの均衡は, 限界生産費用が負の値をとる場合があるからである.

たとえば, $\beta = 3/4$ として研究開発協力時のゲームの均衡における研究開発水準は,

$$x_i^C|_{\beta=3/4} = x_j^C|_{\beta=3/4} = \frac{50(3/4+1)}{9/2-(3/4+1)^2} = \frac{1400}{23} \simeq 60.87,$$

となる. この解を式 (1) の限界生産費用関数に代入すると

$$c_i^C|_{\beta=3/4} = 50 - \frac{1400}{23} - \frac{3}{4}\frac{1400}{23} = -\frac{1300}{23} \simeq -56.5,$$

となって第 2 段階の限界生産費用は負になってしまう. よって, $\beta = 3/4$ において, ゲームの均衡は内点均衡にはならない.

したがって, 先行研究の分析結果は, 限界生産費用の非負制約を考慮したうえで, 再検討する必要がある.

3　モデル

本章では, 基本モデルに第 2 段階の限界生産費用に対する非負制約を加えて定式化する.

3.1　限界生産費用関数

限界生産費用関数 c_i を

$$c_i = \max\{0, \bar{c} - x_i - \beta x_j\}, i = 1, 2,\ j \neq i, \tag{8}$$

とする.

図 1 は, 限界生産費用の非負制約をグラフ化したもので, 横軸に x_i, 縦軸に x_j, パネル (a) が $\beta = 0.6$, パネル (b) が $\beta = 0.4$ の場合を表している. このグラフは, 2 つの企業の最適応答対応から求めたゲームの均衡による解が, グラフの縦軸上と横軸上, および 実線と破線で囲まれた領域 (1) の内側の点, すなわち限界生産費用が正となる時に限って, 内点均衡になることを示している. いま, $\overline{\beta} > \underline{\beta}$ とすると, $\bar{c} - x_i - \overline{\beta} x_j < \bar{c} - x_i - \underline{\beta} x_j$ かつ $\bar{c} - x_j - \overline{\beta} x_i < \bar{c} - x_j - \underline{\beta} x_i$ なので, β が大きくなるほど (x_i, x_j) が限界生産費用の非負制約を満たす値の範囲が小さくなる.

研究開発投資に対する 2 段階ゲームでは, 技術スピルオーバーが $\beta = 1/2$ を境に, 研究開発協力時の研究開発水準の合計と研究開発競争時のそれの大小関係が変化するため, $\beta = 0.4$ および $\beta = 0.6$ について, 図 1 に限界生産費用の非負制約を図示した.

3.2　純利潤関数

企業 i の純利潤は, 限界生産費用の制約条件にしたがって, それぞれ

$$\Pi_i(x_i, x_j) = \begin{cases} \frac{1}{9}[a - 2(\bar{c} - x_i - \beta x_j) + (\bar{c} - x_j - \beta x_i)]^2 - \frac{1}{2}\gamma x_i^2 \\ \qquad\qquad \text{if } \bar{c} - x_i - \beta x_j > 0 \text{ and } \bar{c} - x_j - \beta x_i > 0, \\ \frac{1}{9}[a - 2(\bar{c} - x_i - \beta x_j)]^2 - \frac{1}{2}\gamma x_i^2 \\ \qquad\qquad \text{if } \bar{c} - x_i - \beta x_j > 0 \text{ and } \bar{c} - x_j - \beta x_i \leq 0, \\ \frac{1}{9}[a + (\bar{c} - x_j - \beta x_i)]^2 - \frac{1}{2}\gamma x_i^2 \\ \qquad\qquad \text{if } \bar{c} - x_i - \beta x_j \leq 0 \text{ and } \bar{c} - x_j - \beta x_i > 0, \\ \frac{a^2}{9} - \frac{1}{2}\gamma x_i^2 \qquad \text{if } \bar{c} - x_i - \beta x_j \leq 0 \text{ and } \bar{c} - x_j - \beta x_i \leq 0. \end{cases} \tag{9}$$

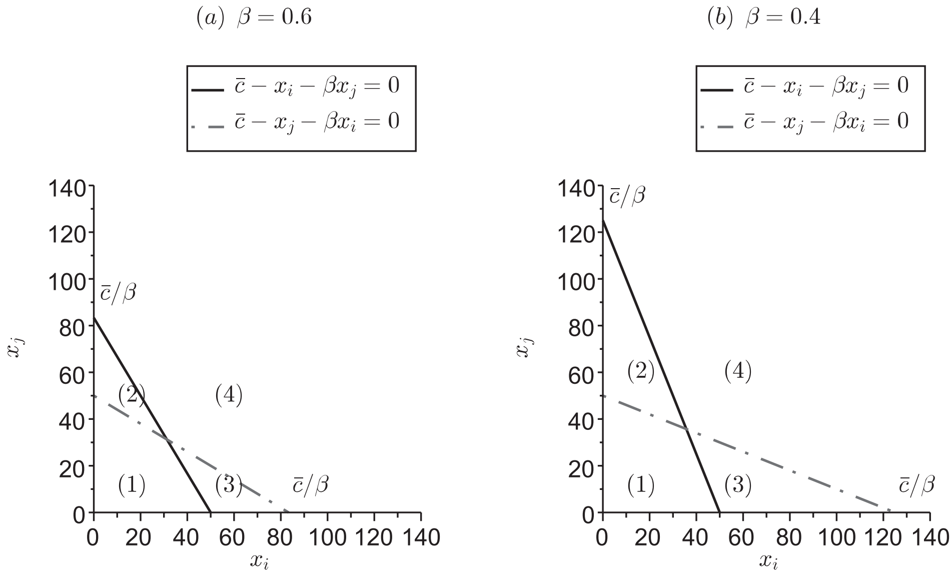

図 1: 限界生産費用の非負制約. $\bar{c} = 50$. (a) $\beta = 0.6$ (b) $\beta = 0.4$. 領域 (1) が, 限界生産費用の非負制約を満足する戦略の組の存在領域.

となる．一方, 純利潤の合計は 限界生産費用に対する制約条件ごとに

$$\Pi_{i+j}(x_i, x_j) = \Pi_i(x_i, x_j) + \Pi_j(x_i, x_j) \tag{10}$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{9}[a - 2(\bar{c} - x_i - \beta x_j) + (\bar{c} - x_j - \beta x_i)]^2 + \\ \frac{1}{9}[a - 2(\bar{c} - x_j - \beta x_i) + (\bar{c} - x_i - \beta x_j)]^2 - \\ \frac{\gamma}{2}x_i^2 - \frac{\gamma}{2}x_j^2 \quad \text{if } \bar{c} - x_i - \beta x_j > 0 \text{ and } \bar{c} - x_j - \beta x_i > 0, \\ \\ \frac{1}{9}[a - 2(\bar{c} - x_i - \beta x_j)]^2 + \frac{1}{9}[a + (\bar{c} - x_i - \beta x_j)]^2 - \frac{1}{2}\gamma x_i^2 - \frac{1}{2}\gamma x_j^2 \\ \quad \text{if } \bar{c} - x_i - \beta x_j > 0 \text{ and } \bar{c} - x_j - \beta x_i \leq 0, \\ \\ \frac{1}{9}[a + (\bar{c} - x_j - \beta x_i)]^2 + \frac{1}{9}[a - 2(\bar{c} + x_j - \beta x_i)]^2 - \frac{1}{2}\gamma x_i^2 - \frac{1}{2}\gamma x_j^2 \\ \quad \text{if } \bar{c} - x_i - \beta x_j \leq 0 \text{ and } \bar{c} - x_j - \beta x_i > 0, \\ \\ \frac{2}{9}a^2 - \frac{1}{2}(\gamma x_i^2 + \gamma x_j^2) \\ \quad \text{if } \bar{c} - x_i - \beta x_j \leq 0 \text{ and } \bar{c} - x_j - \beta x_i \leq 0. \end{cases}$$

となる．各企業は限界生産費用の非負制約にしたがって, 上で示した利潤を最大化するように, それぞれ研究開発水準を決定する．

本論文ではクールノー均衡は対称な内点均衡を仮定する．一般に線形逆需要関数に直面する 2 つの企業によるクールノー競争では, $c_i = c_j$ となるとき, ナッシュ均衡は対称な内点均衡になる．しかし, 限界生産費用の非負制約を考慮するならば, 研究開発協力時と研究開発競争時のゲームの均衡が非対称な端点均衡になる場合があり, $c_i \neq c_j$ となるが, 本論文ではあつかわない．

4 数値例

本章では, 限界生産費用の非負制約によってゲームの均衡が端点均衡になることを数値計算によって明らかにする．Shy (1996) にしたがい $\gamma = 1, a = 100, \bar{c} = 50$, とする．

解析的にゲームの均衡を求めるためには, 式 (9) および式 (10) で得られた純利潤の各式に基づいて利潤を最大化する最適応答対応を求める必要がある．しかし, 第 2 式と第 3 式に関しては, 各パラメータによって条件付けが複雑になるため, 本論文では数値計算を用いて解を求める．したがって, 次節で最適応答対応を数値計算によって求めるアルゴリズムの基本方針を示した後に分析結果を示す．さらに, 本論文では技術スピルオーバーが十分に大きい場合の研究開発協力の研究開発水準の合計に対する優位性について考察を加えるので, $\beta > 1/2$ の場合に着目する．したがって, これ以降の数値計算では, $\beta = 0.6$ の場合について検討を行う．

4.1 アルゴリズム

アルゴリズムの基本方針は, 企業 j の投資量 $\hat{x_j}$ に対して x_i を 0 から 0.1 ずつ増加させて x_i

の上限まで変化させながら, 図 1 で示した領域 (1) から (3) に対応する純利潤関数 $\Pi_i(x_i, \hat{x_j})$ を計算して, 純利潤が最大となる x_i を $\hat{x_j}$ に対する企業 i の最適応答対応とする. この手順を $\hat{x_j}$ を 0 から 0.1 ステップで順次増加させながら繰り返し, 純利潤が最大になる戦略の組 $(x_i, \hat{x_j})$ を探していく.

このとき, アルゴリズムを有限なステップで終了させるために, 最適な x_i を探す上限を求めなければならない. 研究開発競争時は式 (9) の第 4 式の制約条件を, 研究開発協力時は式 (10) の第 4 式の制約条件を用いて最適応答対応を探す上限を決定する. 式 (9), (10) ともに第 4 式の制約条件は, 図 1 の領域 (4) とそれを囲む限界生産費用ゼロを表す 2 本の直線上に対応する. 企業 j が選んだ戦略を $\hat{x_j} \in [0, \infty)$ とすると, 領域 (4) の条件を満たす戦略の組で, 企業 i の純利潤を最大化する企業 i の研究開発競争時の戦略を x_i^{NC4} とすると,

$$x_i^{NC4}(\hat{x_j}) = \max\left\{0, \bar{c} - \beta\hat{x_j}, \frac{\bar{c} - \hat{x_j}}{\beta}\right\}, \tag{11}$$

となる. したがって, 全ての $\hat{x_j}$ に対して式 (11) よりも大きな値を戦略として選択することはない. つまり, $[0, x_i^{NC4}]$ の中に $\hat{x_j}$ に対する最適応答対応が存在する.

同様に, 研究開発協力時の領域 (4) における企業 i の $\hat{x_j}$ に対する最適な戦略を x_i^{C4} とすると, 全ての $\hat{x_j}$ に対して $x_i^{C4}(\hat{x_j}) = \max\{0, \bar{c} - \beta\hat{x_j}, (\bar{c} - \hat{x_j})/\beta\}$ となる. したがって, $[0, x_i^{C4}]$ の中に $\hat{x_j}$ に対する最適応答対応が存在する.

アルゴリズムの詳細は, 付録参照のこと.

4.2　研究開発競争の場合

図 2 は, 研究開発競争時の最適応答対応をグラフで示したものである. $\beta = 0.6$ である. パネル (a) は, 限界生産費用に対する制約条件を考えない場合の最適応答対応を式 (2) より描いた. 一方, パネル (b) は, 限界生産費用に対する制約条件を加えた場合の最適応答対応を第 4.1 節で示したアルゴリズムによって描いたものである.

Shy (1996) の数値例は, 2 つの制約条件の交点と内点均衡によるゲームの均衡が一致するように選ばれている. したがって, 研究開発競争の場合に限って, 内点均衡によるゲームの均衡は, 端点均衡であると同時に限界生産費用の非負制約を満たしている.

4.3　研究開発協力の場合

第 2.2 節でも明らかにしたように, Shy (1996) の数値例は, 研究開発協力の場合に, 内点均衡は限界生産費用の非負制約を満足しない. 図 3 は, $\beta = 0.6$ の場合の最適応答対応を示している.

この数値例では, 研究開発協力を行った場合, 内点均衡が与えるゲームの均衡に対して限界生産費用の非負制約が効いている. したがって, Shy (1996) の条件では, 少なくとも $\beta = 0.6$ の場合に, 仮に研究開発協力時に企業の対称な端点均衡 $\{\bar{c}/(1+\beta), \bar{c}/(1+\beta)\}$ をゲームの均衡とするならば, 研究開発水準は, 研究開発競争と研究開発協力時において無差別である. したがって, 供給量も研究開発競争と研究開発協力時において無差別となる. さらに, これから得られる予想は, $\beta = 1$ の場合も同様となる.

以上より, 研究開発競争と研究開発協力時の研究開発水準と供給量を内点均衡によるゲー

ムの均衡によって比較を行う分析手法を用いる場合には, 研究開発競争時に内点均衡より得られたゲームの均衡が, 限界生産費用の非負制約を満たしているだけでは不十分である. なぜならば, スピルオーバー係数の値によっては, 研究開発協力時のゲームの均衡が端点均衡になる可能性があるからである.

次章ではゲームの均衡が内点均衡になるための, 外生変数の条件を解析的に明らかにする.

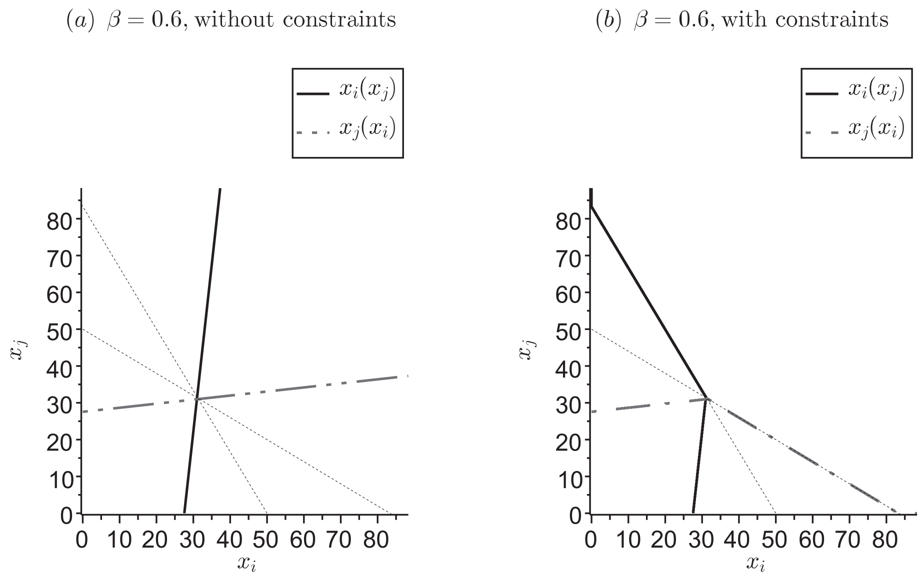

図 2: 研究開発競争の場合. $a = 100, \bar{c} = 50, \gamma = 1, \beta = 0.6$. (a) 制約条件無視 (b) 制約条件あり.

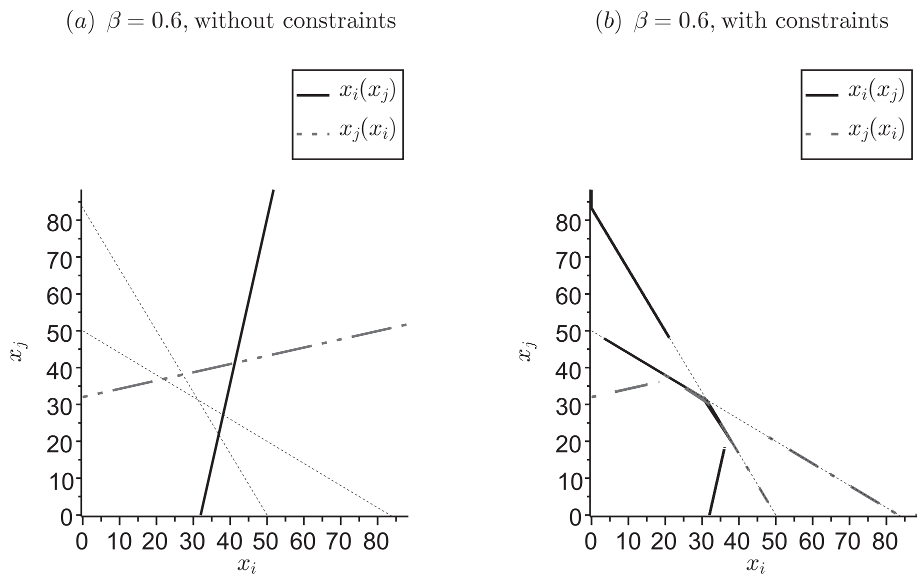

図 3: 研究開発協力. $a = 100, \bar{c} = 50, \gamma = 1, \beta = 0.6$. (a) 制約条件無視 (b) 制約条件あり

5　解の存在条件

企業の限界生産費用が正になる場合, 式 (3) を式 (1) に代入して $c_i > 0$ とすると, 研究開発競争時のゲームの均衡が内点均衡になるための条件は,

$$\frac{\bar{c}}{a} > \frac{2}{9\gamma}(2-\beta)(1+\beta), \tag{12}$$

となる.

仮定より $\gamma > 0$ なので, 不等式 (12) 右辺の $2/(9\gamma)(2-\beta)(1+\beta)$ は, $\beta = 1/2$, $\beta \in [0,1]$ で最大値 $1/(2\gamma)$ をとるので, 以下の命題を得る.

命題 1. クールノー競争を行う対称な企業による研究開発投資 2 段階モデルで, 企業が研究開発競争を行った場合に, 内点均衡が存在するための十分条件は,

$$\bar{c} > \frac{a}{2\gamma},$$

である.

Shy (1996) の数値例は, $a = 100, \bar{c} = 50, \gamma = 1$ であり, 条件 $\bar{c} > (1/2)a$ を満たしていない. しかし, 式 (12) の右辺が最大値となる $\beta = 1/2$ のときに, 研究開発競争時のゲームの均衡は, $a = 2\bar{c}$ とおくと式 (3) より

$$x_i^* \Big|_{\gamma=1,\beta=1/2,a=2\bar{c}} = \frac{2}{3}\bar{c},$$

となり, 対称な端点均衡 $\bar{c}/(1+\beta)$ に $\beta = 1/2$ を代入した結果と同一の値になる. したがって, 外生変数の仮定を $a = (1/2)\bar{c}$ として端点均衡と内点均衡が存在するための境界条件を内点均衡の存在条件に含めたとしても, 数値比較の結果は同一となる. したがって, Shy (1996) の分析は, 研究開発競争時のゲームの均衡は, 端点均衡について分析を行っているといえる.

同様に, 企業の限界生産費用が正になる場合, 式 (5) を式 (1) に代入して $c_i > 0$ とすると, 研究開発協力時のゲームの均衡が内点均衡になるための条件は,

$$\frac{\bar{c}}{a} > \frac{2}{9\gamma}(1+\beta)^2, \tag{13}$$

となる.

仮定より $\gamma > 0$ なので, 不等式 (13) の右辺の $[2/(9\gamma)](1+\beta)^2$ は, $\beta = 1$, $\beta \in [0,1]$ で最大値 $8/(9\gamma)$ をとるので, 以下の命題を得る.

命題 2. クールノー競争を行う対称な企業による研究開発投資 2 段階モデルで, 企業が研究開発協力を行った場合に, 内点均衡が存在するための十分条件は,

$$\bar{c} > \frac{8a}{9\gamma} \tag{14}$$

を満たすことである.

命題 1, 2 は, 両企業が研究開発を行わない場合の限界生産費用が逆需要関数の切片に対して十分に高いか, あるいは, 投資費用係数 γ が十分に大きければゲームの均衡が内点均衡になるための条件は, 成立しやすくなるということを示している.

さらに, 命題 1, 2 の条件を比べると, 以下の系を得る.

系 1. 第 1 段階 の限界生産費用と, 逆需要関数の切片と投資費用係数の比が, 式 (14) を満たしているならば, 全てのスピルオーバー係数に対して, 内点均衡がゲームの均衡となる.

いま, $\gamma = 1$ としたとき, 研究開発競争時のゲームの均衡と研究開発協力時のゲームの均衡が内点均衡になるための $\bar{c}/a$ と β の関係を図 4 に示す.

図内の垂直な 2 本の補助線は, 内点均衡の安定性条件を満たす最小の β をあらわしている. $\beta = (3-\sqrt{7})/2$ は研究開発競争, $\beta = (2-\sqrt{2})/2$ は研究開発協力の場合である. つまり, Shy (1996) は, 定義 $\beta \in [(3-\sqrt{7}), 1]$ より, 研究開発協力時の均衡の安定性は考慮していない. 安定性条件の計算は付録参照のこと.

点 ABCDE で囲まれる領域 (2) が, 研究開発協力時のゲームの均衡と研究開発競争時のゲームの均衡の両方が内点均衡となるための条件を満たす, $\bar{c}$ と a である. さらに, 全ての β に対応して内点均衡が存在するための条件は, さらに条件が狭められて, 図内の点 CDEI で囲まれた領域になる. これに, 内点均衡の安定性条件を加えると, 図内の点 CDGF で囲まれた領域 (5), $\bar{c}/a \geq 8/9$ かつ $\beta \in ((2-\sqrt{2})/2, 1]$, のみが安定的な内点均衡が存在する $\bar{c}/a$ と β である.

$\gamma = 1$ の場合に, 命題 1, 2 より得られる含意は以下の 2 点である. 第 1 に, 全てのスピルオーバー係数 β に対して内点均衡が存在するための必要十分条件は, $\bar{c}/a \geq 8/9$ となる. 第 2 に, たとえば, $\bar{c}/a = 1/2$ の場合, スピルオーバー係数が 1/2 より大きくなった場合には, 研究開発競争時のゲームの均衡は内点均衡, 研究開発協力時のゲームの均衡は端点均衡になる. 証明は付録を参照の事. つまり, 図 4 の点 B から右方向へ移動することを意味する. したがって, $\bar{c}/a$ と β の関係が図 4 の点 BCJ で囲まれる領域 (3) の内部にあるような場合, たとえば $\bar{c} = 60, a = 100, \beta = 0.9$, では, 研究開発協力の場合に研究開発水準の合計, $x_i + x_j$, は, ふたつの企業の端点均衡の合計になる.

図 5 は, Poyago-Theotoky (1999) の数値例[2]にしたがって $\gamma = 12/9$ にした場合を表している[3]. γ の値が大きくなるにつれて, 領域 (5) の面積が広くなっていることがわかる.

以上より, 以下の命題を得る.

命題 3. 投資費用係数が大きくなるにつれて, ゲームの均衡が内点均衡となるために必要な逆需要関数の切片に対する両企業が研究開発を行わない場合の限界生産費用の比率の最小値は小さくなる.

一方, 限界生産費用の非負制約は γ に依存しないので, 対称な端点均衡は,

$$\left(\frac{\bar{c}}{1+\beta}, \frac{\bar{c}}{1+\beta}\right)$$

である. したがって, 研究開発協力時にゲームの均衡が対称な端点均衡である場合と, 研究開発競争時にゲームの均衡が対称な内点均衡である場合について, 研究開発水準の合計を比較すると, $2\bar{c}/(1+\beta) > x_i^* + x_j^*$ となる. 証明は付録参照のこと.

以上より, 以下の命題を得る.

命題 4. $\beta > 1/2$ のとき, 端点均衡として対称均衡を考えるならば, 研究開発水準の合計は, 研究開発協力の場合に研究開発競争の場合と等しいか高くなる.

限界生産費用を削減するための研究開発を実施する 2 つの企業による 2 段階ゲームにおい

て, 限界生産費用の非負制約を考慮するならば, 研究開発協力時と研究開発競争時のゲームの均衡は, 以下の 4 種類になる. それらは, (1) 両方とも内点均衡, (2) 前者が端点均衡で後者が内点均衡, (3) 両者とも端点均衡, (4) 前者が内点均衡で後者が端点均衡, である. (2) と (3) の場合に関して, 端点均衡が対称であるならば, 両企業の研究開発水準の合計は, 研究開発協力時に研究開発競争時を上回る[4].

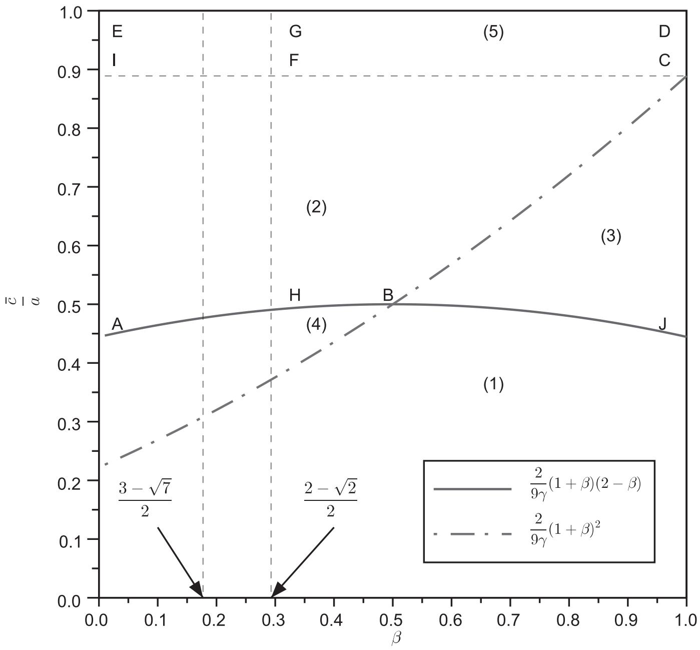

図 4: $\gamma = 1$ における, 内点均衡が存在する β と $\bar{c}/a$ の領域.

6　結論

本論文は, 企業の共同研究に対する先行研究の分析とモデルに対して, 限界生産費用の非負制約を適用することによって, 投資費用係数と, 逆需要関数の切片に対する両企業が研究開発を行わない場合の限界生産費用の比率に依存して, ゲームの均衡が端点均衡になることを示した. その結果, 投資費用係数が十分に大きい場合, または, 両企業が研究開発を行わない場合の限界生産費用が逆需要関数の切片に対して十分に大きい場合を除いて, 先行研究の分析は, 限界生産費用の非負制約を考慮していないために, 端点均衡を想定していない点で不適切であることを示した. ただし, 端点均衡が対称である場合には, 本論文と先行研究の結果とは一致することを明らかにした.

本論文では数値演算を用いて, ゲームの均衡が対称な端点均衡になる場合について分析を行った. したがって, 最適応答対応の解析的分析を行うこと, および, 端点均衡が非対称である場合について分析を行うことが今後の課題である.

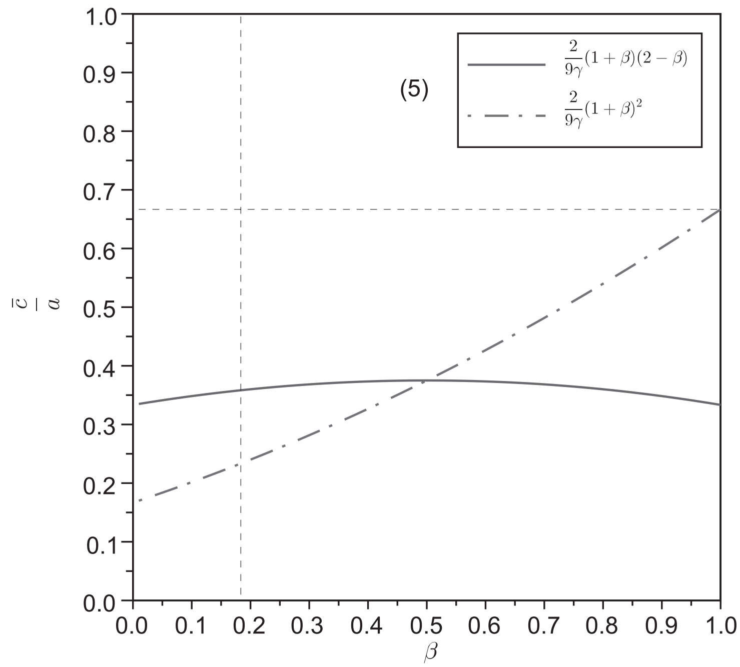

図 5: $\gamma = 12/9$ における, 内点均衡が存在する β と $\bar{c}/a$ の領域.

注

[1]β に対する制約条件の最小値 $(3-\sqrt{7})/2$ は, ゲームの均衡の安定性を確保するために設定されたものである. Henriques (1990) を参照のこと.

[2] Poyago-Theotoky (1999) は, 利潤関数に対する 2 階の条件より投資費用係数を 12/9 より大きな値とするように示唆しているが, 両企業が研究開発を行わない場合の限界生産費用と逆需要関数の切片に対する制約には言及していない. しかし, 研究開発協力と研究開発競争の比較分析を行うならば, これでは不十分である. いま投資費用係数を 13/9 とすると, 両企業が研究開発を行わない場合の限界生産費用は逆需要関数の切片の 8/13 以上でなければ, 内点均衡によるゲームの均衡をゲームの解として用いることは不適切である. つまり, Poyago-Theotoky (1999) の場合, 投資費用係数は 12/9 より大きいという制約のもとで, 研究開発協力時のゲームの均衡と研究開発競争時のゲームの均衡の両方を内点均衡として比較を行うならば, 少なくとも両企業が研究開発を行わない場合の限界生産費用は逆需要関数の切片の 2/3 より大きい, という制約を与える必要がある.

[3]$\gamma = 12/9$ の場合は, 研究開発競争における安定性条件は, $\beta \leq 0$ となるので, 安定性条件が効くのは研究開発協力のみ.

[4](4) の状態は存在しない. なぜならば, ゲームの均衡が内点均衡の場合に均衡は対称であり, 先行研究の結果より $\beta > 1/2$ の場合, 内点均衡を比較したときに研究開発協力時 $\geq$ 研究開発競争時となるので, 研究開発協力時のゲームの均衡のみが端点均衡になることはない.

付録

A.1　アルゴリズム概要

研究開発競争の場合を例として アルゴリズム 1 に示す.

アルゴリズム 1 研究開発競争最適応答対応を求めるアルゴリズム.

Require: $\beta \in [0,1], \bar{c} > 0$

$step \leftarrow 0.1$
for $\hat{x}_j = 0$ **to** $\bar{c}/\beta$ **do**
　$\Pi_i^{NC} \leftarrow 0$
　$x_i^{NC} \leftarrow 0$
　for $x_i = 0$ **to** $x_i^{NC4}(\hat{x}_j)$ **do**
　　if $\bar{c} - x_i - \beta\hat{x}_j > 0$ **and** $\bar{c} - x_j - \beta x_i > 0$ **then**
　　　$\Pi_i \leftarrow \frac{1}{9}[a - 2(\bar{c} - x_i - \beta x_j) + (\bar{c} - x_j - \beta x_i)]^2 - \frac{1}{2}\gamma x_i^2$
　　else if $\bar{c} - x_i - \beta\hat{x}_j > 0$ **and** $\bar{c} - x_j - \beta x_i \leq 0$ **then**
　　　$\Pi_i \leftarrow \frac{1}{9}[a - 2(\bar{c} - x_i - \beta x_j)]^2 - \frac{1}{2}\gamma x_i^2$
　　else
　　　$\Pi_i \leftarrow \frac{1}{9}[a + (\bar{c} - x_j - \beta x_i)]^2 - \frac{1}{2}\gamma x_i^2$
　　end if
　　if $\Pi_i^{NC} < \Pi_i$ **then**
　　　$\Pi_i^{NC} \leftarrow \Pi_i$
　　　$x_i^{NC} \leftarrow x_i$
　　end if
　　$x_i \leftarrow x_i + step$
　end for
　$R_i^{NC}(\hat{x}_i) = x_i^{NC}$
　$\hat{x}_j \leftarrow \hat{x}_j + step$
end for

A.2　ゲームの均衡の安定性条件

解の安定するための必要条件は, Vives (2001) より,

$$|A| = \det \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 \Pi_i}{\partial x_i^2} & \dfrac{\partial^2 \Pi_i}{\partial x_i \partial x_j} \\ \dfrac{\partial^2 \Pi_j}{\partial x_i \partial x_j} & \dfrac{\partial^2 \Pi_j}{\partial x_j^2} \end{bmatrix} > 0,$$

なので, この行列式の値を求めると

$$|A| = \frac{(3\gamma - 2\beta^2 + 6\beta - 4)(9\gamma + 2\beta^2 - 2\beta - 4)}{27}.$$

である.

一方, 研究開発協力の場合の安定性条件は,

$$|A| = \det \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 \Pi_{i+j}}{\partial x_i^2} & \dfrac{\partial^2 \Pi_{i+j}}{\partial x_i \partial x_j} \\ \dfrac{\partial^2 Pi_{i+j}}{\partial x_i \partial x_j} & \dfrac{\partial^2 Pi_{i+j}}{\partial x_j^2} \end{bmatrix} > 0,$$

であり, この行列式の値は

$$|A| = \frac{[2(1-\beta)^2 - \gamma][2(1+\beta)^2 - 9\gamma]}{9}.$$

である.

したがって, $\gamma = 1$ のとき, 研究開発競争ならば

$$\beta \leq \frac{3 - \sqrt{7}}{2},$$

研究開発協力ならば

$$\beta \leq \frac{2 - \sqrt{2}}{2},$$

の場合, 内点均衡は安定的ではない.

A.3　命題 1, 2 の含意 (2) の証明

仮定より $\gamma = 1$, $\bar{c} = 50$, $a = 100$ において, 任意の $1/2 > \delta > 0$ について, $\beta = 1/2 + \delta$ とすると, 式 (12) より

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{2} - \frac{\delta^2}{18},$$

となるので, 研究開発競争時に $\beta > 1/2$ では, ゲームの均衡は内点均衡になる.

一方, 式 (13) より

$$\frac{1}{2} < \frac{1}{2} + \frac{2}{9}(3\delta + \delta^2),$$

となるので, 研究開発協力時に $\beta > 1/2$ では, ゲームの均衡は端点均衡になる.

A.4　命題 4 の証明

証明. 対称な端点均衡の値が対称な内点均衡の値より大きくなることを示すためには, 式 (12) より $2\bar{c}/(1+\beta) > x_i^* + x_j^*$ が成立することを示せば良い. したがって, $A = 2(2-\beta)(1+\beta)$ とおくと, 式 (12) は,

$$\frac{\bar{c}}{a} > \frac{A}{9\gamma},$$

なので,

$$9\gamma\bar{c} > aA$$

である. したがって,

$$\begin{aligned}
\frac{2\bar{c}}{1+\beta} - (x_i^* + x_j^*) &= \frac{2\bar{c}}{1+\beta} - \frac{2\cdot 2(2-\beta)(a-\bar{c})}{9\gamma - A} \\
&= \frac{2\bar{c}}{1+\beta} - \left\{\bar{c} - \frac{2(1+\beta)(2-\beta)(a-\bar{c})}{9\gamma - A}\right\} \\
&= \frac{2\bar{c}}{1+\beta}\left\{\bar{c} - \frac{A(a-\bar{c})}{9\gamma - A}\right\} \\
&= \frac{2}{1+\beta}\frac{9\gamma\bar{c} - aA}{9\gamma - A} > 0.
\end{aligned}$$

□

参考文献

Amir, R., J. Jin, and M. Troege (2008). On additive spillovers and returns to scale in r&d. *International Journal of Industrial Organization 26*(3), 695–703.

Amir, R. and J. Wooders (1998). Cooperation vs. competition in r&d: the role of stability of equilibrium. *Journal of Economics 67*(1), 63–73.

d'Aspremont, C. and A. Jacquemin (1988). Cooperative and noncooperative R & D in duopoly with spillovers. *The American Economic Review*, 1133–1137.

Henriques, I. (1990). Cooperative and noncooperative r&d in duopoly with spillovers: Comment. *The American Economic Review 80*(3), 638–640.

Kamien, M., E. Muller, and I. Zang (1992). Research joint ventures and R&D cartels. *The American Economic Review*, 1293–1306.

Poyago-Theotoky, J. (1999). A note on endogenous spillovers in a non-tournament R & D duopoly. *Review of Industrial Organization 15*(3), 253–262.

Shy, O. (1996). *Industrial organization: theory and applications*, pp. 229–233. The MIT press.

Suzumura, K. (1992). Cooperative and Noncooperative R&D in an Oligopoly with Spillovers. *The American Economic Review*, 1307–1320.

Vives, X. (2001). *Oligopoly pricing: old ideas and new tools*, pp. 51–58. The MIT press.