

2022 年度 学位論文（修士）

火星探査航空機の空力飛行連成計算による  
飛行経路ロバスト設計

2022 年 1 月 27 日

東京都立大学大学院

システムデザイン研究科システムデザイン専攻

航空宇宙システム工学域 博士前期課程

21863629      中村   晴香

指導教員      金崎   雅博

## 目次

第1章 序論 .....	1
1.1 航空機による火星探査.....	1
1.2 大気球試験 .....	3
1.3 火星探査航空機の実体化に向けて .....	4
1.4 研究目的 .....	5
第2章 研究対象 .....	6
第3章 数値流体力学計算 .....	8
3.1 計算手法 .....	8
3.1.1 格子精度評価法 .....	9
3.1.2 格子精度評価結果 .....	10
3.2 体積力モデリングによるプロペラのモデル化.....	13
3.3 計算条件 .....	14
第4章 飛行経路ロバスト最適設計 .....	16
4.1 空力—飛行力学連成計算.....	16
4.1.1 連成計算手法 .....	16
4.1.2 空力データベースの構築 .....	17
4.1.3 連成計算条件 .....	18
4.2 飛行経路設計.....	19
4.2.1 最適化手法 .....	19
4.2.2 不確実性の評価法 .....	20
4.2.3 問題設定 .....	20
第5章 結果と考察 .....	22
5.1 エレベータの舵効き応答と空力特性.....	22

5.1.1 プロペラ後流が機体縦安定とエレベータ操舵性に及ぼす影響.....	22
5.1.2 水平尾翼周りの流れ場 .....	24
5.1.3 エレベータ舵角の変化による流れ場の変化.....	26
5.1.4 取得した空力特性 .....	28
5.2 飛行経路ロバスト設計.....	35
5.2.1 飛行距離の最大化問題 .....	35
5.2.2 風擾乱に対するロバスト設計 .....	43
第6章 結論 .....	49
謝辞 .....	50
参考文献 .....	51
Appendix.....	56
A. 運動方程式.....	56
A.1.3 自由度運動方程式.....	56
A.1.1 並進運動の方程式.....	56
A.1.2 回転運動の方程式.....	58
A.2 航空機に働く力.....	59
A.2.1 機体に働く外力とモーメント.....	59
A.2.2 機体の姿勢と機体座標系での飛行経路，機体軸周りの角速度 .....	60
B. 数値計算 .....	62
B.1 支配方程式.....	62
B.2 乱流モデル.....	65
B.3 遷移モデル.....	66
B.4 Kriging 法 .....	68

## 第1章 序論

### 1.1 航空機による火星探査

地球外生命存在の可能性や地質学的多様性から理学的価値が高いことから、火星の探査は活発に行われてきた[1]。従来の火星探査には、大きく分けてふたつの方法が用いられてきた。ひとつは軌道上からの探査[2]であり、もうひとつは着陸機[3]や自走機[4]による地上探査である。軌道上からの探査では短時間で広範囲を探査することができ、着陸機や自走機では地表面を詳細に探査することができる。しかし、これらの探査方法では広域探査と高精度観測の両立には限界があり、航空機による火星探査が検討されており[5]、広域探索性能を活かした磁場観測や崖の露頭の地層観測、ローバーの探査範囲の事前調査の可能性が期待される[6]。地表面では火星は地球と比べて重力が約  $1/3$ 、大気密度は約  $1/100$  である。そのため火星探査航空機には地球上の約 33 倍の揚力を生む翼が必要であり、低レイノルズ数かつ高マッハ数の条件下での最適な飛行制御が求められる[6]。また、火星大気圏に突入するためのエントリーカプセルに収納する必要がある、軽量かつ折り畳み可能な機体の設計が必要である[7]。

固定翼機検討の例として、National Aeronautics and Space Administration (NASA) のラングレー研究所により、図 1.1 に示す Aerial Regional-Scale Environmental Survey of Mars (ARES)[8] の研究開発がある。ARES は、ハーフスケールモデルを用いた飛行試験が 2002 年に実施され、高度約 32km から主翼、尾翼の展開まで含めた滑空飛行を行った。2004 年には、カプセルからの放出試験やフルスケールの試験機の製作までされた。日本国内では、宇宙航空研究開発機構 宇宙科学研究所 (Japan Aerospace eXploration Agency / Institute of Space and Astronautical Science (JAXA/ISAS)) と大学などの研究者からなる火星探査航空機リサーチグループによって、図 1.2 に示すような固定翼機型の研究が行われている[9]。



図 1.1 ARES[8]



図 1.2 火星探査航空機イメージ図(JAXA)

## 1.2 大気球試験

ISAS/JAXA に設置されている火星探査航空機リサーチグループは 2016 年 6 月 12 日、大樹航空宇宙実験場にて大気球を使用した第 1 回高高度飛行試験（Mars Airplane Balloon-Experiment One: MABE-1）を実施した。大気球で到達可能な高度約 36 km は密度および温度が火星とほぼ同じであり、この環境下で機体の空力特性データを取得することで風洞試験や CFD の検証を行うことが目的であった[10]。MABE-1 飛行試験機は、両翼と胴体尾部を折り畳むことで内径約 1m のエントリーカプセルへの収納性を考慮しつつ、100km 程度の航続距離を実現するために、空力、推進、構造等も考慮した複合領域設計で検討された[11]。将来的に火星で飛行する機体にはプロペラ推進が検討されている[12]が、大気球試験で機体の空力データ取得を目的に滑空機として設計された。大気球で試験機を大気密度、温度とも火星とほぼ同じである高度約 36km まで上昇させて滑空飛行を行った。大きな片揺れ、横揺れが発生したために飛行開始から 30 秒以降は正常な飛行とならなかったものの、機体の空力データを一部取得した[13]。

MABE-1 で正常な飛行とならなかった[14]原因として、設計時に予想された動圧を超えたことなどによる機体の変形や空力安定性の不足などが考えられている[15]。そこで、富澤らによって空力安定性の改善とテールビーム強度を向上させた設計[16]が、水上らによって主翼剛性の改善[17]などが図られ、第 2 回高高度飛行試験（MABE-2）に向けて、図 1.3 に示す試験機が再設計された。1/5 スケールの風洞模型を用いた風洞試験や数値流体力学（Computational Fluid Dynamics : CFD）によって静的空力特性[16][18]に加えて動的空力特性および巡航時空力特性の調査が行われた[19]。



図 1.3 MABE-2 試験機

### 1.3 火星探査航空機の実体化に向けて

火星探査航空機はプロペラによる推進が検討されているが、MABE-2 も MABE-1 同様にプロペラが搭載されていない滑空機である。したがって、滑空機による実験だけでなく、プロペラを搭載した場合の空力特性の調査や飛行経路設計を行うことは、今後の火星探査航空機試験機および実機設計に向けて有用であると考えられる。

火星では水平方向半径が数 m から数百 m、風速は数 m/s から数十 m/s と推定されるダストデビルと呼ばれる竜巻が発生することが報告されている[20]。また、火星探査航空機はカプセルからの放出が提案されており[10]、火星探査航空機の制御にあたっては、こうした突風などの風擾乱や放出時のカプセルの揺れによる擾乱を受ける。

このように実用的な最適設計を行う上では、不確実性を考慮することが求められる。これまで、不確実性に対するロバストな設計手法の特徴に関する研究[21]や、工学的設計でのロバスト最適化の有用性に関する研究[22]があり、多目的最適化にも適用されている[23]。これらの手法は超音速旅客機の着陸軌道設計に用いられ[24]、火星探査航空機の経路設計にも適用可能であると期待されている。

## 1.4 研究目的

本研究では、火星探査航空機に推進系としてプロペラを統合した場合を考え、プロペラ後流がエレベータの舵効きに及ぼす影響を調査する。プロペラは主翼の前縁または後縁に配置し、プロペラがない場合と合わせて結果を比較する。

さらに、プロペラを統合した火星探査航空機を対象とし、多項式カオス展開[25]を導入して不確実性を考慮したロバストな飛行経路設計を行う。飛行経路は、空力—飛行力学連成計算によって求める。飛行距離が最大となる飛行経路を進化計算法により探索したのち、初期速度を変更して風の影響に対するロバスト性を調査する。



## 第2章 研究対象

研究対象を図 2.1 に示す飛行試験機である MABE-2, 図 2.2 に示す MABE-2 の主翼前縁にプロペラを設置したもの, および主翼後縁にプロペラを設置したものとする. 以降順に, w/o propeller, MABE-2p-f, および MABE-2p-b と呼ぶ. 表 2.1 に MABE-2 の機体諸元を示す. 主翼断面翼型は石井翼であり, ハンティンググライダー向けに設計されたもので, 火星環境で高い空力性能を持つことが実証されている[26][27]. w/o propeller の重心位置は主翼空力翼弦に対して前縁から 30%の位置と仮定する.

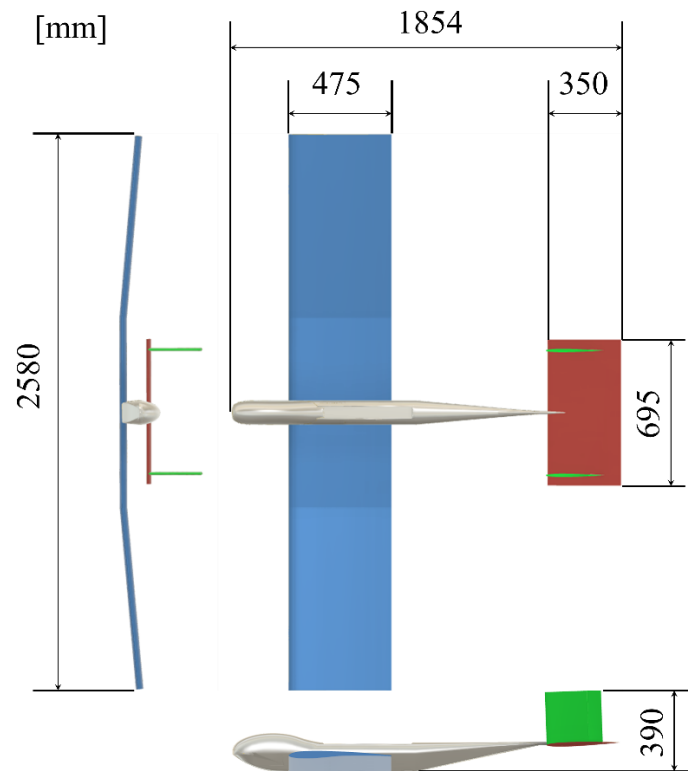


図 2.1 MABE-2 機体三面図

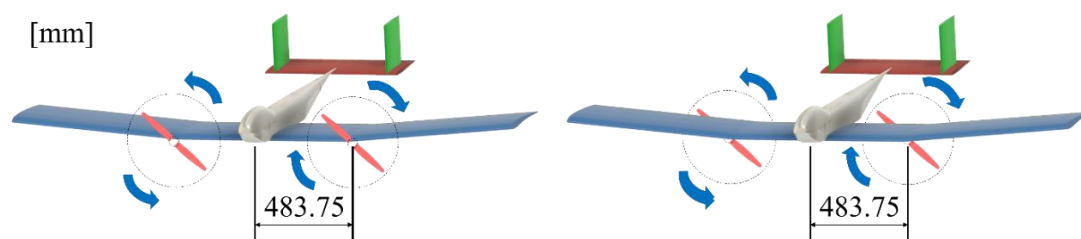


図 2.2 MABE-2p-f (左), MABE-2p-b (右)

表 2.1 MABE-2 の機体諸元

主翼	翼型	石井翼
	平面形	矩形
	取り付け角	0.0 °
水平尾翼	平面形	矩形
	容積比	0.5
	翼型	NACA0006
	取り付け角	-2 °
垂直尾翼	平面形	矩形
	容積比	0.3
	配置	水平尾翼翼端
重量		5.941 kg
慣性モーメント		1.374 kg・m <sup>2</sup>

## 第3章 数値流体力学計算

### 3.1 計算手法

本研究では Reynolds-Averaged Navier-Stokes Simulation (RANS) を用い、定常計算を行う。非粘性流束評価にはロバスト性が高く安定な Harten-Lax-Van Leer-Einfeld-Wada (HLLIW) [28]を用い、時間積分法には Lower-upper symmetric Gauss-Seidel (LU-SGS) [29]を用いる。乱流モデルには Shear-Stress-Transport (SST) -2003[30]に、遷移モデルである Menter  $\gamma$ -Re $\theta$ t[31]を組み合わせる。計算ソルバには JAXA で開発された高速流体ソルバ FAST Aerodynamic Routines (FaSTAR) [32][33]を用いる。

支配方程式は 3 次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式とし、次式に示すように、プロペラに働く力を右辺の外力項に体積力として付与する。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{Q} dv + \int_S \left[ \mathbf{F}(Q) - \frac{1}{Re} \mathbf{F}_v(Q) \right] \cdot d\mathbf{s} = \int_V \mathbf{S} dv \quad (3.1)$$

$\mathbf{Q}$ は保存量ベクトル、 $\mathbf{F}$ は非粘性ベクトル、 $\mathbf{F}_v$ は粘性ベクトル、 $\mathbf{S}$ は軸方向力と周方向力からなる体積力ベクトルである。単位長さあたりの軸力 $f_x$ は次式で表される[34]。

$$f_x = \tilde{F} \hat{r}^m \left( \frac{a - \hat{r}}{a} \right)^n \quad (3.2)$$

$\hat{r}$ は次式で定義される。

$$\hat{r} = \frac{r - r_{in}}{R - r_{in}} \quad (3.3)$$

$r_{in}$ はハブがあるプロペラ内側の半径、 $\tilde{F}$ は軸方向力の値を与えるパラメータ、 $a$ ,  $n$ ,  $m$ は分布形状を定義するパラメータである。単位長さあたりの周方向力 $f_\theta$ は次式で表される。

$$f_\theta = B f_x \left( \frac{P/D}{\pi(r/R)} \right) \quad (3.4)$$

$P/D$ はプロペラ直径 $D$ に対するプロペラピッチ $P$ の比率であり、周方向力の値の重み付けのためのパラメータ $B$ を導入する。

計算格子は非構造格子とし，格子生成には HexaGrid[35]を用いた．総格子点数は約 1100 万点であり，図 3.1 に示すように格子は機体対称面での半裁モデルを用いる．境界層第一層目厚さは，主翼コード長を 1 として，レイノルズ数 $R_e = 3.0 \times 10^4$ で $y_+ = 1.0$ となるように $6.1 \times 10^{-4}$ [-]とする．

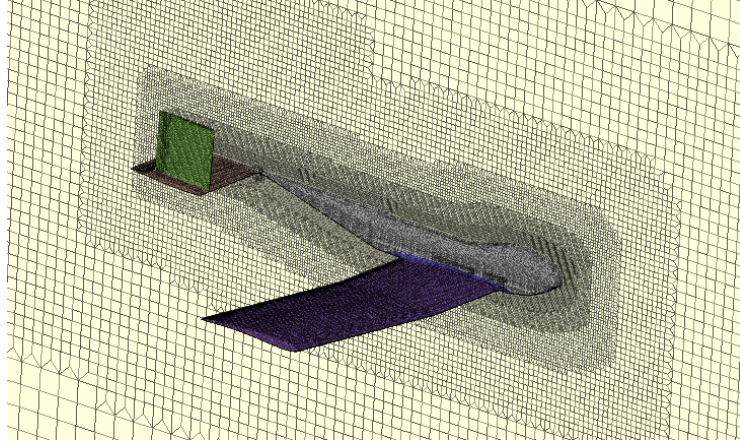


図 3.1 計算格子外観

### 3.1.1 格子精度評価法

Richardson 外挿 (Generalized Richardson Extrapolation : GRE) [36]を用いて格子収束性評価を行う．GRE では 3 種類の格子密度が異なる格子を用いたときの解 $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$ の三点を外挿することにより，格子間隔が 0 に近づいたときに漸近する解を求める． $h$ を要素サイズ (格子幅  $\Delta x$ ) とした時に，Fine, Medium, Coarse 格子の要素サイズを $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$ とすると， $h$ を限りなく 0 に近づけたときの $f_{\text{exact}}$ は以下の式で表される．

$$f_{\text{exact}} = f_1 + \frac{f_1 - f_2}{r^p - 1} \quad (3.5)$$

ここで $r=h_2/h_1$ であり， $p$ はスキームの精度である．式(3.5)は $h_1 \sim h_3$ を等間隔であると仮定しているが，本研究では不等間隔格子であるため，以下の式から $p$ を求める．

$$\frac{f_3 - f_2}{r_{23}^p - 1} = r_{12}^p \left( \frac{f_2 - f_1}{r_{12}^p - 1} \right) \quad (3.6)$$

ここで， $r_{12}=h_2/h_1$ ,  $r_{23}=h_3/h_2$ である．式(3.6)が解を持たない場合には，次式で示すように二点

により外挿する方法である Standard Richardson Extrapolation (SRE)を用いる.

$$f_{exact} = f_1 + \frac{f_1 - f_2}{3} \quad (3.7)$$

### 3.1.2 格子精度評価結果

MABE-2p-f に対して, プロペラ後流を模擬した場合の格子依存性を表 3.1 に示す格子の粗密が異なる Fine, Medium, Coarse の 3 ケースの格子により調べる. 計算条件は機体迎角  $\alpha=7.80^\circ$ , エレベータ舵角  $\delta e=0^\circ$ , マッハ数  $M=0.2$ , レイノルズ数はコード長基準で  $Re = 3.0 \times 10^4$  とする.

図 3.2 に各ケースの格子での揚力係数  $C_L$  を示す.  $N$  は格子点数を示す. Fine の格子では,  $C_L$  は SRE による外挿結果に近い値をとり, Fine, Medium, Coarse と SRE による外挿結果との差はそれぞれ 0.0022, 0.0090, 0.0112 である. 図 3.3 に各ケースの格子での抗力係数  $C_D$  を示す. Fine と Medium の格子では,  $C_D$  は SRE による外挿結果に近い値をとり, Fine, Medium, Coarse と SRE による外挿結果との差はそれぞれ 0.0002, 0.0006, 0.0029 である. 図 3.4 に各ケースの格子でのピッチングモーメント係数  $C_M$  を示す. Fine と Medium の格子では,  $C_M$  は SRE による外挿結果に近い値をとり, Fine, Medium, Coarse と SRE による外挿結果との差はそれぞれ 0.0003, 0.0013, 0.0054 である. 以上より, 計算コストと計算精度の観点から Medium 格子を用いることが良いと考えられる.

表 3.1 格子情報

格子名		Fine	Medium	Coarse
総格子点数		21,860,448	11,270,586	8,646,054
表面格子幅	最小格子幅[-]	0.0025	0.0050	0.0050
	最大格子幅[-]	0.0050	0.0050	0.0100
プリズム層	一層目厚さ[-]	$6.1 \times 10^{-4}$	$6.1 \times 10^{-4}$	$6.1 \times 10^{-4}$
	層厚さの拡大率[-]	1.3	1.3	1.3

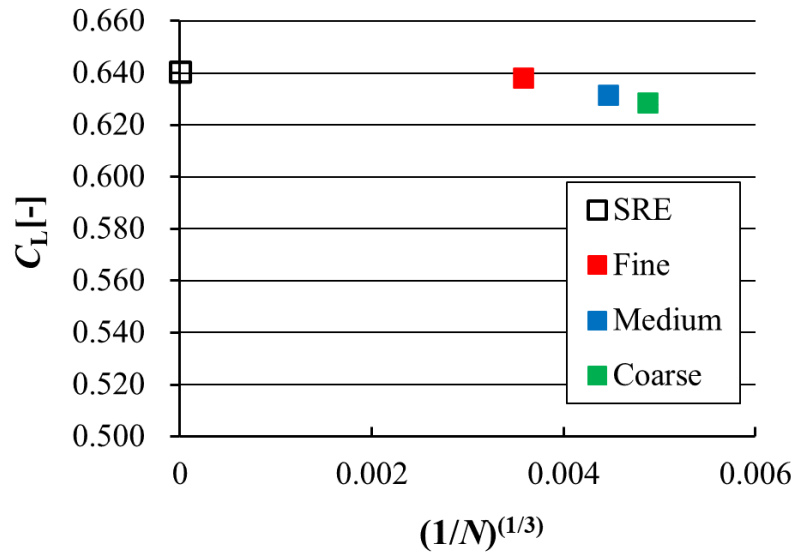


図 3.2 格子点数とピッチングモーメント係数

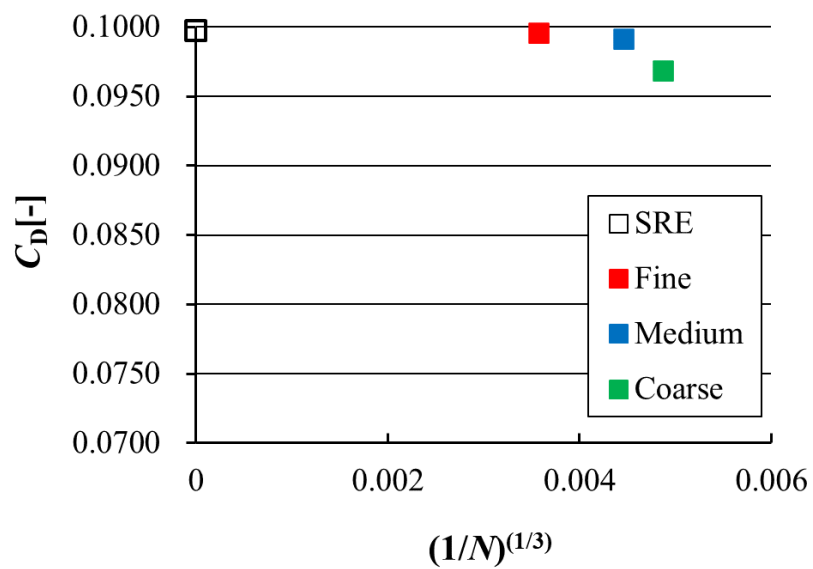


図 3.3 格子点数とピッチングモーメント係数

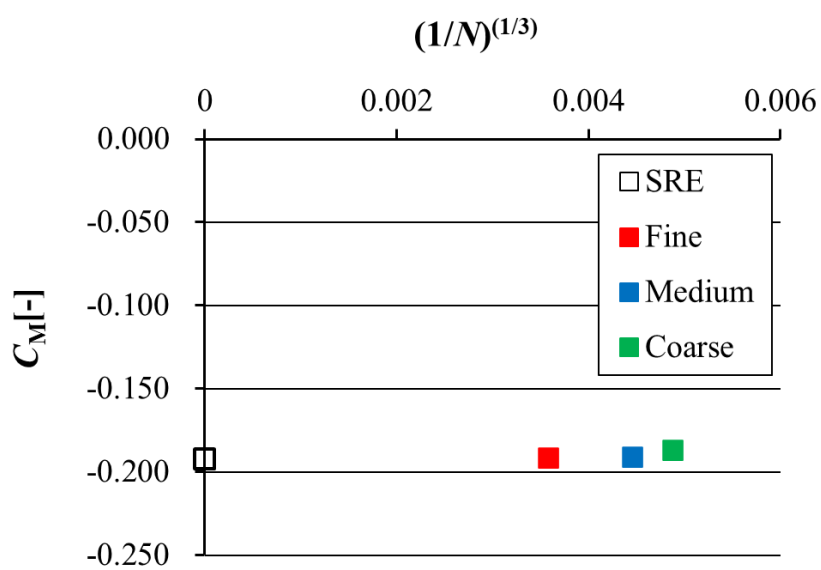
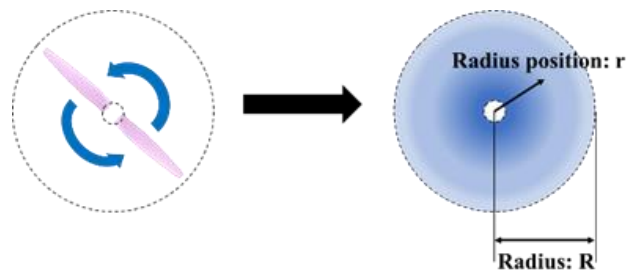


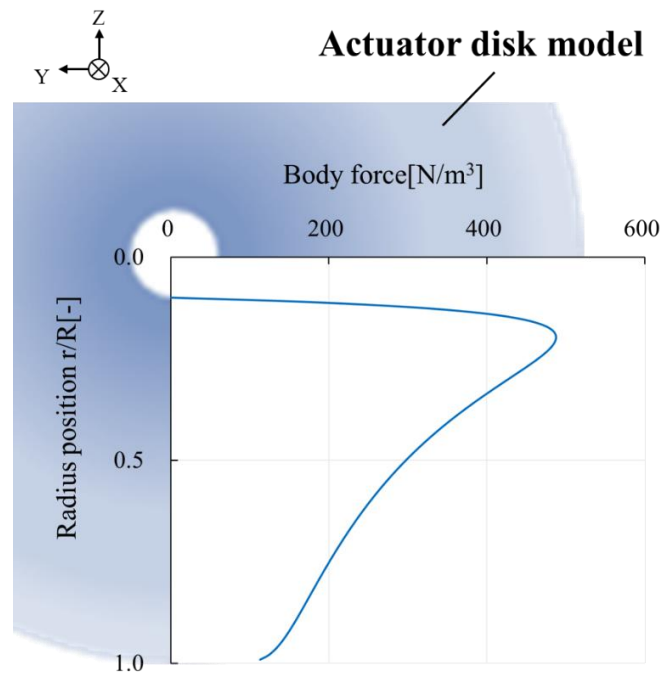
図 3.4 格子点数とピッチングモーメント係数

### 3.2 体積力モデリングによるプロペラのモデル化

プロペラの後流を模擬するために、図 3.5(a)に示すようなアクチュエータディスク (AD) モデルを用いる。プロペラに働く体積力を図 3.5(b), (c)に示すように周方向に時間平均し、前節で述べたように Navier-Stokes 方程式の外力項に与える。AD モデルは、実際のプロペラ形状を用いた計算に比べて、計算コストを削減できる利点がある[37]。

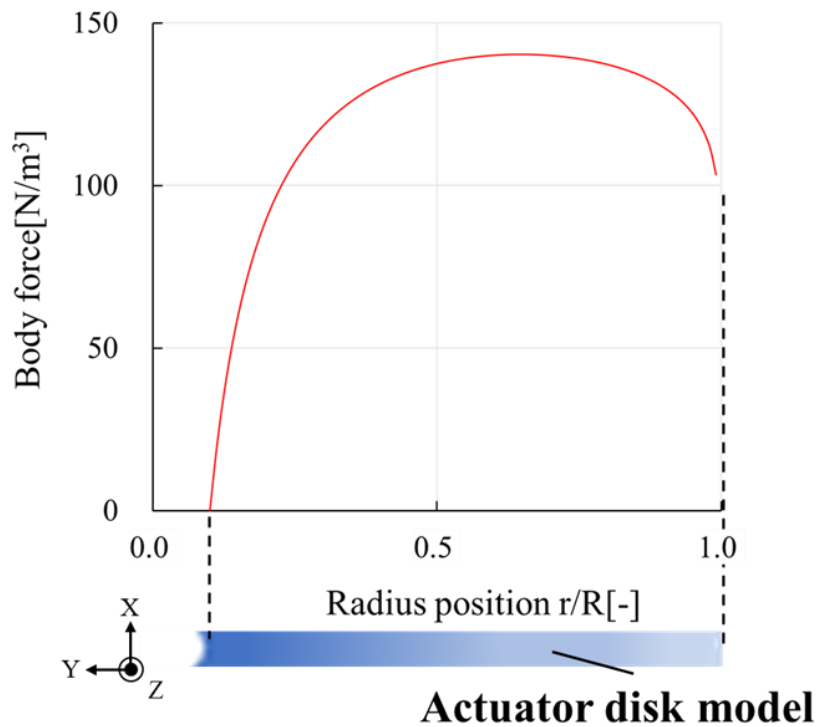


(a) モデルのイメージ図。プロペラが回転している部分に体積力を与えている。



(b) 周方向の体積力分布





(c)軸方向の体積力分布

図 3.5 アクチュエータディスクモデル

### 3.3 計算条件

5.1.1～5.1.3 節および 5.1.4 節に対する計算条件を示す。プロペラは、MABE-2p-f, MABE-2p-b とともに翼端から主翼スパン長 5/8 の位置に設置する。この位置はプロペラが胴体に干渉せず、プロペラ後流が水平尾翼にかかる位置である。プロペラの回転方向は翼端渦と逆方向とし、回転数は 2,226rpm, 進行率は 2.12 とする[38]。プロペラの推力は、w/o propeller の時の抵抗力と等しいと仮定し、5.1.1～5.1.3 節では 1.71 N, トルクは 0.725 Nm とする。5.1.4 節では、表 3.2 のように迎角ごとに推力とトルクを設定する。

5.1.1～5.1.3 節では巡航飛行時を想定し、機体質量の 0.63kg を支える  $C_L=0.63$  で評価を行う。機体迎角  $\alpha$  は w/o propeller では  $8.00^\circ$ , MABE-2p-f では  $7.80^\circ$ , MABE-2p-b では  $6.55^\circ$  とする。エレベータ舵角  $\delta e$  は  $0^\circ$ ,  $-5^\circ$ ,  $-10^\circ$  とする。ピッチングモーメント  $C_M$  とエレベータ舵角

$\delta e$  の向きは図 3.6 のように定義する．コード長基準で  $R_e = 3.0 \times 10^4$  とし，マッハ数  $M$  は圧縮性を無視できる範囲で 0.2 とする．5.1.4 節では  $\alpha$  は  $-4^\circ \sim 12^\circ$ ， $2^\circ$  刻み， $\delta e$  は  $-20^\circ \sim 20^\circ$ ， $10^\circ$  刻みとする．コード長基準で  $R_e = 2.4 \times 10^4$ ， $M$  は 5.1 節と同様に 0.2 とする．

表 3.2 プロペラの推力及びトルク

迎角 $\alpha[^\circ]$	推力[N]	トルク [Nm]
-4	0.876	0.370
-2	0.635	0.269
0	0.629	0.266
2	0.696	0.295
4	0.860	0.364
6	1.24	0.526
8	1.78	0.754
10	2.42	1.02
12	3.07	1.30



図 3.6  $C_M$  と  $\delta e$  の向きの定義

## 第4章 飛行経路ロバスト最適設計

### 4.1 空力—飛行力学連成計算

#### 4.1.1 連成計算手法

本研究で行う空力—飛行力学連成計算は弱連成計算に分類される．あらかじめ CFD によって得られた空力からデータベースを構築しておき，飛行計算の各タイムステップにおける空力をそのデータベースから補間値として与える．運動計算は縦方向の運動のみを考え 3 自由度とする．運動方程式の数値解法には 4 次精度の Runge-Kutta 法[39]を用いる．この手法はテーラー展開における，4 次の項まで計算を行うため数値誤差が $O(\Delta t^5)$ と小さく，計算時間も短いというメリットがある．連成計算のフローチャートを図 4.1 に示す．

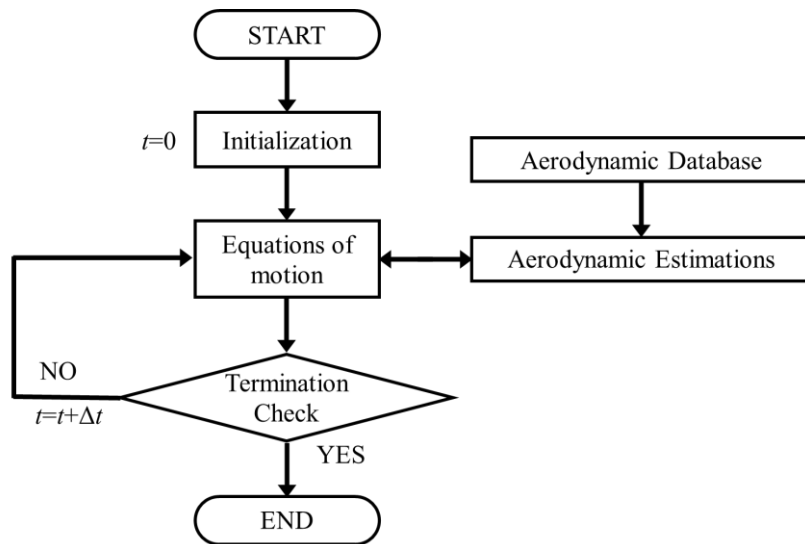


図 4.1 空力—飛行力学連成計算のフローチャート

#### 4.1.2 空力データベースの構築

本研究では、機体に作用する空気力を迎角、エレベータ舵角の2変数からなる関数として扱い、その解空間の把握に Kriging 法[40][41][42][43]を用いる。Kriging 法は鋤床の空間分布を予測するために考案され、大域的な平均値と局所的な偏差によって設計変数と目的関数を結びつける近似モデルである (B.4 参照)。迎角 $-4^{\circ}$ ~ $12^{\circ}$ での CFD の結果を用いるが、各空力係数について $-12^{\circ}$ まで外挿したうえで Kriging 法により推定する。空力係数は図 4.2 に示すように CFD で得られた安定軸座標系のものを機体軸座標系に変換して用いる。

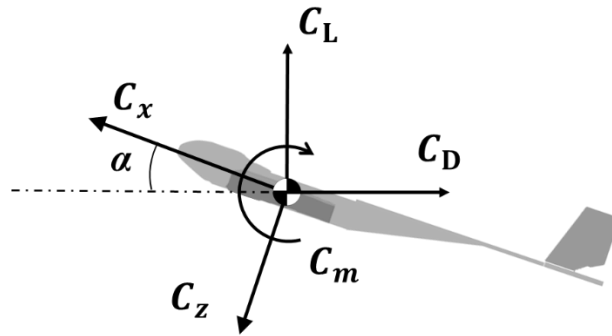


図 4.2 座標系. 揚力係数 $C_L$ 、抗力係数 $C_D$ は安定軸座標系,  $x$  軸方向の軸力 $C_x$ ,  $z$  軸方向の軸力 $C_z$ は機体軸座標系で定義される.  $C_m$ は両座標系で共通.

#### 4.1.3 連成計算条件

火星での探査を想定し，重力加速度や大気密度は火星の値を用いる．カプセルから放出されて引き起こしが完了してから探査のために空力制御を開始するまでを対象範囲とする．計算の初期値は，残留磁場の観測が可能な高度で水平方向のみに速度を持っているとし，表のように計算条件を設定する．

表 4.1 連成計算条件

項目	数値	単位
重力加速度 $g$	3.71	m/s <sup>2</sup>
大気密度 $\rho$	0.01	kg/m <sup>3</sup>
初期高度 $h_0$	2,000	m
推力 $T$	2.0	N
初期機軸方向速度 $u_0$	40	m/s
初期鉛直速度 $w_0$	0	m/s
初期ピッチ角 $\theta_0$	5.0	°
初期ピッチ角速度 $\dot{\theta}_0$	0	°/s

## 4.2 飛行経路設計

### 4.2.1 最適化手法

本研究では、最適化問題を解くための手法として Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II (NSGA-II) [44][45]に制約違反の総量を考慮した支配の概念を導入した Constrained NSGA-II (CNSGA-II) を用い、制約条件目的関数変換法を適用する。NSGA-II は進化的アルゴリズム(Evolutionary Algorithm: EA)[46]のひとつであり、個体間の距離から混雑度を求め、混雑度が小さいものを選択することで解の大域性を保つ。進化的アルゴリズムとは、生物が環境に適応して進化していく過程を模倣した学習的アルゴリズムである。ある世代を形成している個体集合の中で、環境に適応した優秀な個体が高い確率で生き残り、次の世代に子を残す。個体の集団のことを母集団と呼び、この母集団に対して選択、交叉、突然変異といった遺伝的操作を繰り返し行うことによって解探索を行う。最適化のフローチャートを図 4.3 に示す。本研究では、集団サイズを 30 個体と設定し、初期個体は一様乱数を用いて生成することとする。世代数はハイパーボリウム収束を判定したところで打ち切り、MABE-2p-f で 800 世代、MABE-2p-b で 500 世代を実行した。

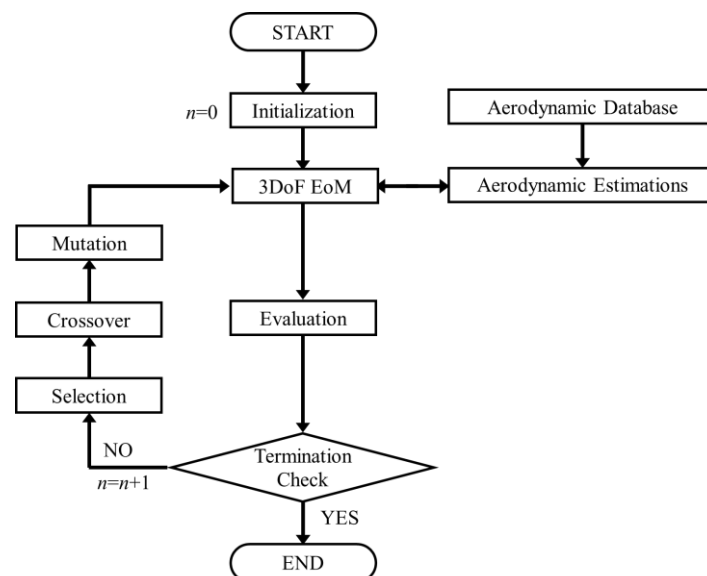


図 4.3 最適化のフローチャート

#### 4.2.2 不確実性の評価法

本研究では、不確実性の評価法として多項式カオス展開（PCE）を導入する。これは、不確実性を含む未知の関数を直交基底関数の線形和で近似する手法であり、未知の関数  $f$  は式 (4.1) のように表される。

$$f(t, \xi) \approx \sum_{i=0}^p \tilde{f}_i(t) \phi_i(\xi) \quad (4.1)$$

$\xi$  は確率分布、 $p$  は近似階数である。 $\tilde{f}_i(t)$  は微分方程式を解いて得ることができ、 $\phi_i(\xi)$  は確率分布を近似するための直交基底関数である。本研究では異なる次数どうしで直交性を持つルジャンドル関数を用いる。

#### 4.2.3 問題設定

実際の航空探査では、できるだけ長い距離を飛行しつつ、機首が上下することを最小限に抑えられる飛行制御が望ましい。そこで、飛行経路設計の目的関数として、式(4.2)のように飛行距離  $x_f$  の最大化を設定し、制約条件として機体の最大迎角と最小迎角の差（迎角差） $\Delta\alpha$  が 0 となるよう Deterministic な設計問題を設定する。エレベータ舵角を設計変数とし、制御は 1 秒間に 5 点与える。機体の状態値が空力データベースの範囲を逸脱した場合、計算は打ち切られる。

$$\begin{cases} \text{maximize } x_f \\ \text{subject to } \Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min} = 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

最適化の結果から、飛行距離最大解のロバスト性を検証する。飛行距離最大解のエレベータ舵角履歴を用い、初期速度を変化させたときの飛行経路を算出する。ダストデビルによって水平方向の速度が変化すると仮定し、表 4.1 の  $u_0$  に対して擾乱を与えて  $u_0$  を 35, 37, 43, 45 m/s として計算を行う。

さらに飛行中に風が吹いていることを想定し、PCE によるロバスト設計を行う。不確実性を考慮した最適化問題は次の通りに書ける。

$$\begin{cases} \text{maximize } x_f \\ \text{subject to } \Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min} = 0 \\ \sigma(x_f(\xi)) \leq 50[\text{m}] \\ \sigma(\Delta\alpha(\xi)) \leq 3.0[^\circ] \end{cases} \quad (4.3)$$

式(4.1)における近似階数  $p$  は 4, 近似のためのサンプルに相当する積分点数は 6 とする. 風の擾乱  $\xi$  は水平方向にのみ与えることとし,  $-5 \sim 5 \text{ m/s}$  の一様分布とする.  $x_f$ ,  $\Delta\alpha$  に対してそれぞれ  $\sigma(x_f(\xi)) \leq 50 \text{ m}$ ,  $\sigma(\Delta\alpha(\xi)) \leq 3^\circ$  の標準偏差を設定する. ロバスト最適化では, この標準偏差で定義した許容分散量を CNSGA-II の制約条件として取り扱うことで処理する. これによって解は  $\pm\sigma$  の範囲で幅を持つ.



## 第5章 結果と考察

### 5.1 エレベータの舵効き応答と空力特性

#### 5.1.1 プロペラ後流が機体縦安定とエレベータ操舵性に及ぼす影響

図 5.1 に w/o propeller, MABE-2p-f, MABE-2p-b ごとに  $\delta e$  を変化させたとき  $C_M-\alpha$  を示す. この図より, プロペラ後流がある MABE-2p-f, MABE-2p-b の方が w/o propeller よりも頭下げ方向の  $C_M$  がいずれの  $\alpha$  でも大きく, MABE-2p-b が最大となった. これは, 3.3 節で設定したように巡航飛行時の  $\alpha$  が最も小さく, プロペラ後流が主翼に干渉しないために運動量欠損がない流れが尾翼に干渉するためであると考えられる. また,  $C_M$  の増加量は  $\delta e$  の増加量に比例し, MABE-2p-b の  $\delta e$  による  $C_M$  の増加は, 全ケースの中で最大となった. このことは, MABE-2p-b では MABE-2p-f や w/o propeller に対してプロペラ後流が主翼に干渉せず, 乱れの小さな流れが直接水平尾翼に流れ込むためであると考えられる.

主翼と水平尾翼の  $C_M$  を図 5.2 に示す. MABE-2p-f, MABE-2p-b, w/o propeller のいずれにおいても, 主翼の寄与はどのエレベータ舵角でもほぼ同じであった. これに対して水平尾翼の寄与は, エレベータ舵角が大きくなると小さい. MABE-2p-b で, 水平尾翼の寄与がどのエレベータ舵角でも最大となった.

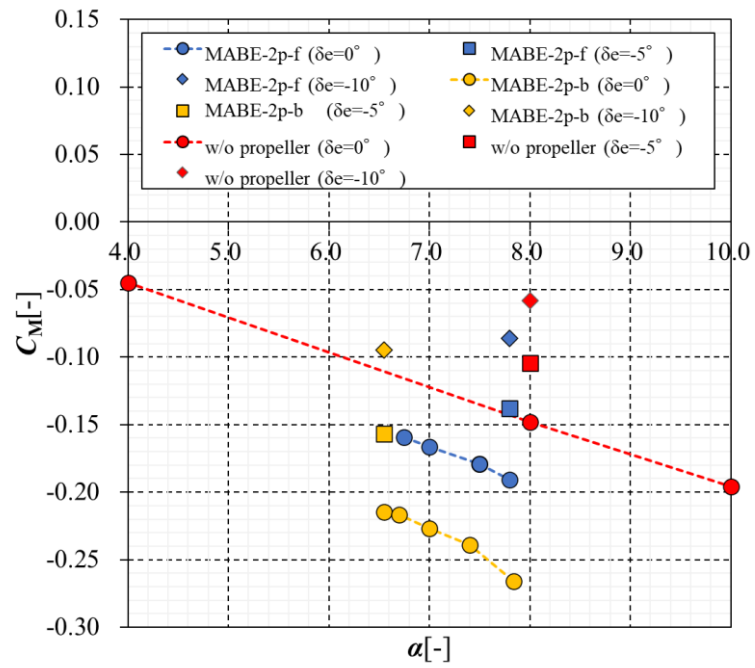


図 5.1  $\delta e$  を変化した時の  $C_M$ - $\alpha$  の比較

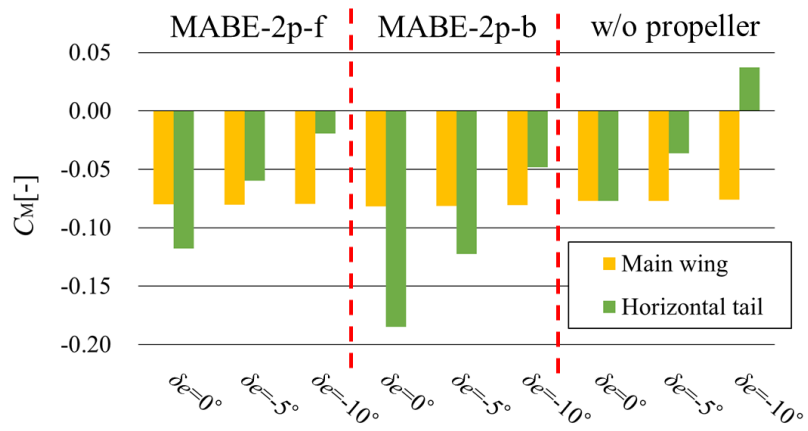


図 5.2  $C_M$  に対する主翼と水平尾翼の寄与

### 5.1.2 水平尾翼周りの流れ場

$C_M$ の差は主に水平尾翼周りの流れによるものである．水平尾翼の25%スパン断面圧力係数 ( $C_p$ ) 分布を図 5.3 に示す．水平尾翼上面前縁の吸込み量は， $\delta e=0^\circ$ において MABE-2p-b の方が多い．これによって上面と下面の圧力差が大きくなり，頭下げ方向に高い  $C_M$  を示したものと考えられる．

図 5.4 に図 5.3 と同じ断面での空間速度分布を示す．図 5.4 (c)，(d) に示すように，MABE-2p-f, MABE-2p-b とともに，水平尾翼上面の前縁で主翼後流の加速が見られる．特に，MABE-2p-f ではプロペラ後流が主翼に干渉しているのに対し，MABE-2p-b では水平尾翼に直接流れ込むため，加速領域が大きい．図 5.5 に示すように，MABE-2p-b では水平尾翼の手前で流れが吹き上がっている．これは，MABE-2p-b ではプロペラ後流は主翼の干渉と干渉せず，減速が小さいまま尾翼に流れ込むのに対し，MABE-2p-f では主翼と干渉してから尾翼に流れ込むためであると考えられる．したがって，水平尾翼上面での流れの加速領域が MABE-2p-b の方が大きくなり、上面と下面の圧力差が大きくなり、頭下げ方向のピッチングモーメントが大きくなったものと考えられる．

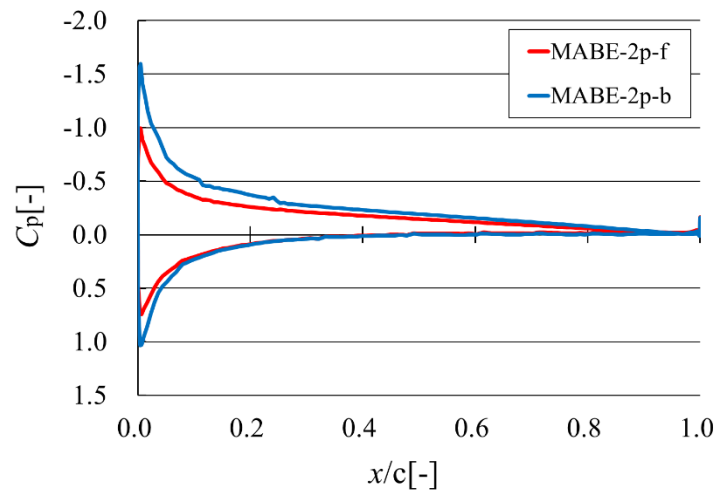


図 5.3  $\delta e=0^\circ$ の時の水平尾翼 25%スパン位置での  $C_p$  分布．

コード方向の位置  $x$  をコード長  $c$  で正規化している．

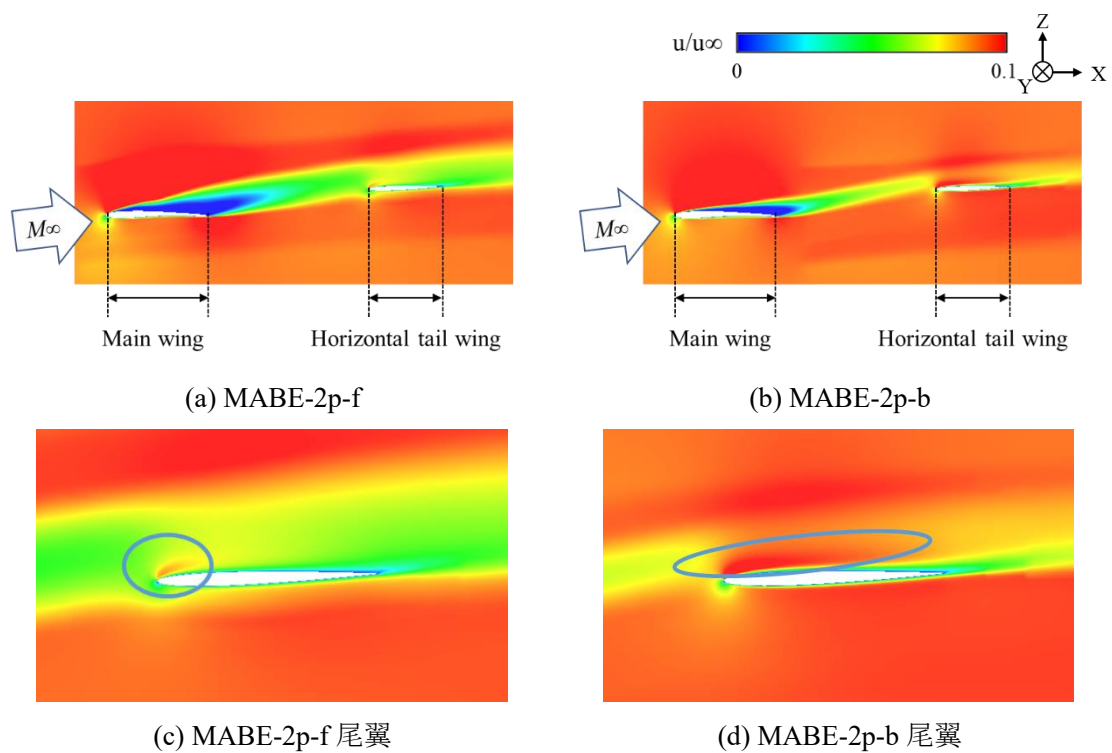


図 5.4 水平尾翼 25%スパン位置での空間速度分布. (c), (d)はそれぞれ(a), (b)の水平尾翼部分の拡大図.

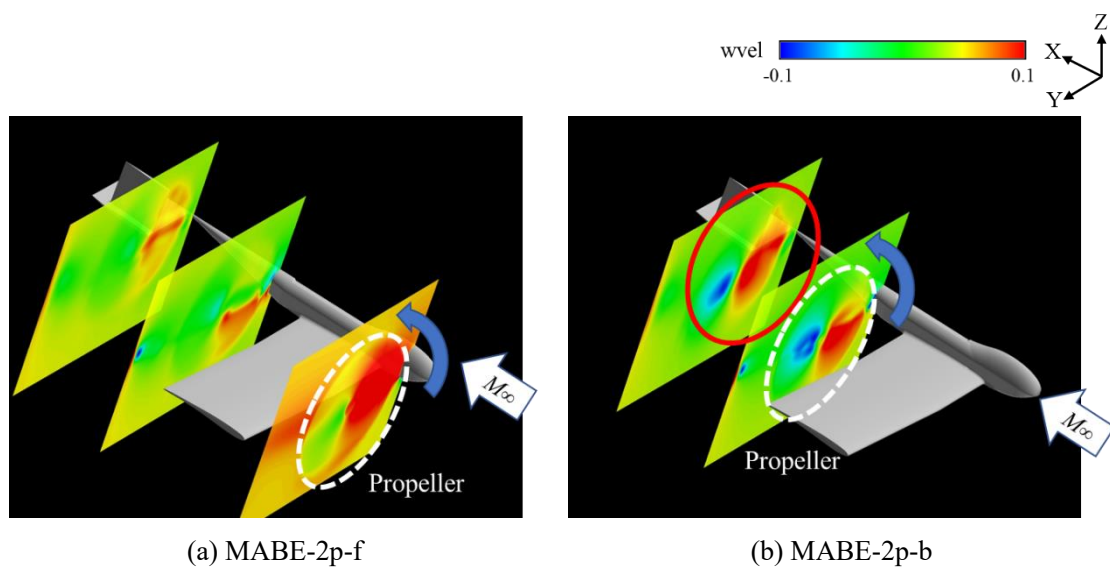


図 5.5 鉛直方向の空間速度分布

### 5.1.3 エレベータ舵角の変化による流れ場の変化

任意の  $\delta e$  での  $C_M$  と  $\delta e=0^\circ$  での  $C_M$  の差 ( $\Delta C_M$ ) は、エレベータの舵効き特性を示す。図 5.6 に示すように、 $\Delta C_M$  は全ての場合で直線的に変化しており、エレベータの舵効きが一定である。プロペラ後流があると  $\Delta C_M$  は大きくなり、MABE-2p-b で最大となった。したがって、水平尾翼により近い位置である主翼後縁にプロペラを設置した場合に、エレベータの応答が最も強くなったことがわかる。

図 5.7 に示すように、水平尾翼の断面圧力分布を見ると、MABE-2p-b では MABE-2p-f に比べて水平尾翼上面前縁の負圧領域が減少している。そこで、図 5.8 に示すように、 $\delta e$  を変化させた時の水平尾翼上面の  $C_p$  分布を比較する。 $\delta e=0^\circ$  では MABE-2p-b の方が正圧領域が小さいが、 $\delta e=-10^\circ$  では MABE-2p-f、MABE-2p-b ともに正圧領域はほぼ同じ範囲になる。したがって、図 5.7、図 5.8 から舵角変更による圧力の変化は MABE-2p-b の方が大きく、舵効きが MABE-2p-b の方が強いことが示唆される。ただし、舵効きが強いと操舵に対して適当な姿勢変更を行うことができない可能性があると考えられるため、この特性を踏まえた上で動的な計算を行う必要がある。

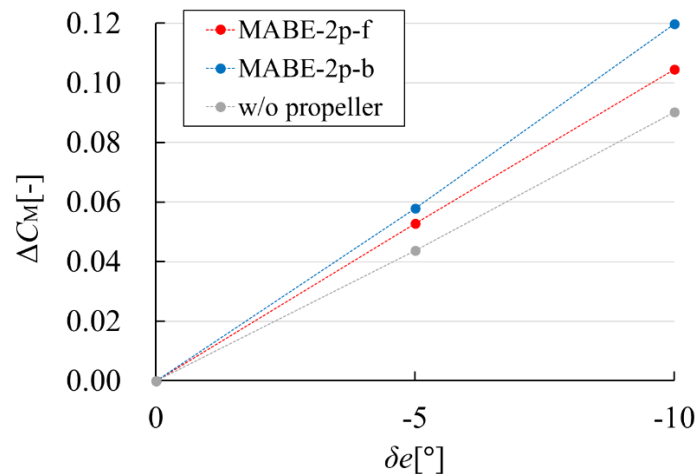
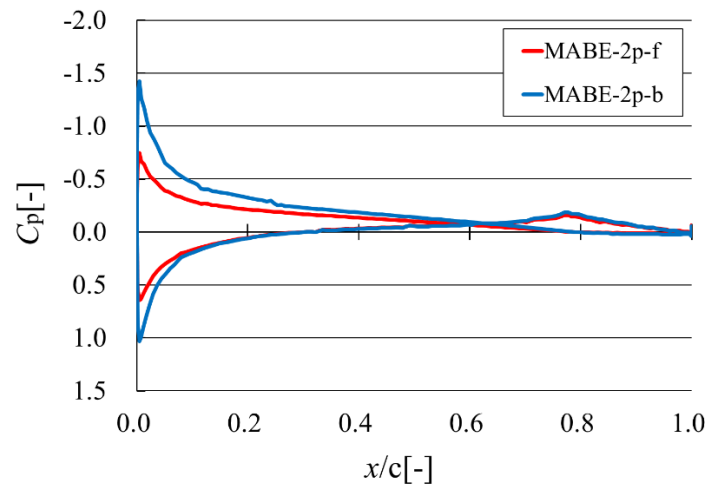
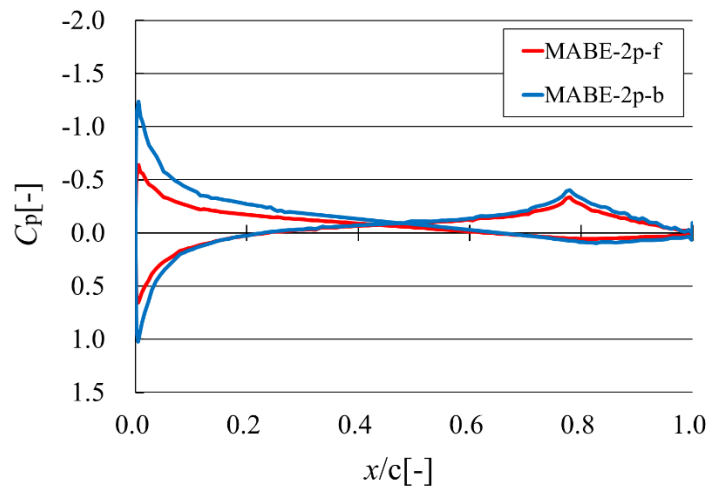


図 5.6  $\delta e=0^\circ$  のときの  $C_M$  との差分  $\Delta C_M$



(a)  $\delta e = -5^\circ$



(b)  $\delta e = -10^\circ$

図 5.7 25%スパン位置での水平尾翼の断面  $C_p$  分布

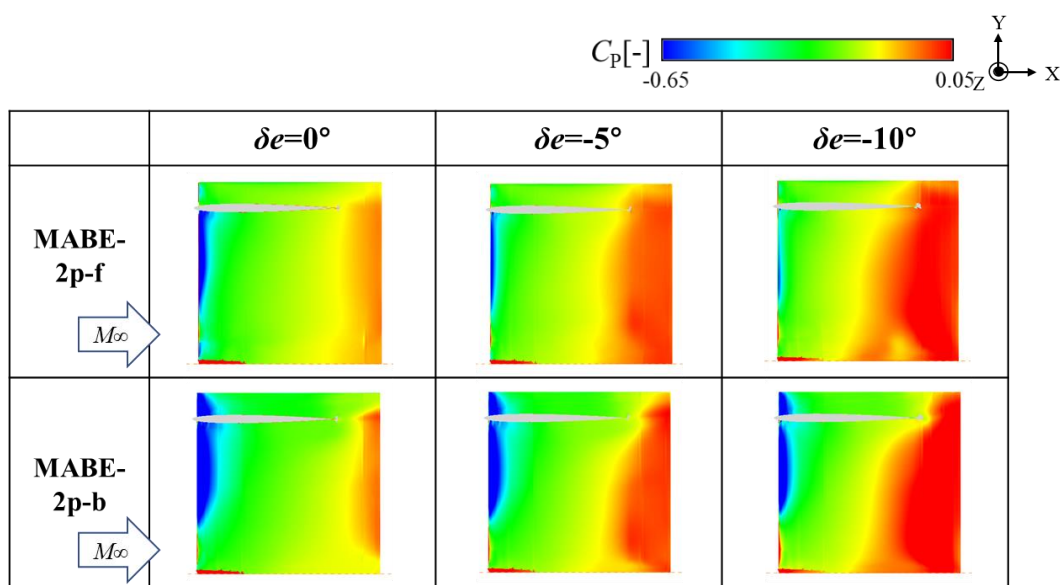


図 5.8 水平尾翼上面の表面  $C_p$  分布

#### 5.1.4 取得した空力特性

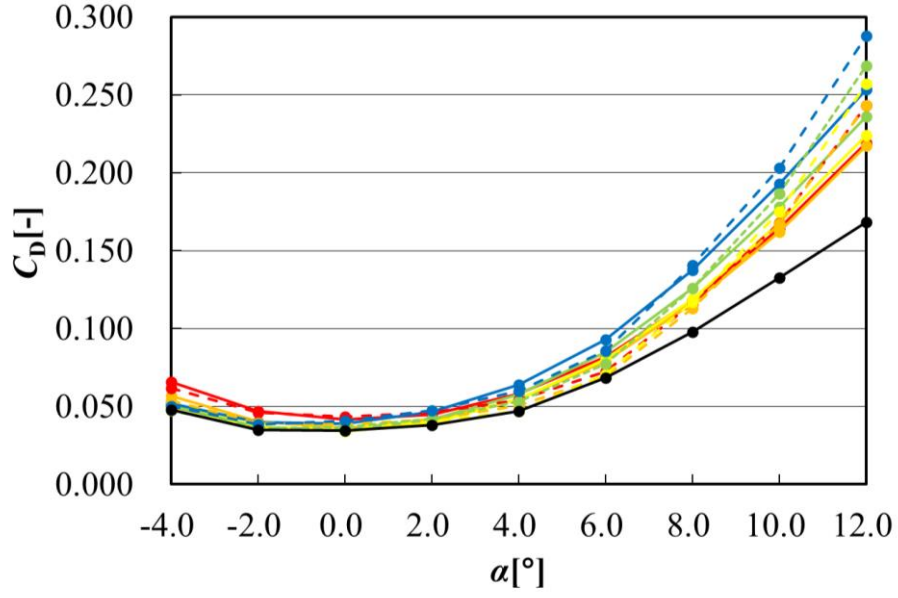
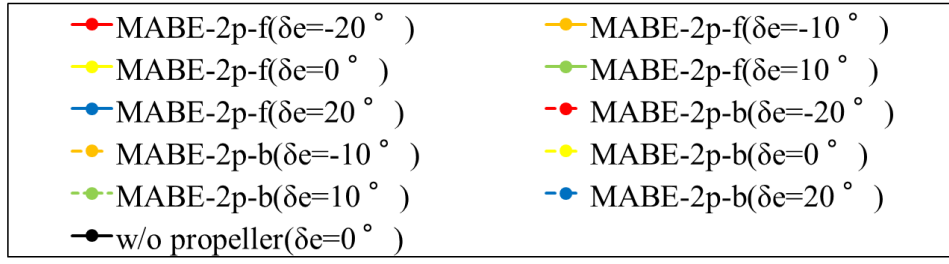
5.2.1 節以降で用いる空力データベースの基となる空力特性について結果を示す。  $C_D$  は図 5.9(a) に示すように、MABE-2p-f、MABE-2p-b とともに w/o propeller よりも大きくなった。プロペラの推力は抵抗と釣り合うように設定したが、プロペラによって加速した流れが主翼や水平尾翼と干渉することで局所的に抵抗が増大し、全体の抵抗も増大したものと考えられる。これは図 5.10 より、MABE-2p-f では主翼と水平尾翼が、MABE-2p-b では水平尾翼がプロペラによって加速した流れの中にあることから確認できる。低迎角では MABE-2p-f、MABE-2p-b とともに近い値であるが、高迎角では  $\alpha=8.0^\circ$  付近から MABE-2p-f の方が小さくなった。図 5.10 に示すように、MABE-2p-f ではプロペラで加速された流れが主翼にも水平尾翼にも干渉するため、MABE-2p-b よりも主流速度が速い領域が大きい。さらに、高迎角ではプロペラ推力を高く設定するため、MABE-2p-f の方が高迎角では特に主翼周りの主流速度が速くなり、MABE-2p-b よりも抵抗が小さくなったと考えられる。

$C_L$  は図 5.9(b) に示すように、 $\alpha=8.0^\circ$  以下、 $\delta e=-20, -10^\circ$  MABE-2p-f、MABE-2p-b とともに

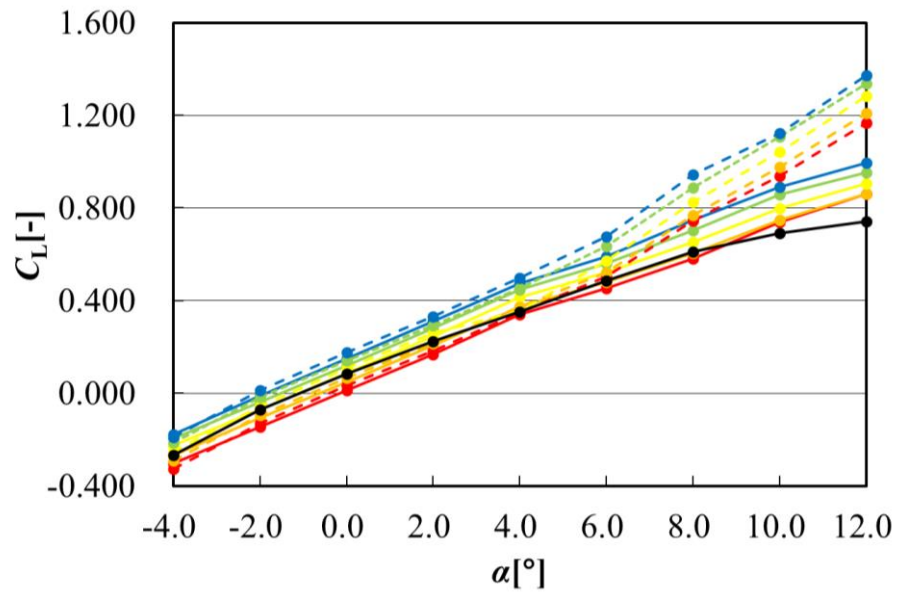
w/o propeller よりも小さい。低迎角では MABE-2p-f, MABE-2p-b とともに近い値であるが、高迎角では  $\alpha=6.0^\circ$  付近から MABE-2p-b の方が大きい。高迎角時に注目すると、図 5.10 に示すように、MABE-2p-b の方が主翼上面の剥離領域が小さい。また、MABE-2p-b では水平尾翼上面の剥離した流れが後縁付近で再付着しており、 $\alpha=12.0^\circ$  では濃い青の領域があることから層流剥離泡が確認できる。したがって、MABE-2p-b の方が流れの剥離を抑えることができ、MABE-2p-f よりも  $C_L$  が大きくなったものと考えられる。

$C_M$  は図 5.9(c) に示すように、 $\alpha=8.0^\circ$  以下、 $\delta e=-20, -10^\circ$  で MABE-2p-f, MABE-2p-b とともに w/o propeller よりも大きい。どの迎角でも MABE-2p-b の方が小さく、すなわち頭下げ方向に大きい。これは 5.1.1 節で示した結果と一致している。 $\alpha=4.0^\circ$  から  $\alpha=12.0^\circ$  の変化率を見ると、MABE-2p-b では同程度だが、MABE-2p-f では  $\alpha=10.0^\circ$  から  $\alpha=12.0^\circ$  でそれ以下の迎角時より小さい。図 5.10 より、MABE-2p-f の水平尾翼周りの流れが変化している。図 5.11 に示す水平尾翼の断面  $C_p$  分布より、 $\alpha=8.0^\circ$  から  $\alpha=10.0^\circ$  では上面の  $C_p$  が増加しているが、 $\alpha=10.0^\circ$  から  $\alpha=12.0^\circ$  では中央付近と後縁付近でのみ増加している。したがって、 $\alpha=10.0^\circ$  から  $\alpha=12.0^\circ$  では水平尾翼上下面の圧力差が大きくなり、 $C_M$  が大きく変化しなかったために変化率が小さくなったと考えられる。

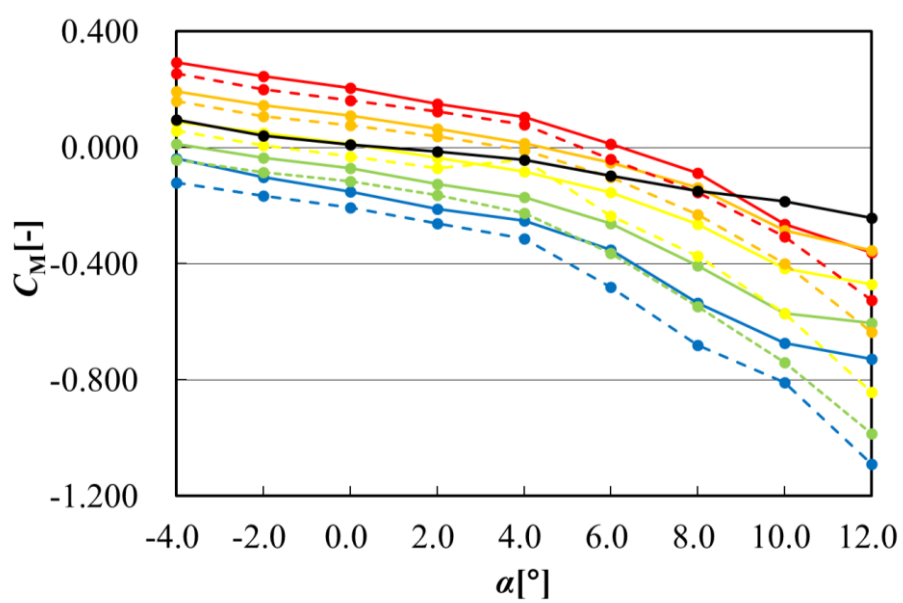




(a) 抵抗係数

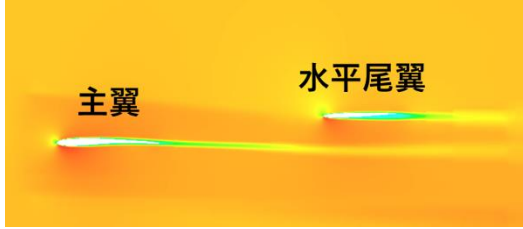
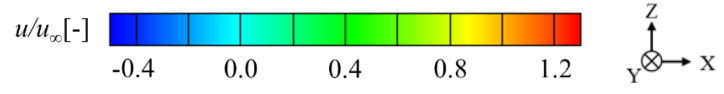


(b) 揚力係数

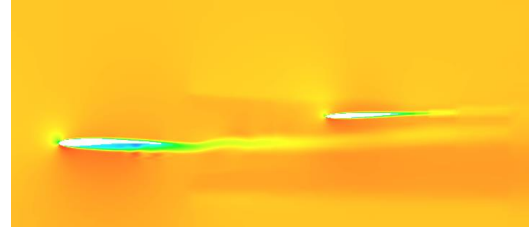


(c) ピッチングモーメント係数

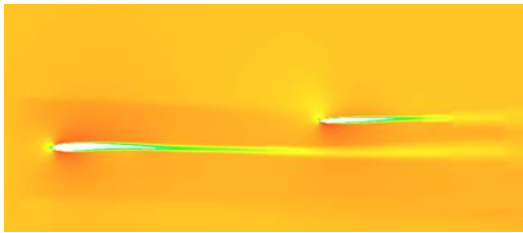
図 5.9 空力係数



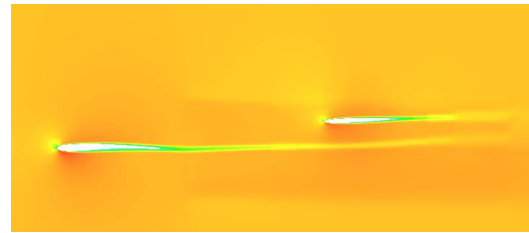
(a)  $\alpha = -4^\circ$



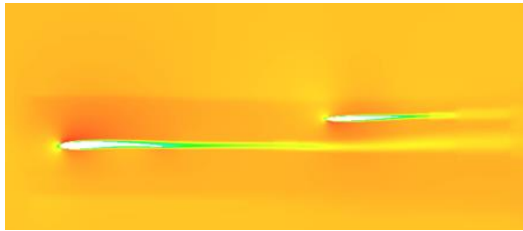
(b)  $\alpha = -4^\circ$



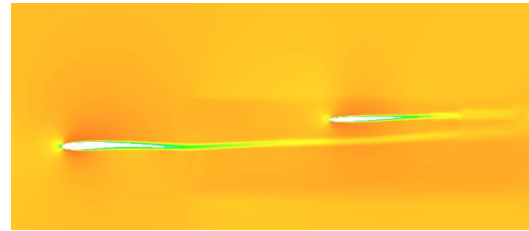
(c)  $\alpha = -2^\circ$



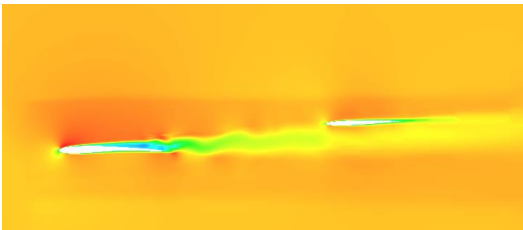
(d)  $\alpha = -2^\circ$



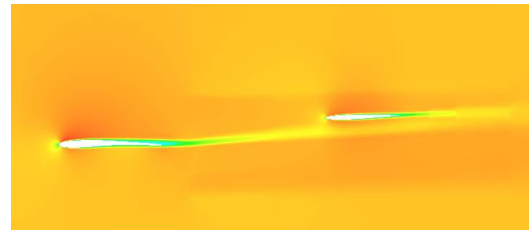
(e)  $\alpha = 0^\circ$



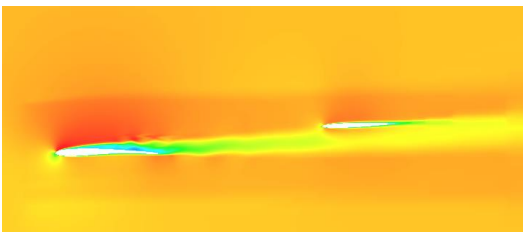
(f)  $\alpha = 0^\circ$



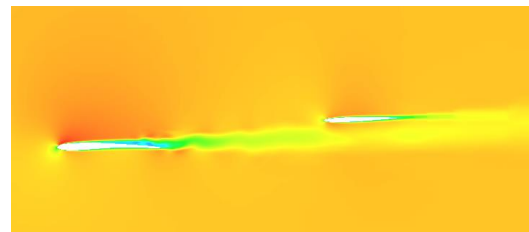
(g)  $\alpha = 2^\circ$



(h)  $\alpha = 2^\circ$



(i)  $\alpha = 4^\circ$



(j)  $\alpha = 4^\circ$

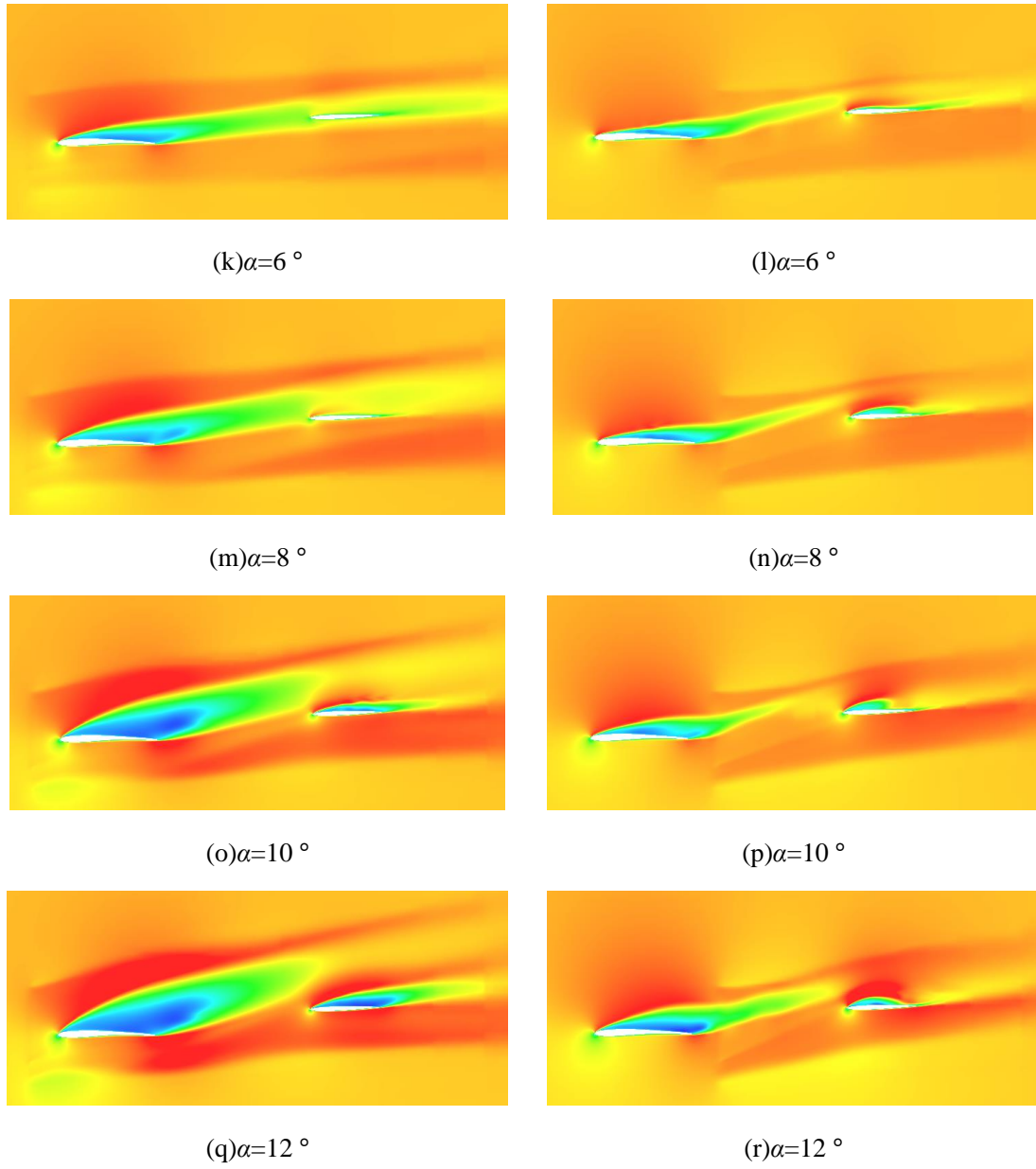


図 5.10 水平尾翼 25%スパン位置での空間速度分布．主流方向は紙面左から右．

左側の列が MABE-2p-f, 右側の列が MABE-2p-b.

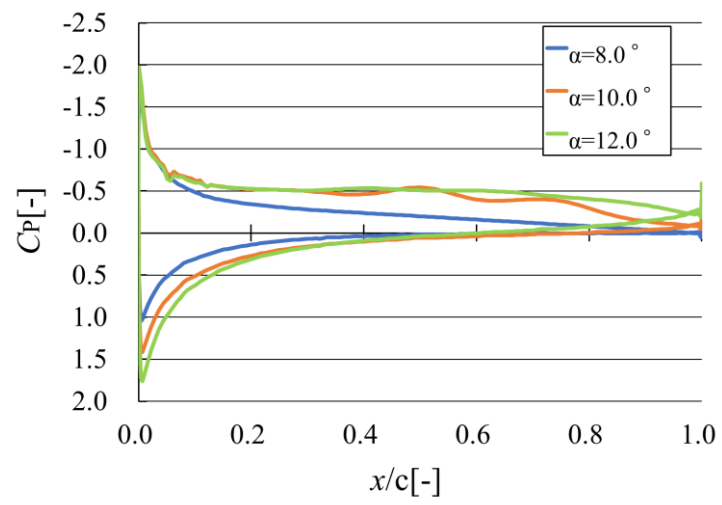


図 5.11 MABE-2p-f の 25%スパン位置での水平尾翼の断面  $C_p$  分布

## 5.2 飛行経路ロバスト設計

### 5.2.1 飛行距離の最大化問題

図 5.12, 図 5.13, 図 5.14 にそれぞれ w/o propeller, MABE-2p-f, MABE-2p-b の Deterministic 設計, Robust 設計の実行可能解の世代履歴を示す. Deterministic な最適化結果と Robust な最適化結果を比較すると, どのケースでも有意な差は見られなかった.

図 5.15, 図 5.16, 図 5.17 にそれぞれ w/o propeller, MABE-2p-f, MABE-2p-b の飛行距離最大解の飛行履歴を示す. 図 5.15 (a)に示すように, w/o propeller では Deterministic 解で約 510 m, Robust 解で約 600 m の飛行距離となった. Robust 解の方が長距離となったのは, 図 5.15 (b)に示すように Robust 解の方が長時間迎角安定を維持することができたためであると考えられる. エレベータ舵角履歴を見ると Deterministic 解では頭上げ方向にエレベータを制御しているのに対し, Robust 解では頭下げ方向に制御しており, 11 秒以降ではそれ以前よりも細かな制御となっている. これにより, Robust 解の方が長く迎角安定を維持できたと考えられる. しかし, Deterministic 解と Robust 解とで迎角がデータベース範囲外となる時間差は約 1.5 秒であり, 飛行距離の差には有意な差が生じなかったものと考えられる. 揚抗比については, 8 秒付近までは約 10 程度を維持できている時間があるが, 迎角振動の振幅が大きくなり始める 10 秒付近で値が大きくなっている. 5.1.3 節で示したように w/o propeller では最も舵効きが弱いため, 不安定な飛行となったものと考えられる.

図 5.16 (a)に示すように, MABE-2p-f では Deterministic 解で約 490 m, Robust 解で約 600 m の飛行距離となった. Robust 解の方が長距離となったのは, 図 5.16 (b)に示すように w/o propeller と同様に Robust 解の方が長時間迎角安定を維持することができ, 迎角破綻となる時刻が遅かったためであると考えられる. しかし, Deterministic 解と Robust 解とで迎角がデータベース範囲外となる時間差は約 2 秒であり, 飛行距離の差には有意な差が生じなかったものと考えられる. エレベータ舵角履歴を見ると Deterministic 解では頭上げ方向にエレベータを制御しているのに対し, Robust 解では頭下げ方向に制御している. これによ

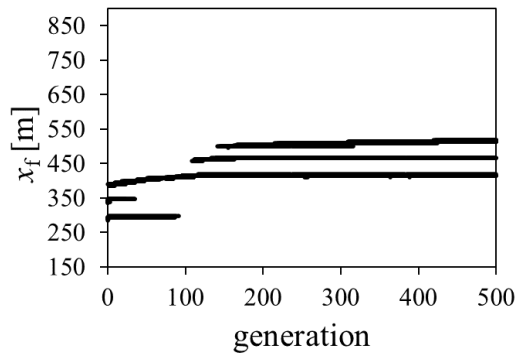
り、迎角安定を維持できる時間に差が生じたと考えられる。揚抗比については、高い値を取る時間があるが細かく値が振動している。5.1.4 節で示したように高迎角時では MABE-2p-f で  $C_L$  が最小であり、安定した飛行とならなかったものと考えられる。

図 5.17 (a)に示すように、MABE-2p-b では Deterministic 解で約 900 m, Robust 解で約 870 m の飛行距離となった。図 5.17 (b)に示すように迎角とエレベータ舵角はデータベース範囲内であるため、マッハ数が 0.4 に達し、空力データベース範囲外となって計算が終了した。迎角履歴を見ると、Robust 解の方が全体の振幅が小さい。これはエレベータ履歴より、Robust 解の方が細かい制御をしているからであると考えられる。また、Robust 解では 11~20 秒付近で、Deterministic 解では 15~20 秒付近でそれ以前より小さな振幅となっている。これはエレベータ履歴より、振幅が小さくなるタイミングで正の方向に操舵しているからであると考えられる。揚抗比については細かく値が振動し、迎角が安定する時間で一定の値を示した。

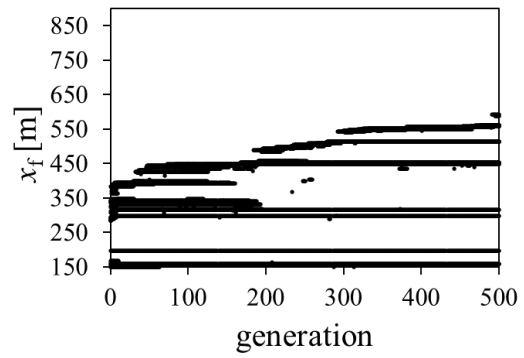
w/o propeller, MABE-2p-f, MABE-2p-b の最適化結果を比較すると、図 5.15(a), 図 5.16(a), 図 5.17(a)より飛行距離最大解は MABE-2p-b で最も高性能となった。飛行履歴を比較すると、図 5.15(b), 図 5.16(b)に示すように w/o propeller, MABE-2p-f では迎角振動が増幅したが、MABE-2p-b では減衰した。これは、5.1.1 および 5.1.3 節で示したようにどの迎角でも MABE-2p-b の方が頭下げ方向の  $C_M$  が大きく、エレベータの舵効きも強いことから、縦揺れの制御向上に繋がったためと考えられる。したがって、プロペラが主翼後縁に搭載されている方が安定で長距離を飛行できるといえる。

引き起こし完了から探査開始までの飛行であることを考慮すると、MABE-2p-b の飛行距離最大解の約 900 m という飛行距離は十分であり、迎角振動が小さくなっていることから安定した飛行で探査を開始できると考えられる。しかし、5.1.4 節で示したようにプロペラを搭載することによって推力を得るだけでなく抵抗が増えることは課題点である。より安

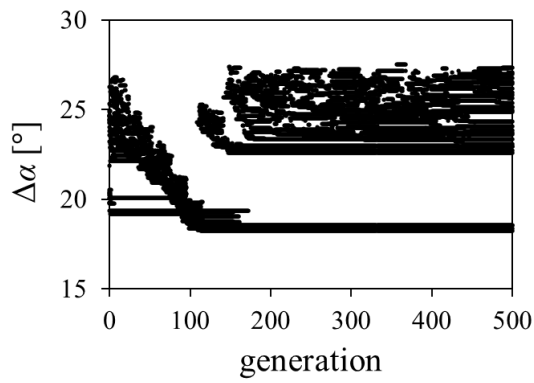
定した飛行を行うためには、速度を一定に保ったうえで縦揺れを減衰させる制御が必要である。



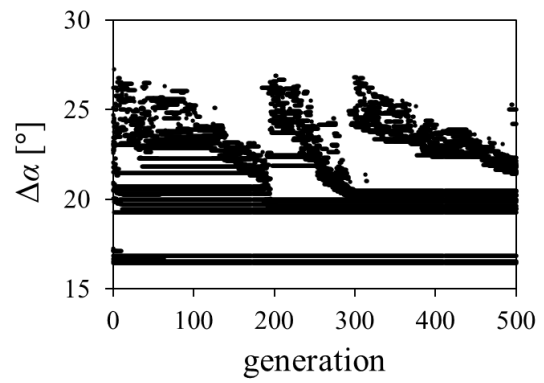
(a)最大飛行距離 (Deterministic)



(b)最大飛行距離 (Robust)



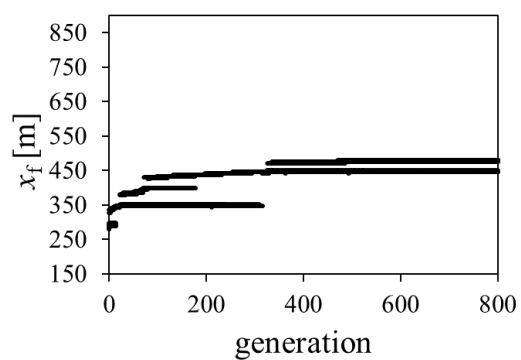
(c)迎角差 (Deterministic)



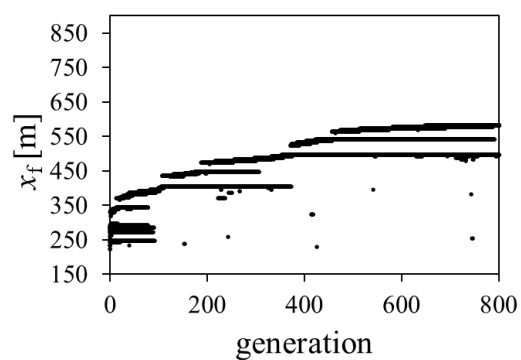
(d)迎角差 (Robust)

図 5.12 w/o propeller の実行可能解世代履歴

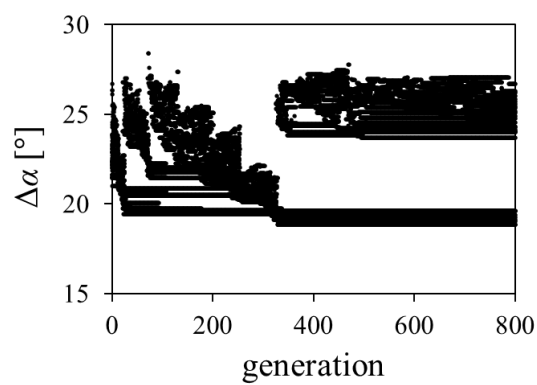




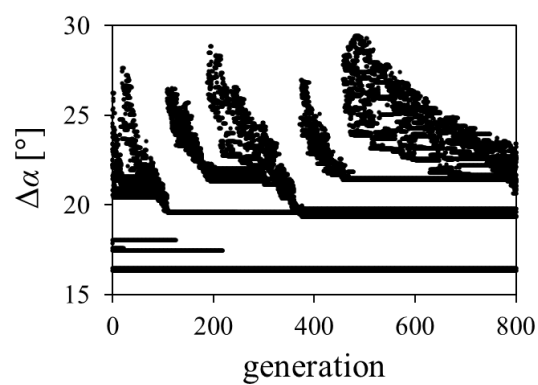
(a)最大飛行距離 (Deterministic)



(b)最大飛行距離 (Robust)

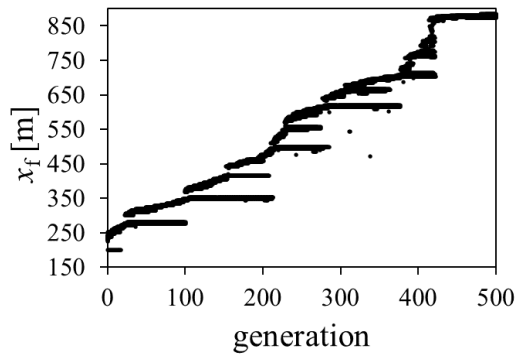


(c)迎角差 (Deterministic)

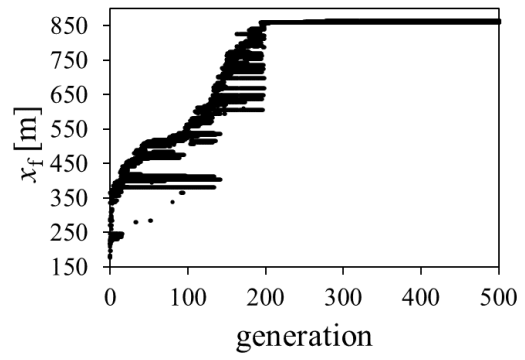


(d)迎角差 (Robust)

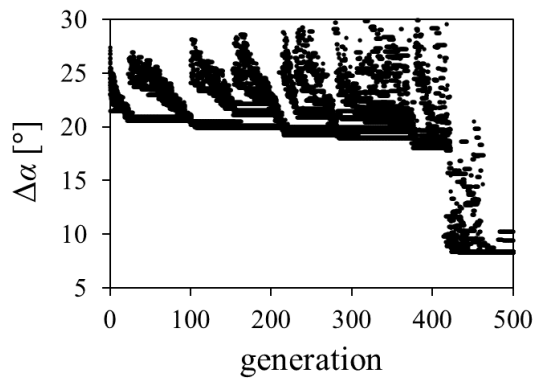
図 5.13 MABE-2p-fの実行可能解世代履歴



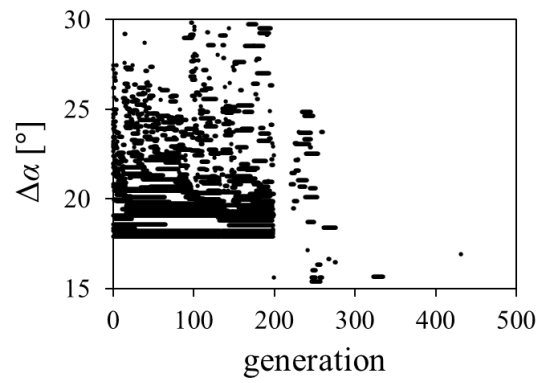
(a)最大飛行距離 (Deterministic)



(b)最大飛行距離 (Robust)



(c)迎角差 (Deterministic)



(d)迎角差 (Robust)

図 5.14 MABE-2p-b の実行可能解世代履歴

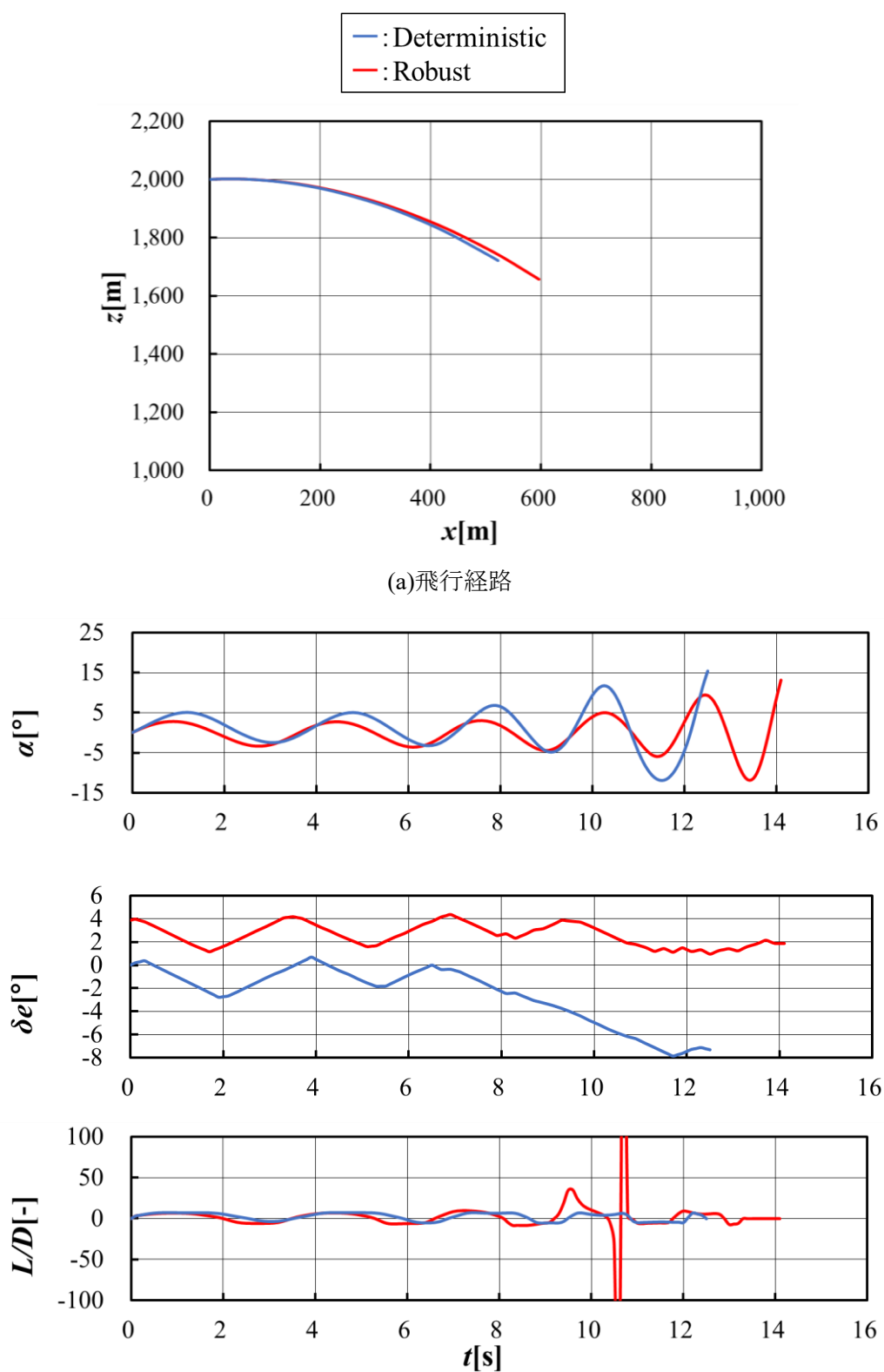
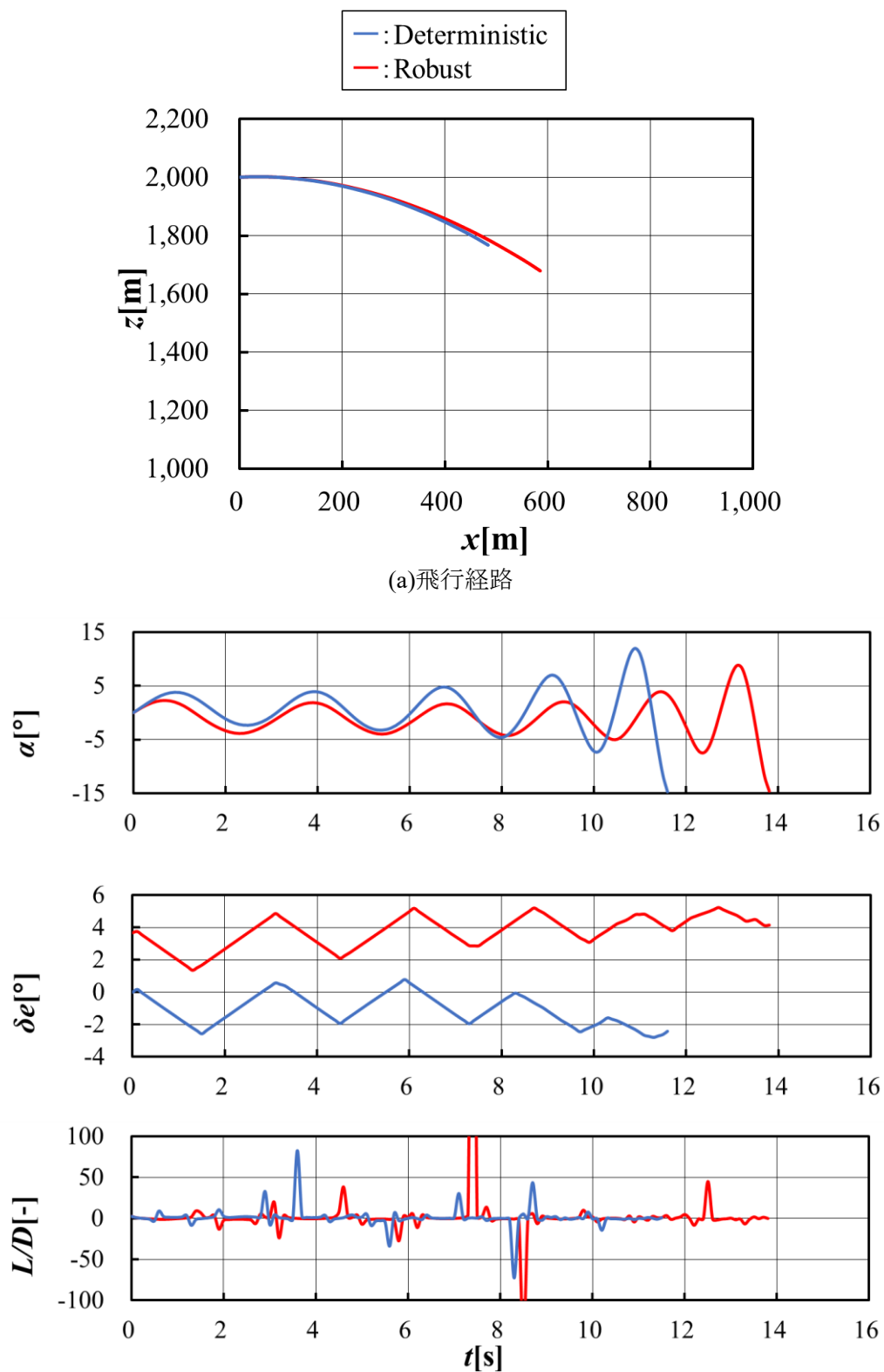
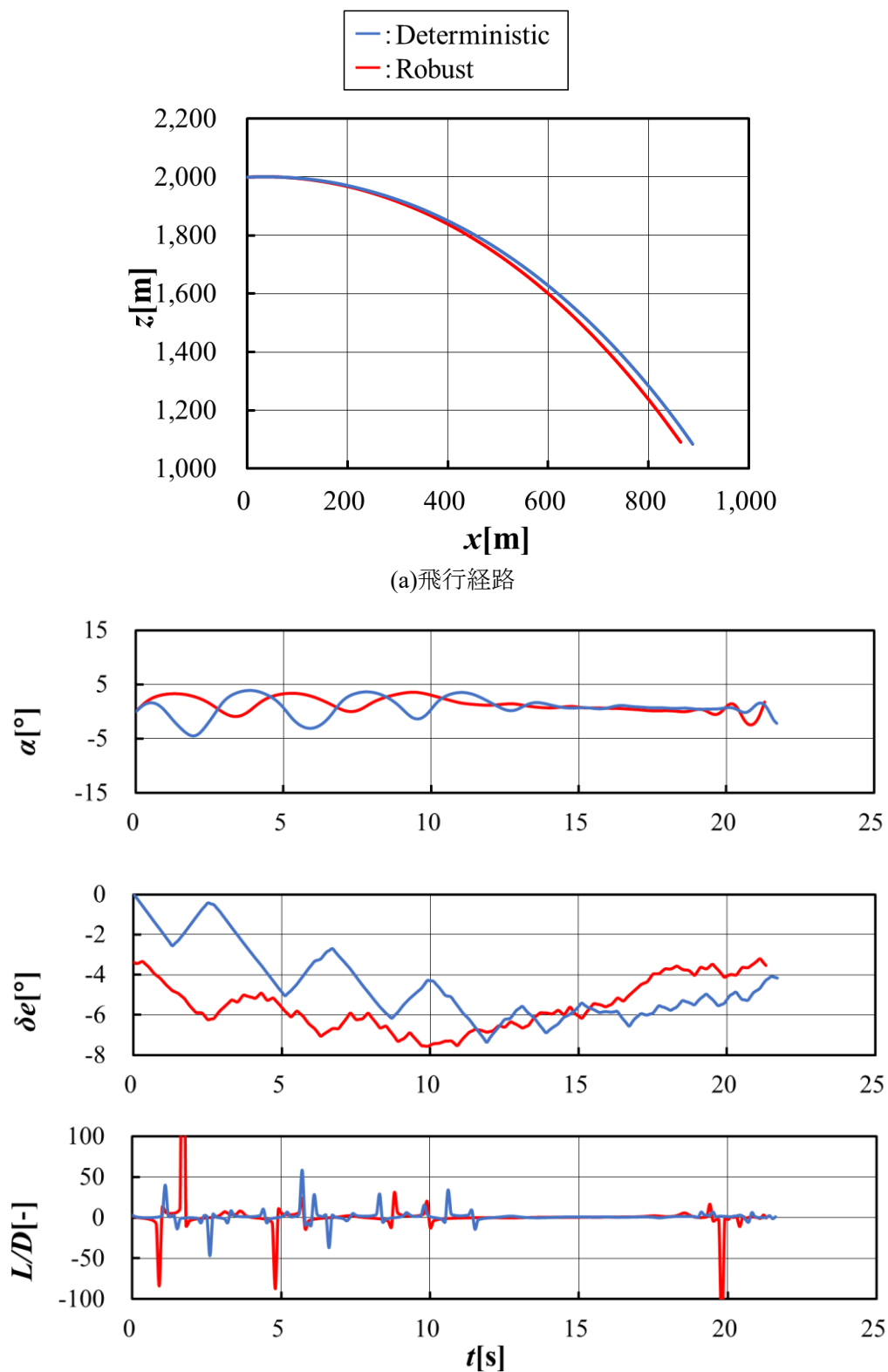


図 5.15 w/o propeller の飛行距離最大解の飛行履歴



(b)上から順に迎角，エレベータ舵角，揚抗比

図 5.16 MABE-2p-f の飛行距離最大解の飛行履歴



(b)上から順に迎角，エレベータ舵角，揚抗比

図 5.17 MABE-2p-b の飛行距離最大解の飛行履歴

### 5.2.2 風擾乱に対するロバスト設計

まず Deterministic 解に対して実際の火星での探査を想定し、ダストデビルによって初速が変化したときの飛行経路を求めた。風の影響がない時  $u_0=40$  m/s, 向かい風となって減速した時  $u_0=35, 37$  m/s, 追い風となって加速した時  $u_0=43, 45$  m/s とした。以降それぞれ順に,  $\Delta u_0=0$  m/s,  $\Delta u_0=-5$  m/s,  $\Delta u_0=-3$  m/s,  $\Delta u_0=+3$  m/s,  $\Delta u_0=+5$  m/s とする。MABE-2p-f, MABE-2p-b とともに, 飛行距離最大解のエレベータ舵角履歴を入力として与えた。

図 5.18(a)に示すように, MABE-2p-f では初期速度が速くなると飛行距離は短くなったが, 初期速度が遅くなった時よりも距離の減少量は小さくなった。特に  $\Delta u_0=+3$  m/s では, 約 450 m となり, 風の影響がない場合から距離の減少を 50 m ほどに抑えることができた。これは, 図 5.18(b), (c)に示すようにマッハ数が 4.0 に達することなく, 迎角が  $12^\circ$  に達してデータベース外となる時刻が他の場合より遅かったためであると考えられる。 $\Delta u_0=+5$  m/s では,  $\Delta u_0=+3$  m/s よりも早く迎角が  $-4^\circ$  に達してデータベース外となり,  $\Delta u_0=+3$  m/s の場合より短い飛行距離となった。しかし, 初速が大きいために  $\Delta u_0=-5$  m/s,  $\Delta u_0=-3$  m/s より長い飛行距離となった。 $\Delta u_0=-5$  m/s,  $\Delta u_0=-3$  m/s の場合では, 図 5.18 (b)に示すようにどちらも迎角が  $12^\circ$  に達して計算が終了し, 図 5.18 (c)に示すようにマッハ数が小さいため 400 m 未満の飛行距離となった。これは, 初期速度が遅いためにピッチングモーメントが大きくなり, 舵効き応答が強くなったからであると考えられる。

図 5.19(a)に示すように, MABE-2p-b では  $\Delta u_0=-3$  m/s で最も飛行距離の減少を抑えることができた。これは, 図 5.19(b)に示すように迎角がデータベース範囲外となる時刻が他の場合よりも遅かったからであると考えられる。図 5.19(a)に示すように,  $\Delta u_0=-5$  m/s,  $\Delta u_0=+3$  m/s の場合では約 300 m の飛行距離となり,  $\Delta u_0=0$  m/s の 1/3 程度まで減少した。図 5.19(b)より, 10 秒に満たない時刻で迎角がデータベース範囲外となって計算が終了したことがわかる。これは, 5.1.3 節で示したように MABE-2p-b の方がエレベータの舵効き応答が強く, 同じ操舵でも動圧の変化の影響を大きく受けたことで迎角の振動を抑えられなかったためである。

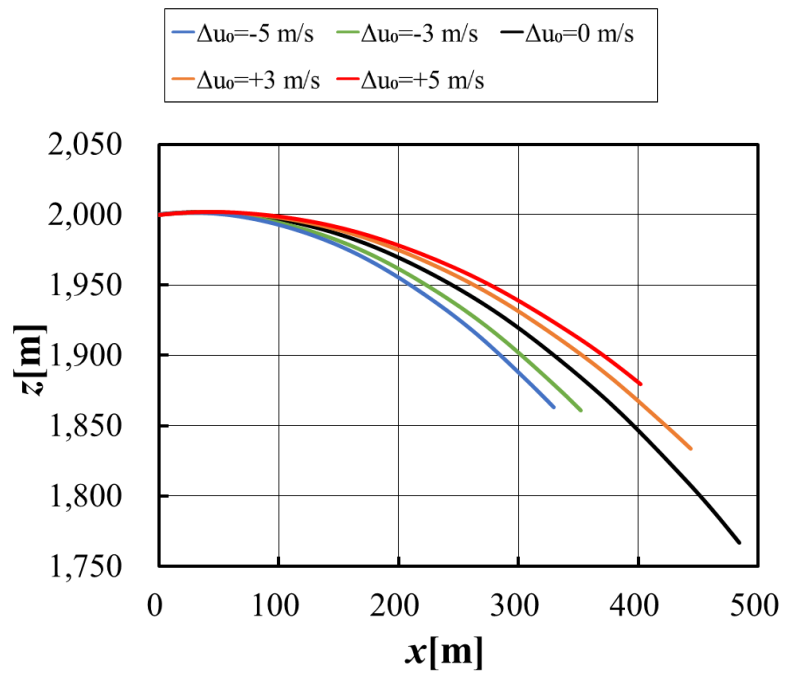
と考えられる．

MABE-2p-f と MABE-2p-b を比較すると，図 5.18(a)，図 5.19(a)に示すように，MABE-2p-f の方が飛行距離が短くならなかった．また，図 5.18(b)，図 5.19(b)に示すように，MABE-2p-f ではどの初速でも迎角振動が同様の傾向であるが，MABE-2p-b では初速を変更しない時のみ迎角振動が小さくなった．したがって，初速変化に対するロバスト性は MABE-2p-f の方が高いといえる．

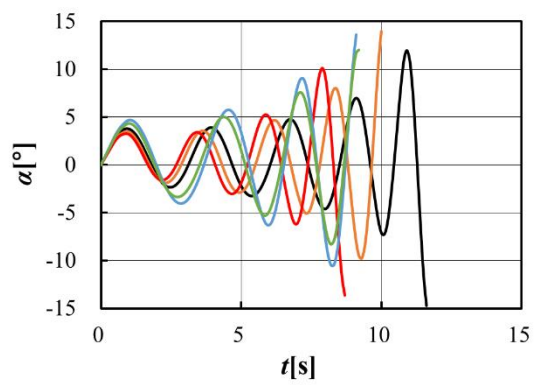
次に実際の火星での探査を想定し，風速-5~5 m の範囲で一定で水平方向に風が吹き続けている状況で飛行経路を設計した．図 5.20 に風擾乱がある時の MABE-2p-f の飛行経路，図 5.21 に風擾乱がある時の MABE-2p-b の飛行経路を示す．Robust 最適化での飛行距離最大解について，風速の変化によって取りうる解の飛行履歴を示している．図 5.20(a)に示すように，MABE-2p-f では追い風の場合で Deterministic 解よりも飛行距離が増加した．これは図 5.20(b)に示すように，追い風の場合では迎角の振動幅が他の場合よりも小さく，迎角安定を維持できる時間が長くなったからであると考えられる．図 5.18(a)と比較すると，初速のみが変化した場合よりも飛行距離の減少量は小さくなった．

図 5.21(a)に示すように，MABE-2p-b では追い風，向かい風ともに Deterministic 解よりも飛行距離が減少した．これは図 5.21(b)に示すように，風擾乱がある場合では Deterministic 解のように迎角振動が抑えられている時間がないからであると考えられる．5.1.3 節で示したように MABE-2p-b の方が舵効き応答が強いため，初速のみが変化した場合と同様に同じ操舵でも動圧の影響を強く受けたことで迎角振動を抑えられなかったものと考えられる．図 5.19(a)と比較すると，MABE-2p-f と同様に初速のみが変化した場合よりも飛行距離の減少量は小さくなった．

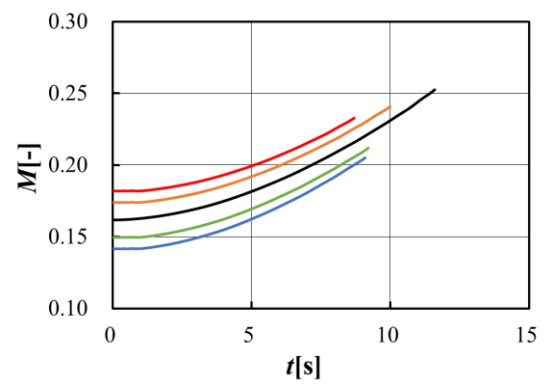
Deterministic 解を基準とした飛行距離の変動幅は，MABE-2p-f では約 64 %，MABE-2p-b では約 67 %となった．したがって，水平方向の風の擾乱に対するロバスト性は MABE-2p-f の方が高いといえる．



(a) 飛行経路



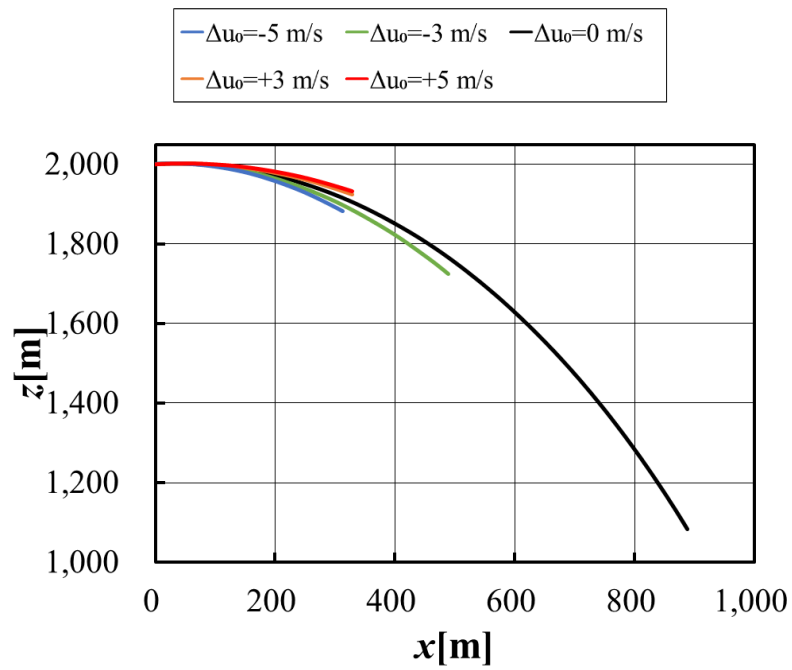
(b) 迎角



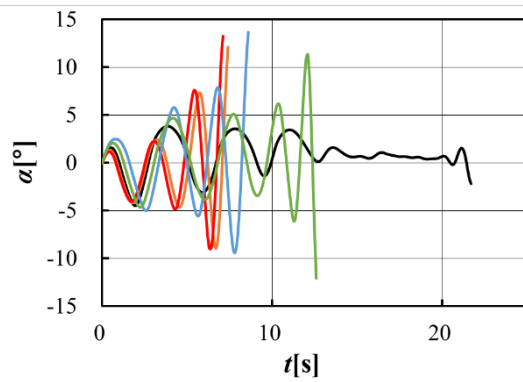
(c) マッハ数

図 5.18 初期速度が変化した時の MABE-2p-f の飛行履歴

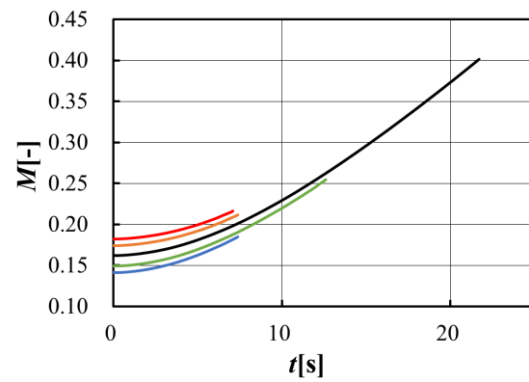




(a)飛行経路

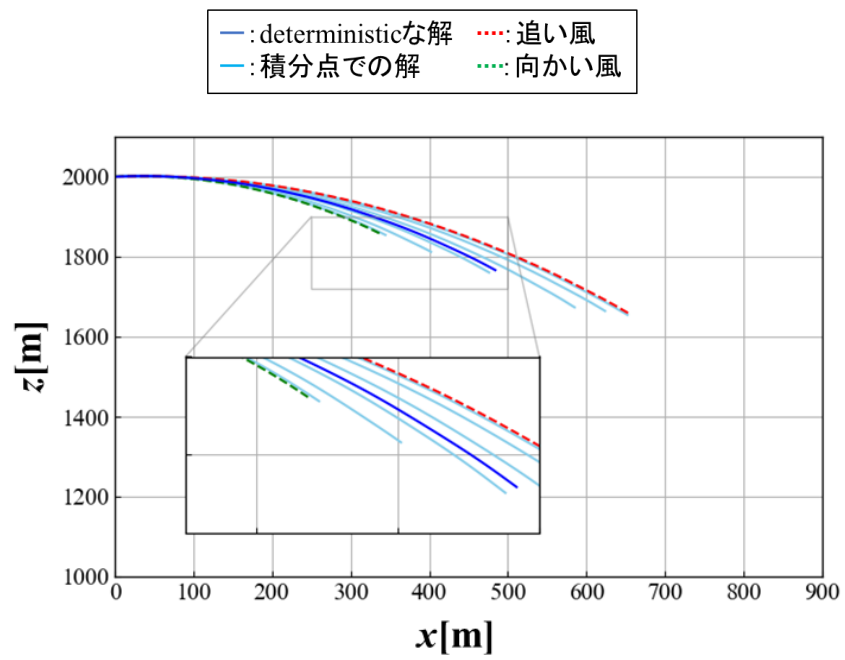


(b)迎角

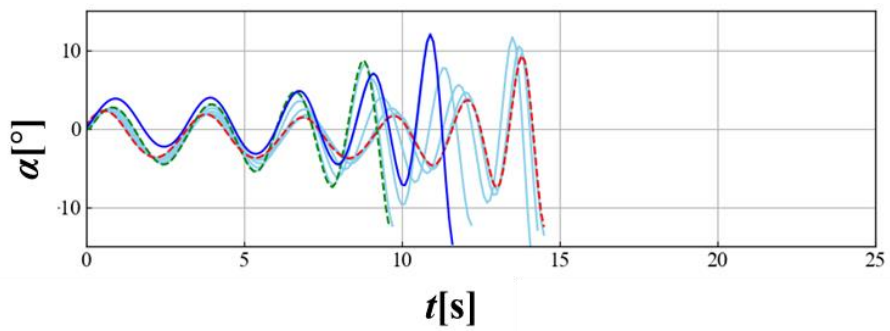


(c)マッハ数

図 5.19 初期速度が変化した時の MABE-2p-b の飛行履歴

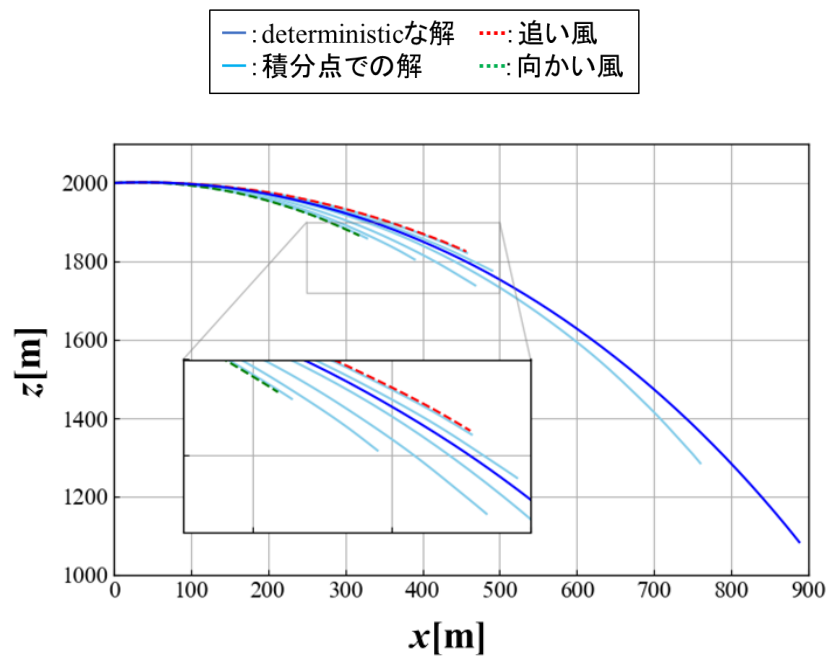


(a) 飛行経路

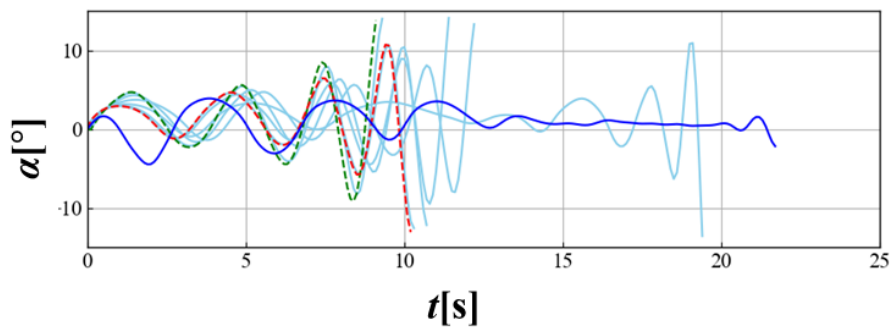


(b) 迎角

図 5.20 水平方向に風擾乱がある時の MABE-2p-f の飛行履歴



(a) 飛行経路



(b) 迎角

図 5.21 水平方向に風擾乱がある時の MABE-2p-b の飛行履歴

## 第6章 結論

本研究では、プロペラによる推進が予定されている火星探査航空機について、プロペラ後流がエレベータの舵効きに及ぼす影響を CFD を援用して調査した。また、得られた空力特性を用いて空力—飛行力学連成計算を実施し、プロペラがない場合、プロペラを主翼前縁に配置した場合、主翼後縁に配置した場合で最適な飛行経路を遺伝的アルゴリズムにより探索した。そして、火星での風の影響を考慮して初期速度を変更し、同一の舵角履歴を与えて飛行経路を求めた。さらに、飛行中一定の風速で風が吹き続けている場合を想定して飛行経路を求めた。以上より、以下の知見を得ることができた。

エレベータの舵効き応答性について、プロペラ後流がある場合の方が w/o propeller よりも頭下げ方向の  $C_M$  が大きく、MABE-2p-b で最大となった。これは、水平尾翼上面の前縁での吸い込み量が多く、上下面での圧力差が大きくなることで頭下げ方向に高いピッチングモーメントが発生したと考えることができた。また、任意の  $\delta e$  での  $C_M$  と  $\delta e=0^\circ$  での  $C_M$  の差から、MABE-2p-b で舵効き応答が最も強いことがわかった。

取得した空力特性については、高迎角時に MABE-2p-b の方が水平尾翼上面での流れの剥離を抑えることができることがわかった。そのため、MABE-2p-b の方が  $C_L$  が大きくなった。また、どの迎角でも MABE-2p-b の方が頭下げ方向の  $C_M$  が大きくなった。

飛行経路最適設計では、w/o propeller, MABE-2p-f, MABE-2p-b の引き起こし後の飛行における最大飛行距離の単目的最適化を行った。Robust な最適化での最大飛行距離は、w/o propeller および MABE-2p-f で約 600 m, MABE-2p-b で約 870 m となり、MABE-2p-b で最も高性能となった。風擾乱がある場合では、Deterministic 解を基準とした飛行距離の変動幅が MABE-2p-f の方が小さくなり、プロペラが主翼前縁にある方が風擾乱に対するロバスト性が高いことがわかった。今後の展望としては、推力のタイムラグを加味した早めの推力制御を考慮した飛行経路設計を行うことや、主翼後縁にプロペラがある場合の飛行探査成立性を探ることが考えられる。

## 謝辞

本研究を進めるにあたり，熱心にご指導，ご教授くださいました東京都立大学大学院システムデザイン研究科航空宇宙システム工学域金崎雅博教授に心より感謝の意を表します．

本研究で扱った MABE-2 に関する様々なデータは，金崎教授が所属する火星探査航空機リサーチグループの知見に基づくものです．リサーチグループの先生方に深く感謝いたします．

また，本研究において直接様々な助言やご指導をくださった，金崎研究室の先輩，後輩，同期の皆様に感謝いたします．最後に，あらゆる面で支えてくださった両親と，この論文を最後までご精読いただいた全ての方に感謝申し上げ，これを謝辞とさせていただきます．

## 参考文献

- [1] 臼井寛裕, 宮本英昭, 「次世代火星探査に向けて: 探査史および将来探査計画」, 地球化学 48, pp.221-230, 2014.
- [2] Johnston, M. D., Graf, J. E., Zurek, R. W., et al., “The Mars Reconnaissance Orbiter Mission: From Launch to the Primary Science Orbit,” IEEE Aerospace Conference, 2007.
- [3] Abilleira, Halsell, F. A., Chung, M. K., et al., “2018 MARS INSIGHT MISSION DESIGN AND NAVIGATION OVERVIEW,” AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference, 2018.
- [4] Fraeman, A. A., Edgar, L. A., Grotzinger, J. P., et al., “CURIOSITY’S INVESTIGATION AT VERA RUBIN RIDGE,” 49th Lunar and Planetary Science Conference, 2018.
- [5] 末永陽一, 鈴木宏二郎, 「Wing-Tip-Chained Airplanes の空力特性と飛行ダイナミクスの基礎解析」, 第 51 回流体力学講演会／第 32 回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム, JSASS-2019-2153, 2019.
- [6] 永井大樹, 「火星探査航空機実現のための空力課題とその現状」, 第 46 回流体力学講演会／第 32 回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム, JSASS-2014-2049, 2014.
- [7] Fujita, K., “Studies on a Mars Airplane with Aerial Deployment Technique,” Doctor Thesis, B2TD1606, TOHOKU UNIVERSITY, 2013.
- [8] Braun, R. D., Wright, H. S., Croom, M. A., Levine, J. S., Spencer, D. A., “Design of the ARES Mars Airplane and Mission Architecture,” Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 43, No. 5, pp. 1026-1034, 2006.
- [9] 大山聖, 「MELOS1 に向けた火星飛行機概念検討」, 第 54 回宇宙科学技術連合講演会, 3F01, 2010.
- [10] 永井大樹, 大山聖, 安養寺正之, 岡本正人, 藤田昂志, 米本浩一, 「火星飛行機の実現に向けた空力課題への挑戦」, 日本航空宇宙学会第 48 期年会講演会, JSASS-2017-1013, 2017.

- [11] Fujita, K., Nagai, H., Oyama, A., “Robust Aerial Deployment of Mars Airplane with Tilted Folding-Axis,” AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, AIAA SciTech Forum, AIAA2016-0023, 2016.
- [12] 吉澤善克, 北村圭一, 「迎角を変化させた際のプロペラ／固定翼空力干渉の特性調査に関する数値解析」, 第 63 回宇宙科学技術連合講演会, JSASS-2019-4539, 2019.
- [13] 安養寺正之, 岡本正人, 藤田昂志, 永井大樹, 大山聖, 「火星飛行機の高高度飛行試験 (MABE-1) における空力特性」, 日本航空宇宙学会第 48 期年会講演会, JSASS-2017-1018, 2017.
- [14] 大山聖, 「第 1 回火星飛行機の高高度飛行試験レビュー会」, 2016.
- [15] 大山聖, 「第 2 回火星飛行機の高高度飛行試験レビュー会」, 2016.
- [16] 富澤海, 藤田昂志, 大山聖, 永井大樹, 金崎雅博, 「火星探査航空機次期大気球試験機に向けた設計検討と CFD による基礎空力特性」, 第 61 回宇宙科学技術連合講演会, JSASS-2017-4288, 2017.
- [17] 水上諒, 大山聖, 竹内伸介, 高野敦, 「火星探査航空機主翼の設計製作と剛性試験」, 日本航空宇宙学会第 50 期年会講演会, JSASS-2019-1053, 2019.
- [18] 谷口翔太, 大山聖, 岡本正人, 安養寺正之, 永井大樹, 「FASTAR および風洞試験による火星飛行機の高高度飛行試験(MABE-2)の飛行試験機の空力特性評価」, 第 51 回流体力学講演会／第 37 回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム, JSASS-2019-2034, 2019.
- [19] 橘高洋人, 「CFD による火星探査航空機試験機の空力特性と引き起こし飛行経路最適設計」, 2020.
- [20] Reiss, D., Spiga, A., and Erkeling, G., “DUST DEVIL HORIZONTAL VELOCITIES AND DIRECTIONS OF MOTION ON MARS DERIVED FROM CRISM AND CTX/HIRISE OBSERVATIONS,” 44th Lunar and Planetary Science Conference, 2013.

- [21] Park, G., Lee, T., Lee, K. H., Hwang, K., “Robust Design: An Overview,” AIAA Journal, Vol.44, No. 1, pp.181-191, 2006.
- [22] Du, X., and Chen, W., “Towards a Better Understanding of Modeling Feasibility Robustness in Engineering Design,” Journal of Mechanical Design, No. 122, Vol. 4, pp. 385-394, 1999.
- [23] Deb, K., and Gupta, H., “Introducing Robustness in Multi-Objective Optimization,” Evolutionary COmputation Journal, Vol. 14, No. 4, pp. 463-494, 2006.
- [24] Takubo, Y., Kanazaki, M., “Robust Multi-objective Trajectory Optimization of Supersonic Transport based on Polynomial Chaos Expansion and Constrained Evolutionary Algorithm,” IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2022.
- [25] Eldred, M., Webster, C., and Constantine, P., “Evaluation of Non-Intrusive Approaches for Wiener-Askey Generalized Polynomial Chaos,” 49th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 2008.
- [26] 小池勝, 石井満, 「ハンドランチグライダーの空力性能」, 日本航空宇宙学会論文集, Vol. 57, No. 663, pp. 166-174, 2009.
- [27] 野々村拓, 小嶋亮次, 安養寺正之, 大山聖, 藤井孝蔵, 「LES による石井翼 ( $Re=23,000$ ) の空力特性評価」, 第 43 回流体力学講演会／航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2011, 2011. J. C. Butcher., “A history of Runge-Kutta methods,” Applied Numerical Mathematics 20, pp. 247-260, 1996.
- [28] Obayashi, S., and Guruswamy, G. P. “Convergence Acceleration of a Navier-Stokes Solver for Efficient Static Aeroelastic Computations.” AIAA Journal, Vol. 33, No. 6, 1995.
- [29] Yoon, S., and Jameson, A. “Lower-Upper Symmetric-Gauss-Seidel Method for the Euler and Navier-Stokes Equations.” AIAA Journal, Vol. 26, No. 9, 1988.
- [30] Menter, F. R., Kuntz, M., and Langtry, R., “Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model,” Turbulence, Heat and Transfer 4, pp. 625-632, 2003.



- [31] Lanrtry, R. B., Menter, F. R., “Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes,” AIAA Journal, Vol. 47, No. 12, pp. 2894-2906, 2009.
- [32] 橋本敦, 村上桂一, 青山剛史, 菱田学, 坂下雅秀, ラフール・パウルス, 「高速な非構造格子流体ソルバ FaSTAR の開発」, 日本航空宇宙学会論文集, Vol.63. No.3, pp.96-105, 2015.
- [33] Hashimoto, A., Murakami, K., Aoyama, T., Ishiko, M., Hishida, M., Sakashita, M., Lahur, P., “Toward the Fastest Unstructured CFD Code ‘FaSTAR’,” 50thAIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum andAerospace Exposition, AIAA-2012-1075, 2012.
- [34] Chauhan, S. S., and Martins, J. R. R. A., “RANS-Based Aerodynamic Shape Optimization of a Wing Considering Propeller–Wing Interaction,” AIAA SciTech Forum, AIAA-2020-1764, 2020.
- [35] Hashimoto, A., Murakami, K., Aoyama, T., and Lahur, P. R., “Lift and Drag Prediction Using Automatic Hexahedra Grid Generation Method,” 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, 2009.
- [36] Roache, P. J. “Verification and Validation in Computational Science and Engineering.” Computing in Science Engineering, 1998.
- [37] Wang, Q., Jiang, Z., and Zhang, Q., “Regionalized Actuator Disk Model Designed by Optimization Method for Propeller Slipstream Computation,” Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics, Vol. 8, No. 1 (2014), pp. 127–139.
- [38] 大山聖, 米本浩一, 竹内伸介, 得竹浩, 永井大樹, 砂田茂, 大槻真嗣, “火星探査飛行機の多目的設計探査,” 第 55 回宇宙科学技術連合講演会講演集, JSASS-2011-4331, 2011.
- [39] Butcher, J. C., “A history of Runge-Kutta methods,” Applied Numerical Mathematics 20, pp. 247-260, 1996.
- [40] 正路徹也, 小池克明, 「クリギング：誤差を考慮した空間データの補間」, 日本地熱学会

誌, 第 29 卷, 第 4 号, pp. 183-194, 2007.

- [41] Jeong, S., Murayama, M., and Yamamoto, K., “Efficient Optimization Design Method Using Kriging Model,” *Journal of Aircraft*, Vol. 42, No.2 (2005), pp. 413-420.
- [42] Kanazaki, M., Yokokawa, Y., Murayama, M., Ito, T., Jeong, S., and Yamamoto, K., “Nacelle Chine Installation Based on Wind Tunnel Test Using Efficient Design Exploration,” *Transaction of Japan Society and Space Science*, Vol.51, No. 173, pp. 146-150, November 2008.
- [43] Kanazaki, M., Tanaka, K., Jeong, S., and Yamamoto, K., “Multi-Objective Aerodynamic Exploration of Elements' Setting for High-Lift Airfoil Using Kriging Model,” *J Aircraft*, Vol. 44, No. 3, pp. 858-864, May 2007. [DOI:10.2514/1.25422]
- [44] Deb, K., “A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm NSGA-II,” *IEEE, IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, pp.182-197, 2002.
- [45] Kanazaki, M., Obayashi, S., and Nakahashi, K., “Exhaust manifold design with tapered pipes using divided range MOGA,” *Engineering Optimization*, Vol. 36, No. 2, pp. 149–163 (2004)
- [46] 北野宏明：遺伝的アルゴリズム, 人工知能学会誌, Vol. 7, No. 1, pp. 26-37, 1992.

## Appendix

### A. 運動方程式

#### A.1 3 自由度運動方程式

##### A.1.1 並進運動の方程式

航空機の運動を図 A. 1 に示す機体座標系  $xz$  を用いて考える．機体は重心  $Cg$  において回転ベクトル  $\boldsymbol{\omega}$  で回転しているものとし， $Cg$  から機体の微小質量  $\Delta m$  までの位置ベクトルを  $\mathbf{r}$  とおく．一方で，座標系  $X_E Z_E$  は地球に固定した座標系であり，この地球座標系を基準とした時の  $Cg$  の位置ベクトルを  $\mathbf{r}_c$ ， $\Delta m$  の位置ベクトルを  $\mathbf{r}_m$  とすると， $\mathbf{r}_m$  は次式で表される．

$$\mathbf{r}_m = \mathbf{r}_c + \mathbf{r} \quad (\text{A. 1})$$

微小質量  $\Delta m$  における速度は (A. 1) 式の時間微分であり，次式で表される．

$$\frac{d\mathbf{r}_m}{dt} = \frac{d\mathbf{r}_c}{dt} + \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad (\text{A. 2})$$

ここで，右辺第 1 項  $d\mathbf{r}_c/dt$  は機体重心の速度を機体座標成分で表し，(A. 3) 式とおく．また，右辺第 2 項  $d\mathbf{r}/dt$  は機体の微小質量の位置ベクトルの時間微分であるから  $\mathbf{0}$  となる．(A. 2) 式は (A. 4) 式のように表すことができる．

$$\frac{d\mathbf{r}_c}{dt} = \mathbf{v}_c = (u, w) \quad (\text{A. 3})$$

$$\frac{d\mathbf{r}_m}{dt} = \mathbf{v}_c + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad (\text{A. 4})$$

この式をさらに時間微分すると，右辺は回転座標系で示されたベクトルとなり，次式で表される．

$$\frac{d^2\mathbf{r}_m}{dt^2} = \frac{d\mathbf{v}_c}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_c + \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \quad (\text{A. 5})$$

これは  $\Delta m$  の慣性系における加速度を表す． $\Delta m$  に働く外力を  $\Delta \mathbf{F}$  とすると，(A. 5) 式を用いてニュートンの第 2 法則より次式が成り立つ．

$$\Delta \mathbf{F} = \Delta m \frac{d^2 \mathbf{r}_m}{dt^2} \quad (\text{A. 6})$$

$$= \Delta m \left( \frac{d\mathbf{v}_c}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_c \right) + \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r} \cdot \Delta m + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \cdot \Delta m)$$

これを機体全体で質量に関して積分すると次式を得る.

$$\mathbf{F} = \left[ \int dm \right] \cdot \left( \frac{d\mathbf{v}_c}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_c \right) + \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \left[ \int \mathbf{r} dm \right] + \boldsymbol{\omega} \times \left( \boldsymbol{\omega} \times \left[ \int dm \right] \right) \quad (\text{A. 7})$$

ここで,  $\mathbf{F}$  は機体全体に働く外力である. また, ベクトルの原点は機体の重心であるから次式が成り立つ.

$$\int \mathbf{r} dm = \mathbf{0} \quad (\text{A. 8})$$

$\int dm = m$ とおくと, (A. 8)式から航空機に働く力による並進運動方程式が次式のように得られる.

$$m \left( \frac{d\mathbf{v}_c}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_c \right) = \mathbf{F} \quad (\text{A. 9})$$

ここで, 座標系の回転について  $y$  軸周りにのみ角速度  $q$  で回転すると仮定する.  $\boldsymbol{\omega}$  および  $\boldsymbol{\omega}$  と  $\mathbf{v}_c$  との外積は式で表される. また, (A. 3)式および(A. 9)式より機体座標系での並進運動方程式が式で与えられる.

$$\boldsymbol{\omega} = q, \quad \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_c = (qu, qw) \quad (\text{A. 10})$$

$$\begin{cases} \mathbf{F}_x = m(\dot{u} + qw) \\ \mathbf{F}_z = m(\dot{w} - qu) \end{cases} \quad (\text{A. 11})$$

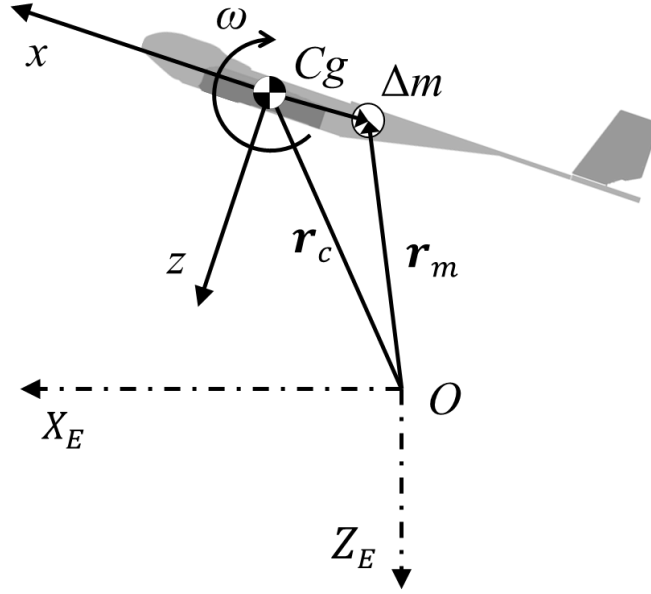


図 A. 1 機体座標系  $xz$

### A. 1. 2 回転運動の方程式

微小質量の運動方程式(A. 6)の両辺に重心からのベクトル $\mathbf{r}$ を掛けると次式となる.

$$\mathbf{r} \times \mathbf{F} = \Delta m \cdot \mathbf{r} \times \left( \frac{d\mathbf{v}_c}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_c \right) + \Delta m \cdot \mathbf{r} \times \left( \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r} \right) + \Delta m \cdot \mathbf{r} \times \{ \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \} \quad (\text{A. 12})$$

ここで, (A. 13)式に表されるベクトルの演算公式を右辺の第 2 項および第 3 項に適用すると, (A. 14)式が得られる.

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{C})\mathbf{B} - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})\mathbf{C} \quad (\text{A. 13})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r} \times \mathbf{F} = & \Delta m \cdot \mathbf{r} \times \left( \frac{d\mathbf{v}_c}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_c \right) + \Delta m (\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}) \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \\ & - \Delta m \cdot \left( \mathbf{r} \cdot \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \right) \mathbf{r} + \Delta m \cdot \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{r}) \boldsymbol{\omega} \end{aligned} \quad (\text{A. 14})$$

これを質量に関して機体全体で積分すると,  $\Delta m$ に働くトルクの式は次式で与えられる.

$$\int (\mathbf{r} \times d\mathbf{F}) = \left[ \int (\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}) dm \right] \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} - \int \left( \mathbf{r} \cdot \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \right) \mathbf{r} dm + \int \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{r}) \boldsymbol{\omega} dm \quad (\text{A. 15})$$

この式について、 $x$  軸と  $z$  軸の回転のみを考慮し、機体座標系の成分で表すと機体全体に働く回転軸周りのモーメントは次式で表すことができる。

$$\bar{M} = \left[ \int (x^2 + z^2) dm \right] \cdot \dot{q} \quad (\text{A. 16})$$

ここで、(A. 17)式のように表すと、航空機に働くトルクによる重心周りの回転運動方程式が (A. 18)式のように得られる。

$$I = \int (x^2 + z^2) dm \quad (\text{A. 17})$$

$$I\dot{q} = \bar{M} \quad (\text{A. 18})$$

## A. 2 航空機に働く力

### A. 2. 1 機体に働く外力とモーメント

図 A. 2 に機体固定座標系  $xz$  と、地球座標系  $X_E Z_E$  を  $Cg$  と一致させた座標系  $X'_E Z'_E$  の関係を示す。(A. 11)式の  $\mathbf{F}_x$  および  $\mathbf{F}_z$  について考える。図より、重力の  $x$  軸および  $z$  軸の成分は次のように与えられる。

$$-mg\sin\theta, \quad mg\cos\theta \quad (\text{A. 19})$$

空気力の  $x$  軸および  $z$  軸の成分は次のように与えられる。

$$\frac{\rho U^2 S}{2} C_x, \quad \frac{\rho U^2 S}{2} C_z \quad (\text{A. 20})$$

(A. 19), (A. 20)式を(A. 11)式の外力項に代入し、機体質量で割ると並進運動方程式が次式のように得られる。

$$\begin{cases} \dot{u} = -qw - g\sin\theta + \frac{\rho U^2 S}{2m} C_x \\ \dot{w} = qu + g\cos\theta + \frac{\rho U^2 S}{2m} C_z \end{cases} \quad (\text{A. 21})$$

ここで、 $C_x$  および  $C_z$  は  $C_D$ ,  $C_L$  を用いて以下のように求めることができる。

$$\begin{cases} C_x = C_D \cos \alpha - C_L \sin \alpha \\ C_z = C_D \sin \alpha - C_L \cos \alpha \end{cases} \quad (\text{A. 22})$$

さらに，回転運動の方程式は(A. 18)式より次式で表される．

$$I_y \dot{q} = \frac{\rho U^2 S \bar{c}}{2} \times C_m \quad (\text{A. 23})$$

これより，右辺は機体に働くモーメントであるから，機体の回転運動方程式は次式のように得られる．

$$I_y \dot{q} = M \quad (\text{A. 24})$$

### A. 2. 2 機体の姿勢と機体座標系での飛行経路，機体軸周りの角速度

xz 平面においてピッチ角 $\theta$ による回転のみを考慮した時，任意の点について，地球座標系から機体固定座標系への変換は次式で表すことができる．

$$\begin{cases} x = X_E \cos \theta - Z_E \sin \theta \\ z = X_E \sin \theta + Z_E \cos \theta \end{cases} \quad (\text{A. 25})$$

これを行列の形で表すと次式のように変形できる．

$$\begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_E \\ Z_E \end{bmatrix} \quad (\text{A. 26})$$

これとは逆に，機体固定座標系から地球座標系への変換は次式で表すことができる．

$$\begin{bmatrix} X_E \\ Z_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} \quad (\text{A. 27})$$

機体の重心の速度を(A. 28)式とすると，地球座標系から見た機体の速度は(A. 27)式より(A. 29)式として得られる．

$$\begin{cases} \mathbf{V} = (u, w) \\ |V| = \sqrt{u^2 + w^2} \end{cases} \quad (\text{A. 28})$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_E \\ \dot{Z}_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} \quad (\text{A. 29})$$

この式を時間積分することで地球座標系における機体の飛行経路を求めることができる．

飛行経路角 $\gamma$ は次式で定義される.

$$\gamma = \tan^{-1} \frac{\dot{h}_E}{\dot{X}_E} \quad (\text{A. 30})$$

さらに, 機体姿勢角と機体軸周りの角速度について考える. 機体が重心を中心に機体軸に関してのみ回転していると仮定すると, 機体軸周りの角速度と機体姿勢角速度の関係は次式で与えられる.

$$\dot{\theta} = q \quad (\text{A. 31})$$

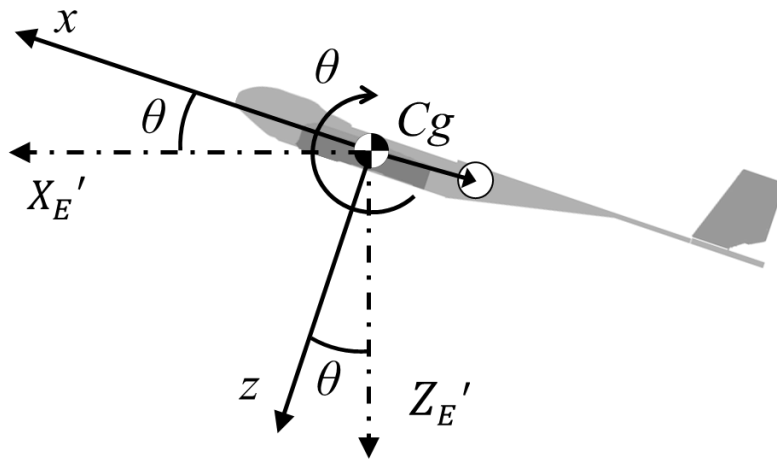


図 A. 2 座標系 $X_E'Z_E'$



## B. 数値計算

### B.1 支配方程式

支配方程式には以下で表される三次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式を用いた.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_v Q dv + \int_s \left[ F(Q) - \frac{1}{Re} F_v(Q) \right] \cdot ds = 0 \quad (\text{B. 1})$$

ここで,  $Q$ は保存量ベクトル,  $F$ は非粘性ベクトル,  $F_v$ は粘性ベクトル,  $ds$ は面積の絶対値を持つ外向き垂直方向ベクトルである. それぞれ書き下すと以下のようになる.

$$Q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{pmatrix}, F(Q) = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (e+p)u \end{pmatrix} i + \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (e+p)v \end{pmatrix} j + \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ (e+p)w \end{pmatrix} k \quad (\text{B. 2})$$

$$F_v(Q) = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \beta_x \end{pmatrix} i + \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ \beta_y \end{pmatrix} j + \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ \beta_z \end{pmatrix} k$$

$\rho$ は密度,  $u, v, w$ はそれぞれ $x, y, z$ 方向の速度,  $e$ は単位体積あたりの全エネルギー,  $p$ は圧力である.  $i, j, k$ はそれぞれ $x, y, z$ 方向の単位ベクトルである. また, ニュートン流体の粘性応力テンソルは次式で記述できる.

$$\tau_{ij} = \lambda \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + 2\mu \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{B. 3})$$

Stokes の仮定 (体積粘性率が 0, すなわち $\tau_{ii} = 0$ ) を用いると以下となる.

$$\lambda = -\frac{2}{3}\mu \quad (\text{B. 4})$$

これを具体的に書き下すと(B. 5)となる.

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ \tau_{yy} &= 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ \tau_{zz} &= 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (\text{B. 5})$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

$$\begin{aligned} \beta_x &= u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} + \frac{\kappa}{(\gamma - 1)\text{Pr}} \frac{\partial T}{\partial x} \\ &= u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} + \frac{\kappa}{(\gamma - 1)\text{Pr}} \left\{ \frac{\gamma}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{p}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) \right\} \\ \beta_y &= u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} + \frac{\kappa}{(\gamma - 1)\text{Pr}} \frac{\partial T}{\partial y} \\ &= u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} + \frac{\kappa}{(\gamma - 1)\text{Pr}} \left\{ \frac{\gamma}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{p}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) \right\} \\ \beta_z &= u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} + \frac{\kappa}{(\gamma - 1)\text{Pr}} \frac{\partial T}{\partial z} \\ &= u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} + \frac{\kappa}{(\gamma - 1)\text{Pr}} \left\{ \frac{\gamma}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{p}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) \right\} \end{aligned}$$

ここで、 $\mu$ は粘性係数、 $\kappa$ は熱伝導係数、 $\gamma$ は比熱比である。温度勾配は理想気体の状態方程式を用いて変換した。これまでに示した変数は以下のように無次元化される。

$$\begin{aligned} x &= \frac{\tilde{x}}{L}, y = \frac{\tilde{y}}{L}, z = \frac{\tilde{z}}{L}, \rho = \frac{\tilde{\rho}}{\rho_\infty}, u = \frac{\tilde{u}}{a_\infty}, T = \frac{\tilde{T}}{T_\infty}, p = \frac{\tilde{p}}{\rho_\infty a_\infty^2}, e = \frac{\tilde{e}}{\rho_\infty a_\infty^2} \\ \mu &= \frac{\tilde{\mu}}{\mu_\infty}, k = \frac{\tilde{k}}{k_\infty}, Re = \frac{\rho_\infty a_\infty L}{\mu_\infty} \frac{a_\infty}{U_\infty} = Re_\infty = \frac{1}{M_\infty}, Pr = \frac{C_p \mu_\infty}{\kappa_\infty} \end{aligned} \quad (\text{B. 6})$$

ここでチルダ( $\sim$ )がついている変数は有次元量を、無限大( $\infty$ )がついている変数は位置楊柳の値を示している。 $L$ は代表長さであり、 $a_\infty$ は一様流音速である。さらに、 $Re$ はレイノルズ数、 $Pr$ はプラントル数である。

粘性係数は温度によって変化し、以下の Sutherland の式より求める。

$$\mu = \frac{\tilde{\mu}}{\mu_\infty} = \frac{\tilde{\mu}_{ref} \tilde{T}_{ref} + C}{\mu_\infty \tilde{T} + C} \left( \frac{\tilde{T}}{\tilde{T}_{ref}} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (\text{B. 7})$$

式中の $\mu$ は無次元量である。また、プラントル数を一定とすると無次元化された粘性係数と

熱伝導係数は等しい.

$$\mu = \kappa \quad (\text{B. 8})$$

圧力は以下を用いて求める.

$$p = (\gamma - 1) \left[ e - \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2 + w^2) \right] \quad (\text{B. 9})$$

温度は, 以下の無次元化された理想気体方程式を用いて求める.

$$p = \frac{1}{\gamma} \rho T \quad (\text{B. 10})$$

単位体積あたりの全エネルギーは次式で表される.

$$e = \rho \left( \bar{E} + \frac{(u^2 + v^2 + w^2)}{2} \right) \quad (\text{B. 11})$$

$\bar{E}$ は単位質量あたりの内部エネルギーであり, 等積比熱 $C_v$ を用いて以下のように変換できる.

$$\bar{E} = C_v T = \frac{1}{\gamma - 1} R \cdot \frac{P}{\rho R} = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{P}{\rho} \quad (\text{B. 12})$$

これを用いて全エネルギーは次式となる.

$$e = \frac{p}{\gamma - 1} + \rho \frac{(u^2 + v^2 + w^2)}{2} \quad (\text{B. 13})$$

音速 $a$ を用いて表すと以下となる.

$$e = \rho \left( \frac{a^2}{\gamma(\gamma - 1)} + \frac{(u^2 + v^2 + w^2)}{2} \right) \quad (\text{B. 14})$$

単位体積あたりの全エネルギー $e$ に圧力 $p$ を足すと以下となる.

$$e + p = \frac{\gamma p}{\gamma - 1} + \rho \frac{(u^2 + v^2 + w^2)}{2} = \rho \left( \frac{a^2}{\gamma - 1} + \frac{(u^2 + v^2 + w^2)}{2} \right) = \rho H = h \quad (\text{B. 15})$$

$(e + p)$ は単位体積当たりの全エンタルピー $h$ である.  $H$ は単位質量あたりの全エンタルピーである.

## B.2 乱流モデル

乱流モデルには次式で表される SST(Menter's Shear Stress Transport)-2003[27]を用いた.

$$\begin{aligned}
\frac{D\rho k}{Dt} &= \min\left(P, \frac{Re_\infty}{M_\infty} 10\beta^* \rho \omega k\right) - \frac{Re_\infty}{M_\infty} \beta^* \rho \omega k + \frac{M_\infty}{Re_\infty} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \\
\frac{D\rho \omega}{Dt} &= \frac{\gamma}{v_t} \min\left(P, \frac{Re_\infty}{M_\infty} 10\beta^* \rho \omega k\right) - \frac{Re_\infty}{M_\infty} \beta \rho \omega^2 \\
&\quad + \frac{M_\infty}{Re_\infty} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \\
&\quad + \frac{M_\infty}{Re_\infty} 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}
\end{aligned} \tag{B.16}$$

ただし, 乱流運動エネルギーとエネルギー散逸率は次のように無次元化されている.

$$k = \frac{\tilde{k}}{a_\infty^2}, \omega = \frac{\mu_\infty \tilde{\omega}}{\rho_\infty a_\infty^2}, \mu_t = \frac{\tilde{\mu}_t}{\mu_\infty}, v_t = \frac{p_\infty}{\mu_\infty} \tilde{v}_t \tag{B.17}$$

(B.16)式において, 生成項 $P$ は次式で表される.

$$P = \frac{M_\infty}{Re_\infty} \mu_t \left[ S^2 - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \right] - \frac{2}{3} \rho k \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \tag{B.18}$$

ここで $S$ はひずみ速度を表す. 方程式中の他のパラメータについては(B.19), (B.20)で定義する.

$$\begin{aligned}
F_1 &= \tanh(\arg_1^4) \\
\arg_1 &= \min \left[ \frac{M_\infty}{Re_\infty} \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{M_\infty}{Re_\infty} \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right), \frac{4\rho \sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} d^2} \right]
\end{aligned} \tag{B.19}$$

$$CD_{k\omega} = \max \left( 2 \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \frac{L^2}{\rho_\infty a_\infty^2} 10^{-10} \right)$$

$$\gamma_1 = 5/9, \gamma_2 = 0.44$$

$$\sigma_{k1} = 0.85, \sigma_{k2} = 1.0$$

$$\sigma_{\omega 1} = 0.5, \sigma_{\omega 2} = 0.856 \tag{B.20}$$

$$\beta_1 = 0.075, \beta_2 = 0.0828$$

$$\beta^* = 0.09, \kappa = 0.41, a_1 = 0.31$$

以上の値を用いて, 乱流粘性係数 $\mu_t$ は次のようになる.

$$\mu_t = \frac{\rho a_1 k}{\max\left(a_1 \omega, \frac{M_\infty}{Re_\infty} S F_2\right)}, S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}}$$

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2)$$

$$\arg_2 = \frac{M_\infty}{Re_\infty} \max\left(2 \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{M_\infty}{Re_\infty} \frac{500 \nu}{d^2 \omega}\right)$$
(B. 21)

### B.3 遷移モデル

本研究で対象とする  $10^4$  オーダーのレイノルズ領域では境界層遷移があり得るため、遷移モデルとして Menter  $\gamma$ - $Re_{\theta t}$  乱流遷移モデル[31]を用いた。二次方程式モデルであり、第一の方程式である intermittency equation は以下で表される。

$$\frac{D\rho\gamma}{Dt} = P_\gamma - E_\gamma + \frac{M_\infty}{Re_\infty} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_f} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right]$$
(B. 22)

ここで、以下のように定義される。

$$P_\gamma = F_{\text{length}} c_{a1} \rho S [\gamma F_{\text{onset}}]^{0.5} (1 - c_{e1} \gamma),$$

$$E_\gamma = c_{a2} \rho \Omega \gamma F_{\text{turb}} (c_{e2} \gamma - 1),$$

$$F_{\text{onset}} = \max(F_{\text{onset}2} - F_{\text{onset}3}, 0)$$

$$F_{\text{onset}2} = \min(\max(F_{\text{onset}1}, F_{\text{onset}1}^4), 2.0)$$

$$F_{\text{onset}3} = \max\left(1 - \left(\frac{R_T}{2.5}\right)^3, 0\right)$$

$$F_{\text{onset}} = \frac{Re_\nu}{2.193 \times Re_{\theta c}}, F_{\text{turb}} = \exp\left(-\left(\frac{R_T}{4}\right)^4\right)$$
(B. 23)

式中の係数は以下が用いられる。

$$c_{e1} = 1.0, c_{a1} = 2.0, c_{e2} = 50, c_{a2} = 0.06, \sigma_f = 1.0$$
(B. 24)

また、2009 年に式の一部が次のように修正された。

$$F_{\text{length new}} = F_{\text{length original}} (1 - F_{\text{sublayer}}) + 40.0 F_{\text{sublayer}}$$
(B. 25)

第二の方程式は transport equation for the transition momentum thicness Reynolds number と呼ばれており，以下で表される．

$$\frac{D\rho\overline{Re_{\theta t}}}{Dt} = P_{\theta t} + \frac{M_{\infty}}{Re_{\infty}} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\sigma_{\theta t}(\mu + \mu_t)) \frac{\partial \overline{Re_{\theta t}}}{\partial x_j} \right] \quad (\text{B. 26})$$

ここで， $P_{\theta t}$ ， $t$ は以下で表される．

$$P_{\theta t} = c_{\theta t} \frac{\rho}{t} (Re_{\theta t} - \overline{Re_{\theta t}})(1 - F_{\theta t}), t = \frac{500\mu}{\rho U^2} \quad (\text{B. 27})$$

式中の係数は以下で表される．

$$c_{\theta t} = 0.03, \sigma_{\theta t} = 2.0 \quad (\text{B. 28})$$

(B. 23)式における $Re_{\theta c}$ ， $F_{\text{length}}$ ，(B. 26)式における $Re_{\theta t}$ はモデルの振る舞いを決めるパラメータであり，本研究では，Langtry と Menter の提唱する以下の経験式[31][31]を採用している．

$$Re_{\theta c} = \begin{cases} \left[ 1173.51 - 589.428Tu + \frac{0.2196}{Tu^2} \right] F(\lambda_{\theta}), Tu \leq 1.3 \\ 331.50[Tu - 0.5658]^{-0.671} F(\lambda_{\theta}), Tu \geq 1.3 \end{cases} \quad (\text{B. 29})$$

$$F(\lambda_{\theta}) = \begin{cases} 1 + [12.986\lambda_{\theta} + 123.66\lambda_{\theta}^2 + 405.689\lambda_{\theta}^3] \exp\left(-\left(\frac{Tu}{1.5}\right)^{1.5}\right), \lambda_{\theta} \leq 0 \\ 1 + 0.275[1 - \exp(-35.0\lambda_{\theta})] \exp\left(\frac{Tu}{1.5}\right), \lambda_{\theta} > 0 \end{cases}$$

ここで，以下の関係が成立している．

$$\lambda_{\theta} = \frac{\rho\theta_t^2}{\mu} \frac{dU}{ds}, Re_{\theta t} = \frac{\rho U\theta_t}{\mu} \quad (\text{B. 30})$$

これより，(B. 29)式は繰り返し代入法などにより解くことになる．

$$Re_{\theta c} = \begin{cases} \overline{Re_{\theta t}} - \begin{pmatrix} 396.035 \times 10^{-2} \\ -120.656 \times 10^{-4} \overline{Re_{\theta t}} \\ +868.230 \times 10^{-6} \overline{Re_{\theta t}}^2 \\ -696.506 \times 10^{-9} \overline{Re_{\theta t}}^3 \\ +174.105 \times 10^{-12} \overline{Re_{\theta t}}^4 \end{pmatrix}, \overline{Re_{\theta t}} \leq 1870.0 \\ \overline{Re_{\theta t}} - (593.11 + (\overline{Re_{\theta t}} - 1870.0) \times 0.482), \overline{Re_{\theta t}} > 1870.0 \end{cases} \quad (\text{B. 31})$$

$$F_{\text{length}} = \begin{cases} \begin{bmatrix} 398.189 \times 10^{-1} \\ -119.270 \times 10^{-4} \overline{Re_{\theta t}} \\ -132.567 \times 10^{-6} \overline{Re_{\theta t}}^2 \end{bmatrix}, \overline{Re_{\theta t}} < 400.0 \\ \begin{bmatrix} 263.404 \\ -123.939 \times 10^{-2} \overline{Re_{\theta t}} \\ +194.548 \times 10^{-5} \overline{Re_{\theta t}}^2 \\ -101.695 \times 10^{-8} \overline{Re_{\theta t}}^3 \end{bmatrix}, 400.0 \leq \overline{Re_{\theta t}} < 596.0 \\ [0.5 - (\overline{Re_{\theta t}} - 596.0) \times 3.0 \times 10^{-4}], 596.0 \leq \overline{Re_{\theta t}} < 1200.0 \\ 0.3188, 1200 \leq \overline{Re_{\theta t}} \end{cases}$$

#### B.4 Kriging 法

Kriging 法は図 B.1 に示すように、全サンプルの平均値である大域的定数モデルとそこからの偏差である局所モデルとの和によって解を補完する。この手法は解と変数の空間相関を考慮した近似手法であり、解の変化を予測して近似モデルを作ることができる。もともとは鉱床の空間分布予想を行う手法であり、空間現象を連続空間確率場でモデル化し、観測されたデータから任意の位置での確率場の値を予測する。Kriging 法による近似解は次式で表される。

$$y(x^i) = \mu + \varepsilon(x^i) \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (\text{B. 32})$$

ここで、 $N$ は設計変数の個数である。

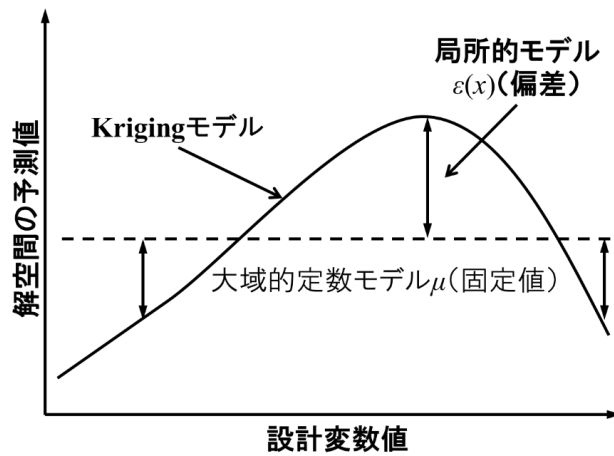


図 B.1 Kriging 法の模式図