

摩擦接合継手のすべり問題
および設計への適用

平成 3 年

長 嶋 文 雄

摩擦接合継手のすべり問題

および設計への適用

平成 3 年

長 嶋 文 雄

A Slipping Problem of Friction-Type Connections With Their Applications to Design Provisions

< SUMMARY >

The design of the friction-type connections fastened with high-strength bolts has been made based upon the traditional elastic vector analysis, despite the fact that the resisting mechanism of the friction-type is different from that of a riveted connection. Discussion has been provoked with respect to the actual behavior of the friction-type connections and the lack of the conformity in the existing design provisions.

Rationalization for both design and construction corresponding to the multiplied and complicated reaction forces in parallel with the tendency of structures being steered into directions of giantism and diversification in recent years has strongly been required with respect also to the friction-type connections. As the structural design concept is varied, the working stress method is converted into the limit state design method via the ultimate design method. This compels the connection design to comply with a new situation.

With such backgrounds behinds us, successive experimental works relating to the friction-type connections have been intensively carried out in the individual researching fields in our private, official and academic circles in recent years. However the experimental studies are insufficient as a means of establishing the verification between the cause and effect, due to the existence of too many of factors to determine the dynamic configuration.

Moreover to extensively systematize the diversified kinds of excessively large-sized connections and to get to work for the practical design, a huge amount of time and labor together with expense is expected to be required. This means that it is substantially impossible to systematize the wide-variety connections just by means of experiments. Thus analytical studies are earnestly required to solve such a problem, and an analytical model with which the explanation of the actual slipping behavior is to be provided is desired to be developed.

In this paper, slipping resistance characteristics of the friction-type connections with high-strength bolts are explained from the standpoints of both the experiment and the nonlinear analysis utilizing a discrete model. Furthermore establishment of a more rational design method availing itself of the utmost of the solution of the various kinds of problems previously described and the intrinsic characteristics of the friction-type connections is intended.

In the analytical study, new inelastic analysis method utilizing two discrete model, RBSM (Rigid Body-Spring Model) and PIFESM (Parabolic Iso-parametric Finite Element-Spring Model) is developed.

Proposed method is able to simulate partial slip behavior of the friction-type connections under every sorts of loadings, and accordingly the method is available to investigate shape effects, combined effects of web connection and flange connections, slip strength under eccentric loadings and fatigue strength.

Depending on the facility required of the practical engineer, the results obtained in this study are shown in a graphic form and/or tabulated form.

This paper consists of nine chapters and each chapter is outlined below.

Chapter 1 gives an outline of former studies on slipping problem of the friction-type connections, and explains the subject of this study. A list of principal symbols and terminology used in this paper is presented in this chapter.

Chapter 2 develops new discrete models (RBSM and PIFESM) for slipping problem of the connections. These models are able to simulate discontinuous partial slipping behavior of the connections up to the state of major slipping.

The shear spring, which connects base plate and splice plate, has nonlinear properties that the shear force, when it reaches critical shear force against local slip, holds the same value of critical one. As the installed bolt tension changes with longitudinal normal stress by Poisson's ratio, the critical shear force also changes.

The initial shear-spring constant is determined by setting the total shear strain energy in the spring equally to the one in the plates with two compensation factors.

Chapter 3 includes the analytical method and programming technique. Linear relationship between shear force and relative displacement is no longer valid once a local slip occurs. To obtain the equilibrium position of the nonlinear system, the direct iteration method is used.

Chapter 4 verifies the proposed analytical method by comparing the theoretical results with the results of test carried by Honshu-Shikoku Bridge Authority. Major slip load, bolt force, load-displacement relationship and normal stress are compared, and there is a good agreement. A few characteristics of the friction-type connections is obtained through this verification process.

Chapter 5 shows existence of some sort of correlation between the fatigue strength and the partial slip load of the edge bolt. According to this correlation, an attempt is made for prediction of the relative fatigue strength of the connections from partial slip stress of the edge bolt.

Chapter 6 presents application to shape effect problem of the connections and shows fluctuations in the slip loads exerted by the factors among them such as the cross sectional dimensions of plates, joint length, bolt arrangement and so forth.

Chapter 7 describes frictional resistance characteristics of the plate girder connections and proposed a more reasonable and convenient design method. The discussion is concentrated on the effects of combined web connection and flange connections. Two types of the combined connections are loaded in pure bending. The results show that the web connection and flange connection work organically and complementarily to each other. The experimental results are confirmed by computer simulation using quasi three dimensional analytical method.

Chapter 8 presents slip behavior of the friction-type connections acted upon by the in-plane combined moment and direct shear and recommends a strength approach with modified coefficients for plate girder connections and eccentric connections.

Chapter 9 includes the conclusions obtained from this study.

目 次

第1章 序論

1・1	研究の背景	1
1・2	既往の研究	5
1・3	本研究の目的と論文の構成	8
1・4	用語の定義と記号の説明	13

第2章 引張応力場における摩擦継手のすべり挙動解析モデル

2・1	序	18
2・2	剛体－ばねモデル (R B S M)	21
2・3	剛体－ばねモデルにおけるばね特性	24
2・3・1	伸びばね定数	26
2・3・2	ボルト孔の影響を考慮した等価断面積	27
2・3・3	せん断ばね特性	38
2・3・4	高力ボルトの荷重－変形性状	42
2・3・5	1枚添接板継手の初期せん断ばね定数	54
2・3・6	1枚添接板継手のせん断歪みエネルギーの 近似と補正係数 ϕ	57
2・3・7	1枚添接板継手の有効せん断面積の近似と 補正係数 ψ	78
2・3・8	2枚添接板継手の初期せん断ばね定数と 各補正係数	103
2・4	パラボリック・アイソパラメトリック有限 要素－せん断ばねモデル (P I F E S M)	114
2・5	第2章 結語	122

第3章 剛体－ばねモデルを用いた解析手法

3・1	序	125
3・2	剛体ばねモデルのユニット剛性マトリックス	127
3・2・1	1枚添接板継手のユニット剛性マトリックス	127
3・2・2	2枚添接板継手のユニット剛性マトリックス	135

3・3	非線形平衡方程式の解法	140
3・3・1	全体剛性マトリックスと荷重ベクトルの作成方法	140
3・3・2	非線形平衡方程式の解析フローと収束判定法	149
3・3・3	すべり荷重の補間方法	151
3・4	第3章 結語	154

第4章 静的引張試験結果との比較および考察

4・1	序	155
4・2	本四公団で実施された静的引張試験の概要	157
4・3	剛体－ばねモデルによる数値解析結果の例	163
4・4	解析結果と試験結果の比較	172
4・4・1	主すべり荷重およびボルト軸力減少率の比較	172
4・4・2	荷重－相対すべり関係の比較	177
4・4・3	内部応力分布形状の比較	181
4・5	ボルト孔内におけるボルト中心軸の移動量	183
4・6	第4章 結語	185

第5章 継手の疲れ強さについて

5・1	序	187
5・2	継手の静的すべり特性と疲れ強さとの相関性について	191
5・3	相対的疲れ強さの推定	196
5・4	第5章 結語	201

第6章 数値実験による継手片形状効果の検討

6・1	序	203
6・2	数値実験供試体の作成方法	205
6・3	継手片の形状がすべり特性等に及ぼす影響	207
6・3・1	ボルト配置間隔（ピッチ）の影響	207
6・3・2	すべり応力比（ κ ）の影響	209
6・3・3	充実率（ ρ ）の影響	211
6・3・4	ボルト軸力分布の影響	213
6・3・5	ボルト列数の影響	215
6・3・6	添接板を2枚重ねにして変断面としたときの影響	219

6・3・7	ボルト配置の影響	225
6・4	第6章 結語	226

第7章 プレートガーダー継手のすべり挙動解析

7・1	序	228
7・2	ウェブ継手のすべり挙動解析	230
7・2・1	ウェブ継手のすべり挙動解析モデルと解析手法	231
7・2・2	純曲げ試験結果との比較	235
7・2・3	ウェブ継手の数値解析例と考察	241
7・3	プレートガーダー継手のすべり挙動解析	247
7・3・1	任意方向の微小すべりを考慮した解析手法	249
7・3・2	圧縮応力場のすべり試験	252
7・3・3	プレートガーダー継手のすべり強度試験	259
7・3・4	プレートガーダー継手のすべり強度解析および フランジ継手とウェブ継手の組み合わせ効果	269
7・4	第7章 結語	276

第8章 複合応力場における継手のすべり挙動解析

8・1	序	278
8・2	複合応力場の継手に関する現行設計方法と問題点	279
8・3	複合応力場の継手のすべり強度解析	286
8・4	複合応力場における摩擦接合継手の簡易設計法	292
8・5	第8章 結語	306

第9章 結論

9・1	本論文のまとめ	308
9・2	結論	323
9・3	あとがき	326

<謝辞>

<本研究に関する既発表論文>

<参考文献>

<付録>

第1章 序論

1・1 研究の背景

高力ボルト摩擦接合継手は今日の鋼構造物の非溶接継手の中で最も良く用いられている継手形式であり、その原理は高張力特性を持つボルトで継手部を締め付け、そのとき母材と添接板間に生じる摩擦力により応力を伝達させようというものである。応力を伝達する部分が、支圧接合ではボルト軸側面であるのに対して、摩擦接合ではボルト孔周辺の比較的広範囲な摩擦面であるため、ボルト孔周辺における継手内部応力の分布性状は支圧接合の場合よりも良好であるとされている。また、ボルト孔はボルト径よりも数ミリ大きくとっており、この間隙が部材のせん断変形および摩擦面に発生する僅かなすべり（微小すべり）変位を許し、各ボルトの分担応力の偏り（母材と添接板間の応力の伝達量は端ボルト付近が最も多く、中央ボルト付近は極めて少ない）を緩和させる働きをされている。

摩擦接合継手の設計上の耐荷力は全ての摩擦が切れ、大きな音と伴に摩擦面がすべる、いわゆる「主すべり」発生時の荷重としている。従って、継手の純断面降伏荷重と主すべり荷重が等しくなるように断面を設計したとき経済的設計となると考えられる。これが摩擦接合継手の設計における基本的な考え方である。

この主すべり荷重を決定づける要因は、継手内部の複雑な応力の変化などに関係なく、主すべり発生時の総ボルト軸力と摩擦係数のみで決定される。ただ、主すべり発生時のボルト軸力は初期導入軸力より部材の痩せにより僅かながら減少するため、一般には主すべり荷重を初期導入軸力にある係数を乗じて表わす方法がとられている。このとき、総導入軸力に乘じられる係数は「すべり係数」と呼ばれ、摩擦係数と区別されている。従って、設計ボルト軸力とすべり係数それに安全率を乗じてボルト1本1摩擦面当りのすべりに対する許容力が計算でき、この値を基に必要ボルト本数を割り出すのはごく簡単な作業である（Appendix 1., 2. 参照）。

前述の摩擦接合の優れた継手特性と、この耐荷力に関する簡明さが高張力鋼の開発、さらに無騒音、無振動工法であるということ、また施工性の良さなどと相まって高力ボルトが広く用いられるようになったのである。

このように論じると高力ボルト摩擦接合継手に関しては一見殆ど問題がないように見受けられるが、これに反して近年高力ボルト摩擦接合継手に関するクリープ、引張、圧縮、

曲げ、疲労試験など、一連の実験的研究が各方面において集中的に行なわれた^{1) - 18)}。

これらの実験的研究には当面の目的が異なる三つの大きな流れがあるように思われる。すなわち、次に示すような問題の解決を目指したものと思われる。

(Ⅰ) 一つは、昨今の構造物の長大化傾向に伴い、継手自体も必然的に大型化することになり、新たに生じて来た問題の解明を目的としたものである。例えば、この問題には、本州四国連絡橋吊橋の補剛桁における太径多列高力ボルト継手に代表されるように、従来使用されていた高力ボルトよりも径が太い(M30:ボルト径30mm)ボルトを用いたときの継手性能は従来のボルトによる継手性能を単純に拡張して考えても良いのかどうかという問題や、作用応力方向に長い継手(多列ボルト継手)の耐荷力を評価するとき、応力集中状態の異なる短い継手と同様な扱いをしてもよいのかという問題^{8), 11)}、さらには経済性を求めた変断面継手⁸⁾の問題などがある。

また、繰返し応力場における多列ボルト継手の耐荷性能、すなわち疲労強度に対する検討も必要となってきた^{2), 4), 10), 12), 13)}。一般の道路橋においても、貨物自動車の大型化、重量化により、継手疲労の検討を省略している現行の道路橋示方書の見直しの動きが出ている¹⁹⁾。

さらに、ブロック仮設される吊橋主塔の、各ブロック間の圧縮継手の問題⁶⁾、すなわち主塔の垂直応力は継手と母材にどのような割合で伝達していると考えたらよいのかという問題も、母材の接合面のメタルタッチの問題と伴に検討されつつある。この他に、継手に厚板を用いた場合や、腐食から守るために摩擦面上に無機ジンクリッチペイントを塗布した場合に、それらがクリープ^{7), 8)}、耐荷力特性に与える影響などの問題も検討されている。

(Ⅱ) また一つは、より合理的な設計法の確立という問題である^{1), 3), 5), 8)}。高力ボルト摩擦接合継手の力学的特性は支圧接合形式のリベット継手のものとは明らかに異なっていることが分かっているにもかかわらず、現設計規準では依然としてリベット継手の規準を準用した、伝統的な弾性ベクトル解法に基づいた設計法が採用されている。幸いなことに、高力ボルト摩擦継手の設計法自体に起因する事故例は報告されておらず、ただ F11 ボルトの遅れ破壊現象が見られた程度であり、従来の設計法の安全性については経験的に証明されてはいる。しかし、実際の継手挙動と設計法との整合性の欠如については以前より指摘のあったところであり、また最近は単に両者の整合性を確保するだけでなく、摩擦接合継手の力学的特性を積極的に活かした、合理性のある設計法を模索する動きがある。

例えば、プレートガーダーのウェブの高力ボルト摩擦接合継手部設計においては道路橋示方書²⁰⁾では昭和55年、国鉄建造物設計標準²¹⁾（前身は鋼鉄道橋設計標準²²⁾）では昭和58年の改訂に伴い、摩擦接合の特性を考慮して「各ボルト列に作用する力は各ボルト列が負担する」とする算定方法に改訂された。さらに国鉄建造物設計標準では、従来統一的扱いをしていたリベット接合と高力ボルト接合に関する記述を明確に区分する表現に書き改められている。また、その7・8章の3項において「応力方向に並ぶボルト本数はなるべく少なくしなければならない。」としながらも、同解説においては従来6本程度以下としていたものを高力ボルト接合に対して10本程度以下に緩和している。これらの動向は明らかに摩擦接合本来の優れた特性を実設計に反映させようとするものである。ただ、この設計法ではウェブの継手において、ボルト列数は分担応力の大きさに比例することを考えると繊維応力の大きい、フランジに近い部分のボルト数が他の部分より必然的に多くなってしまう。ウェブ継手においてはこの場合、最遠ボルト本数を1本程度増やすよりもフランジ継手との組み合わせ効果を考え、継手全体の総合的な耐荷性能を考えた設計を行なうべきではないかという問題提起がなされている⁵⁾。

(Ⅲ) もう一つは、構造設計の考え方の変遷に伴う、継手設計法の見直しの動きである^{5)、9)、14)~18)}。構造設計法の流れは、許容応力度設計法(Working Stress Design)から終局強度設計法(Ultimate Strength Design)を通して、限界状態設計法(Limit State Design)に移行しつつある。この流れの中で、継手設計においても新たな対応を迫られている。

ヨーロッパにおける鋼構造物の Design Recommendationである、“European Recommendations for Steel Constructions, Vol. II Recommendations”は1975年に設けられたが、ここで摩擦接合継手は主すべり発生以後も耐荷力が増加することを考慮して、従来用いていた「安全率」に対して、反対の「割り増し係数(1.0以上)を用いる考え方が示されている²³⁾。これは、終局強度設計法の概念に基づいたものであるが、他の大多数の国々の規準とかなりかけ離れたものであり、参考にはできない。

AISC(American Institute of Steel Construction)においては、偏心力を受ける継手の設計に、終局強度設計法の考え方が部分的に取り入れられている。しかし、従来の設計方に併記する形で記載されており、どちらの設計法を用いるかは設計者の判断に任ずような扱いになっている。従って、まだ現状の終局強度設計法は最良の方法と認められるに至っていない。

一方、日本建築学会では、鋼構造塑性設計指針(昭和50年11月)²⁴⁾において、終局強

度（荷重係数）設計法の指針を示している。この中で、摩擦接合継手に対しても従来の規準²⁵⁾を少し変更している。すなわち、ボルトの許容応力度を短期許容応力度とすることになっている。しかし、荷重係数を 1.65 として、この短期許容応力度を除すと、従来の長期許容応力度よりもやや小さな値となり、終局強度設計では許容応力度設計よりも不利な設計となる（Appendix 3. 参照）。いずれにしても、ここでは継手の終局強度そのものについて十分な議論が展開されておらず、従来の許容応力度を睨みながらの指針となったように思われる。

摩擦接合継手にとって限界状態とは、鉄道橋における軌道の角折れの問題に代表されるように、使用性の面から見て、「主すべり」が発生した状態と考えられる。従って、限界状態を考えた設計をするためには、「主すべり強度」を正しく把握する必要がある。単純引張応力場の継手については、過去多数の実験が行なわれており、そのすべり耐力は良く知られている。しかし、曲げ応力場および複合応力場については実験が大掛かりになることなどから、引張応力場の場合に比べて少なく、また、解析が困難であることから、試験結果が十分に活用されていないのが現状である。

これまでに挙げた 3 つの問題点は今日もなお不明なところが多く、前述の如く、現在もなお多くの実験が行なわれているのである。このように、継手に関する研究は、ボルト周縁の複雑な境界条件の処理が難しいことや、すべり問題をどのように扱えば良いかが分からないために解析的研究は殆どなく、実証的研究が中心となっている。実証的研究の必要性、重要性はもちろん十分に認める所であるが、実験には多大の労力を費やす必要があり、これまでに述べた問題を総べて実験によって解決して行くにはまだまだ時間が掛かりそうである。さらに実験には個々の個性があり、一般的な性状を明らかにするには相当数の試験データが必要であることは周知の通りである。

実験において不足する部分を補い、さらに一般化するためには、どうしても解析的な研究が必要である。すなわち、摩擦接合継手の耐荷力に対する総合的な検討を行うには、局所的な微小すべりが発生してから、主すべりに至るまでのすべり挙動の解明が必要であり、実証的研究と伴に解析的な方面からのアプローチが現在望まれているのである。

1・2 既往の研究

高力ボルト継手に関する既往の研究については、鋼構造接合資料集成²³⁾に詳しく記述されており、またその文献リストには、1920年代初頭から1970年代中期にかけて発表された多数の主要文献が年代別に整理され、さらに文献の内容により14項目に分類されている。初期の文献は普通ボルトに関するものが含まれており、いわゆる「高力ボルト」が用いられるようになったのは1930年代初頭である。すなわち、イギリスの C. Batho が初めて 60kg/mm^2 のボルトを永久構造物に使用した例を論文で発表している²⁷⁾。その後アメリカを中心に高力ボルト接合に関する研究が進められ、日本においては1950年代中頃に初めて鉄道トラス橋に高力ボルト摩擦接合継手が用いられた。文献 23) にリストアップされた高力ボルト継手に関する文献件数は、1940年代後半から増え始め、1950年代に 239件、1960年代に 530件、1970年代中期までに 182件となっており、1960年代に圧倒的に多くのものが発表されていることが分かる。これらは実証的研究が主体であり、高力ボルト継手に関する摩擦抵抗特性、クリープ特性、疲れ強さ、形状効果など多岐にわたっている。これらの研究成果と施工経験により、従来リベット継手の補助手段あるいは代用として位置付けられていたものが、一応独立した規準が設けられるまでに至ったのである。

しかし、前項で既に触れたように、近年においても摩擦接合継手に関するかなりの数の実験が行なわれており、その背景には現規準よりもさらに合理的な、そして総合的な面からの設計法を確立する必要があるという要求が存在することを示している。

一方、継手特性に関する解析的研究では、継手全体を連続体とみなして Airy の応力関数を用いて解析した F. Bleich [1933] の研究成果を参考にした K. Dörnen [1956] らの研究²⁷⁾がある（[]内は論文が発表された年）。この結果は連続体力学上のものであるため、母材と添接板の接合面の全てが部材と同じ材質で、しかも非常に薄い接着層で接合されており、接合面上に不連続な部分のない状態のときには正しい。K. Dörnen の業績は継手の長手方向の応力集中の様子に関する情報を提供したことにあり、この知識はせん断型の継手や溶接継手の設計に活かされている。ただし、これは接合面上に不連続な部分が存在したり、また局所的な微小すべりが発生して内部応力分布が変化するような場合には適用できない。これに対して田島^{27), 28)}は、継手の接合部の”ずれ”が継手端部から発生し、次第に内部に進行していくことに着目して、”ずれ”がある領域と”ずれ”がない領域に分けて解析する方法を試みている。しかし、これも連続体力学の制約からボルトの軸力抜けなどによる非弾性的効果を考慮することはできない。

継手特性に関する研究で特筆すべき人物は J. W. Fisher である。彼は継手の実験的研究および離散化モデルを用いた解析的研究を通してその特性を詳しく調べている^{29)~32)}。摩擦接合継手に関する解析的研究では、彼は弾性から非弾性領域までの荷重－変形関係を表現し得る数学モデルを開発している^{29)・30)}。しかし、この研究の主眼が主すべり発生以後の挙動に置かれていたため、主すべり発生以前の挙動については必ずしも十分ではない。すなわち、主すべり発生以前は弾性系として扱っている。

Fisherの解析モデルはいわゆる「節点－ばねモデル」である。同種の解析モデルは鋼構造の参考図書（例えば、文献33））にも載っており、多くの人々によって利用されている^{6)・8)・34)}。しかし、これらのモデルの多くは主すべり以前の微小すべり挙動が考慮されておらず、概略的な応力分布特性を把握するために用いられているにすぎない。

S.F. Crawford および G.L. Kulak³⁵⁾ は偏心力が作用するときの高力ボルト継手について実験を行ない、さらに同時回転中心の考え方に基づいた解析手法を試みている。彼等は、AISC (American Institute of Steel Construction) における従来の弾性範囲を考えた設計手法は安全過ぎ、またこれを修正した、有効偏心量による設計では危険側の値が算出される場合があるとして、終局強度設計の手法を提案した。ここで彼等は摩擦接合型偏心継手の主すべり荷重は、主すべり時の各ボルトの摩擦抵抗力 ρ_i は一定であるという仮定に基づき、静的な力の釣合によって求められるとした。すなわち、主すべり時には、各ボルトの抵抗力は同時回転中心周りに作用し、それらは総べて等しいと仮定した。しかし、一般に ρ_i は継手内部応力状態によって異なるため、上記のような仮定との相違が主すべり強度に対してどのように影響するかは明らかにされていない。

T. L. Wilkinson³⁶⁾ は木構造の継手 (timber joints) の長手方向分布性状を明らかにする解析手法の開発を試みている。ここでは単一ボルトの荷重－すべり関係曲線を実験から求め、これを解析に便利のように部分的に直線であるような関係に置換し、さらにこれを継手の平衡方程式に組み込む方法を探っている。あらゆる種類のボルトとあらゆる継手断面などについての「荷重－すべり関係」を網羅すれば彼の手法で解決できることになるが、これは不可能である。従って、この手法はかなり限定された継手に対してのみ有効であると考えた方がよさそうである。

また、従来の有限要素法を用いた解析も考えられるが、不連続となるすべり面の処理が難しいこと、さらにボルトの締め付けによる摩擦面の圧縮応力分布の影響やボルト孔周縁の応力集中を加味した場合には自由度が多くなるなどの問題がある。

従って、いまだに継手のすべり挙動を追跡し得るモデルは十分なものが存在しないといえ、この問題に対する検討の必要性が残されている。実際、実験的研究だけでは、力学的

性状を決定づける要因の数が多いため、結果との因果関係の立証が難しく、また大型化、多様化した継手を包括的に体系化し、これを実設計に持ち込むためには多大の時間・労力・経費を必要とし、事実上不可能であると言えよう。この問題を解決するためにはどうしても解析的な研究が必要であり、実験で得られる現象を説明づけるための解析手法の開発が重要な課題となっていた。

尚、摩擦接合継手の基本原理である摩擦力に関する既往の研究については、文献37)、38)を参照して、まとめたものをAppendix 4. に示す。

1・3 本研究の目的と論文の構成

高力ボルト摩擦接合継手において、ボルト孔はボルト径よりも数ミリ大きくとってあり、この間隙が部材のせん断力および摩擦面に発生する僅かなすべり変位を許し、各ボルトの分担応力の偏りを緩和させる働きをするといわれている。摩擦接合継手のこのような力学的特性は断片的には知られており、支圧接合形式であるリベット継手のものとは明らかに異なっていることが分かっている。それにも拘らず、現設計規準では依然としてリベット継手の規準を準用した、伝統的な弾性ベクトル解法に基づいた設計法が採用されている。このような実際の挙動と設計法との整合性の欠如については以前より指摘のあったところである。幸いなことに、高力ボルト摩擦継手の設計法に関する事故例は報告されておらず³⁾、ただ、F11ボルトの遅れ破壊現象が見られた程度であり、従来の設計法の安全性については経験的に実証されてはいる。

しかし、近年における構造物の長大化に伴って、大型化する継手の合理化が求められるようになり、またこれによって新しく生じて来た諸問題の解決が必要になってきた。例えば、大型継手における太径ボルトの開発、最大ボルト列数の問題、またこれに付随して疲労強度に関する問題、さらに経済化を計った変断面継手の開発などが挙げられる。

また、従来の規準には全く示されていない偏心継手の問題、摩擦面に塗布する防錆塗料に関する諸問題があり、さらに規準には示されてはいるが十分な確認がされていない曲げ応力場の継手に関する問題などが挙げられる。

一方、構造設計理念は、解析技術の進歩や実験精度の向上などをベースとして、時代の変化によって推移しており、継手設計においても、限界強度設計法の理念に基づいた規準の体系化が求められている。

このようなことから近年において、設計規準の全面的見直しの気運が生まれ、高力ボルト摩擦接合継手に関するクリープ、引張、圧縮、曲げ、疲労試験など、一連の研究が各方面において集中的に行なわれた。

ただし、これらは全て実験的検討のみであり、得られた膨大な資料を活用して包括的に設計規準に盛り込むには不十分であり、実験で得られる現象を説明づけ、一般化するための解析モデルの開発が切望されていた。すなわち、従来の継手の力学的性状に関する検討は、継手の境界条件が複雑で定式化ができず、また摩擦面に不連続に発生する微小すべりの取扱が困難であるために、解析的には行なうことができなかったのである。

本論文は、高力ボルト摩擦接合継手の非線形すべり挙動および内部応力伝達特性等の力学的諸性状を実験および解析の両面から明らかにし、上記の諸問題および継手疲労の問題

の解決、および摩擦接合継手本来の特性を活かした、より合理的な設計法の確立を目的としたものである。

解析モデルとしては、剛体－ばねモデル(Rigid Body - Spring Model; RBSM)とパラボリック・アイソパラメトリック有限要素－ばねモデル (Parabolic Iso - Parametric Finite Element - Spring Model; PIFESM) の2種類の新しい離散化モデルを考案した。

母材と添接板を連結するばね、せん断ばねはRBSM、PIFESMともに全く同じものを用いている。また、コンピュータによる計算手法も両者は殆ど同じであることから、本論文の前半はRBSMを中心に議論を展開する。

RBSMの考え方は、柱の非弾性耐荷力解析で F. R. Shanley が用いており、これは Shanley's modelとして有名である^{39)・40)}。その後フレームの限界設計法においても塑性ヒンジに対するモデル化に使われている⁴¹⁾。また、川井^{42)・43)}は昭和50年代初頭から離散化極限解析にRBSMを用いる試みをしている。

RBSMを用いた解析の本来意図するものは、解析すべき系の全ての部分について詳細に解くのではなく、工学上興味のある代表的な点の平均的挙動を求めようとするものである。この意味では、RBSMによる解法は平均法であって、問題をいたずらに複雑化することなく、工学的に必要な精度を有する解析を行うことを狙いとしている。従って、RBSMの自由度は通常の有限要素に対して一般に少なくてすむことになる。ただし、必要とする精度を維持しつつ自由度を低減することは、ばね特性に精度上の負担をかけることになるため、解くべき系の特性を抽出し、これをいかに具象化してRBSM内に組み込むかが最も重要な課題となる。

一方、PIFESMは、母材と添接板をアイソパラメトリック有限要素で離散化し、これらをRBSMで用いたせん断ばねで連結したものである。RBSMが基本的には単数のゲージラインを持つ継手の解析に用いられるのに対して、当モデルは複数ゲージラインを持つ継手の解析に使われる。第7章で論じる面内曲げ応力場における継手のすべり問題や、第8章で述べる複合応力場の解析には、このPIFESMが用いられる。

本論文で提案する解析手法を用いれば摩擦面上に不連続に発生する微小すべり挙動をシミュレートすることが可能であり、継手面内に作用するあらゆる種類の荷重を受ける摩擦接合継手の解析が可能である。従って、継手の種々の形状因子が継手特性に及ぼす効果についての検討、疲労強度特性の把握、プレートガーダー継手におけるウェブ継手とフランジ継手の組み合わせ効果の検討、偏心荷重作用下のすべり問題など様々な応用が可能である。

本論文の研究成果は整理して、なるべく設計規準の形態に近い形にまとめるようにして

おり、そのまま実務設計に活用できるよう工夫してある。

本論文は9章で構成されている。第2章以後の概要を以下に示す。

第2章では、高力ボルト摩擦接合継手の、弾性変形状態から、弾性変形と局所的な微小すべりが混在している状態を経て主すべり状態に至るまでの挙動を追跡することのできる新しい離散化モデルについて述べる。継手の新離散化モデルは解析目的に応じて、大別して2種類開発している。すなわち、単一ゲージ継手解析用のRBSMと複数ゲージ継手解析用のPIFESMである。RBSMについてはさらに、通常の突合せ継手（1枚添接板継手）の場合と変断面継手（2枚添接板継手）の場合でやや異なる部分が有るため、両者を分けて述べている。

軸力要素についてはRBSMも有限要素も全く同じであるから、伸びばね定数については多くの説明を必要としないであろう。ただ、ここではボルト孔による断面欠損の影響を加味した場合の等価剛性についての検討を行なっている。せん断ばねに関しては多くの紙面を費やし、初期せん断ばね剛性およびせん断ばねの履歴特性などについて論じている。せん断歪みエネルギーを算定するにあたっては2種類の補正係数を用いる方法を提案している。

摩擦力が局所的に切れると微小すべりが生じる。以後のせん断力はすべり限界で頭打ちとなるが、このときのすべり限界値にポアソン比による板厚の変化に起因するボルト軸力変動の影響を考慮する方法についても詳述している。

第3章は、継手のすべり挙動解析のための新離散化モデルを用いた、コンピュータによる数値解析手法およびコンピュータプログラミングに関する技術的な問題についてまとめたものである。ここでは「継手ユニット」という概念を導入することにより、通常有限要素法で行なわれているような、組織的な平衡方程式の組み立てを可能にする手法を紹介している。継手に微小すべりが生じると方程式は非線形となるが、このときの方程式の組み換え方法および非線形方程式の収束計算法についても論じている。

第4章では、第2章および第3章で述べた摩擦接合継手のすべり挙動解析用新離散化モデル（RBSM, PIFESM）の実際問題への適応性を、最近本四公団で実施された静的引張試験結果との比較により吟味し、これらの検討を通して波及的に得られた摩擦接合継手のすべり特性について論じている。比較検討されたものは、主すべり荷重、ボルト軸

力減少率、荷重－相対すべり関係および内部応力分布などである。本章では特にポアソン比に起因する継手部材の痩せがボルト軸力の変化やすべり係数に及ぼす影響に注目した。

第5章では、継手の疲れ強さとすべり特性との相関性について論じる。過去の継手疲労試験の事例によれば疲れ亀裂発生位置は必ずしもボルト孔内壁ではなく、ボルト孔から少し離れたところ、例えば座金外周縁付近の場合もあるようである。いずれにしても応力変動の激しい箇所が亀裂発生源となる可能性がある訳であるが、応力が集中する所で微小すべりも生じ易いことを考え併せると、疲れ強さとすべり特性との相関性に対する検討は非常に興味深いものがある。ここでは、継手の疲労試験結果と、R B S Mを用いたすべり挙動解析から得られた端ボルトのすべり限界応力を比較し、両者間の相関性について考察を加えている。また、この結果に基づき、継手の疲れ強さに及ぼすボルト列数の影響さらにボルト配置の影響などについて検討している。

第6章では、摩擦接合継手の形状効果を、新しい離散化モデルを用いた数値解析を通して明らかにする試みを行なっている。形状効果については実証的研究が過去数多くなされているが、これらは殆ど主すべり荷重に及ぼす影響を調べている。しかし、一つの形状因子が主すべり耐力に与える影響は導入軸力の調整誤差や他の因子の影響に隠れる程僅かである場合が多い。この効果はむしろ主すべり以前の継手特性に強く現われるものであり、この点に関して詳しく検討している。

形状効果の検討項目として、ボルト配置間隔、すべり応力比、断面の充実率、ボルト列数、変断面継手およびボルト配置などを挙げ、諸要因これらが主すべり以前の継手特性に与える影響について考察する。また、これらの数値解析から得られる端ボルトのすべり限界応力と第5章で論じる継手の疲れ強さとの相関性から、種々の継手の相対的な疲れ強さの推定をする試みを行なっている。

第7章では、まず摩擦接合継手に対して面内の純曲げモーメントが作用したときのすべり強度について論じる。ここでは、第6章までに展開してきた引張応力場のすべり解析用モデル（パラボリック・アイソパラメトリック有限要素－ばねモデル；PIFESM）を、引張応力と圧縮応力が混在している曲げ応力場の解析用に発展させる試みを行なっている。解析結果は、プレートガーダーのウェブ継手のすべり試験結果⁹⁾と比較検討されている。この結果に基づき、純曲げ応力場におけるウェブ継手のすべり強度に及ぼす、ボルト配置および添接板枚数の影響を明らかにしている。。

次に、プレートガーダー継手全体系のすべり特性について論じる。プレートガーダー継手に関する現行規準は弾性変形状態における設計法であり、まだ摩擦接合の特性を十分に考慮したものとなっていない。すなわち、一つはすべり限界状態設計法に関して検討すべき点が、また一つはウェブ継手とフランジ継手相互の組み合わせ効果を考えるべき点が残されている。このような問題に対して、ウェブの添接形式を「モーメントプレート+シェアプレート」としたWMSタイプと、1枚添接板としたWSタイプの2種類、また3種類のフランジ継手およびそれらの組み合わせの計11種類の継手に対してすべり強度試験を行った結果に基づいてプレートガーダー継手全体の力学的特性明らかにしている。さらに本章の前半で開発した、曲げ応力場の解析用の有限要素-ばねモデルをさらに発展させて、任意方向に発生する微小すべりを扱えるようにした解析モデルを開発し、疑似立体解析の手法を用いて継手内部の応力の流れやフランジ継手とウェブ継手の組み合わせ効果などを検討した結果について述べ、これから導かれた、現行のものよりも合理的で、しかもより簡易な設計法を提示する。

第8章では、複合応力すなわち、せん断力と曲げ力が同時に作用するときの摩擦接合継手のすべり挙動について論じる。複合力が作用する場合の現行の継手設計においては、その強度が明確にされていないため、複合力をせん断力と曲げ力に分解し、最縁端のボルトについての合力証査を行なう方法が採られている。その結果として、やや煩雑な計算が行なわれ、非常に多くのボルトを使わなくてはならなくなっている。この点に関しては、

Crawford と Kulakによる研究成果があるが、本論文では第7章で展開したPIFESMによるすべり強度解析を通して彼等の提唱する算定法について吟味し、合理的でより一般的な複合応力場における摩擦接合継手（例えば、プレートガーダーのウェブ継手など）の設計手法を提案している。本手法の有効性は、偏心荷重が作用する継手のすべり試験結果⁹⁾との比較により、検証されている。

第9章は本論文の結論であり、各章で明かとなった諸結果をまとめると共に、今後の研究課題について触れる。

1・4 用語の定義と記号の説明

ここでは本論文に用いたいくつかの特別な単語について説明し、その定義づけを行なう。さらに後半では記号一覧を示した。

1・4・1 用語の定義

・「微小すべり」

既に1・1で用いたが、ボルト打設位置周辺の摩擦面におけるせん断力がすべり限界せん断力を超えたときに生じる局所的なすべりを微小すべりと呼称する。これはFisher等の論文で、partial slipと書き表わされているものである。

・「主すべり」または「主すべり荷重」

微小すべりは荷重の増加につれて次第に内部ボルトに進行し、ついには全てのボルトの摩擦が切れるようになる。この現象を主すべり (major slip) と呼び、このときの荷重を主すべり荷重 (major slip load) と呼ぶことにする。主すべり発生時には大きな音が伴うので「ボン荷重」とも呼ばれている。

・「端ボルト」

本論文では解析対象を、母材の切れている位置で対称性を有する、突合せ継手に絞っている。この対称性を利用し、継手は母材の切れている位置を境界として半分だけ考えることにしている。本論文で継手の端部というのはここでの半分の継手の両端部分を示すものであり、従って端ボルト (edge bolt) はこの両端に一番近いボルトのことを示す。さらに継手内部とは母材の切れている所ではなく、半分の継手における”内部”である。

・「初期導入ボルト軸力」と「導入ボルト軸力」

文献 8) で用いているボルト軸力に関する区別をそのまま引用した。前者が一番最初に導入される軸力、後者が試験開始直前に計測された軸力である。

・「真のすべり係数」、「すべり係数」および「摩擦係数」

これらはそれぞれ主すべり荷重を初期導入ボルト軸力、導入ボルト軸力、主すべり発生時のボルト軸力で除した値を示す。

尚、本論文では基本的に当用漢字を用いることにした。例えば、”すべる”という単語についてであるが、”すべる”にあたる漢字には”沁る”と”滑る”がある。漢和辞典によれば、”沁る”の「沁」は日本で作られた漢字である（非当用漢字）。このしんにゆうはもとは「氵

（チャク）」であり、これは行くという意味の「イ」と、止まるという意味の「止」とを合わせて、行きつ止まりつする意味を表わすのだそうである。一方、“滑る”の「滑（カツ）」は偏の「水」が意符、旁の「骨」が音符であり、もとの意味は水が遮るものなくなめらかに流れることである。「すべすべしている」、「ぬめぬめしている」等の意味がある。

摩擦接合継手の“すべり”はまさに行きつ止まりつの“辻り”であるから筆者としてはこの文字を使いたいがこれは当用漢字外であるので、ひらがなで“すべり”あるいは“すべる”と書くことにした。

また、同様に当用漢字外であることから、“剪断力”も“せん断力”と書くことにした。蛇足ではあるが、「ばね」は川井の論文などでは「バネ」が用いられているが、これは外来語ではなく立派な日本語（はねが転訛したもの）であり、また特に強調する必要のない単語であるので、「バネ」とは書かなかった。

1・4・2 記号一覧

A	: 断面積 (Cross-sectional area)
a	: ボルト材料の降伏点に対する比率 (0.75 : F10T)
b	: 板幅 (Width of a plate)
c	: 分布荷重の重心間距離 (Distance between central points of distributed loads)
d	: 直径 (Diameter)
E	: 弾性係数 (Elastic modulus)
f	: 要素内応力 (Inner stress of the element)
G	: せん断弾性係数 (Shear moduli)
I	: 自由度数 (Number of Degree-of-freedom)
k	: ばね定数 (Spring constant)
K	: 剛性マトリックス (Stiffness matrix)
ℓ	: 長さ (Length)
N	: 軸力または荷重 (Axial force or Load)
n	: ボルト本数 (Number of bolts)
p_i	: ピッチ (Pitch)
Q	: せん断力 (Shear force)
q	: 分布荷重 (Distributed load)
r	: 半径 (Radius)
S	: せん断力 (Shear force)
t	: 板厚 (Thickness)
V	: ひずみエネルギー (Strain energy)
W	: ポテンシャル損失 (Potential energy of load)
w	: z 方向変位 (Displacement of z-direction)

α : 同一部材要素重心間の相対変位 (Relative displacement ; $\overset{(i)}{w}_j - \overset{(i-1)}{w}_j$)

β : 母材と添接板の相対変位 (Relative displacement ; $\overset{(i)}{w}_{BP} - \overset{(i)}{w}_{SP}$)

γ : せん断歪み (Shear strain)

Δ^2 : 誤差ベクトルの2乗平均 (Root mean square of error vector)

δ : 変位 (Displacement)
 Δ : 変位ベクトル (Displacement vector)
 ε : 縦歪み (Strain)
 θ : 角度 (Angle)
 ξ : すべり方向角 (Slip-Direction Angle)
 κ : すべり応力比 (σ_{ms} / σ_v)
 μ : 摩擦係数 (Friction factor, or Coefficient of friction)
 μ' : すべり係数 (General slip factor)
 \sim
 μ : 真のすべり係数 (Actual slip factor)
 ν : ポアソン比 (Poisson's ratio)
 ν : 等価断面係数 (A_{eq} / A_g)
 Π : 全ポテンシャルエネルギー (Total potential energy)
 π : 円周率 (Circular constant)
 σ : 応力度 (Stress)
 τ : せん断応力度 (Shear stress)
 ϕ : 第一補正係数 (The first compensation factor)
 ψ : 第二補正係数 (The second compensation factor)
 ω : $r\pi / t^\circ$
 λ : 形状比 (Shape ratio)
 η : 断面積比 ($2A_{SP} / A_{EP}$)
 ρ : 断面充実率 (A_n / A_g)

[添字について]

B : ボルト (Bolt)
 BP : 母材 (Base plate)
 c : 圧縮 (Compression)
 e : 伸び、または要素、または有効 (Elongment or Element or Effective)
 eq : 等価 (Equivalent)
 f : 自由度 (Degree - of - Freedom)

g : 総断面 (Gross)
 H : ボルト孔 (Bolt hole)
 i : 要素番号 (Element number) または、初期 (Initial)
 j : BP または SP (Base plate or Splice plate)
 ls : 局部すべり (Local slip)
 ms : 主すべり (Major slip)
 n : 純断面 (Net)
 s : せん断 (Shear)
 SP : 添接板 (Splice plate)
 t : 総合 (Total)
 w : 座金 (Washer)

1・4・3 その他の記号

$\{ \}$: ベクトル
 $[]$: マトリックス
 $[]^{-1}$: 逆マトリックス
 $[]^T$: 転置マトリックス

第2章 引張応力場における摩擦接合継手のすべり挙動解析モデル

2・1 序

摩擦接合継手に関する既往の解析的研究は継手の最終耐荷力特性に主眼を置いたものが殆どであり、主すべり発生以後の挙動についての検討例が多い。これは摩擦接合方式の継手が支圧接合方式の継手よりも荷重方向の応力集中特性に優れているためであり、主すべり発生以前の挙動については支圧接合方式の継手の場合ほど重要視されてはいなかったことによるものである。しかし、摩擦接合本来の特色を活かした合理的な継手を開発するには、また継手の疲れ強さと微小すべりの因果関係に関する検討を行なうなどのためには主すべり以前のすべり特性および応力伝達特性等を明らかにする必要があることはすでに序論で述べた。

本章では筆者が開発した高力ボルト摩擦接合継手の、すべり挙動とすべりに伴う内部応力の変化を追跡し得る新しい離散化モデルについて述べる。この中には、単一ゲージ継手解析用の「剛体－ばねモデル (RBSM)」と複数ゲージ継手用の「パラボリック・アイソパラメトリック有限要素－せん断ばねモデル (PIFESM)」の2種類があり、この種類別に節にわけて、それぞれ § 2・3、§ 2・4 で述べる。RBSMにおいては両側に2枚の添接板を重ねて変断面とした継手、「2枚添接板継手」の解析用のモデルについても § 2・3・8 で述べている。

RBSMは単一ゲージ継手のすべり挙動を解析するものであるが、複数ゲージ継手であっても、全てのゲージ幅の挙動が殆ど同じ場合には任意のゲージ幅を取り出したものと見做せるため、RBSMの使用が可能である。これに対して、複数ボルト列継手解析用のPIFESMはボルトが千鳥配置の場合などで、各ゲージの挙動が同一とは見做せないものに用いられる。両モデルはすべりが全く生じていない弾性変形状態から、弾性変形と局部的な微小すべりが混在している状態を経て、全てのボルト部の摩擦が切れて大きな音と共に継手がすべり出す、いわゆる主すべりに至るまでの挙動を解析することができるものである。また、繰り返し荷重下のすべり挙動も追跡することが可能である。

一方、継手のすべり問題に対する従来の解析モデルとして「節点－ばねモデル」をすぐに想起することができる。ここで提示する剛体－ばねモデルは本質的にはこの節点－ばねモデルと変わるものではないが、ばね特性、特にせん断ばね特性に顕著な違いがある。§ 2・3・1、§ 2・3・2では伸びばね特性について記述しており、ここではボルト孔による断面欠損の影響を加味する場合について解析および実験の両面からの検討をしてい

る。

また、せん断ばね特性については § 2・3・3 においてその概要を示している。節点-ばねモデルのせん断ばねは殆どが線形を考えており、またそのばね剛性としてどのような値を用いたら良いかは未だに明確にされていない。従って多くは、実験による荷重-変形曲線の初期勾配を求め、これからせん断ばね定数を決めているのである。しかし、荷重-変形曲線の初期勾配は低荷重領域におけるものであるため、供試体と試験機の馴染み具合の問題から値が一定せず、その値を読み取るのは難しい。また、一般に変形の中にはせん断変形と局所的な微小すべりが混在しており、これらを全体の変形量の中から分離するのは非常に難しい。さらに、継手における種々のパラメータ、例えばボルトの種類、ボルトの配置、ボルト列数、継手断面形状また導入ボルト軸力の大きさなどによって荷重-変形曲線の初期勾配は変化すると考えられるので、これらの全てについて引張試験をする必要があるということになる。これは不可能であるから、結局この方法は特定の継手に対してのみ有効であることになる。

本論文の剛体-ばねモデルでは、ボルト周辺の継手部材のせん断歪みエネルギーに基づいて初期せん断ばね剛性を求めるようにしており、これらは § 2・3・5 および § 2・3・6 で詳述している。せん断歪みエネルギーの値は純せん断歪みエネルギーで規準化して表現する方法を用いた。この規準化定数を第1補正係数と呼称する。また、歪みエネルギーを算定する際にはせん断変形領域を特定する必要がある、これが重要な課題となる。このためには摩擦面上の垂直圧縮応力分布状況を把握する必要がある。§ 2・3・7 では軸対称回転体有限要素（三角形リング要素）を用いた、ボルト孔周縁の詳細な解析を行なうことによって、垂直圧縮応力が有効である範囲を求め、これを座金外径で規準化して表わす方法について述べている。この規準化係数を第2補正係数とした。これら2種類の補正係数は、できるだけ図または簡略式によって表わし、容易に利用できるように配慮している。また、摩擦面上のせん断力がすべり限界せん断力を超える場合には微小すべりが生じ、以後のせん断力はすべり限界せん断力の値で頭打ちとなるであろうから、これを考慮して非線形のせん断ばね特性を持たせている。

従来の解析モデルでは、ポアソン比による板厚の変化に起因するボルト軸力変動の影響が考慮されておらず、微小すべりなどについての検討が充分にされていなかった。この効果は特に大型の継手においては決して無視できるような量ではない。本論文で扱うモデルは全てこの軸力変動の影響を加味している。高力ボルトの荷重-変形性状については § 2・3・4 にまとめた。ここでは引張力とトルクが同時に加わったときの性状を塑性域に至るまで検討している。継手に圧縮力が加わる場合（純粋な圧縮力が加わる場合の他に、曲げ

応力場の継手には引張力と圧縮力が加わることになるが、このような場合には）、高力ボルトに導入軸力以上の応力が加わるが、これに対応することのできる高力ボルトの荷重－変形性状について述べている。

2・2 剛体-ばねモデル (Rigid Body - Spring Model : RBSM)

本節では、継手のすべり挙動解析のための数値解析モデルについて、その離散化手法の概要を示す。ここで扱う継手の形式は両面添接板付きの突合せ型であり、しかも1ゲージ幅の高力ボルト摩擦接合継手である。複数ゲージの場合は§2・4で扱っている。ただし、1ゲージ幅の継手であっても、このような継手はしばしば実験の供試体として用いられており、基本的な継手特性は単一ゲージによる解析によって説明することが可能である。また図2-2-1に示されるような複数のゲージラインを有する継手であっても、全てのゲージ幅における挙動が近似的に同一であると仮定できるようなボルト配置をしている場合や荷重条件下では任意の1ゲージ幅 b （図中破線で示されている部分）を取り出したものと考えることができるので、応用範囲はかなり広い。

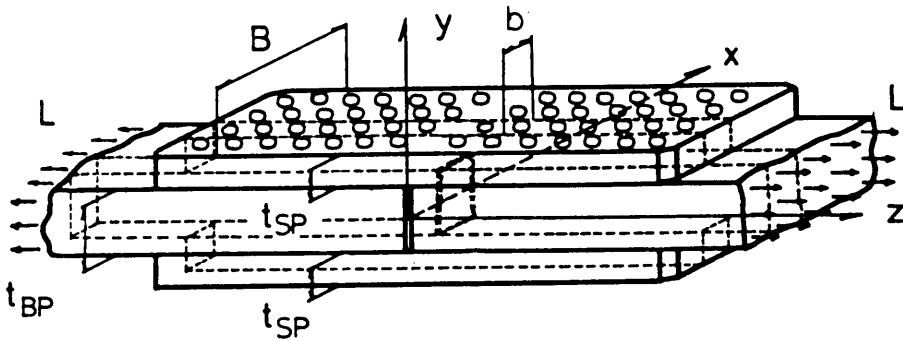


図 2-2-1 両面添接板付き突合せ型継手

離散化にあたって、座標を次のように定めた。すなわち、継手の載荷 (L) 方向を z 軸、板幅 (B) 方向を x 軸そして板厚 (t) 方向を y 軸と定めた。また、載荷 (z 座標軸) 方向の変位を w とした。

継手は母材の切れているところの垂直面 ($x-y$ 平面)，母材中央水平面 ($x-z$ 平面) の2面に対して力学的に対称であると仮定する。この対称性を利用し、図2-2-2 (a) の二点鎖線部分を図2-2-2 (b) のように母材 (Base Plate, 以下添字として BP) の板厚の $1/2$ および添接板 (Splice Plate, 以下添字として SP) のそれぞれの中央面とボル

ト軸との交点に重心をもつ剛体と、それらを連結する伸びばね k_e , またせん断ばね k_s で構成される剛体-ばねモデルに置換する。

従って、変位変数は剛体重心の数だけ存在することになる。

載荷端から i 番目の母材および添接板に対応する剛体重心の z 方向変位をそれぞれ $w_{BP}^{(i)}$ 、 $w_{SP}^{(i)}$ で示す。これらは母材あるいは添接板の x - y 断面の平均的変位を示すものである。

図 2-2-2 (b)においてボルト中心軸線で分割された ℓ 区間（薄墨部分）は、4個の半剛体と2個の伸びばねおよび1個のせん断ばねで構成されているが、これを1ユニットと呼ぶことにする。 また、便宜上、次式で示される剛体重心の相対変位量を表わす2つの変数を定義する。

$$\alpha_j = w_j^{(i)} - w_j^{(i+1)} ; (j = BP \text{ or } SP), \quad \beta = w_{BP}^{(i)} - w_{SP}^{(i)} \dots\dots\dots (2-2-1)$$

ここで、 α_j は母材および添接板の伸び変形量を示し、 β は母材と添接板の剛体重心間の相対変位（せん断変形に基づく変位とすべり変位を加えたもの）を示す。

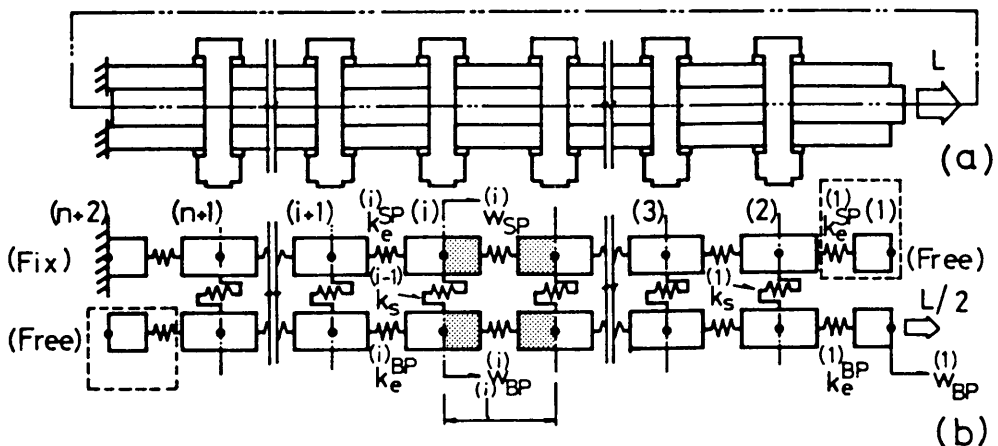


図 2-2-2 継手のすべり挙動解析用剛体-ばねモデル

境界条件は、強制変位、添接板の一端は固定、また 図 2-2-2(b)の破線内の継手端部の変位は隣接する剛体の変位に従属である、の4つであり、これらは式(2-2-2)で示される。

$$\left. \begin{aligned}
 & {}^{(1)} W_{BP} \quad \dots \quad \text{既知 (強制変位)} \\
 & {}^{(n+2)} W_{SP} = 0 \\
 & {}^{(1)} W_{SP} = {}^{(2)} W_{SP} \\
 & {}^{(n+2)} W_{BP} = {}^{(n+1)} W_{BP}
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2-2-2)$$

従って、変位強制による自由度 I_f はボルト列数 n の場合、次式で示され、極めて低自由度 (ボルト列数 n の2倍) な系を扱えばよいことになる。

$$I_f = 2(n + 2) - 4 = 2n \quad \dots \dots \dots (2-2-3)$$

2・3 剛体-ばねモデルにおけるばね特性

突合せ型摩擦接合継手の剛体-ばねモデル化に際して、継手はボルト軸を含む垂直平面で作用荷重と直角方向に切断された継手要素の集合体であると考えた。また、継手要素は4個の半剛体と2個の伸びばね、1個のせん断ばねによって構成されるものとした。継手部材には部材軸方向（引張・圧縮）応力およびせん断応力さらにはボルトによる締め付け力などの複合応力が作用し、その断面内の歪みの分布性状は非常に複雑であることが予想される。これに対して上記の仮定は継手断面内に複雑に分布する歪みを部材断面中央の1点、すなわち剛体重心相互の変位量に基づく歪みに代表させることを意味している。従って、このモデル化は比較的粗いものであるといえる。ただし、摩擦面における不連続なすべり挙動を表現するには非常に適したモデルであり、またばね特性を工夫することによって工学的に必要な精度が得られるならば自由度が一般の有限要素法に比べて非常に少ないため演算コストの面からも望ましいものである。

本節では継手の剛体-ばねモデルにおける2種類のばね（伸びばね・せん断ばね）のばね特性について述べる。剛体-ばねモデルは本質的には従来から行なわれていた、節点-ばね系モデルと変わりのないものであるが、過去のモデル化においては線形範囲内の解析であっても、ばねにどのような特性を与えたら良いかについては明確にされていなかったように思われる。この点に関しては、伸びばねにボルト孔による断面欠損の効果を与えた場合のばね定数の定式化手法を提案し、またせん断ばねの初期ばね定数に対しては弾性論による2次元応力分布解析や軸対称回転体有限要素によるボルト孔周辺のボルト軸方向圧縮応力分布性状解析を通して詳細な検討を加えた。さらに、ポアソン比による継手板厚の減少に起因するボルト軸力抜けによるすべり限界値の変動の効果を考慮することにした。これは本解析法の重要な特徴の一つであり、従来の解析法では見受けられなかったものである。

本論文では継手の主すべり発生時までの解析に主眼を置いているので、伸びばねは弾性範囲内を考えれば良いことになる。すなわち、一般に継手は主すべり発生以前にはその断面は降伏しないように設計されており、また最適設計断面は断面降伏と主すべり発生時を一致させたときに得られると考えられているからである。従って、伸びばねは線形であると仮定する。そのとき、ばね定数は一般の有限要素法における軸力要素の剛性と等しくなる。ただし、ボルト孔の影響を考慮する時には等価断面積に対する検討が必要である。

せん断ばねには、せん断変形特性と摩擦面におけるすべり特性の2つの特性を考慮しなければならない。一般の設計では、せん断変形は弾性域内に納まっているので、塑性まで

考える必要はない。これは非常に大きな荷重が作用する場合には摩擦面において微小なすべりが生じるために、せん断変形の成長が抑制され、ある限度以上には大きくなならないと考えられるためである。このとき発生する余剰力は微小すべりによって内部の継手要素に次々と伝達また配分され、ついには外荷重との釣合がとれるようになる。従って、すべり限界に到達する前の状態では弾性的せん断を考えることにする。すなわち、初期せん断ばね定数は母材と添接板に相当する剛体の重心間の作用応力方向相対変位に関するせん断歪エネルギーが弾性体におけるせん断歪エネルギーと等しくなるように定めれば良い。

前述の線形せん断ばねにすべり特性を加えた場合にはせん断ばね力はすべり限界せん断力に達するとそれを超過することはできないので、すべり限界せん断力の値で頭打ちになる。このため、剛体重心間のずれ相対変位に対する線形性が失われる。また交番载荷を考慮する場合には全体として履歴型のばね特性を持つことになる。

すべり限界せん断力はボルト軸力に依存する。またボルト軸力は初期導入軸力と部材のポアソン比に起因する板厚の変化に関する。さらに、部材の板厚変化はすべり挙動を含めた全体系の平衡方程式を解くことによってはじめて計算することができるようになるので、ひとたび微小すべりが生じると解析系は非線形となる。

本節では伸びばね、およびせん断ばねのばね特性に対する検討を行ない、継手断面形状によって異なることが予想される、これらのばね定数を一般化した表現で表わすにはどのようにしたら良いかなどについて述べる。

2・3・1 伸びばね定数

継手部材の伸びばね定数 k_e は軸力要素の歪みエネルギーと剛体要素の伸び歪みエネルギーが等しくなるようにして定めれば良い。ボルト孔の断面欠損の影響などを考慮した、等価断面積 A_{eq} を有する、長さ ℓ の軸力要素が軸力 f を受けたときの歪みエネルギー V_e を考える。これは、

$$\begin{aligned} V_e &= \int_0^{\ell} (1/2) \sigma_z \varepsilon_z A_{eq} dz & \because \sigma_z &= E \varepsilon_z = f / A_{eq} \\ &= (f^2 \ell) / (2 E A_{eq}) & \dots\dots\dots (2-3-1) \end{aligned}$$

で表わされる。また軸力 f と変形 δ_z の間には次式に示すような関係があるので、

$$\begin{aligned} f &= \sigma_z A_{eq} = E \varepsilon_z A_{eq} \\ &= E A_{eq} \delta_z / \ell & \dots\dots\dots (2-3-2) \end{aligned}$$

この関係を式(2-3-1) に代入することによって歪みエネルギーを変形 δ_z の関数で示すことができる。

$$V_e = (E A_{eq} \delta_z^2) / (2 \ell) \quad \dots\dots\dots (2-3-1')$$

一方、剛体要素の伸びばねによる歪みエネルギー V_e^* は下式で表わされる。

$$V_e^* = (1/2) k_e \delta_z^2 \quad \dots\dots\dots (2-3-3)$$

式(2-3-1') と式(2-3-3)を等置し、変形すると剛体要素の伸びばね定数 k_e が次式のように求められる。

$$k_e = E A_{eq} / \ell \quad \dots\dots\dots (2-3-4)$$

i 番目の剛体要素に対して添字 (i) を付けることにすると、式(2-3-4) は次のように表わされる。

$$k_e^{(i)} = E A_{eq}^{(i)} / \ell^{(i)} \quad \dots\dots\dots (2-3-4')$$

2・3・2 ボルト孔の影響を考慮した等価断面積

前項において、軸力要素に相当する剛体要素の伸びばね定数を等価断面積 A_{eq} を用いて定めたが、ボルト孔を有する継手板における等価断面積としてどのような値を考えれば良いのかという問題がある。

高力ボルトで締結された摩擦接合継手のボルト孔周辺の応力集中に関する実験結果によれば、その応力集中係数は荷重の大きさやボルト位置によっても異なるが、通常の孔あき板の 3.0 に比べてやや小さ目の値を示すことが分かっている。この理由の一つは、応力の一部が摩擦面を介して伝達されているため平均応力の値が実際の値に対してやや大き目に評価される傾向にあるためと思われる。実験で測定が可能なものは、母材についてはボルト孔内壁ないしは側面の応力度のみであり、板幅方向の応力度分布については測定できない。従って、母材の平均応力度は計算によって求めなくてはならないことになるが、摩擦面での伝達応力が明確では無いため、これを考慮せずに純断面の応力度を算定し、これを平均応力として用いているために、平均応力をしばしば大き目に評価する。

上記の理由は、いわば計算誤差の問題であるが、実際的な理由として、非常に高いボルト締め付け力による効果がある。ボルト締め付け力による拘束力を考えると、有効断面積の計算に孔あき板そのものの影響を加味することは面積を幾分少な目に評価することになるかもしれない。しかし、ボルトの締め付け力による効果に関する資料が現在のところ不足しているので、ここではその効果は考慮に入れずにボルト孔そのものの円形断面欠損がある場合について等価伸びばね定数の算定を行なうことにする。

以下に展開する等価伸びばね定数の定式化は継手片を 1 次元的に扱う。すなわち、有孔板を微小長さを有する棒部材の集合体と見做して定式化した。より厳密には 2 次元の問題として扱う必要があるであろう。このときには、板幅方向に変化する変形が得られることになり、これを忠実に解析モデルに反映させるには複数のばねを並列に並べる必要がある。しかしここでは、板の伸びばねを一つのばねに置換した、簡略なモデルとすることに重点を置き、上記のような 1 次元的扱をする。このような条件下では、板幅方向に関する自由度を無視することになり、伸びばねを幾分剛に算定することになる。

これは前述の仮定、すなわち、継手板を「有孔板と見做してばね定数を求める」とときには、伸び剛性を幾分低く見積もるが、この効果に対して逆の効果を与えることになる。本項の最後では、有孔板の引張試験から得られた荷重－変位関係を示し、ここで用いたいくつかの仮定に基づいた伸びばね特性との比較検討をする。

(1) 継手中間部の等価ばね定数

まず、図 2-3-1に示すような継手中間部の一要素（要素長さ ℓ ）において断面欠損の影響を考慮した等価ばね定数 k_{eq} を求める。ここで、ボルト孔の直径を d_H 、板幅を b とする。

断面欠損領域と充実断面領域に分割し、それぞれ I、II とすると、等価ばね定数 k_{eq} は断面欠損領域のばね定数を k_I , 充実断面領域のばね定数を k_{II} とすると直列ばねであるから、式 (2-3-5)で示される。

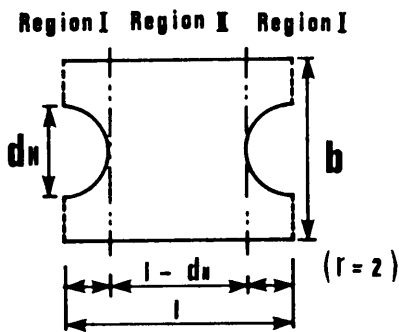


図 2-3-1 ボルト孔を有する継手部材の一要素

$k_{eq} = (k_I k_{II}) / (k_I + k_{II})$ (2- 3- 5)

ここで、 E を弾性係数、 t を板厚とすると、充実断面領域のばね定数は

$k_{II} = E b t / (\ell - d_H)$ (2- 3- 6)

となる。

一方、領域 I のばね定数 k_I は図 2-3-2のような拘束条件下において単位の荷重 $U=1$ が作用した時の変位 δ_z の逆数で与えられる。

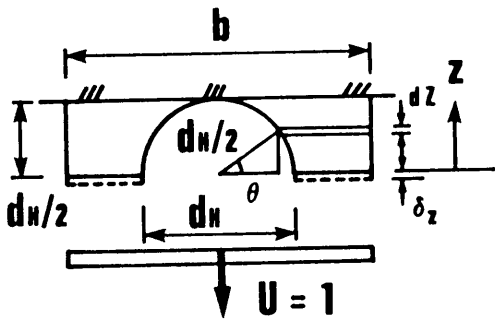


図 2-3-2 円形断面欠損部分の伸び剛性に関する説明図

従って、左右にある領域 I を考慮すると次式となる。

$$k_I = 1 / (2 \delta_z) \quad \dots\dots\dots (2-3-7)$$

任意の距離 z だけ隔たった所の断面積 A_z は次式となる。

$$A_z = (b - d_H \cos \theta) t \quad \dots\dots\dots (2-3-8)$$

ここで、 $0 \leq \theta \leq \pi/2$ である。また、応力度 σ_z , 歪み度 $d\delta_z$ はそれぞれ次式で示される。

$$\sigma_z = U / A_z = E d\delta_z / dz \quad \dots\dots\dots (2-3-9)$$

$$d\delta_z = \sigma_z dz / E \quad \dots\dots\dots (2-3-10)$$

従って、変位 δ_z は次式となる。

$$\begin{aligned} \delta_z &= \int_0^r d\delta_z \\ &= \int_0^r (\sigma_z / E) dz \\ &= \int_0^r \{ U / (E A_z) \} dz \quad \dots\dots\dots (2-3-11) \end{aligned}$$

ここで、 $U=1$ (単位) とし、さらに座標変換 $z=(d_H/2) \sin \theta$ を行なうと、

$$\begin{aligned} \delta_z &= \int_0^{\pi/2} [(d_H/2) \cos \theta / \{ E t (b - d_H \cos \theta) \}] d\theta \\ &= \{ 1 / (2 d_H E t) \} [-d_H \theta + (2 d_H b / \sqrt{b^2 - d_H^2}) \tan^{-1} \{ (b + d_H) \cdot \\ &\quad \tan(\theta/2) / \sqrt{b^2 - d_H^2} \}] \Big|_0^{\pi/2} \\ &= [b \{ \tan^{-1} \sqrt{(b+d_H)/(b-d_H)} \} / \sqrt{b^2 - d_H^2} - \pi/4] / (E t) \quad \dots\dots\dots (2-3-11') \end{aligned}$$

となる。

式(2-3-7) と式(2-3-11') より、伸びばね定数 k_I は次式となる。

$$k_I = E t / [2b \{ \tan^{-1} \sqrt{(b+d_H)/(b-d_H)} \} / \sqrt{b^2 - d_H^2} - \pi/4] \dots (2-3-12)$$

領域 I の等価断面積 $A_{I,eq}$ は、ばね定数 k_I が、

$$k_I = E A_{I,eq} / d_H \quad \dots\dots\dots (2-3-13)$$

と表わされるので、

$$\begin{aligned} A_{I,eq} &= d_H k_I / E \\ &= d_H t / 2 [b \{ \tan^{-1} \sqrt{(b+d_H)/(b-d_H)} \} / \sqrt{b^2 - d_H^2} - \pi/4] \quad (2-3-14) \end{aligned}$$

となる。

ここで、総断面積 $A_g = bt$ に対する等価断面積 $A_{I,eq}$ の比 ν (等価断面係数) を導入する。

$$\begin{aligned}\nu &= A_{I,eq} / A_g \\ &= \{d_H/(2b)\} / [b \{ \tan^{-1} \sqrt{(b+d_H)/(b-d_H)} \} / \sqrt{b^2 - d_H^2} - \pi/4] \\ &= \bar{\rho} / [2 \{ \tan^{-1} \sqrt{(1+\bar{\rho})/(1-\bar{\rho})} \} / \sqrt{1-\bar{\rho}^2} - \pi/2] \quad \dots (2-3-15)\end{aligned}$$

ここで、 $\bar{\rho}$ は全板幅 b に対する円孔の直径の比 (断面欠損比) である。

$$\bar{\rho} = d_H / b, \quad (0 < \bar{\rho} < 1) \quad \dots (2-3-16)$$

式(2-3-12)のばね定数 k_I は $\bar{\rho}$ を用いて表わすと次式となる。

$$k_I = Et / [2 \{ \tan^{-1} \sqrt{(1+\bar{\rho})/(1-\bar{\rho})} \} / \sqrt{1-\bar{\rho}^2} - \pi/2] \quad \dots (2-3-12')$$

また、等価幅 b_{eq} は次式で示される。

$$b_{eq} = \nu b \quad \dots (2-3-17)$$

さらに、等価断面積 $A_{I,eq}$ は、

$$\begin{aligned}A_{I,eq} &= \nu A_g \\ &= \nu b t \quad \dots (2-3-18)\end{aligned}$$

と表わされるので、これを式(2-3-13)に代入すると、

$$k_I = E \nu b t / d_H \quad \dots (2-3-19)$$

となる。

従って、等価ばね定数の式に上式と式(2-3-6)を代入すれば、

$$\begin{aligned}k_{eq} &= (k_I k_{II}) / (k_I + k_{II}) \\ &= \{E \nu b t / d_H \cdot E b t / (\ell - d_H)\} / \{E \nu b t / d_H + E b t / (\ell - d_H)\} \\ &= E b t / [\ell + d_H \{(1 - \nu) / \nu\}] \quad \dots (2-3-20)\end{aligned}$$

となる。

(2) 継手端部の等価ばね定数

継手端部は、図 2-3-3に示すように領域Ⅰ、Ⅱの各1領域で構成されている。従って、領域Ⅰのばね定数は式(2-3-12)から簡単に次式のようにになる。

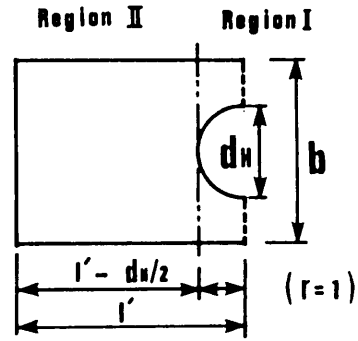


図 2-3-3 ホール孔を有する継手端部の板要素

$$k_I = Et / \{ \{ \tan^{-1} \sqrt{(1+\bar{\rho})/(1-\bar{\rho})} \} / \sqrt{1-\bar{\rho}^2} - \pi/4 \} \dots (2-3-21)$$

また、このとき等価断面係数 ν は式(2-3-15)と等しくなる。

$$\begin{aligned} \nu &= A_{I,eq} / A_g \\ &= \bar{\rho} / [2 \{ \tan^{-1} \sqrt{(1+\bar{\rho})/(1-\bar{\rho})} \} / \sqrt{1-\bar{\rho}^2} - \pi/2] \dots (2-3-15) \end{aligned}$$

従って、

$$k_I = \nu Ebt / (d_H/2) \dots \dots \dots (2-3-22)$$

また、領域Ⅱのばね定数は

$$k_{II} = Ebt / \{ \ell' - (d_H/2) \} \dots \dots \dots (2-3-23)$$

であるから、全体のばね定数は次式で示される。

$$\begin{aligned} k_{eq} &= (k_I k_{II}) / (k_I + k_{II}) \\ &= Ebt / [\ell' + (d_H/2) \{ (1 - \nu) / \nu \}] \dots \dots \dots (2-3-20') \end{aligned}$$

(3) 等価伸びばね定数に関する一般式

以上の検討結果をまとめると、総断面積 A_g 、要素長 ℓ の継手要素内に直径 d_H の半円形の断面欠損部分（領域Ⅰ）が r 個（ $r= 1$ or 2 ）と充実断面部分（領域Ⅱ）が混在する場合の伸びばね定数 k_e は次に示す2式によって計算することができる。

$$k_e = EA_g / [\ell + rd_H \{ (1 - \nu) / \nu \} / 2] \dots \dots \dots (2-3-24)$$

ここで、 ν は断面欠損部分における等価断面係数であり、次式で示される。

$$\nu = \bar{\rho} / [2 \{ \tan^{-1} \sqrt{(1+\bar{\rho})/(1-\bar{\rho})} \} / \sqrt{1-\bar{\rho}^2} - \pi/2] \dots (2-3-25)$$

図 2-3-4は $\bar{\rho}$ の値に対する ν の変化を示したもので、図中の実線は式(2-3-25)を $0 < \bar{\rho} < 1$ の範囲について示したものであり、また一点鎖線は比較のために一辺長が d_H の正方形の断面欠損部分がある場合の等価断面係数($\nu^* = 1 - \bar{\rho}$)を示すものである。当然、矩形の断面欠損に対して円孔断面欠損の場合は等価断面係数は大きく、両者の差は $\bar{\rho}$ が小さい時すなわち板幅に対して欠損部分が少ないときには小さく、また逆に $\bar{\rho}$ が大きいときには大きい。

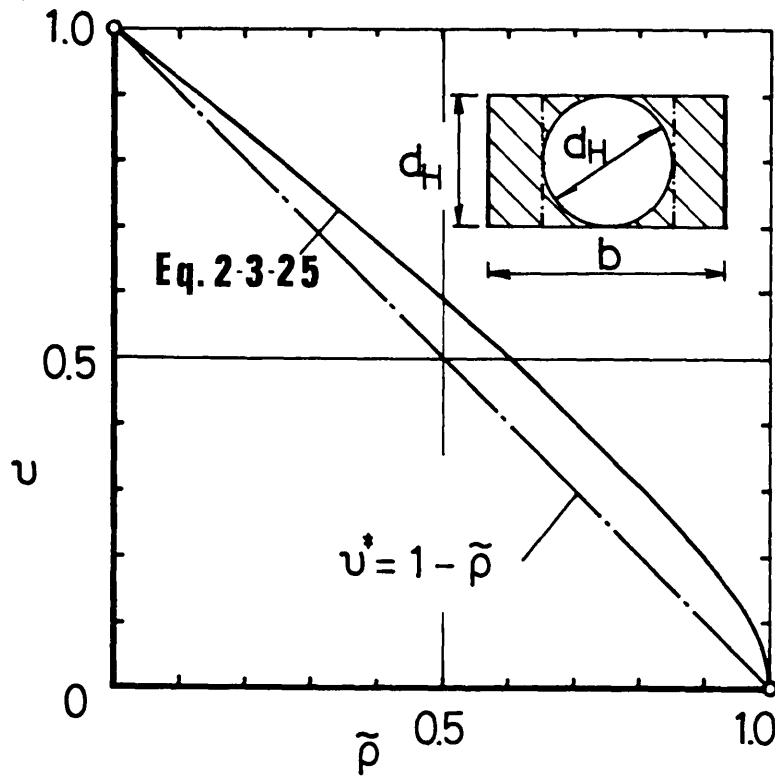


図 2-3-4 $\bar{\rho}$ と ν の関係を示す曲線

式(2-3-25)で示される、断面欠損比 $\bar{\rho}$ と等価断面係数 ν の関係を $\bar{\rho}$ をパラメータとして計算した結果をAppendix 4. に示す。本表により簡単に等価断面係数を知ることができる。例えば、ゲージライン間隔を $3.5d_H$ とした直交配置の場合は、 $\bar{\rho}$ の値は0.29程度であり、そのときの ν の値は0.767程度である。

(4) 有孔板の伸びばねに関する試験

有孔板の引張試験を行ない、式(2-3-24)で示される伸びばね定数の精度の確認を試みた。供試片は、板厚24mm、板幅74mmのSM50YB材（降伏応力度 3600 kg/cm^2 ）であり、これに直径22.5mmのボルト孔が設けられている。

引張試験の概略を図 2-3-5、写真 2-3-1に示す。変位は東京測器研究所製のパイ型変位変換計（PI-2-50、計測範囲 $\pm 2\text{mm}$ 、標点距離 50mm）を用いて計測した。

変位変換計はL字型の取り付け金具で供試片に取り付けており、このため実際の標点距離は 64mm

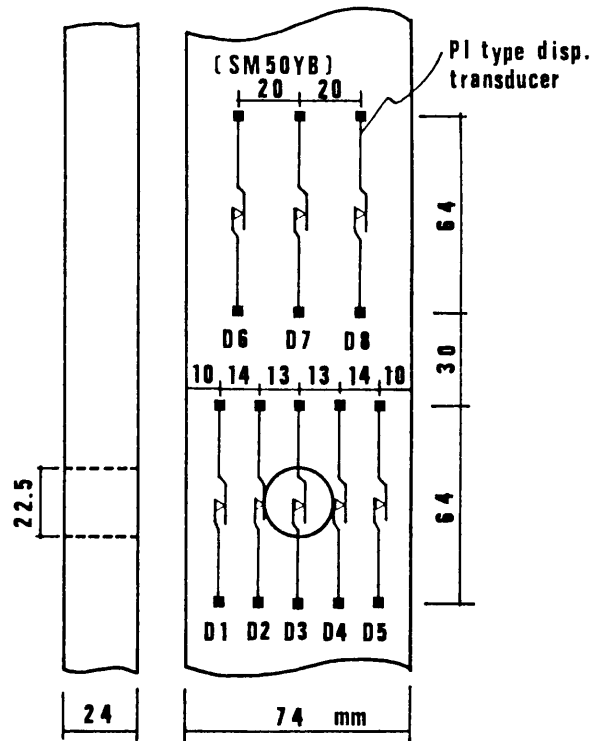


図 2-3-5 有孔板の伸び変形に関する試験の概略図（継手片の寸法と変位計の取り付け位置）

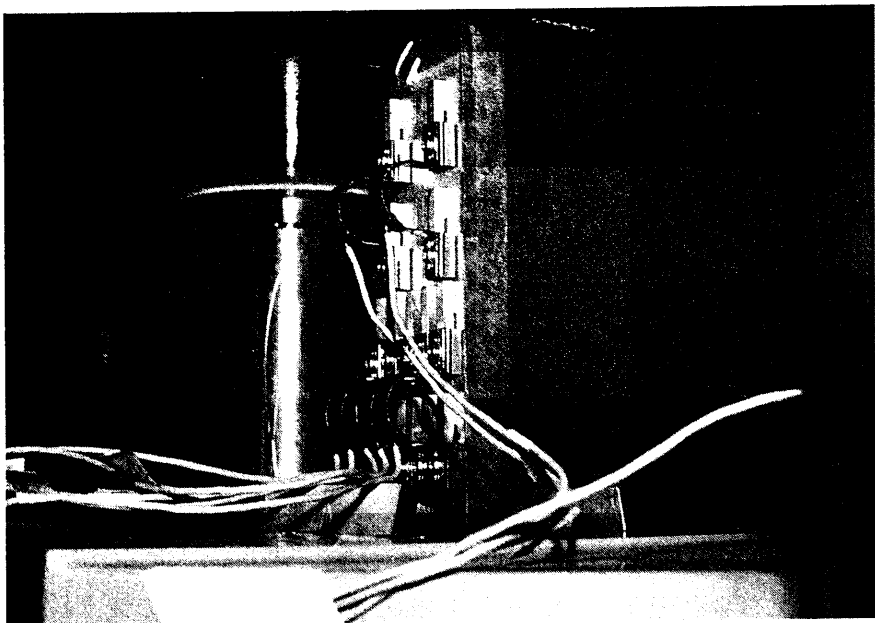


写真 2-3-1 有孔板の伸び変形に関する試験の外観

となっている。また、変位変換計は断面欠損部分を含む領域に5個（D1～D5）、充実断面領域に3個（D6～D8）それぞれ左右対称に並列配置した。引張試験は図2-3-5に示したように、ボルト孔を空けたままの状態の他に、F8T-M22ボルトを標準軸力（13.3 ton）で締め付けた場合についても行ない、ボルト締め付け効果を調べることにした。ただし、ボルトを締め付けたときには、D2～D4の変位変換計は取り付けができず、この箇所の測定結果は得られていない。

図2-3-6は有孔板引張試験結果のうちの、荷重－変位関係をプロットしたものである。

試験片の純断面降伏荷重は44.5 tonであるが、載荷は34 tonまでとし、2 ton刻みで変位の計測を行なった。

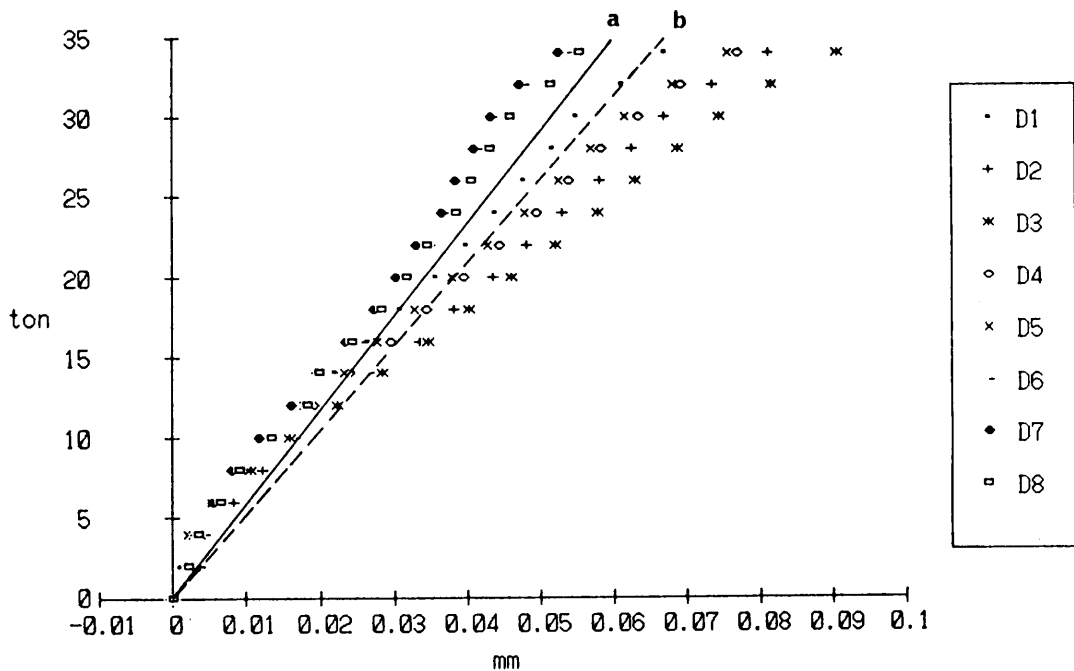


図 2-3-6 有孔板の荷重－変位関係（実線 a は充実断面領域の伸び剛性、破線は式 (2-3-24)、式 (2-3-25) から求めた有孔板の伸び剛性）

充実断面領域の、D6～D8の荷重－変位関係は良くそろっており、ほぼ同一の直線で表わすことができる。これに対してボルト孔を含む領域の荷重－変位関係は、14ton程度以上の荷重段階においては、荷重の増加に伴って変位量に差が現われる。これは測定箇所によって明確に特徴づけられ、円孔の中心位置での変位D3が一番大きく、D2，D4→D1，D5と試験片の側方に近づくに連れて変位量が少なくなっている。この様子を、縦

軸に変位をとり、10, 20, 30 tonの各荷重段階の変位分布を示したのが図 2-3-7である。

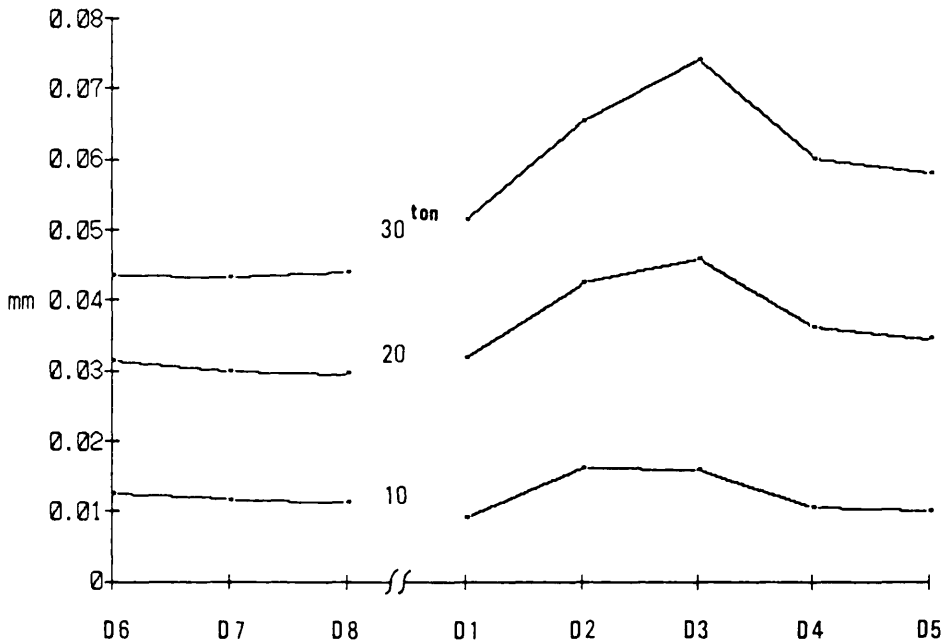


図 2-3-7 有孔板の変位分布図

図 2-3-6において、荷重は純断面降伏応力以下であるにもかかわらず円孔を含む箇所の荷重－変位関係は若干ソフトスプリング型の非線形性を示している。円孔周縁の応力集中係数は3であるから、局所的な降伏開始時の荷重は 14.8 ton 程度と算定されるが、これは変位量に差の現われる所とちょうど一致している。

図 2-3-6中に充実断面領域の伸び剛性を $k = EA_g / \ell = 583 \text{ ton/mm}$ (ここで、 $E = 21.0 \text{ ton/mm}^2$, $A_g = 1776 \text{ mm}^2$, $\ell = 64 \text{ mm}$) として算定したときの荷重－変位関係を実線 (a) で示した。また、断面欠損係数 ν を、式(2-3-25)を用いて計算し ($\nu = 0.7557$, $\therefore \bar{\rho} = 0.3041$)、これと、 $r = 2$, $d_H = 22.5 \text{ mm}$ などにより、有孔板の伸び剛性を示す式(2-3-24)を用いたときの剛性、 $k_e = 523 \text{ ton/mm}$ に基づく荷重－変位関係を破線 (b) で示した。

(a), (b) の伸び剛性と試験で得られた剛性を比較すると、充実断面領域においては非常に良い一致が見られるが、有孔領域では、ボルト孔周縁に局所的な降伏が始まるときの荷重、14.8 ton 付近以後において理論値の剛性が幾分高めとなっている。

図 2-3-8は高力ボルトの締め付け効果により、図 2-3-6などに見られた伸び剛性の非線形性がどの程度変化するかを検討するために、標準軸力でボルトを締め付けた時とボルト軸力を零としたときの荷重－変位関係を比較したものである。高力ボルトを取り付けたときには有孔領域において非線形性が明確に現われるD 2～D 4の箇所で計測できず、D 1，D 5，D 6，D 8の4箇所で計測となっている。実線はボルト軸力Nが零の場合であり、□を直線で結んだものがボルト軸力N = 13.3 ton のときのものである。また、これらの曲線はそれぞれD 1，D 5（有孔領域）またD 6，D 8（充実断面領域）の位置で計測された変位を平均したものであり、それぞれD 1，5、D 6，8と表わした（N = 13.3tonの場合は*を付けた）。

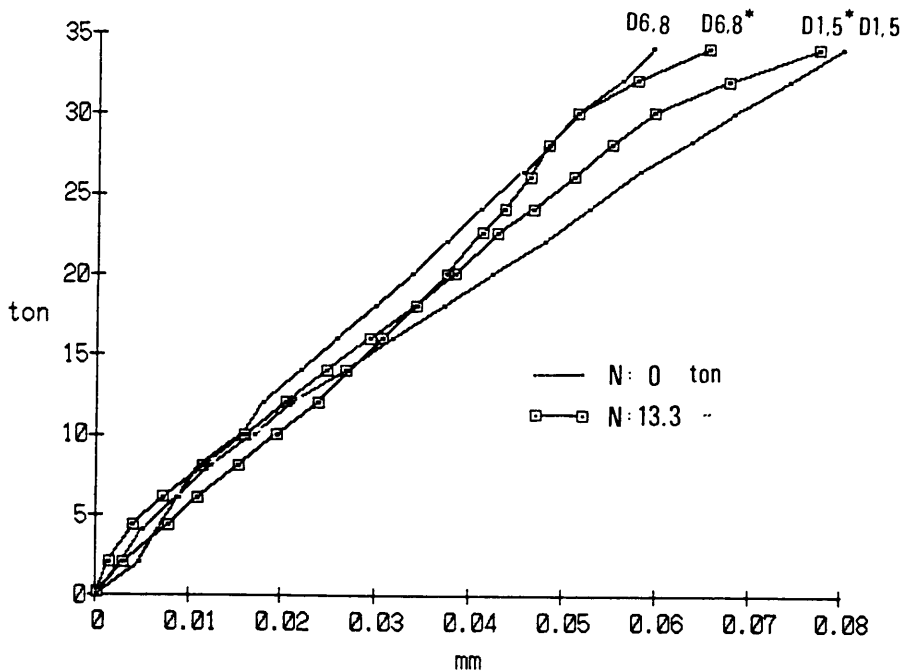


図 2-3-8 円孔をボルトで締め付けたときの伸び剛性に対する効果

高力ボルトを締め付けない（N=0 tonとした）場合には、D 1，5とD 6，8の2曲線の開きが大きく、またD 1，5曲線は前述のように円孔周縁に局部的な降伏が現われるときの荷重 14.8 ton 付近で勾配の変化が見られる。

これに対して、高力ボルトを締め付けた場合にはD 1，5* とD 6，8* の2曲線の開きが小さくなっており、D 1，5* 曲線の勾配は14.8 ton付近では明瞭な変化が見られない。この勾配の変化はやや遅れて、20～30 ton付近に現われており、ボルトの締め付けに

よって円孔周縁の応力集中を緩和させる働きをしていることが分かる。試みに、荷重20～30 tonで局所的な降伏が始まったとして応力集中係数を計算すると、1.5～2程度となる。

ボルトを締め付けたときの曲線の勾配変化は大きく、当試験の最大荷重 34tonでの伸び変位量は、ボルトをしめなかったときのものとほぼ同じ程度の値となっている。従って、純断面が降伏するような荷重段階においては、ボルトの締め付け効果はあまり期待できないようである。

以上の有孔板引張試験結果から、前述の等価伸びばね定数 k_e を評価すれば、 k_e は有孔板の伸び剛性よりも幾分剛性が高いが、ボルト締め付け効果を考慮すれば、かなり良い近似となっているといえる。ただし、純断面が降伏するような荷重状態では、荷重－伸び変位関係の非線形性が強くなるので、伸び変位を過小に見積もる可能性がある。

2・3・3 セン断ばね特性

継手に荷重が作用すると、継手を構成する各部材の中心軸のずれに起因するせん断変形が生じる。さらに高度の応力が作用し、部材内部のせん断応力が増加してこれが摩擦面の摩擦抵抗力を超すようになると、微小すべりが生じる。ここで、摩擦抵抗力は摩擦係数とボルト軸力の大きさによって決定されるが、ポアソン比による板厚の変化によってボルト軸力に変動が起こることを考慮するならば、摩擦抵抗力も部材軸方向応力の関数として扱う必要がある。

微小すべりは応力が集中する継手端部から発生するため、継手内部にはすべりが生じている部分と生じていない部分が混在することになる。また、繰返し荷重が作用する場合には、除荷時には逆方向の微小すべりが生じることもあるであろう。剛体－ばねモデルにおいては、これらの挙動を単一のせん断ばねを用いて表現しなくてはならず、これをどのように処理するかが最も重要な課題となる。

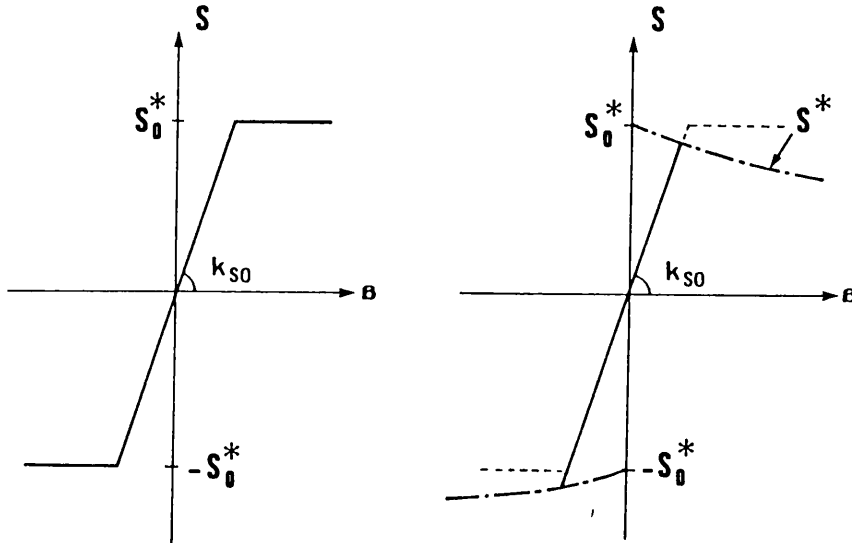
継手部材内部のせん断応力に対する変形およびすべり変位は剛体－ばねモデルにおいてボルト中心軸位置における母材－添接板重心間の相対変位($\beta = w_{BP} - w_{SP}$)で代表される。せん断力 S と相対変位 β の関係は微小すべり発生以前はせん断応力場における力－変位関係と同じものを考えれば良い。また、すべり発生後、せん断力 S はその時点におけるすべり限界せん断力（摩擦抵抗力） S^* を超すことはできないから、 S^* で頭打ちの状態になる。

ここで、 S^* は摩擦係数 μ とボルト軸力 N 、さらに i 番目のボルトを示す添字(i)を用いて次式で表される。

$$\begin{matrix} (i) & (i) \\ S^* & = \mu N \end{matrix} \dots\dots\dots (2-3-26)$$

ボルト軸力 N を初期導入軸力 N_{in} のまま一定としたときは S^* も一定となるので、せん断に関する力－変位関係はせん断力 S を縦軸に、また相対変位 β を横軸にとったときには図 2-3-9(a) に示すような、完全弾塑性型の応力－歪み関係に似たものとなる（ここで、 S_{0*} は初期導入軸力に対するすべり限界せん断力を示す。また、 k_{so} は初期せん断ばね定数である）。しかし、継手部材はポアソン比に起因する板厚の減少および増加があり、これによって、ボルト軸力 N は変化することになる。従って、式(2-3-26)で示されるすべり限界せん断力も変動することになる。ボルト軸力変化については次項で詳しく述べるが、一般にボルト軸力は継手部材に圧縮力が作用すると増加し、引張力の作用下では減少するので、相対変位 β の増減に伴ってすべり限界せん断力 S^* も変動する。このとき、せん断

力-相対変位の関係は微小すべり発生以前では線形であるが、微小すべりが発生した場合は非線形となる。すなわち、継手に引張応力が作用する場合はボルトの軸力抜けにより初期導入軸力に対する限界すべりせん断力 S_0^* に達する僅か前にすべりが発生する。また圧縮力作用下ではボルト軸力が増加するので、 $-S_0^*$ に達してもすべりは発生せず、それより多少遅れることになる。これを模型的に描いたのが図 2-3-9(b) である。



(a) 一定軸力を仮定したときの $S^* - N$ 関係略図。 (b) 変動軸力を仮定したときの $S^* - N$ 関係略図。

図 2-3-9 セン断ばね特性に関する説明図

交番载荷における除荷時には初期せん断ばね剛性 k_{s0} と同じ傾斜でせん断力が減少すると仮定してもよいであろう。また、除荷がさらに進むと逆方向のすべりが生じるであろう。これらの事柄を総合すると、図 2-3-10(a) に示すような履歴型のせん断ばね特性が得られる。ここで、 β^*_{rev} は载荷方向が逆転するときの母材-添接板重心間の相対変位 β を示す。 β^*_{rev1} と β^*_{rev2} で载荷方向が反転するような繰返し荷重が加わる場合には図中、 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F$ のような経路をとる。このときの母材と添接板の変形および、すべり挙動を略図で示したのが図 3-2-10(b) である。摩擦面に生じるせん断力 S は β の増加とともに初期せん断ばね定数 k_{s0} を勾配として限界すべりせん断力 S^* (図中、一点鎖線) に到達するまで線形に増加する。ポアソン比に起因する板厚変動の影響を考慮するとせん断力 S は各荷重段階に応じて変化するすべり限界せん断力 S^* を超えることができず、すべりながらその線上を移動することになる。

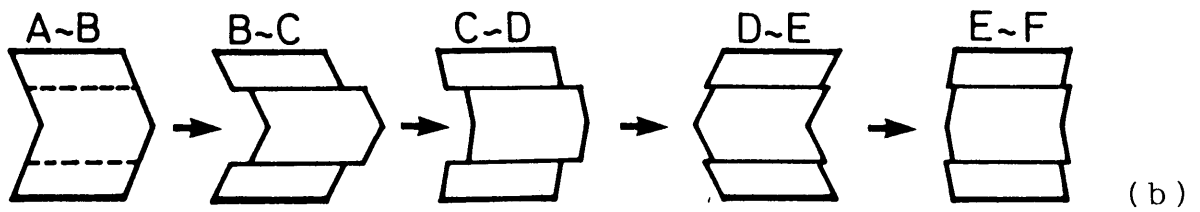
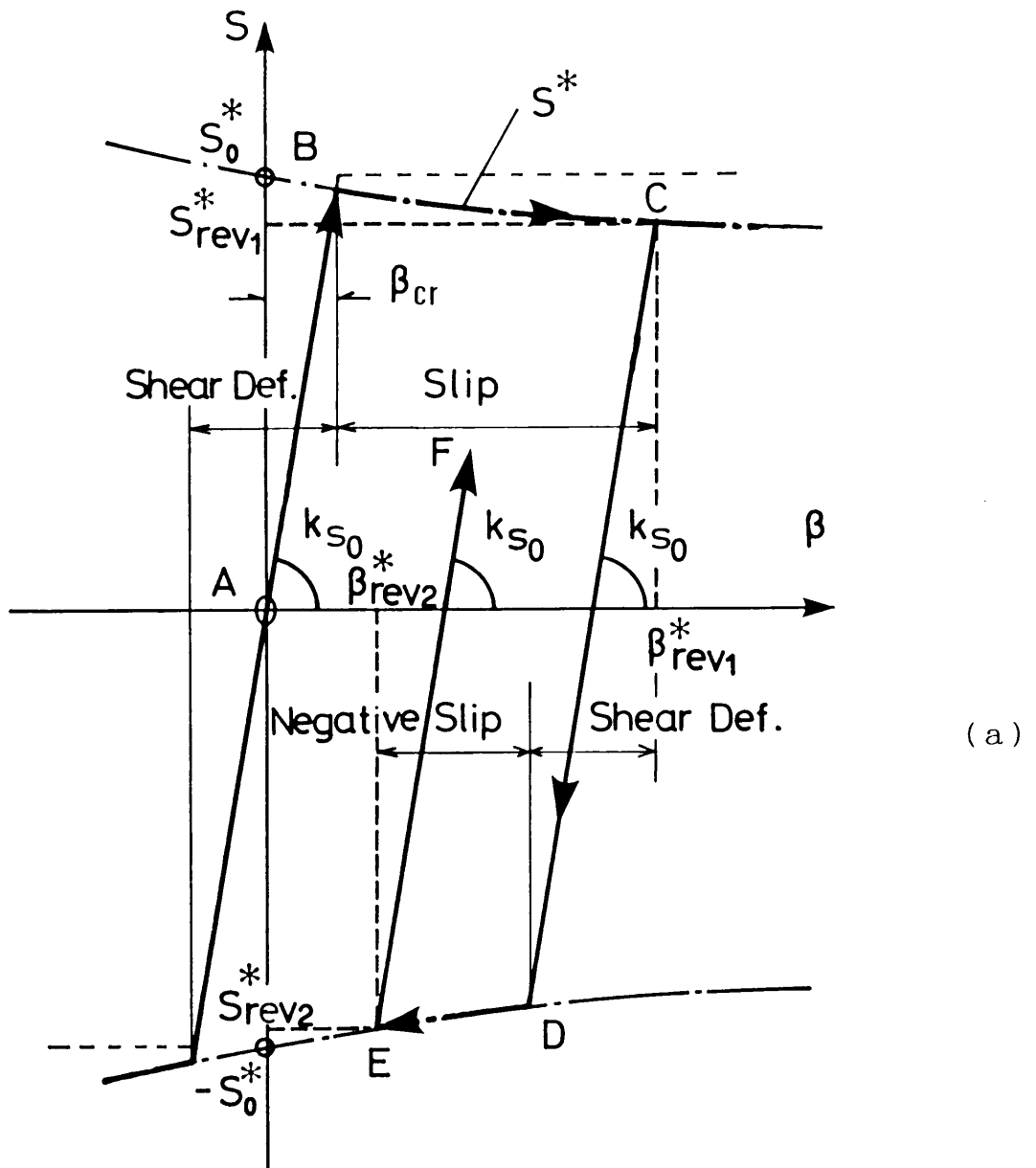


図 2-3-10 せん断ばねの履歴型ばね特性

除荷時（C→D）、Sは再び勾配 k_{so} で減少し、履歴曲線が β 軸と交わるときせん断変形は零となる。以後、逆方向のせん断変形が生じ、D点で再びすべり限界に達する。D→E間はB→C間に対して逆方向のすべりとなるが、この間のすべりを”逆すべり”と以後呼ぶことにする。逆すべりを発生させないための条件は、荷重を零まで除荷するような繰返し荷重下では、正のすべり量（B～C間）を限界せん断変形量 β_{cr} （A～B間）以下にすればよいことになる。

再加荷（E点）後は再び勾配 k_{so} でせん断力が増加することになる。
図2-3-10に示される繰返し荷重下におけるせん断力Sはそれぞれ次式で表わされる。

A～B 区間： $S = k_{so} \beta$

B～C "： $S = S^*$

C～D "： $S = S^*_{rev1} - k_{so} (\beta^*_{rev1} - \beta)$ (2-3-27)

D～E "： $S = - S^*$

E～F "： $S = S^*_{rev2} - k_{so} (\beta^*_{rev2} - \beta)$

式（2-3-27）における S^* は式（2-3-26）で示され、継手内部の応力状態によって値が異なる。
一方、継手内部の応力状態を求める平衡方程式は S^* を含むため、ひとたび局部すべりが発生すると解析系は非線形系となる。このため平衡解は収束計算などによって求めることになる。

2・3・4 高力ボルトの荷重－変形性状

前項の式(2-3-26)で示される、すべり限界せん断力 S^* はボルト軸力の関数となっている。本項では高力ボルトの荷重－変形性状について過去の研究成果の概要を示し、これらのボルト特性をどのようにモデル化したら良いかについて述べる。

(1) 単純引張り時の荷重－変形性状

橋本⁴⁴⁾は、ウィットねじからメートルねじへの変更にともない、新たに 2種(F10T)高力ボルトの単純引張りに対する荷重－変形 ($N-\delta$) 性状を実験により調べた。調査項目は変形性能、伸び剛性、降伏荷重、最大荷重などである。実験に使用したボルトはJIS B 1186 (摩擦接合用高力六角ボルト、六角ナット、平座金のセット) 規定に従う 2種類 (JIS表示許可工場である 2社の製品) であり、それぞれについて 4種類のボルト径 d (M16, M20, M22, M24) また原則として呼び径の 3、4、5、6、7、10倍の 6種の首下長さ ℓ 。(実際には首下長さのマーケットサイズは 5mm毎であるため^{45)~48)}、端数を 5または 0に切り上げあるいは切り捨てをしている)、および各々の首下長さのボルトについて 5種の遊びねじ部長さ ℓ_N (ねじ山数で 0、1、2、4、8) を持つものに対して同一実験に 3本宛、供試体総数420本の引張試験が行なわれた。その実験結果の概略を示す。

尚、2社のボルトの主要部寸法 (図2-3-11に示す各寸法) および機械的性質は殆ど同一であり、製造元による差は不完全ねじ部長さにおける若干の違いを除いては殆どないことが明記されている。また、この論文の全編を通してボルトの降伏荷重、最大荷重、伸び能力は「遊びねじ部の山数 ℓ_N 」による影響が顕著であると報告されている。

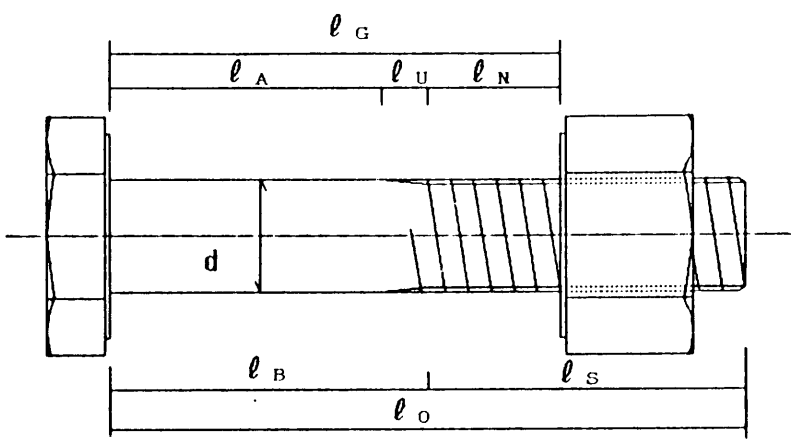


図 2-3-11 ボルト基本寸法記号

図2-3-11におけるボルトの寸法を表す記号はそれぞれ、

- d : ボルト円筒部直径 (mm)
- ℓ_o : ボルト首下長さ (mm)
- ℓ_A : ボルト完全円筒部長さ (mm)
- ℓ_B : 不完全ねじ部を含むボルト円筒部長さ (mm)
- ℓ_N : 遊びねじ部長さ (mm)
- ℓ_U : 不完全ねじ部長さ (mm)
- ℓ_S : ねじ部長さ (mm)
- ℓ_G : ボルト頭座面とナット座面間距離 (グリップ長さ) (mm)

である。

ボルトの $N - \delta$ 曲線模式図は図2-3-12で示される。

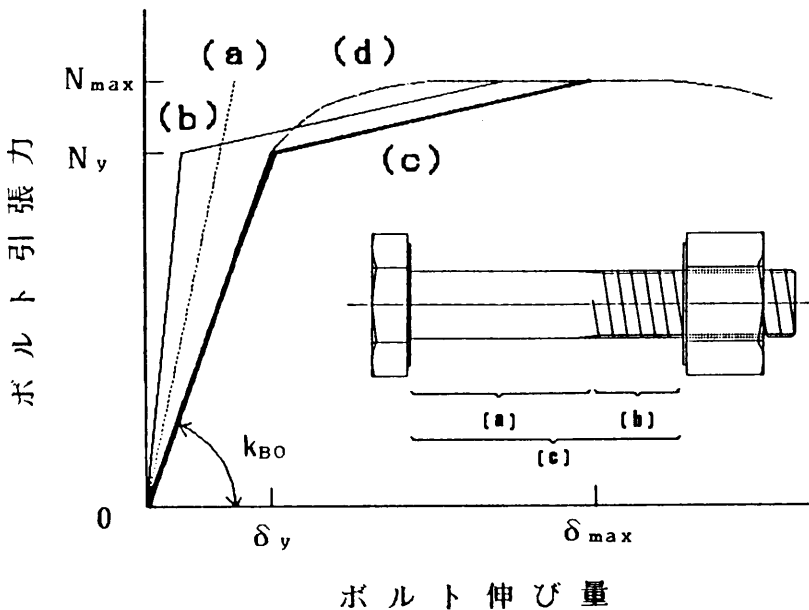


図 2-3-12 高力ボルトの $N - \delta$ 曲線模式図

すなわち、最大荷重時でもボルト円筒部は弾性範囲に留まっているものと見なせるので、弾性変形している円筒部（図2-3-12の (a) 直線）と、最大荷重時には塑性化するねじ部などの変形（(b) 曲線）の和として (c) に示す折線で仮定できるとしている。図中、ねじ部の (b) 線の初期剛性が円筒部の (a) 線のものに比べて低く表わされているのは、ねじ部長さが円筒部長さより短いボルトを想定したためである。従って、同じ長さのものを比較するならば、(a) 線の初期剛性が (b) 線よりも高くなり、(c) 線は (a) 線と (b) 線の間位置することになる。尚、(d) は実験で得られる代表的な $N - \delta$ 曲線である。

図2-3-12におけるボルトの降伏荷重 N_y 、最大荷重 N_{max} およびそれらに対する伸び量 δ_y 、 δ_{max} などと遊びねじ部の山数 n との相関性が検討された。その結果、以下に示すような回帰式が得られている。

ボルトの降伏応力度 σ_y :

$$\sigma_y = \left(\frac{2.00}{n^2 + 9.82} + 0.85 \right) {}_P\sigma_y \dots\dots\dots (2-3-28)$$

ここで、 n は遊びねじ部の山数、 ${}_P\sigma_y$ はボルトから削り出した4号引張り試験片による降伏応力度 (kg/mm^2) である。

また、最高荷重時のボルト有効断面部分の応力度 σ_{max} は4号試験片による最大応力度、 ${}_P\sigma_{max}$ を用いて次式で示されている。

$$\sigma_{max} = \left(\frac{1.14}{n^2 + 7.70} + 0.96 \right) {}_P\sigma_{max} \dots\dots\dots (2-3-29)$$

従って、降伏荷重 N_y および最大荷重 N_{max} はボルトのねじ部有効断面積 A_e を乗じて求められ、

$$N_y = \sigma_y A_e \dots\dots\dots (2-3-30-1)$$

$$N_{max} = \sigma_{max} A_e \dots\dots\dots (2-3-30-2)$$

となる。

ボルトの初期剛性 k_{B0} に関しては次式が得られている。

$$k_{B0} = \frac{A_B E_B}{\ell_G} \left(0.849 - 0.227 \frac{d}{\ell_B} \right) \dots\dots\dots (2-3-31-1)$$

ここで、

A_B : ボルト円筒部断面積 (mm^2)、 E_B : 弾性係数 (21 ton/mm^2) である。

ボルトの初期剛性は遊びねじ部の山数よりもグリップ長さ ℓ_G に依存するとして、上式が遊びねじ部の山数 n の関数となっていないことが注目される。

ただし、式(2-3-31-1)は、非常に大きな d/ℓ_B の値を持つデータが数個含まれており、このために全体的に剛性が幾分低くなっている。図2-3-13に式(2-3-31-1) (図中に破線で示した) と、このバックデータ (□:M16, +:M20, ◇:M22) を示す。

試みに、 d/ℓ_B の値が 1.0 を超えるような短いボルトを除いて、さらに文献 8) で行なわれた高力ボルト引張り試験結果 (\triangle :M24, \times :M30) を加えて回帰分析すると次式が得られる。

$$k_{B0} = \frac{A_B E_B}{\ell_G} \left(0.928 - 0.499 \frac{d}{\ell_B} \right) \dots\dots\dots (2-3-31-2)$$

次章以後の解析においては、より現実的なデータを用いた回帰分析結果である上式(2-3-31-2)を用いている。

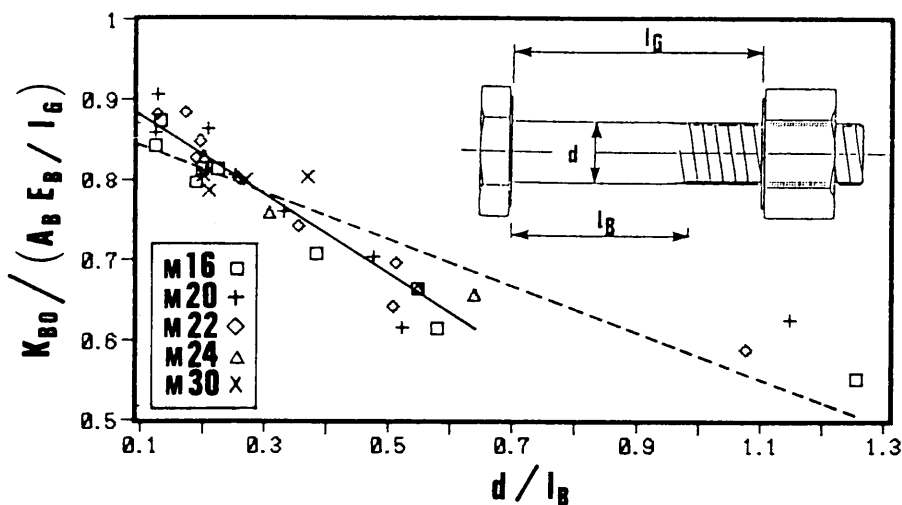


図 2-3-13 高力ボルトの等価引張剛性

最大荷重時の伸び量 δ_{\max} は次式となる。

$$\delta_{\max} = \frac{N_{\max} \ell_A}{A_B E_B} + (0.2918 + 0.0237 n) p_i \dots\dots\dots (2-3-32)$$

ここで、

- ℓ_A : ボルト完全円筒部長さ (mm)
- p_i : ねじのピッチ ($p_{16}=2.0, p_{20}=2.5, p_{22}=2.5, p_{24}=3.0, p_{30}=3.5$ mm)

である。

さらに、降伏時の伸び量 δ_y は降伏荷重 N_y を初期剛性 k_{B0} で除して次式のように求められる。

$$\delta_y = N_y / k_{B0} \dots\dots\dots (2-3-33)$$

橋本によるF10T高力ボルトの JIS Z2201の規定に従う 4号試験片 (標点距離50mm、直径14mmの円形断面) 引張試験結果 (9~18本の平均) は表 2-1に示すとおりであり、また全ての試験結果を総合すると平均降伏応力度は $p\sigma_y=104.4$ kg/mm²、平均最大応力度 $p\sigma_{ma}$

$\sigma_x=109.8 \text{ kg/mm}^2$ となる。従って、実際の最大応力度はJIS によるF10Tの規定値より約1割程度高くなっていることがわかる。

ボルト径	種類	$P \sigma_y$	$P \sigma_{max}$
M16	A 社	103.3	108.3
	B 社	104.2	110.1
M20	A 社	102.6	107.6
	B 社	104.4	110.4
M22	A 社	103.0	109.6
	B 社	106.0	111.1
M24	A 社	103.9	107.7
	B 社	108.0	113.7

(kg/mm²)

表 2 - 1 4号試験片引張試験結果 [文献44) より引用]

表 2-1に示された平均降伏応力度、平均最大応力度それぞれについて低い方の値をとり、 $P \sigma_y=103 \text{ kg/mm}^2$ 、 $P \sigma_{max}=108 \text{ kg/mm}^2$ として、上記の実験式に基づいてF10T高力ボルトのM20, M22, M24 計 3種について荷重－変形性状を求めた結果を参考までにAppendix 6. の表 6 - 1と表 6-2-1, 5-2-2 に示した。これらは、 n :遊びねじ部の山数、 m :ボルト頭座面－ナット座面間距離（グリップ長さ） ℓ_G をボルト径 d の整数倍で表わすときのパラメータ ($m = \ell_G / d$) などを用いて整理されている。

図 2-3-14(a), (b)は試みに、式(2-3-28, 29, 30-1, 30-2, 31-2, 32, 33) を用いてM22ボルトの場合の荷重－変形関係を求めてみたものである。(a)は遊びねじ部の山数の影響を調べるためにグリップ長さを一定 ($m=4$, $\ell_G = 22 * 4=88 \text{ mm}$) としたものであり、(b)はグリップ長さの影響をみるために遊びねじ部の山数を一定 ($n = 4$) としたものである。

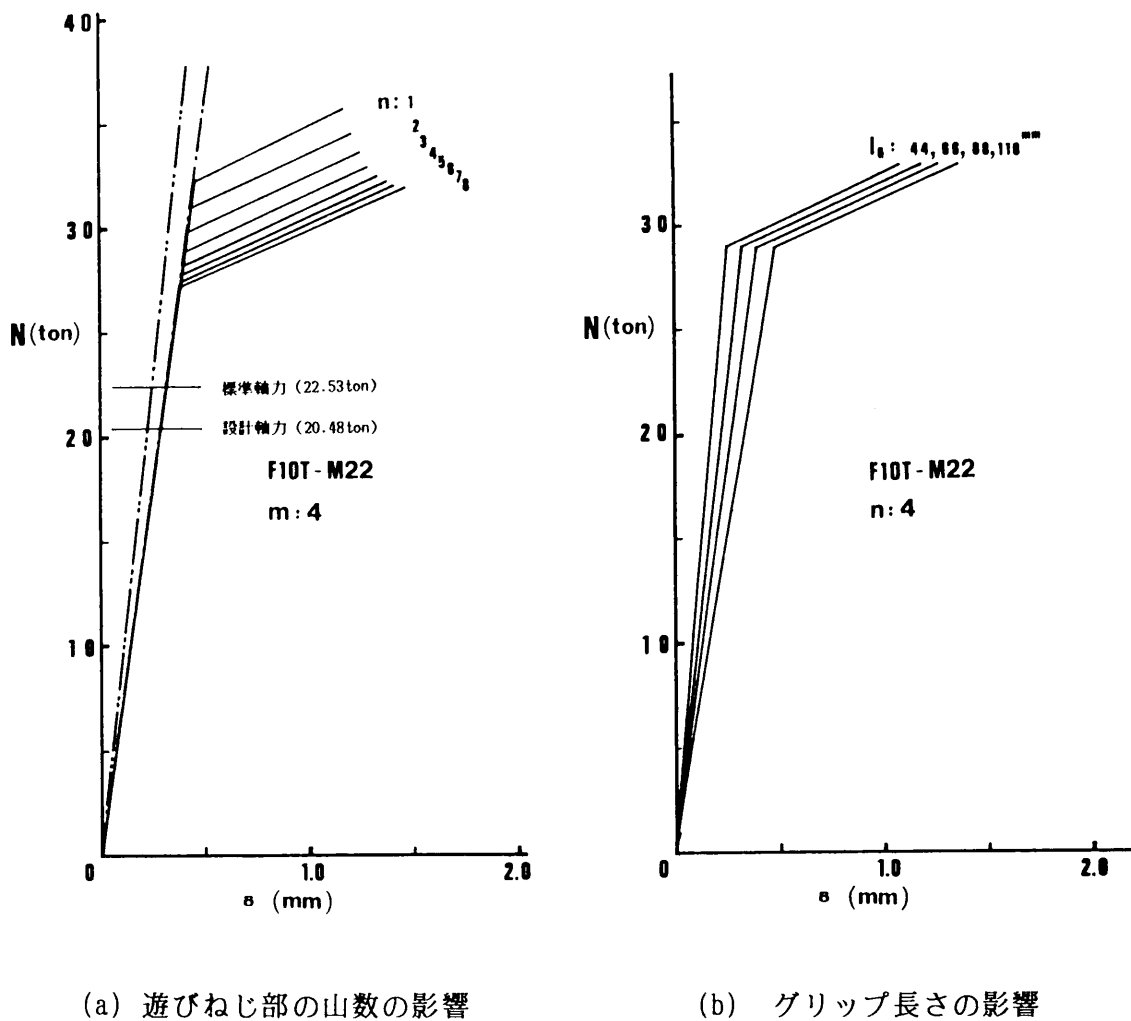


図 2-3-14 M22 高力ボルトの荷重－変形関係（式(2-3-28)～ 式(2-3-33)による。）

M22ボルトのねじ部長さはJIS規格によれば40mm + 0～6 mmであり、これにナット高さ
と余長を考慮すると遊びねじ部の山数 n は 4～ 5程度となるが、参考のために n を 1～ 8ま
で変化させた。

遊びねじ部の山数が多くなると殆ど同一の荷重－変形性状をもつようになることが分か
る。ボルトの初期剛性はねじ部の有効断面積を等価断面積 A_{eq} として用い、グリップ長さ
 ℓ_g および弾性係数 E_B により次式で計算した値が実験結果に近いようである。

$$K_{BO} = A_{eq} E_B / \ell_g \quad \dots\dots\dots (2-3-34)$$

(図中の一点鎖線は等価断面積に有効断面積を使ったときの剛性を示し、また二点鎖線は等価断面積にボルト円筒部の断面積を用いたときの剛性を示したものである。)

図 2-3-14(b)は 4種類のグリップ長さ ($\ell_g = 44, 66, 88, 110 \text{ mm}$) に対する荷重－変形性状を示したものである。遊びねじ部の山数を一定にしているために降伏荷重、最大荷重は等しくなる。初期剛性の違いはグリップ長さ ℓ_g が異なるためである。 ℓ_g が異なるのに対して、降伏時から最大荷重時の間の伸び量が殆ど等しい (4種類の荷重－変形線が降伏以後ほぼ平行線となっている) のは、この間の変形が遊びねじ部で主に進行しているためである。

従って、ボルトが降伏した後の剛性 k_{By} は遊びねじ部の山数 n とボルト径をパラメータとしてほぼ表すことができるようである。実際、降伏後、最大荷重に達するまでの変形を計算したところグリップ長さ ℓ_g の変化に対して若干変動する (ℓ_g が大きくなると、 $[\delta_{max} - \delta_y]$ もやや大きくなる) ものの、その差は非常に僅かであった。そこで、 $m=4$ 、すなわちグリップ長さがボルト径の 4 倍のときの $[\delta_{max} - \delta_y]$ を用い、これを基準値として次式による降伏以後の剛性の計算を試みた。

$$k_{By} = (N_{max} - N_y) / (\delta_{max} - \delta_y)$$

.....(2- 3-35)

n	k _{By} (ton/mm)		
	M20	M22	M24
1	3.0	4.1	4.6
2	3.0	3.8	4.5
3	3.0	3.9	4.5
4	2.9	3.8	4.5
5	3.0	3.8	4.5
6	3.0	3.8	4.4
7	2.8	3.7	4.2
8	2.8	3.6	4.1

表 2- 2 高力ボルトの降伏後の剛性 k_{By}

その結果を表 2-2に示すが、 1～ 8の遊びねじ部の山数に対する k_{By} の変動は僅かであり、このことから降伏以後の剛性はおおよそ、

M20	$k_{By} = 3.0 \text{ t/mm},$
M22	" = 4.0 t/mm,
M24	" = 4.5 t/mm

程度であると思われる。これらの値は、ほぼボルトの有効断面積に比例している。従って、M30 ボルトの k_{By} を比例計算すると $k_{By} = 6.88 \text{ t/mm}$ となり、これからM30 の場合は、次のように推定できる。

M30	$k_{By} = 7.0 \text{ t/mm}$
-----	-------	-----------------------------

継手に圧縮応力が作用する場合、例えば曲げを受ける継手の圧縮側では継手片の板厚はポアソン比により僅かながら増加する。このときボルトに降伏荷重に近い初期軸力が導入されているとするとボルトは降伏域に入ることになる。上記のボルトの降伏以後の剛性値はそのときのボルト軸力変化の与え方に関する一資料となる。

以上の結果は単純引張応力下の高力ボルトの伸び性状に関するものであった。しかし、実際には、施工時に引張とともにねじり力が作用することになる。このときの高力ボルトの荷重－変形性状について次項で検討する。

(2) ねじりと引張りが同時に加わったときの荷重－変形性状

トルクをかけて高力ボルトを締め付けたときのボルト張力－伸び関係の実験報告が R. J. Christopher と J. W. Fisher によってなされている²⁷⁾ (図 2-3-15)。この報告例などを参照して田島²⁷⁾ は「トルクによるせん断力の影響が加わり、ボルト張力と伸びとの関係は、弾性範囲では差はないが、降伏現象はやや早く生じ、それ以後はボルト張力に依る伸びは単純引張の場合より急増し、破断時の軸力は低下する。」とまとめている。

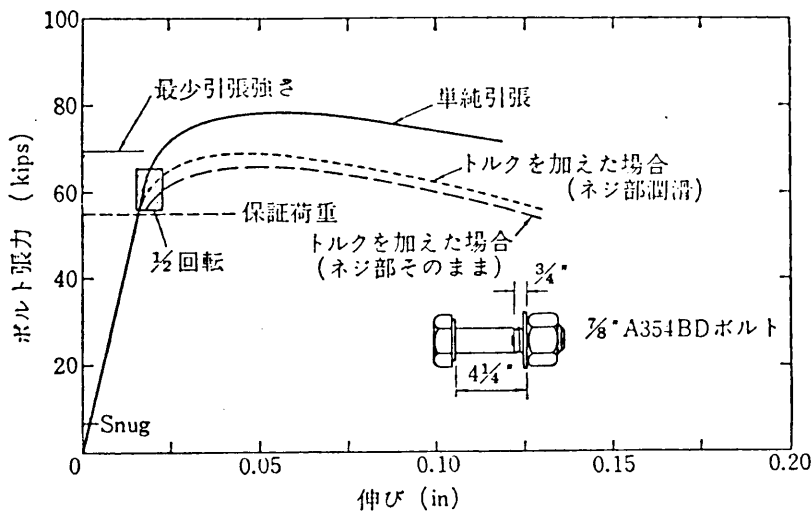


図 2- 3-15 ねじりと引張りが同時に加わったときのボルト張力と伸び
(R. J. Christopher, J. W. Fisher 、文献27) より転載)

上図を参考にすると、ねじりが引張りと同時に加わった場合の降伏以後のボルト張力と伸びの関係曲線は、単純引張時の曲線を引張力に対して 1 割程度低くなるように平行移動させた曲線で近似することができそうである。

このような仮定に基づいて降伏荷重、最大荷重を式(2-3-30-1)および式(2-3-30-2)で求めるならば、両式中の応力度 $p\sigma_y$ 、 $p\sigma_{max}$ の値を 1 割程度低くして計算しても同じ結果が得られる。従って、ねじりと引張りが同時に加わった、より現実のものに近い高力ボルトの引張力－伸び性状は補正係数 ($C_t = 0.9$) を 4号引張り試験片による降伏または最大応力度に乗じた値を用いて計算すればよいことになる。この応力度をそれぞれ $p\sigma_y^*$ 、 $p\sigma_{max}^*$ とすると、おおよそ次のような値となる。

$$\begin{aligned} p\sigma_y^* &= C_t * p\sigma_y \approx 90 \text{ kg/mm}^2 \\ p\sigma_{\max}^* &= C_t * p\sigma_{\max} \approx 100 \text{ kg/mm}^2 \end{aligned}$$

Appendix 6の表 (6-3,6-4-1,6-4-2)には上記の値を用いて、降伏荷重、最大荷重および伸び量に関して算定した結果を参考までに示した。

ボルトの引張力－伸び性状に関する以上の検討結果をまとめると次のようになる。

- ・ 最大荷重に達するまでのボルトの引張力－伸び性状は弾性変形している円筒部と塑性化するねじ部などの変形の和として、降伏点で折れるような折れ線で近似できる。
- ・ 初期剛性は k_{B0} は式(2-3-31-1)または式(2-3-31-2)を用いて求められるが、この値は等価断面積 A_{eq} に有効断面積 A_e を使って、次式で算定した値に近い。

$$k_{B0} = A_e E / \ell_G$$

- ・ 降伏後の剛性は遊びねじ部の山数やグリップ長さなどに関わらず、ほぼ次の値で近似できる。

M20	3.0 t/mm,
M22	4.0 t/mm,
M24	4.5 t/mm,
M30	7.0 t/mm

- ・ ねじりが引張りと同時に加わった場合、すなわちより現実に近いと思われる状態での降伏点および最大荷重点は補正した 4号引張り試験片による降伏または最大応力度 ($p\sigma_y^*$, $p\sigma_{\max}^*$)を用いて、式(2-3-30-1)および式(2-3-30-2)で計算できる。またそのときの伸び量は式(2-3-32)および式(2-3-33)で計算することができる。

(3) 継手片の板厚変化に対するボルト軸力の変動

継手を構成する各部材は継手長手方向荷重 L が加わることにより、ポアソン比 ν による板厚変化 Δt が生じ、それによりボルト軸力 N が変化する。すなわち、継手に引張力が作用する時には軸力抜けが生じ、また圧縮力が作用すると軸力が増加することになる。

いま、無応力状態の全板厚を t_0 とし、初期ボルト軸力を N_{in} 、そのときの全板厚を t_{in} 、また板厚変化を Δt_{in} 、さらにボルトの初期剛性を k_{B0} とすると、初期ボルト軸力に関して次式が成立する。

$$\begin{aligned} N_{in} &= - \Delta t_{in} \cdot k_{B0} \\ &= (t_0 - t_{in}) \cdot k_{B0} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2-3-36)$$

従って、継手長手方向荷重 L による部材の全板厚の減少が Δt_{in} に達すると、ボルト軸

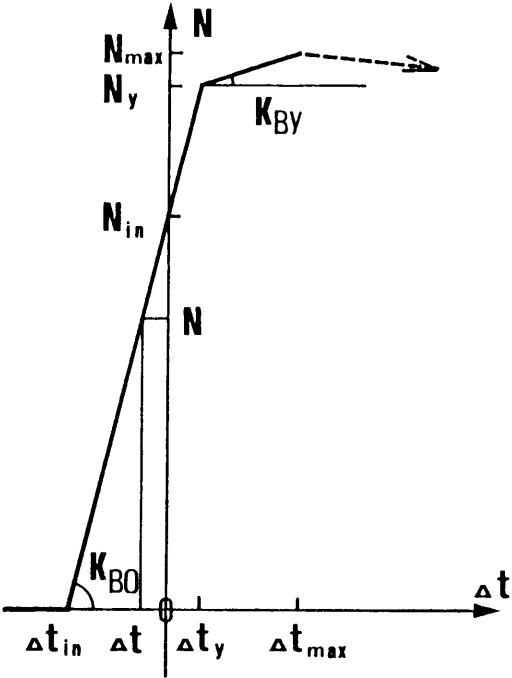


図 2- 3-16 $N - \Delta t$ 関係

力は完全に抜けることになる。これは、図 2-3-16 に示すように、 t_{in} を基準にして (t_{in} のときの板厚変化を零と見做して) ボルト軸力と板厚の変化量との関係を考えれば良いことを示している。

すなわち、ボルト軸力は一般には次式で表すことができる。

$$\begin{aligned}
 & (\Delta t \leq \Delta t_y) \\
 & N = (t_0 - t) \cdot k_{Bo} \\
 & \quad = \{t_0 - (t_{in} - \Delta t)\} \cdot k_{Bo} \\
 & \quad = N_{in} + \Delta t \cdot k_{Bo} \\
 & \quad = N_{in} + (A_{Be} E \Delta t) / t_0 \quad \dots\dots\dots (2-3-37) \\
 & (\Delta t > \Delta t_y) \\
 & N = N_y + k_{By} (\Delta t - \Delta t_y)
 \end{aligned}$$

ここで、ボルトの初期剛性に関する近似式 ($k_{Bo} = A_{Be} E / t_0$) を用いている。

式(2-3-37)中の Δt は突き合わせ型継手における添接板の板厚を t_{SP} 、その変化量を Δt_{SP} 、母材の板厚を t_{BP} 、その変化量を Δt_{BP} とし、さらに添接板および母材に発生している内部応力度をそれぞれ、 σ_z^{SP} 、 σ_z^{BP} とすると次式で示される。

$$\begin{aligned}
 \Delta t &= \Delta t_{BP} + 2 \Delta t_{SP} \\
 &= - \nu (\sigma_z^{BP} t_{BP} + 2 \sigma_z^{SP} t_{SP}) / E \quad \dots\dots\dots (2-3-38)
 \end{aligned}$$

継手のどの位置においても、母材および添接板内の応力の総和は作用応力 L でなければならないことから、以下の条件式が成り立つ。

$$\sigma_z^{BP} A_{BP} + 2 \sigma_z^{SP} A_{SP} = L \quad \dots\dots\dots (2-3-39)$$

または、同一矩形断面の場合は板幅 b で除して、

$$\sigma_z^{BP} t_{BP} + 2 \sigma_z^{SP} t_{SP} = L / b \quad \dots\dots\dots (2-3-40)$$

となる。

式(2-3-40)の右辺は同一荷重の場合は一定であるから、これと式(2-3-38)より、板厚の変化量 Δt は $\Delta t = - \nu L / E b$ となり、断面が等しければ継手のどの位置も同一の値となることになる。これは板幅方向の応力分布を均一と仮定したためであり、実際には継手板には平面的な広がりがあるので、載荷縁および母材の切れている端部縁付近で応力の不均一な部分が生じるため、板厚の変化量は多少異なることになるであろう。この違いは剛体-ばねモデルを用いたときと、アイソパラメトリック有限要素-せん断ばねモデルを用いてモデル化したときに現われる。

2・3・5 1枚添接板継手の初期せん断ばね定数

一般の突合せ型継手内部には母材中央水平面に対して逆対称のせん断変形が生じる。これは継手に作用する応力が単純な軸方向応力であっても母材の中心軸と添接板の中心軸にずれがあるためである。初期せん断ばね剛性は弾性域（微小すべりが発生する以前）における継手部材のせん断剛性と等価なものとする必要があり、このためにせん断歪みエネルギーの算定が必要になる。母材と添接板の接触面が接着剤などで接合されており、両者間の全ての接触面で連続性が保たれているような場合にはせん断歪みエネルギーの評価は比較的容易に得られるであろう。しかし高力ボルト摩擦接合継手はボルト位置周縁部での部分的な接合形式であると考えられ、この場合にはせん断歪みエネルギーの評価は非常に困難である。

そこで、ボルト1本当たりについてその周縁部の、ある面積 A_s がせん断に対して有効であると仮定する。このせん断面積 A_s の決め方については後の項で述べることにし、ここでは有効せん断面積を A_s としてそのまま用いることにする。

初期せん断ばね定数 k_{s0} は継手部材内ボルト孔周縁に生じるせん断歪みエネルギー V_s と剛体-ばねモデルのせん断ばねによる歪みエネルギー V_s^* を等置することにより得られる。ただし、ボルト孔周縁部のせん断力分布は純せん断の場合とは異なり、複雑である。それゆえ、実際のせん断歪みエネルギーは等価な単純せん断が加わった場合の純せん断歪みエネルギー \bar{V}_s の ϕ 倍であるとする。ここで、 ϕ は正の定数であり、これを第1補正係数と呼ぶことにする。この第1補正係数については次項で検討を加えることにする。

純せん断場における弾性体の単位体積に蓄えられる歪みエネルギーを \bar{V}_{s0} とすると、これはせん断応力度 τ_{yz} 、せん断歪度 γ 、せん断弾性係数 G を用いて次式で表わされる。

$$\begin{aligned}\bar{V}_{s0} &= \int_0^{\gamma} \tau_{yz} d\gamma \\ &= (1/2) G \gamma^2 \quad \dots\dots\dots (2-3-41)\end{aligned}$$

従って、純せん断場の全せん断歪みエネルギー \bar{V}_s は2面せん断の場合、

$$\begin{aligned}\bar{V}_s &= \int_{vol} (1/2) G \gamma^2 d(vol) \\ &= 2 \cdot \int_0^t (1/2) G \gamma^2 A_s dy \\ &= G A_s t \gamma^2 \\ &= G A_s \dot{\beta}^2 / \dot{t} \quad \dots\dots\dots (2-3-42)\end{aligned}$$

となる。ここで、 \dot{t} は右図に示すようなせん断高さ（全板厚の1/2）である。

また $\dot{\beta}$ はせん断変形に基づく変位である。

実際のせん断応力は分布形状をなしているので、上式に第1補正係数 ϕ を乗じて全せん断歪みエネルギー V_s を表わすと、

$$V_s = G A_s \dot{\beta}^2 \phi / \dot{t} \quad \dots (2-3-43)$$

となる。

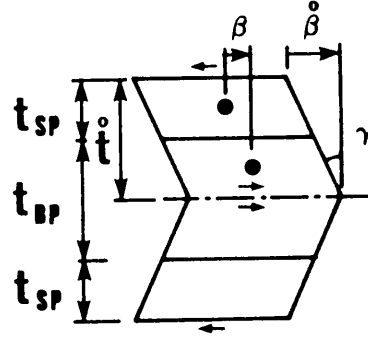


図 2-3-17 純せん断場のせん断変形

一方、剛体-ばねモデル（図2-3-18）のせん断ばねによる歪みエネルギー V_s^* は次式で示される。

$$\begin{aligned} V_s^* &= 2 \{ (1/2) k_{s0} \beta^2 \} \\ &= k_{s0} \beta^2 \end{aligned} \quad \dots (2-3-44)$$

ここで、 k_{s0} は初期せん断ばね定数、また β は剛体要素の重心間の相対変位である。

t を剛体要素の重心間距離とすると、 β と $\dot{\beta}$ との間には、

$$\beta = t \dot{\beta} / \dot{t} \quad \dots (2-3-45)$$

の関係があるので、これを式(2-3-44)に代入すると、

$$\begin{aligned} V_s^* &= k_{s0} (t / \dot{t})^2 \dot{\beta}^2 \\ &\dots (2-3-46) \end{aligned}$$

となる。

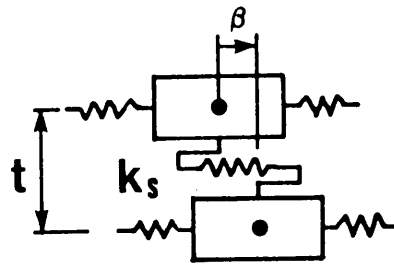


図 2-3-18 剛体-ばねモデルのせん断変形

式(2-3-43)と式(2-3-46)を等置し、初期せん断ばね定数 k_{s0} についてまとめると次式となる。

$$k_{s0} = G A_s \bar{t} \phi / t^2 \quad \dots\dots\dots (2-3-47)$$

剛体要素の重心間距離 t が、せん断高さ \bar{t} の $1/2$ の場合は添接板の板厚を t_{SP} 、母材の板厚を t_{BP} とすると、

$$\bar{t} = (1/2) t_{BP} + t_{SP} \quad \dots\dots\dots (2-3-48)$$

の関係から、

$$k_{s0} = 8 G A_s \phi / (t_{BP} + 2 t_{SP}) \quad \dots\dots\dots (2-3-49)$$

となる。

2・3・6 1枚添接板継手のせん断歪みエネルギーの近似と第1補正係数 ϕ

前項において、1枚添接板継手の初期せん断ばね定数は式(2-3-47)で表わされることが分かった。ただし、式中の補正係数 ϕ とせん断面積 A_s に関しては未だ検討してはいなかった。本項では補正係数 ϕ について、そして次項ではせん断面積 A_s について述べる。

ここで、まず最初に前項での有効せん断範囲に対して行なった仮定を繰り返す。すなわち摩擦接合継手の有効せん断変形領域はボルト孔周縁部に存在するという仮定であり、これにより全体として円筒形であり、そして内部にボルト孔による小円筒形の欠損部を有する立体をイメージする(図 2-3-19)。補正係数 ϕ はこの立体に分布荷重が作用したときのせん断歪みエネルギー V_s に対する純せん断が作用したときのせん断歪みエネルギー \bar{V}_s の比

($\phi = V_s / \bar{V}_s$)である。

図 2-3-19に示すような立体に対する積分を分布荷重が作用した場合と純せん断力が作用した場合のそれぞれについて行なう必要があるが、この計算は非常に複雑になる。

そこで、まず微小幅 Δb にスライスした直方体について考察を行なう。

このときの応力方向(z 方向)長さを $2l$ とする。

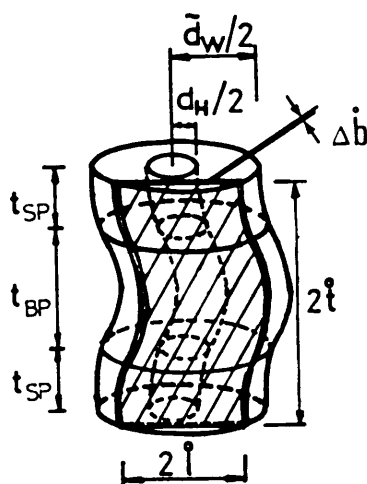


図 2-3-19 せん断領域モデル図

微小幅 Δb にスライスされた立体と作用荷重を示すと図 2-3-20 のようになる。ここで、図 2-3-20(a)は分布荷重が作用する場合であり、図 2-3-20(b)は純せん断力が作用する場合である。両者のせん断歪みエネルギーを求め、そのエネルギー比 ϕ について考察する。

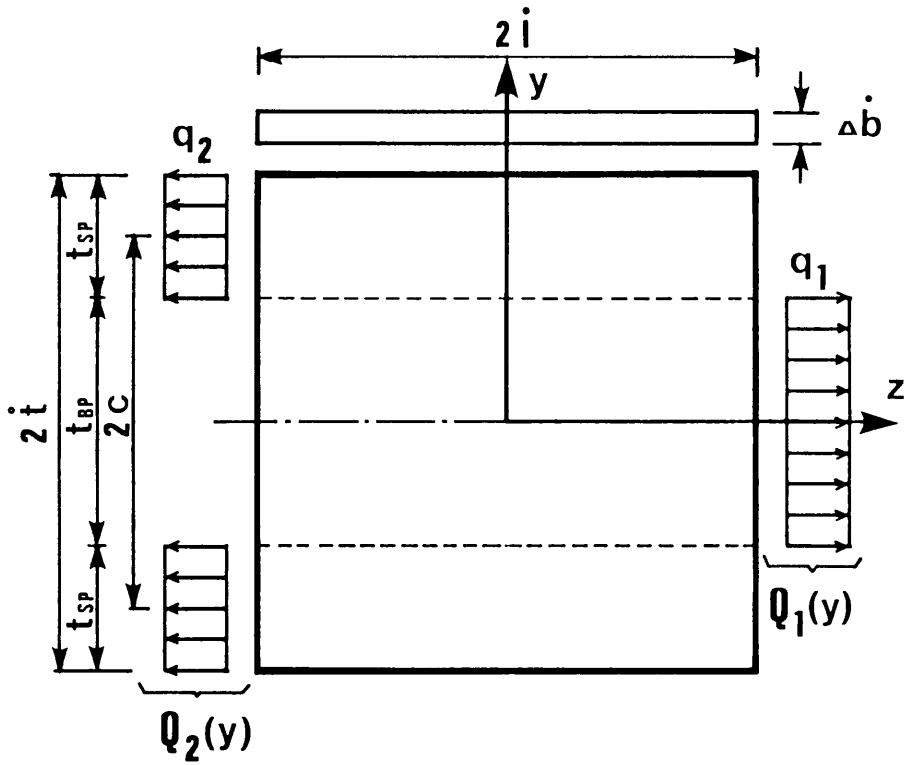


図 2-3-20(a) 分布荷重が作用する場合

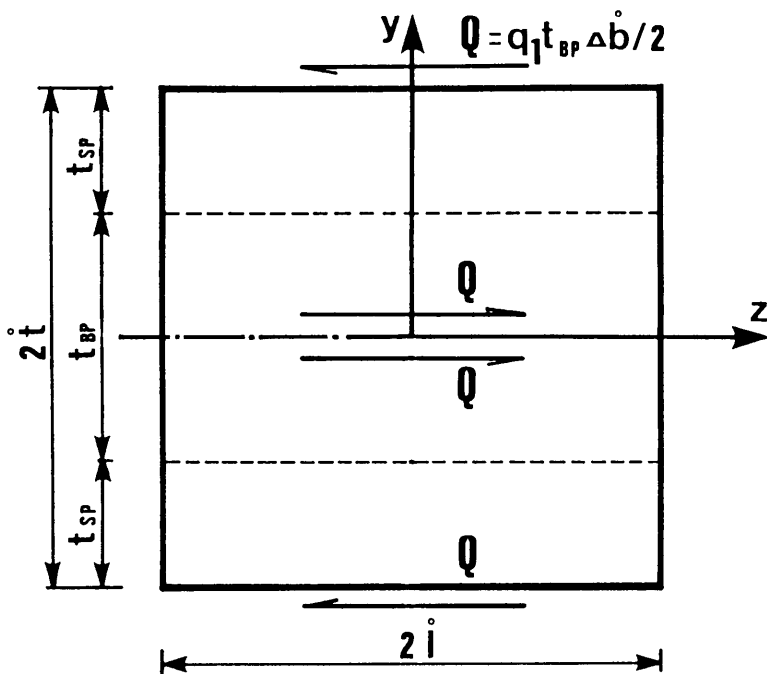


図 2-3-20(b) 純せん断が作用する場合

(1) 純せん断状態におけるせん断歪みエネルギー

純せん断状態の場合のせん断力Qは分布荷重と等価なものを考える。従って、Qは次式で表わされる。

$$Q = q_1 \cdot t_{BP} \cdot \Delta b / 2 \qquad \dots\dots\dots (2-3-50)$$

純せん断の場合の歪みエネルギーは、せん断面の面積を $\Delta A_s (= 2 b \ell)$ とすると次式で示される。

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{V}_s &= \int_{vol} dV_{s0} \\ &= (1/2) G \int_v \gamma^2 d(vol) \\ &= (1/2) G \int_v (Q / G \Delta A_s)^2 d(vol) \\ &= (1/2) \{ Q^2 / (G \Delta A_s) \} \cdot 2 \ell \\ &= (1/2) (q_1^2 \cdot t_{BP}^2 \cdot \Delta b^2 \ell) / (2 G \Delta A_s) \qquad \dots\dots\dots (2-3-51) \end{aligned}$$

ここで、次式で示される形状比 λ と、

$$\lambda = \ell / i \qquad \dots\dots\dots (2-3-52)$$

添接板の母材に対する板厚比 η

$$\eta = (2 t_{SP}) / t_{BP} \qquad \dots\dots\dots (2-3-53)$$

を導入すると、式(2-3-51)は次式で示される。

$$\Delta \tilde{V}_s = (1/2) (q_1^2 \cdot i^2 \Delta b / G) [1 / \{ (1 + \eta)^2 \lambda \}] \qquad \dots\dots\dots (2-3-54)$$

(2) 分布型せん断力が作用した場合のせん断歪みエネルギー

図 2-3-20(a) に示されるような分布型せん断力が作用した場合のせん断歪みエネルギー ΔV_s を求める。この種の問題は弾性論で扱っており、例えば S. P. Timoshenko 他の著書⁴⁹⁾ にも記述されている。しかし、作用荷重の形状が異なっているので直接利用することができず、以下に展開することにする。

外荷重 $Q_1(y)$ および $Q_2(y)$ は Fourier 級数表示すると次式で示される。

$$Q_1(y) = (a_0/2) + \sum_{r=1}^{\infty} \{ a_r \cos(r\pi y/\ell) + b_r \sin(r\pi y/\ell) \} \quad \dots (2-3-55)$$

$$Q_2(y) = (a_0'/2) + \sum_{r=1}^{\infty} \{ a_r' \cos(r\pi y/\ell) + b_r' \sin(r\pi y/\ell) \} \quad \dots (2-3-56)$$

ここで、 r は Fourier 級数の項数を示しており、 $a_0, a_0', a_r, a_r', b_r, b_r'$ は定数である。これらの定数は外的釣合条件式、

$$q_1 t_{BP} - 2 q_2 t_{SP} = 0 \quad \dots\dots\dots (2-3-57)$$

または上式に式(2-3-53)を代入して得られる次式、

$$q_1 - \eta q_2 = 0 \quad \dots\dots\dots (2-3-57')$$

を用いると次式で示される。

$$\begin{aligned} a_0 &= 2(\ell - t_{SP}) q_1 / \ell \\ &= 2 q_1 / (\eta + 1) \\ a_0' &= 2 t_{SP} q_2 / \ell \\ &= 2 q_1 / (\eta + 1) \\ a_r &= \{2(\ell - t_{SP}) q_1 / \ell\} \sin\{r\pi(\ell - t_{SP}) / \ell\} / \{r\pi(\ell - t_{SP}) / \ell\} \\ &= 2 q_1 \sin\{r\pi / (\eta + 1)\} / (r\pi) \\ a_r' &= (4c q_2 / \ell) \cos\{r\pi c / \ell\} \sin\{(r\pi t_{SP} / 2) / \ell\} / (r\pi c / \ell) \\ &= - 2 q_1 \sin\{r\pi / (\eta + 1)\} / (r\pi) \end{aligned}$$

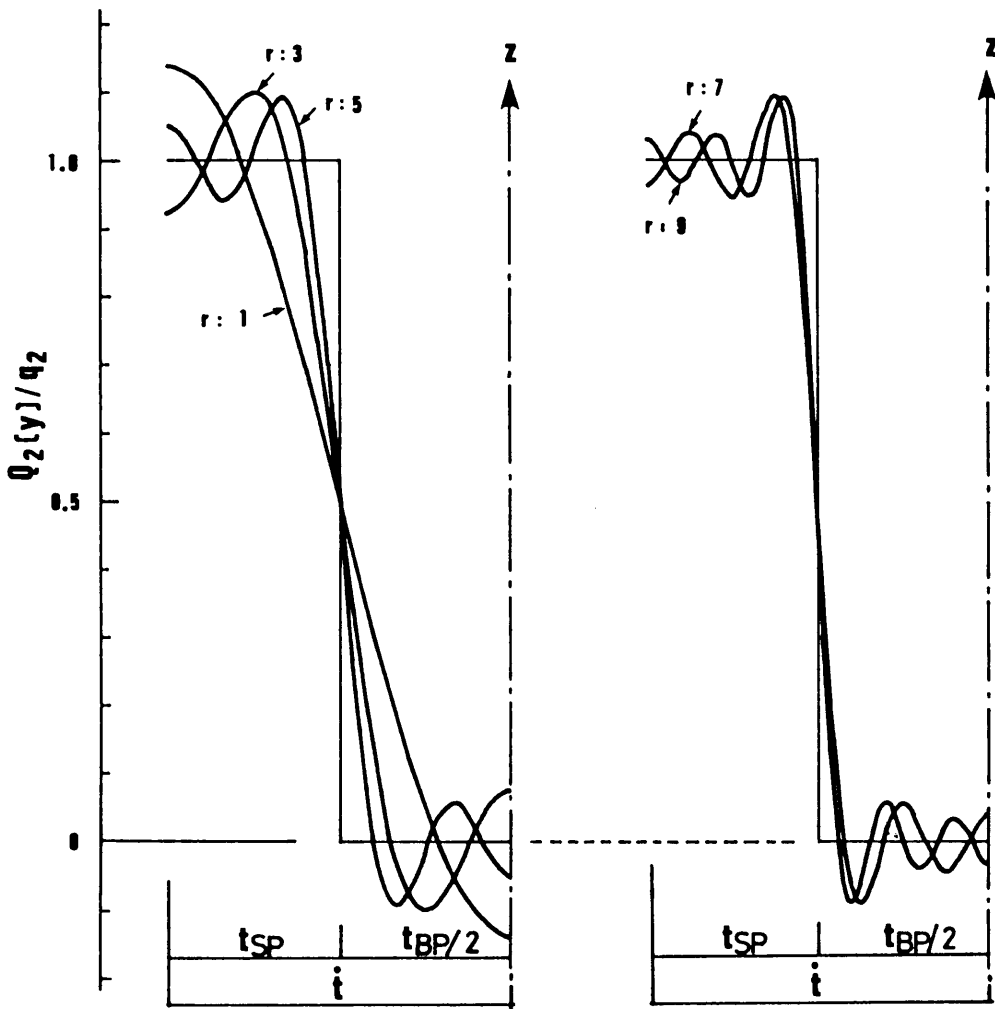
$$b_r = b_r' = 0 \quad \dots\dots\dots (2-3-58)$$

また、ここで c は添接板に加わる分布荷重相互の中心間距離である。

$$c = (t_{BP} + t_{SP}) / 2 \quad \dots\dots\dots (2-3-59)$$

$Q_2(y)$ について、Fourier 級数の項数を 1, 3, 5, 7, 11 としたときの近似の様子を調べた結果 ($\eta = 1.0$ の場合) を図 2-3-21 に示す。

図 2-3-21 から Fourier 級数の項数 r が 3 程度まではかなり粗い近似となるが 5 以上では項数による近似度の差が僅かなものとなることわかる。



(a) $r = 1, 3, 5$

(b) $r = 7, 9$

図 2-3-21 分布型外荷重の Fourier 級数近似 ($\eta = 1.0$ の場合)

(3) Airyの応力関数を用いたせん断応力分布解析

弾性論における平面問題の平衡方程式は次式で表わされる。

$$\nabla^4 \Phi = 0 \quad \dots\dots\dots (2-3-60)$$

または、

$$(\partial^4 \Phi) / (\partial y^4) + 2 (\partial^4 \Phi) / (\partial^2 y \partial^2 z) + (\partial^4 \Phi) / (\partial z^4) = 0 \quad \dots (2-3-60')$$

ここで、下式に示すような応力関数を考える。

$$\Phi = \sin(r\pi y / \mathfrak{t}) \cdot \langle f^{(r)}(z) \rangle, \quad (r = 1, 2, 3, \dots) \quad \dots\dots\dots (2-3-61)$$

または、

$$\Phi = \cos(r\pi y / \mathfrak{t}) \cdot \langle f^{(r)}(z) \rangle, \quad (r = 1, 2, 3, \dots) \quad \dots\dots\dots (2-3-61')$$

上式における $f(z)$ は z のみの関数である。いま、

$$\omega_r = r\pi / \mathfrak{t} \quad \dots\dots\dots (2-3-62)$$

とおき、さらに式(2-3-61)または式(2-3-61')を式(2-3-60')に代入すると次式が得られる。

$$\omega_r^4 \langle f^{(r)}(z) \rangle - 2 \omega_r^2 \langle f^{(r)} \rangle_{II}(z) + \langle f^{(r)} \rangle_{IV}(z) = 0 \quad \dots\dots\dots (2-3-63)$$

ここで、 $_{II}$ 、 $_{IV}$ はそれぞれ z に関する 2階および 4階の偏微分を表わす。

式(2-3-63)の一般解は、

$$\langle f^{(r)}(z) \rangle = C_1 \cosh \omega_r z + C_2 \sinh \omega_r z + C_3 z \omega_r z \cosh \omega_r z + C_4 z \sinh \omega_r z \quad \dots\dots\dots (2-3-64)$$

であるので、応力関数 (式(2-3-61)または式(2-3-61')) は次式で示される。

$$\Phi = \sin \omega_r y (C_1 \cosh \omega_r z + C_2 \sinh \omega_r z + C_3 z \cosh \omega_r z + C_4 z \sinh \omega_r z) \quad \dots\dots\dots (2-3-65)$$

$$\Phi = \cos \omega_r y (C_1 \cosh \omega_r z + C_2 \sinh \omega_r z + C_3 z \cosh \omega_r z + C_4 z \sinh \omega_r z) \quad \dots\dots\dots (2-3-65')$$

従って、式(2-3-61)で示された応力関数に対する各応力成分は

$$\langle \sigma_y^{(r)} \rangle = (\partial^2 \Phi) / (\partial z^2) = \sin \omega_r y [C_1 \omega_r^2 \cosh \omega_r z + C_2 \omega_r^2 \sinh \omega_r z + C_3 \omega_r (2 \sinh \omega_r z + \omega_r z \cosh \omega_r z) + C_4 \omega_r (2 \cosh \omega_r z + \omega_r z \sinh \omega_r z)]$$

$$\langle \sigma_z^{(r)} \rangle = (\partial^2 \Phi) / (\partial y^2) = - \omega_r^2 \sin \omega_r y (C_1 \cosh \omega_r z + C_2 \sinh \omega_r z + C_3 z \cosh \omega_r z + C_4 z \sinh \omega_r z)$$

$$\begin{aligned} \tau_{yz}^{(r)} = (\partial^2 \Phi) / (\partial y \partial z) = -\omega_r \cos \omega_r y [C_1 \omega_r \sinh \omega_r z + C_2 \omega_r \cosh \omega_r z + \\ C_3 (\cosh \omega_r z + \omega_r z \sinh \omega_r z) + C_4 (\sinh \omega_r z + \omega_r z \cosh \omega_r z)] \\ \dots\dots\dots (2-3-66) \end{aligned}$$

となる。式(2-3-61')の応力関数に対する各応力成分も同様に求められ、これは上式中の \sin を \cos に、あるいは \cos を \sin に置き換えるだけでよい。

積分定数 $C_1 \sim C_4$ は次に示す境界条件、

$$\begin{aligned} z = + \ell \quad \text{において} \quad \tau_{yz} = 0, \quad \sigma_z = Q_1(y) \\ z = - \ell \quad \text{において} \quad \tau_{yz} = 0, \quad \sigma_z = Q_2(y) \quad \dots\dots\dots (2-3-67) \end{aligned}$$

から求められる。

式(2-3-67)のせん断応力度 (τ_{yz}) の条件より、2種の応力関数に対して全く同様な式が得られる。

$$\begin{aligned} C_3 = -C_2 (\omega_r \cosh \omega_r \ell) / (\cosh \omega_r \ell + \omega_r \ell \sinh \omega_r \ell) \\ C_4 = -C_1 (\omega_r \sinh \omega_r \ell) / (\sinh \omega_r \ell + \omega_r \ell \cosh \omega_r \ell) \dots\dots\dots (2-3-68) \end{aligned}$$

また、式(2-3-67)の直応力度 (σ_z) の条件より、式(2-3-61)で示された応力関数に対しては次式が得られる。

$$\begin{aligned} -\omega_r^2 \sin \omega_r y (C_1 \cosh \omega_r \ell + C_2 \sinh \omega_r \ell + C_3 \ell \cosh \omega_r \ell + \\ C_4 \ell \sinh \omega_r \ell) = Q_1(y) \\ -\omega_r^2 \sin \omega_r y (C_1 \cosh \omega_r \ell - C_2 \sinh \omega_r \ell - C_3 \ell \cosh \omega_r \ell + \\ C_4 \ell \sinh \omega_r \ell) = Q_2(y) \quad \dots\dots\dots (2-3-69) \end{aligned}$$

同様に、式(2-3-61')の応力関数に対しては、 \sin を \cos に置き換えた式が得られる。

線形系の場合は重ね合わせが可能であるので、外力項 $Q_1(y)$ 、 $Q_2(y)$ を定数部分と三角関数を含む項に分離して別々に解を求め、あとで加え合わせを行なえば良い。

外力のうち、定数項 a_0 、 a_0' による解はそれぞれ次式で示される。

$$\begin{aligned} \sigma_y^{(0)} = 0 \\ \sigma_z^{(0)} = a_0 = a_0' \\ \tau_{yz}^{(0)} = 0 \quad \dots\dots\dots (2-3-70) \end{aligned}$$

また、外力のうち、 $\sin(r\pi y/\ell)$ を含む項に掛かる係数、 b_r 、 b_r' は零である。 $\cos(r\pi y/\ell)$ を含む項に対して、式(2-3-69)に対応する式は、

$$\begin{aligned} -\omega_r^2 \cos \omega_r y (C_1 \cosh \omega_r \ell + C_2 \sinh \omega_r \ell + C_3 \ell \cosh \omega_r \ell + \\ C_4 \ell \sinh \omega_r \ell) = a_r \cos(r\pi y/\ell) \end{aligned}$$

$$- \omega_r^2 \cos \omega_r y (C_1 \cosh \omega_r \ell - C_2 \sinh \omega_r \ell - C_3 \ell \cosh \omega_r \ell + C_4 \ell \sinh \omega_r \ell) = a_r' \cos(r \pi y / t) \quad \dots\dots\dots (2-3-71)$$

となる。

上式と条件式(2-3-68)より、積分定数は次のように求まる。

$$\begin{aligned} C_1 &= - (a_r + a_r') / \omega_r^2 \cdot (\sinh \omega_r \ell + \omega_r \ell \cosh \omega_r \ell) / (\sinh 2 \omega_r \ell + 2 \omega_r \ell) \\ C_2 &= - (a_r - a_r') / \omega_r^2 \cdot (\cosh \omega_r \ell + \omega_r \ell \sinh \omega_r \ell) / (\sinh 2 \omega_r \ell - 2 \omega_r \ell) \\ C_3 &= (a_r - a_r') / \omega_r^2 \cdot \omega_r \cosh \omega_r \ell / (\sinh 2 \omega_r \ell - 2 \omega_r \ell) \\ C_4 &= (a_r + a_r') / \omega_r^2 \cdot \omega_r \sinh \omega_r \ell / (\sinh 2 \omega_r \ell + 2 \omega_r \ell) \quad \dots (2-3-72) \end{aligned}$$

従って、式(2-3-66)で示された各応力成分は式(2-3-70)および式(2-3-72)より、重ね合わせを行なえば次式のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_y^{(r)} &= (a_r + a_r') \left[\frac{[(\omega_r \ell \cosh \omega_r \ell + \sinh \omega_r \ell) \cosh \omega_r z - \omega_r z \sinh \omega_r \ell \sinh \omega_r z]}{(\sinh 2 \omega_r \ell + 2 \omega_r \ell)} \right] \cos \omega_r y \\ &+ (a_r - a_r') \left[\frac{[(\omega_r \ell \sinh \omega_r \ell + \cosh \omega_r \ell) \sinh \omega_r z - \omega_r z \cosh \omega_r \ell \cosh \omega_r z]}{(\sinh 2 \omega_r \ell - 2 \omega_r \ell)} \right] \cos \omega_r y \\ &\quad \dots\dots\dots (2-3-66'-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_z^{(r)} &= a_0 \\ &- (a_r + a_r') \left[\frac{[(\omega_r \ell \cosh \omega_r \ell - \sinh \omega_r \ell) \cosh \omega_r z - \omega_r z \sinh \omega_r \ell \sinh \omega_r z]}{(\sinh 2 \omega_r \ell + 2 \omega_r \ell)} \right] \cos \omega_r y \\ &- (a_r - a_r') \left[\frac{[(\omega_r \ell \sinh \omega_r \ell - \cosh \omega_r \ell) \sinh \omega_r z - \omega_r z \cosh \omega_r \ell \sinh \omega_r \ell]}{(\sinh 2 \omega_r \ell - 2 \omega_r \ell)} \right] \cos \omega_r y \\ &\quad \dots\dots\dots (2-3-66'-2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{yz}^{(r)} &= (a_r + a_r') \left[\frac{(\omega_r z \sinh \omega_r \ell \cosh \omega_r z - \omega_r \ell \cosh \omega_r \ell \sinh \omega_r z)}{(\sinh 2 \omega_r \ell + 2 \omega_r \ell)} \right] \sin \omega_r y \\ &+ (a_r - a_r') \left[\frac{(\omega_r z \cosh \omega_r \ell \sinh \omega_r z - \omega_r \ell \sinh \omega_r \ell \cosh \omega_r z)}{(\sinh 2 \omega_r \ell - 2 \omega_r \ell)} \right] \sin \omega_r y \\ &\quad \dots\dots\dots (2-3-66'-3) \end{aligned}$$

上式中の $\omega_r \ell$ は形状比 λ を用いて $r \pi \lambda$ と書くことができる。また定数 a_r 、 a_r' は添接板の母材に対する板厚比 η と外力の大きさ q_1 で表わされるので、各応力度は 3 種のパラメータ λ 、 η および q_1 を用いて計算することができる。

せん断応力度 τ_{yz} の分布形状を $\eta = 1.0$ (添接板の板厚と母材の板厚が等しい場

合)、 $q_1 = 1.0$ に固定し、形状比 λ のみをパラメータとして ($\lambda = 0.5, 1.0, 2.0, 3.0$ の 4 通り) 求めた結果を図 2-3-22 に示す。ここで、Fourier 級数項は 5 項 ($r = 5$) とした。

せん断応力度は次式で示される平均せん断応力度 $\bar{\tau}_{yz}$ で無次元化し、応力集中係数の形で表示してある。

$$\begin{aligned}\bar{\tau}_{yz} &= Q / (2 \ell \Delta b) \\ &= (q_1 t_{BP} \Delta b / 2) / (2 \ell \Delta b) \\ &= 1 / (4 \lambda) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2-3-73)$$

載荷端付近のせん断力分布に多少乱れが見られるのは荷重を近似するときの Fourier 級数の項数が少ない ($r=5$) ため、この影響が荷重に近い所に現われたためである。

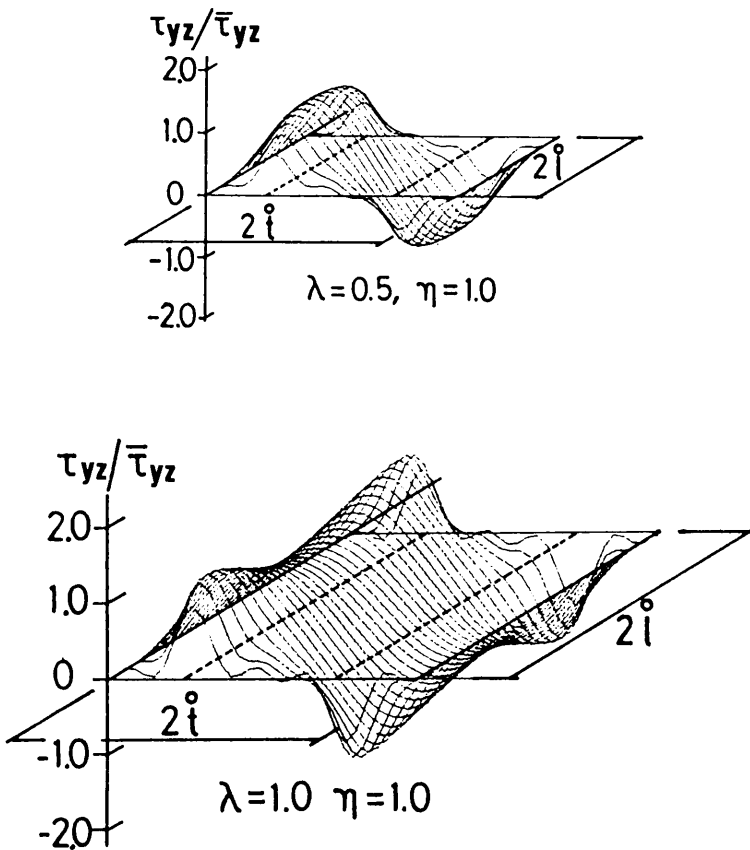


図 2-3-22 種々の形状比 λ に対するせん断応力度 τ_{yz} の分布

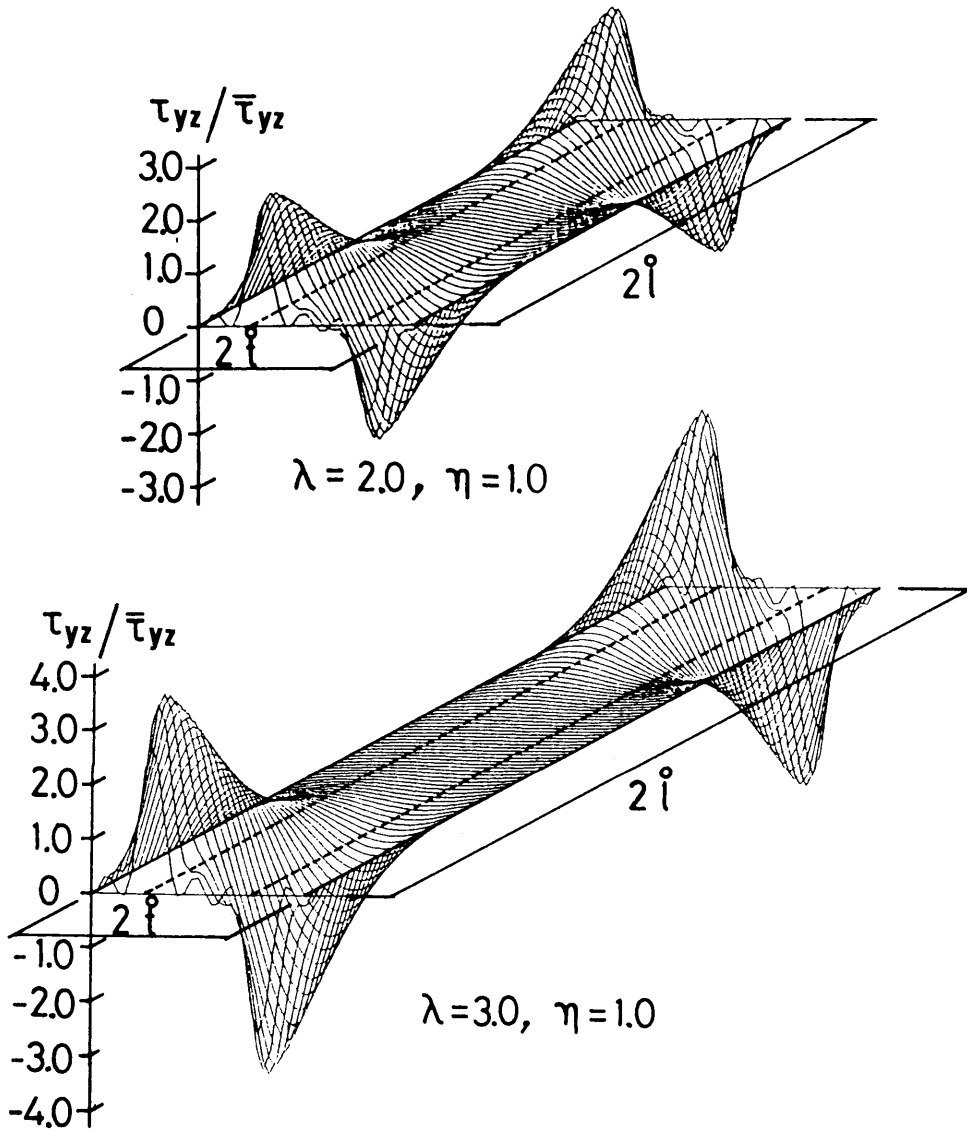


図 2-3-22 種々の形状比 λ に対するせん断応力度 τ_{yz} の分布

形状比 λ が 0.5 の場合は中央 ($z=0$) にせん断力の最大値が現われているのに対して、形状比が 1.0 以上の場合は载荷端付近に最大値が現われており、その応力集中の大きさは形状比が大きくなるに従って、すなわち形状が荷重方向 (z 方向) に細長くなるに従って、大きくなっている。これらの結果は F. Bleich あるいは、K. Dörnen などにより、継手全体のせん断応力分布の概略的な傾向を調べるときに用いられたことがあり²⁷⁾、端部ファスナーのせん断応力分担の割合は継手が長くなればなる程大きくなることが知られていた。

せん断歪みエネルギー V_s はせん断力を τ 、せん断弾性係数を G とすると、一般に次式に示すような体積積分で表わされる。

$$V_s = 1/(2G) \iiint \tau^2 dV \quad \dots\dots\dots (2-3-74)$$

従って、幅方向にせん断力の分布が一定であると仮定できるような微小幅 Δb におけるせん断歪みエネルギー ΔV_s は、

$$\Delta V_s = \Delta b / (2G) \iint \tau_{yz}^2 dA \quad \dots\dots\dots (2-3-75)$$

と表わされる。 y 軸と z 軸に対してそれぞれ対称、逆対称であることを考慮し、さらに式(2-3-66'-3) を τ_{zy} に代入すると上式は次式となる。

$$\begin{aligned} \Delta V_s &= 4 \Delta b / (2G) \int_0^{\frac{1}{2}} \int_0^{\frac{1}{2}} \tau_{yz}^2 dy dz \\ &= 4 \Delta b / (2G) \int_0^{\frac{1}{2}} \int_0^{\frac{1}{2}} [(a_r + a_r') f_1(z) \sin \omega_r y + (a_r - a_r') f_2(z) \sin \omega_r y]^2 dy dz \quad \dots\dots\dots (2-3-76) \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} f_1(z) &= (\omega_r z \sinh \omega_r \frac{1}{2} \cosh \omega_r z - \omega_r \frac{1}{2} \cosh \omega_r \frac{1}{2} \sinh \omega_r z) / (\sinh 2\omega_r \frac{1}{2} + 2\omega_r \frac{1}{2}) \\ f_2(z) &= (\omega_r z \cosh \omega_r \frac{1}{2} \sinh \omega_r z - \omega_r \frac{1}{2} \sinh \omega_r \frac{1}{2} \cosh \omega_r z) / (\sinh 2\omega_r \frac{1}{2} - 2\omega_r \frac{1}{2}) \quad \dots\dots\dots (2-3-77) \end{aligned}$$

である。式(2-3-76)をまず継手の板厚(y) 方向に積分を行なうと、

$$\begin{aligned} \Delta V_s &= 4 \Delta b / (2G) \sum_{r=1}^{\infty} (1/\omega_r) [-(1/4) \sin 2\omega_r y + \omega_r y/2] \cdot \int_0^{\frac{1}{2}} \{ (a_r + a_r') f_1(z) + (a_r - a_r') f_2(z) \}^2 dz \\ &= 4 \Delta b / (2G) \sum_{r=1}^{\infty} (1/4) (2 \frac{1}{2} - \sin 2r\pi/\omega_r) \cdot \int_0^{\frac{1}{2}} [(a_r + a_r')^2 \{f_1(z)\}^2 + 2(a_r + a_r')(a_r - a_r') f_1(z) f_2(z) + (a_r - a_r')^2 \{f_2(z)\}^2] dz \end{aligned}$$

$$= \Delta b \cdot q_1^2 / G \sum_{r=1}^{\infty} (I_{r1} + I_{r2} + I_{r3}) \dots\dots\dots (2-3-78)$$

となる。上式は a_r または a_r' を分布荷重の大きさ q_1 で除し、無次元化すると、

$$= \Delta b \cdot q_1^2 / G \sum_{r=1}^{\infty} (\bar{I}_{r1} + \bar{I}_{r2} + \bar{I}_{r3}) \dots\dots\dots (2-3-78')$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned} \bar{I}_{r1} &= (\bar{a}_r + \bar{a}_{r'})^2 \int_0^{\ell(r)} \{f_1(z)\}^2 dz \\ \bar{I}_{r2} &= (\bar{a}_r + \bar{a}_{r'}) (\bar{a}_r - \bar{a}_{r'}) \int_0^{\ell(r)} f_1(z) f_2(z) dz \\ \bar{I}_{r3} &= (\bar{a}_r - \bar{a}_{r'})^2 \int_0^{\ell(r)} \{f_2(z)\}^2 dz \dots\dots\dots (2-3-79) \end{aligned}$$

また、

$$\begin{aligned} \bar{a}_r &= a_r / q_1 = 2/(r\pi) \cdot \sin\{r\pi/(\eta+1)\} \\ \bar{a}_{r'} &= a_{r'} / q_1 = -2/(\eta r\pi) \cdot \sin\{r\pi/(\eta+1)\} \dots\dots\dots (2-3-80) \end{aligned}$$

である。 $\eta = 1$ のとき、すなわち母材と添接板の断面積が等しいとき、

$$\bar{a}_r = -\bar{a}_{r'} \dots\dots\dots (2-3-81)$$

となる。従つて、このときには式(2-3-78') の積分項の第1項および第2項が消失する。

次に \bar{I}_{r1} 、 \bar{I}_{r2} 、 \bar{I}_{r3} に対して継手の長手 (z) 方向の定積分を行なう。

$$\begin{aligned} \bar{I}_{r1} &= (\bar{a}_r + \bar{a}_{r'})^2 \int_0^{\ell(r)} \{f_1(z)\}^2 dz \\ &= (\bar{a}_r + \bar{a}_{r'})^2 / (\sinh 2\omega_r \ell + 2\omega_r \ell)^2 \cdot \int_0^{\ell} \{(\omega_r \ell)^2 \cosh^2 \omega_r \ell \sinh^2 \omega_r z \\ &\quad - 2\omega_r^2 \ell \cosh \omega_r \ell \sinh \omega_r \ell \sinh \omega_r z \cosh \omega_r z \cdot z \\ &\quad + \omega_r^2 \sinh^2 \omega_r \ell \cosh^2 \omega_r z \cdot z^2\} dz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (\bar{a}_r + \bar{a}_{r'})^2 / (\sinh 2\omega_r \ell + 2\omega_r \ell)^2 \cdot [(\omega_r \ell)^2 \cosh^2 \omega_r \ell \cdot \\
 &\quad \int_0^{\ell} (1/2) [\sinh \omega_r z \cosh \omega_r z - \omega_r z] (1/\omega_r) - \omega_r \ell \cosh \omega_r \ell \sinh \omega_r \ell \cdot \\
 &\quad \int_0^{\ell} (2\omega_r z)(1/2) \sinh(2\omega_r z) dz + \sinh^2 \omega_r \ell \int_0^{\ell} (\omega_r z)^2 \cosh \omega_r z dz] \\
 &= (\bar{a}_r + \bar{a}_{r'})^2 / (\sinh 2\omega_r \ell + 2\omega_r \ell)^2 \cdot \{ (1/2) \omega_r \ell^2 \sinh \omega_r \ell \cosh^3 \omega_r \ell - \\
 &\quad - (1/2) \omega_r^2 \ell^3 \cosh^2 \omega_r \ell - \omega_r \ell \cosh \omega_r \ell \sinh \omega_r \ell (1/2) [2\omega_r z \cosh 2\omega_r z \\
 &\quad - \sinh 2\omega_r z] \{1/(2\omega_r)\} + \sinh^2 \omega_r \ell (1/4) [2(\omega_r z)^2 \cosh \omega_r z \sinh \omega_r z \\
 &\quad - 2\omega_r z \cosh^2 \omega_r z + \sinh \omega_r z \cosh \omega_r z + \omega_r z + (2/3)(\omega_r z)^3] (1/\omega_r) \} \\
 &= (\bar{a}_r + \bar{a}_{r'})^2 / (\sinh 2\omega_r \ell + 2\omega_r \ell)^2 \cdot \{ (\omega_r^2 \ell^3 / 6) (\sinh^2 \omega_r \ell - 3 \cosh^2 \omega_r \ell) + \ell \sinh^2 \omega_r \ell / 4 + \sinh^3 \omega_r \ell \cosh \omega_r \ell / (4\omega_r) \} \\
 &= (\bar{a}_r + \bar{a}_{r'})^2 \ell / (\sinh 2r\pi\lambda + 2r\pi\lambda)^2 \cdot \{ - (r\pi\lambda)^2 (2 + \cosh 2r\pi\lambda) / 6 + \sinh^2 r\pi\lambda / 4 + \sinh^3 r\pi\lambda \cosh r\pi\lambda / (4r\pi\lambda) \} \dots\dots\dots (2-3-82) \\
 &\bar{T}_{r2} = (\bar{a}_r + \bar{a}_{r'}) (\bar{a}_r - \bar{a}_{r'}) \int_0^{\ell} f_1(z) f_2(z) dz \\
 &= 2 (\bar{a}_r^2 - \bar{a}_{r'}^2) / \{ (\sinh 2\omega_r \ell + 2\omega_r \ell) (\sinh 2\omega_r \ell - 2\omega_r \ell) \} \cdot \\
 &\quad \int_0^{\ell} (\omega_r^2 \ell^2 \sinh \omega_r \ell \cosh \omega_r \ell \sinh \omega_r z \cosh \omega_r z - \omega_r^2 \ell \cosh^2 \omega_r \ell \cdot z \sinh^2 \omega_r z - \omega_r^2 \ell \sinh^2 \omega_r \ell \cdot z \cosh \omega_r z + \omega_r^2 \sinh \omega_r \ell \cosh \omega_r \ell \cdot z^2 \sinh \omega_r z \cosh \omega_r z) dz
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 2 (\bar{a}_r^2 - \bar{a}_r'^2) / \{ (\sinh 2\omega_r \ell + 2\omega_r \ell) (\sinh 2\omega_r \ell - 2\omega_r \ell) \} \cdot \\
 &\llbracket \omega_r^2 \ell^2 \sinh \omega_r \ell \cosh \omega_r \ell \sinh^2 \omega_r \ell / (2\omega_r) \\
 &\quad - \omega_r \ell \cosh^2 \omega_r \ell (1/\omega_r) \{ [(1/4)(2\omega_r z \sinh \omega_r z \cosh \omega_r z - \sinh^2 \omega_r z)] \\
 &\quad - (\omega_r/2) \int_0^{\ell} \omega_r z dz \} \\
 &\quad - \omega_r \ell \sinh^2 \omega_r \ell (1/\omega_r) \{ [(1/4)(2\omega_r z \cosh \omega_r z \sinh \omega_r z - \cosh^2 \omega_r z)] \\
 &\quad + (\omega_r/2) \int_0^{\ell} \omega_r z dz \} \\
 &\quad + \sinh \omega_r \ell \cosh \omega_r \ell (1/8) \{ [(2\omega_r z)^2 \cosh 2\omega_r z - 4\omega_r z \sinh 2\omega_r z] \{ 1/(2\omega_r) \} \\
 &\quad + 2 \int_0^{\ell} \sinh 2\omega_r z dz \} \rrbracket \\
 &= 2 (\bar{a}_r^2 - \bar{a}_r'^2) / (\sinh^2 2\omega_r \ell - 4\omega_r^2 \ell^2) \cdot \\
 &\quad [(\omega_r^2 \ell^3/4) - (\omega_r \ell^2/4) \sinh \omega_r \ell \cosh \omega_r \ell - (\ell/4) \sinh^2 \omega_r \ell \\
 &\quad + \{ 1/(4\omega_r) \} \sinh^3 \omega_r \ell \cosh \omega_r \ell] \\
 &= 2 (\bar{a}_r^2 - \bar{a}_r'^2) \ell / \{ \sinh^2 2r\pi\lambda - (2r\pi\lambda)^2 \} \cdot (1/4) \{ (r\pi\lambda)^2 \\
 &\quad - r\pi\lambda \sinh r\pi\lambda \cosh r\pi\lambda - \sinh^2 r\pi\lambda + \sinh^3 r\pi\lambda \cosh r\pi\lambda / (r\pi\lambda) \} \\
 &\quad \dots\dots\dots (2-3-83)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{I}_{r3} &= (\bar{a}_r - \bar{a}_r')^2 \int_0^{\ell(r)} \{ f_2(z) \}^2 dz \\
 &= (\bar{a}_r - \bar{a}_r')^2 / (\sinh 2\omega_r \ell - 2\omega_r \ell)^2 \cdot \int_0^{\ell} \{ (\omega_r \ell)^2 \sinh^2 \omega_r \ell \cosh^2 \omega_r z \\
 &\quad - 2\omega_r^2 \ell \sinh \omega_r \ell \cosh \omega_r \ell \sinh \omega_r z \cosh \omega_r z \cdot z \\
 &\quad + \omega_r^2 \cosh^2 \omega_r \ell \sinh^2 \omega_r z \cdot z^2 \} dz
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (\bar{a}_r - \bar{a}_r')^2 / (\sinh 2\omega_r \ell - 2\omega_r \ell)^2 \cdot [(\omega_r \ell)^2 \sinh^2 \omega_r \ell \cdot \\
 &\quad \ell \\
 &\quad (1/2)[\sinh \omega_r z \cosh \omega_r z - \omega_r z] (1/\omega_r) - (1/2)\omega_r \ell \sinh \omega_r \ell \cosh \omega_r \ell \cdot \\
 &\quad 0 \\
 &\quad \ell \\
 &\quad [2\omega_r z \cosh 2\omega_r z - \sinh 2\omega_r z] \{1/(2\omega_r)\} + \cosh^2 \omega_r \ell \cdot \\
 &\quad 0 \\
 &\quad (1/4)[2(\omega_r z)^2 \sinh \omega_r z \sinh \omega_r z - 2\omega_r z \sinh^2 \omega_r z \\
 &\quad \ell \\
 &\quad + \sinh \omega_r z \cosh \omega_r z - \omega_r z - (2/3)(\omega_r z)^3] (1/\omega_r) \} \\
 &\quad 0 \\
 &= (\bar{a}_r - \bar{a}_r')^2 / (\sinh 2\omega_r \ell - 2\omega_r \ell)^2 \cdot \{(\omega_r^2 \ell^3/6)(2\sinh^2 \omega_r \ell - 1) \\
 &\quad - \ell \cosh^2 \omega_r \ell / 4 + \sinh \omega_r \ell \cosh^3 \omega_r \ell / (4\omega_r)\} \\
 &= (\bar{a}_r - \bar{a}_r')^2 \ell / (\sinh 2r\pi\lambda - 2r\pi\lambda)^2 \cdot \{ (r\pi\lambda)^2 (\cosh 2r\pi\lambda - 2)/6 \\
 &\quad - \cosh^2 r\pi\lambda / 4 + \sinh r\pi\lambda \cosh^3 r\pi\lambda / (4r\pi\lambda) \} \dots\dots\dots (2-3-84)
 \end{aligned}$$

以上、せん断歪みエネルギー ΔV_s の計算式を示した。これを純せん断が作用するときのせん断歪みエネルギー $\Delta \tilde{V}_s$ と比較するために変形し、まとめると次式となる。

$$\begin{aligned}
 &\Delta V_s = (1/2)(q_1^2 \Delta b / G)(2\ell / \ell) \sum_{r=1}^{\infty} (\bar{\Gamma}_{r1}' + \bar{\Gamma}_{r2}' + \bar{\Gamma}_{r3}') \\
 &= (1/2)(q_1^2 \ell^2 \Delta b / G)(2\ell / \ell) \sum_{r=1}^{\infty} (\bar{\Gamma}_{r1}' + \bar{\Gamma}_{r2}' + \bar{\Gamma}_{r3}') \\
 &= (1/2)(q_1^2 \ell^2 \Delta b / G)(2\lambda) \sum_{r=1}^{\infty} (\bar{\Gamma}_{r1}' + \bar{\Gamma}_{r2}' + \bar{\Gamma}_{r3}') \\
 &\dots\dots\dots (2-3-78'')
 \end{aligned}$$

ここで、

$$\bar{I}_{r1}' = (\bar{a}_r + \bar{a}_r')^2 / (\sinh 2r\pi\lambda + 2r\pi\lambda)^2 \cdot \{ - (r\pi\lambda)^2 (2 + \cosh 2r\pi\lambda) / 6 \\ + \sinh^2 r\pi\lambda / 4 + \sinh^3 r\pi\lambda \cosh r\pi\lambda / (4r\pi\lambda_r) \} \dots\dots\dots (2-3-82')$$

$$\bar{I}_{r2}' = 2 (\bar{a}_r^2 - \bar{a}_r'^2) / \{ \sinh^2 2r\pi\lambda - (2r\pi\lambda)^2 \} \cdot (1/4) \{ (r\pi\lambda)^2 \\ - r\pi\lambda \sinh r\pi\lambda \cosh r\pi\lambda - \sinh^2 r\pi\lambda + \sinh^3 r\pi\lambda \cosh r\pi\lambda / (r\pi\lambda) \} \\ \dots\dots\dots (2-3-83')$$

$$\bar{I}_{r3}' = (\bar{a}_r - \bar{a}_r')^2 / (\sinh 2r\pi\lambda - 2r\pi\lambda)^2 \cdot \{ (r\pi\lambda)^2 (\cosh 2r\pi\lambda - 2) / 6 \\ - \cosh^2 r\pi\lambda / 4 + \sinh r\pi\lambda \cosh^3 r\pi\lambda / (4r\pi\lambda) \} \dots\dots\dots (2-3-84')$$

またここで、再び式(2-3-80)を示すと、

$$\bar{a}_r = a_r / q_1 = 2 / (r\pi) \cdot \sin\{r\pi / (\eta+1)\} \\ \bar{a}_r' = a_r' / q_1 = - 2 / (\eta r\pi) \cdot \sin\{r\pi / (\eta+1)\} \dots\dots\dots (2-3-80)$$

である。

(4) 1枚添接板継手における第一補正係数 ϕ

全板厚 $2t$ 、長さ $2l$ 、幅 Δb の直方体における、純せん断歪みエネルギー $\Delta \bar{V}_s$ と分布型のせん断力が作用したときのせん断歪みエネルギー ΔV_s はそれぞれ式(2-3-54)また式(2-3-78'')で表わされる。ここで、両式はいずれも形状比 $\lambda = l/t$ 、および板厚比 $\eta = 2t_{SP} / t_{BP}$ をパラメータとする関数として表示できることがわかった。

ΔV_s の式には図2-3-23に示すような双曲線関数が数多く含まれており、このため双曲正弦または双曲余弦の計算において桁数が急激に増大し、オーバーフローが生じ易い。従って、 ΔV_s の計算は計算式を以下の2点に留意して変形し、倍精度等の高精度演算をする必要がある。

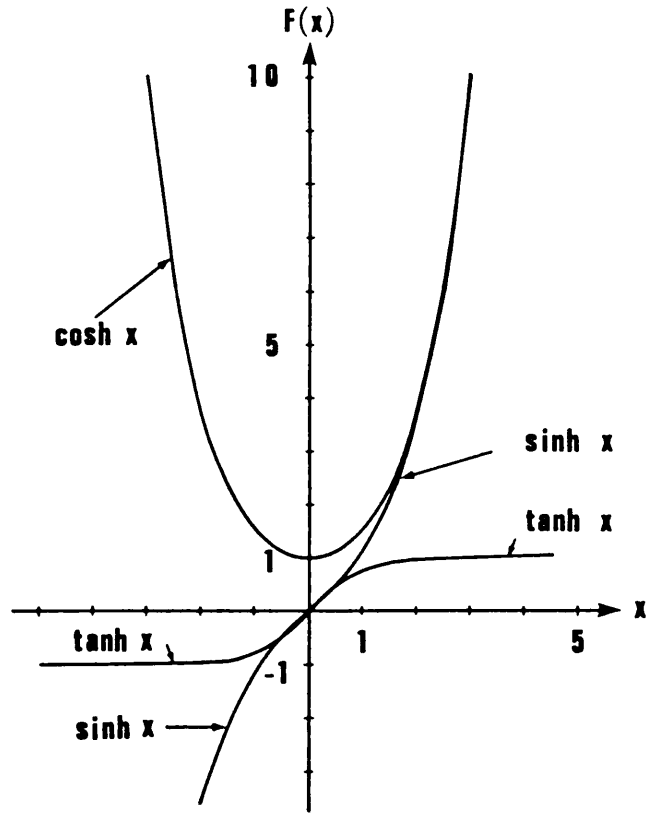


図 2-3-23 双曲線関数

1) なるべく双曲正接による表現を用いるようにする。

2) べき乗の表現を避ける。

また、級数の項数は以上のことからあまり多くとることができず、ここでは $r=5$ とした。

図2-3-24および図2-3-25はそれぞれ $\Delta \bar{V}_s$ と ΔV_s の、形状比 λ に対する関係を7種類の板厚比 ($\eta = 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2, 1.3$) について描いたものである。図の縦軸は $\Delta \bar{V}_s$ と ΔV_s に共通する項 $(1/2)(q_1^2 t^2 \Delta b / G)$ を単位としている。

また、図2-3-26は母材と全添接板の板厚が等しい ($\eta = 1$) ときの $\Delta \bar{V}_s$ と ΔV_s を比較したものである。

式(2-3-54)からも明らかなように、 η を固定したとき、 $\Delta \bar{V}_s$ は形状比 λ の逆数に比例することがわかる。

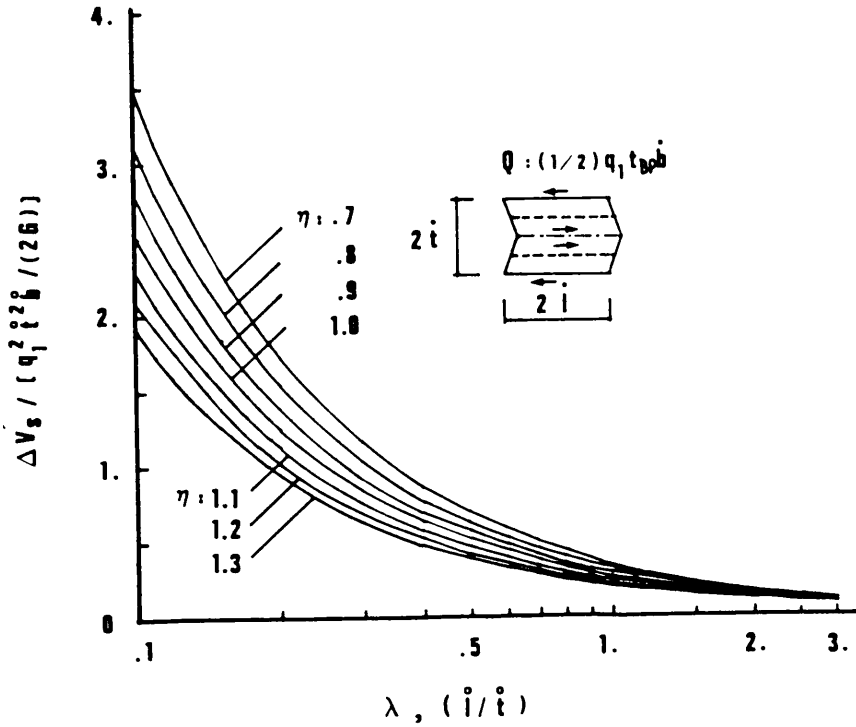


図2-3-24 純せん断歪みエネルギー $\Delta \bar{V}_s$ と形状比 λ の関係。

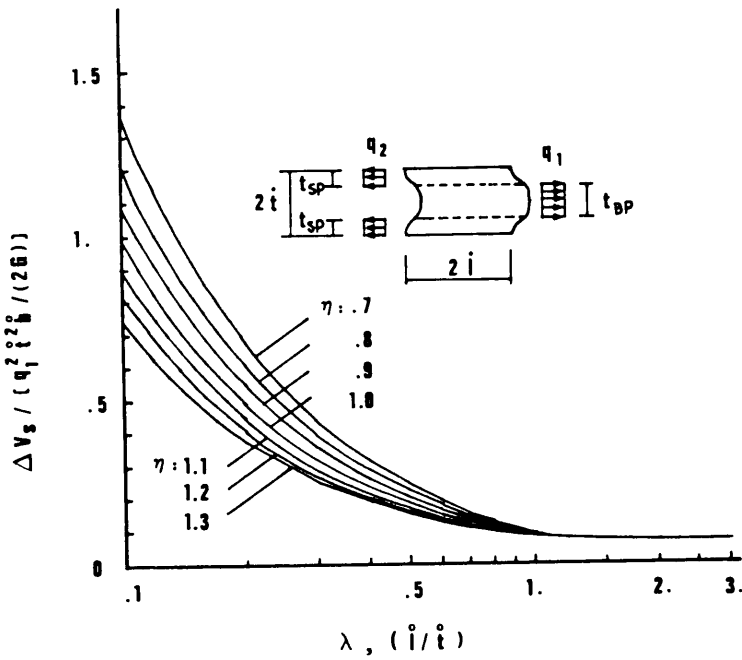


図2-3-25 分布型のせん断力が作用したときのせん断歪みエネルギー ΔV_s と形状比 λ の関係。

形状比は $\lambda = \ell / \bar{t}$ であるから、同一断面を有する継手に同じ大きさのせん断力が加わったときのせん断歪みエネルギーは継手長さ ℓ に反比例することになる。

この傾向は分布型のせん断力が作用したときのせん断歪みエネルギー ΔV_s と形状比 λ の間にもみられる。ただし、図 2-3-26で示されているように $\Delta \tilde{V}_s$ と ΔV_s の値は形状比 λ が 3.0 付近以下では多少異なり、純せん断歪みエネルギー $\Delta \tilde{V}_s$ の方が大きな値となっている。

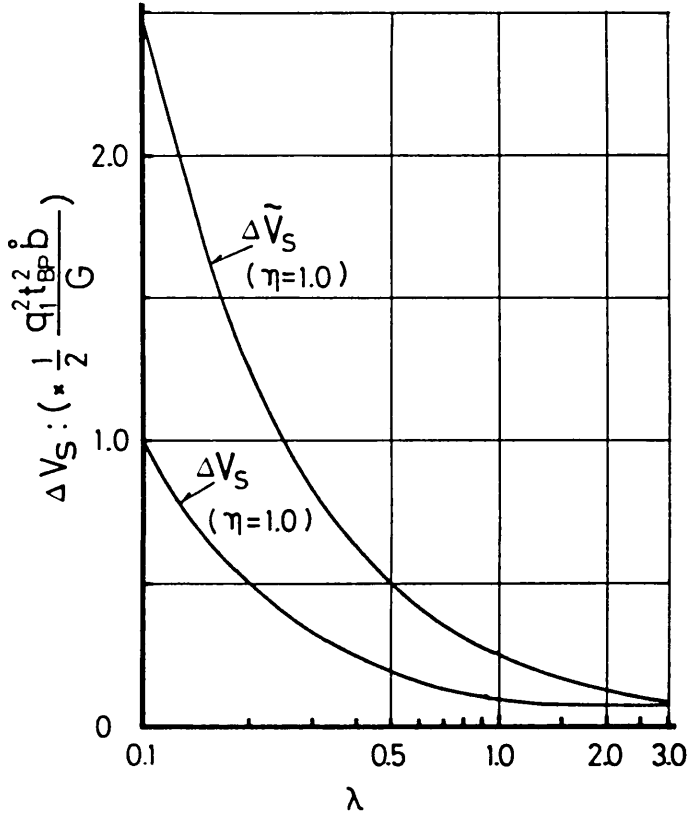


図2-3-26 $\Delta \tilde{V}_s$ と ΔV_s の比較 ($\eta = 1$)

一方、この両者の差は形状比 λ が大きくなると次第に小さくなり、 $\lambda > 3.0$ ではほとんど同一の値となる。

$\Delta \tilde{V}_s$ に対する ΔV_s の比を ϕ とすると、これは式(2-3-54)と式(2-3-78'')から次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \phi &= \Delta V_s / \Delta \tilde{V}_s \\ &= 2(\eta + 1)^2 \lambda^2 \sum_{r=1}^{\infty} (\bar{I}_{r1}' + \bar{I}_{r2}' + \bar{I}_{r3}') \dots\dots\dots (2-3-85) \end{aligned}$$

上式に基づき、 η をパラメータとしたときの、 $\phi - \lambda$ 関係を示したのが図 2-3-27 である。

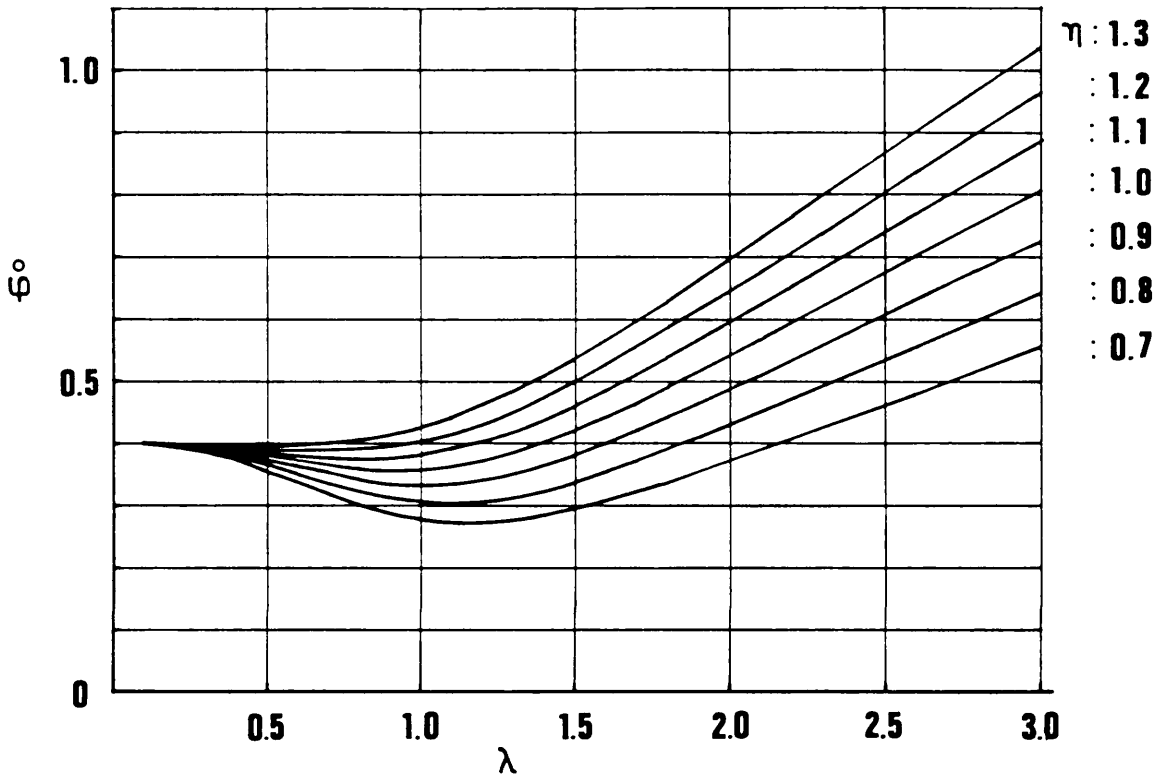


図 2- 3-27 微小幅 Δb の直方体における第一補正係数 ϕ

この図を用いて、任意の η 、 λ に対する補正係数 ϕ を求めることができる。この補正係数はせん断領域を、内部にボルト孔のある円筒立体であると仮定したときの微小幅 Δb (図 2-3-19 参照) に関するせん断歪みエネルギーを求めるために用いられる。そして、全せん断歪みエネルギーに対する補正係数 ϕ は Δb 毎の直方体について求められた ϕ を、 2δ を重みとして全断面積について平均することによって得られることになる。

個々の 2δ の値は、ボルト孔をどう扱うかによって違いがあるが、おおよそ $0 < 2\delta < \bar{d}_w$ の範囲にあるとみてよいであろう。 \bar{d}_w が座金外径程度の値であれば通常の設計では λ の値はほぼ、1.5 以下と考えられる (*次頁脚註参照)。

図 2-3-27 によれば、 $\eta (= 2t_{SP} / t_{BP})$ が 1.0 程度であれば、上記の λ の範囲に対して、 ϕ はほぼ一定値、

$\phi \approx 0.4 \quad (0 < \lambda \leq 1.5)$ $\eta = 1.0$
--

程度となる。従って、継手断面寸法の違いによる第一補正係数の変動は無視して差し支えないように思われる。この場合には初期せん断ばね定数を与える式(2-3-47)の ϕ として、0.4 を用いればよいことになる。

* 例えば、M22 の場合、JIS の推奨するボルト長さは 50mm～160mm であり、これから締め付けに要する長さ、すなわち座金厚 (6.0mm) の 2 倍とナット厚 (22mm) および余長の合計、約 40mm を差し引くと、締め付け長さ ($2i$) は 10～120 mm 程度となる。

ここで、添接板の板厚の最小値を主要鋼材としての最小板厚 9mm とし、付合わせ継手とすると、最小総板厚は 36mm となる。従って、締め付け長さの範囲の最小値を 36mm にした場合を考えることにする。

一方、有効せん断範囲を $\bar{d}_w \approx d_w = 44 \text{ mm}$ とすると、すなわち、 $2\phi = 44 \text{ mm}$ とすると、形状比 λ の範囲は、

$$\begin{aligned} \lambda &= (2\phi) / (2i) = 44 / 36 \sim 44 / 120 \\ &= 1.22 \sim 0.37 \end{aligned}$$

程度となる。

2・3・7 1枚添接板継手の有効せん断面積の近似と第2補正係数 ψ

1枚添接板継手の初期せん断ばね定数 k_{s0} を表わす式(2-3-47)には継手部材内部に生じるせん断領域を規定するための、有効せん断面積 A_s が含まれていた。この A_s については未だ触れていなかったが、本項では有限要素法を用いた解析により、高力ボルトの締め付けによって発生する継手部材内部の垂直方向圧縮応力の分布性状を明らかにし、母材と添接板の接触面が平坦であると仮定した場合の接触面上における圧縮応力分布を求めることにより有効せん断面積 A_s の近似方法などについて検討する。

高力ボルトにはねじ部断面が殆ど降伏状態に達する程の高度な初期軸力が導入される。この軸力は座金を介して継手片に伝達され、継手内の母材と添接板の接触面に圧縮応力分布域を形成する。この圧縮応力分布域が摩擦接合継手において最も重要な働きをする。すなわち、圧縮応力分布域では母材と添接板が接着されていると考えられるが、母材内の応力がこの領域を介して添接板内に伝達される。このとき、せん断変形が接着部分付近で発生するが、このせん断歪みエネルギーと剛体-ばねモデルにおけるせん断歪みエネルギーを等しくすることができれば、モデル化はほぼ達成されと言ってもよい。

継手の被締付部の内部応力分布性状については、「継手板のばね定数」に関する研究においていくつかの検討例がある^{50)~52)}。ボルトで弾性体を締付けた場合の締付け量はボルト自身の伸び量と弾性体の縮み量が加算されることになるが、このときの弾性体の縮み量を見積もる時に、広がりのある弾性体のどの範囲までを有効と考えたらよいかが議論された。

初期の研究は、ボルト軸方向の引張接合継手の耐力および剛性を明らかにすることを目的としたものであり、具体的には被締付材の弾性変形に関係する有効範囲を等価中空円筒形と仮定し、その有効断面積について種々の検討が行なわれた。Rötscher[1927]は内部圧縮応力分布形状として角度 γ （被締付材表面と円すいの母線とのなす角）で拡る円すい台を考え、円すいの母線の中点を外径とした中空円筒を、ばね定数算出のための等価立体とする方法を示した。Rötscherは $\gamma = 45^\circ$ とすればよいと提案した（図 2-3-28）。

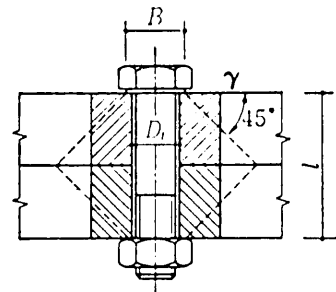


図 2-3-28 Rötscher の影響円すいの仮定と等価円筒立体（文献 23）より）

その後、Rötscherによる等価中空円筒では、剛性を大きく見積もることになるとして、円すい台を小さくすべきであるといった意見が出されたり、被締付材の弾性変形に関係する有効範囲として樽状の立体を考え、これを等価中空円筒に置換する方法などが検討された⁵¹⁾。しかし、これらの研究の多くは、圧縮応力は影響立体内部の水平方向の同一断面において等しいといった仮定に基づいたものである。実際にはボルト孔周縁で大きく、それから遠ざかるに連れて減少するような分布をしていると考えられ、このような圧縮応力分布形状を考慮した理論的研究も行なわれた。

光永⁵⁰⁾はSneddonが導いた、有限距離にある二つの平行平面を境界とし、無限の広がりをもつ弾性体の表面上に、垂直に軸対称圧縮力が作用したときの解に基づき、次のような手順で被締付材の内部応力分布を解析的に求めている。

a) 被締付材表面に円形の圧縮力を作用させたときの解と、絶対値が等しく、面積の小さな円形の引張力を作用させたときの解を加え合わせて、環状の圧縮力が作用したときの解を求める。

b) 次に、a)の計算過程でボルト孔壁に生じる半径方向応力とせん断力に対して絶対値が等しく、逆向きの応力を加えたときの解を求める。

c) a), b)の解を重ねる。

ここで、b)の計算過程においてはさらに弾性体の表面に応力を生じることになるため、a), b)の手順を必要な精度が得られるまで、繰り返す必要がある。

これに対して、藤本・橋本^{51), 52)}は有孔板の境界条件を直接考慮した解を求めている。

このような理論解は結局、非常に複雑な式となり、また多元の連立方程式を解く必要があり、電子計算機による演算が不可欠である。さらに、これらの研究は、継手のボルト軸方向の引張強度（例えば、継手にボルト軸方向の引張力が作用するときに発生するボルトの付加軸力、または接合部が離間するときの限界荷重など）に注目したものであったため、そこで示されている計算例は被締付材の表面変位分布と中央面位置での応力分布が主体である。これに対して、本論文で扱う突合せ型の継手では、摩擦面が全板厚の $1/4$, $3/4$ であるため、上記論文の計算結果の例を直接利用することができない。これらの理由により、新たに、軸対称回転体有限要素による解析を行なうことにした。

さて、せん断歪みエネルギーを扱った前節では、有効せん断範囲として、ボルト孔周縁部におけるボルト孔部分を除いた円筒形の立体を仮定した。従って、母材と添接板の接合面上の有効せん断面としては中央にボルト孔による円形の断面欠損部を有する円環状のものを仮定したことになる。この仮定は摩擦面が平坦であれば成り立つと考えられるが、この点について、実物大の継手供試体を用いて行なわれた引張試験⁸⁾後の摩擦面の状況を

写真 2-3-2は図 2-3-29 に示すような 2枚添接板を有する継手 (F10T-M30 x 12 本) の、引張試験後の摩擦面の状況を示したものである。

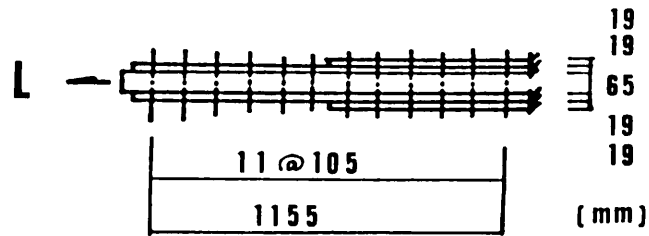


図 2- 3-29 引張試験供試体寸法図 (2枚添接板継手)

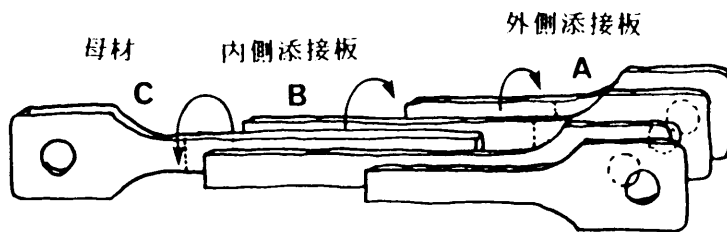


図 2- 3-30 引張試験終了後の供試体の展開方法説明図

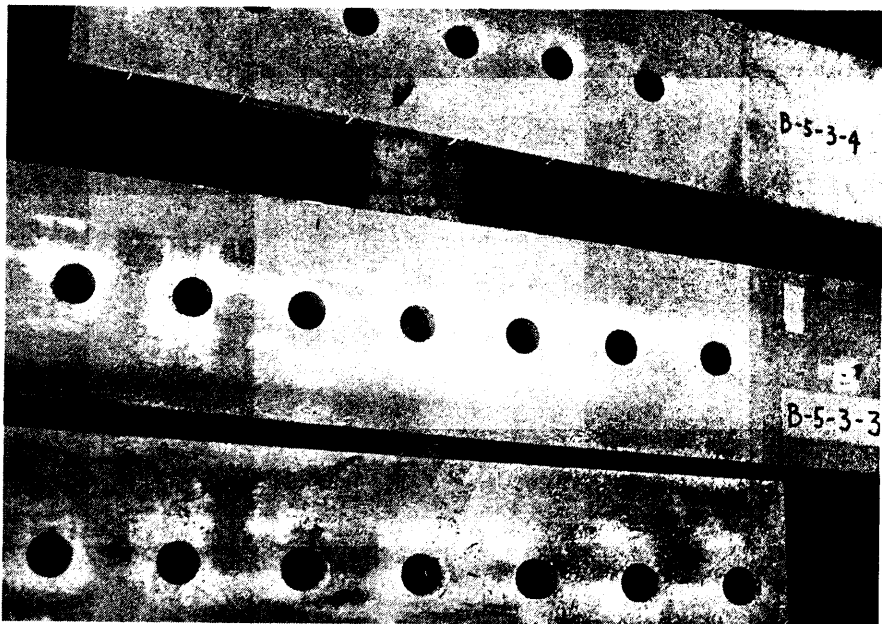


写真 2- 3- 2 引張試験終了後の摩擦面の状況 (その 1)

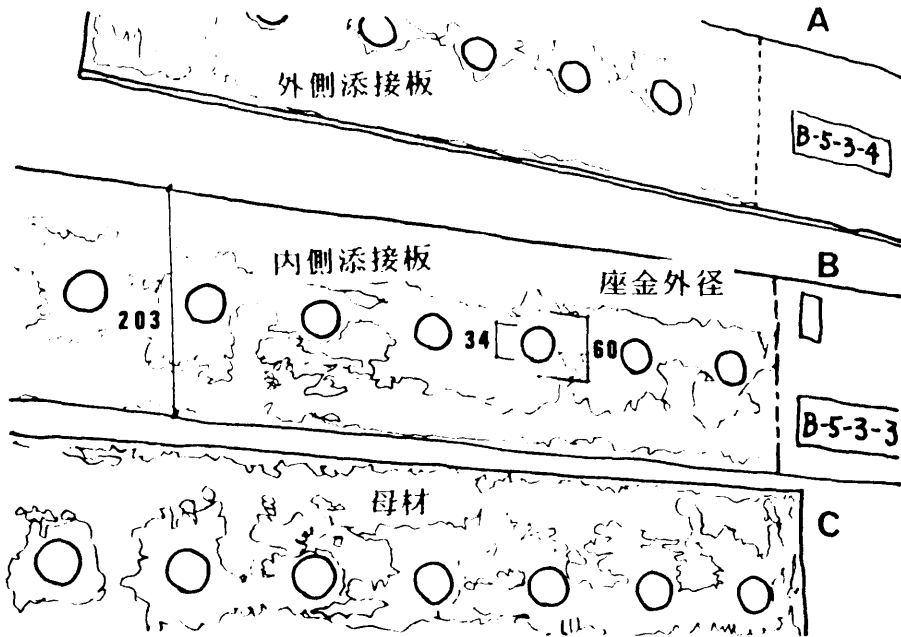


図 2- 3-31 写真 2- 3- 2 の説明図

本供試体の摩擦面には防錆塗料として塗膜厚 75μ の無機ジンクリッチペイントが塗布されている。また、引張試験は繰返し荷重を4サイクル加えた後、主すべりを発生させ、さらに母材の端ボルト部が破断するまで行なわれた。

写真 2-3-2に写っている摩擦面は供試体を図 2-3-30 に示すように展開した時のものである。図の上側から、A、B、Cの記号を付けてあるが、これらの部材はそれぞれ外側添接板、内側添接板および母材である。

写真で摩擦面上が白く写っているのは繰返し荷重が加わったときに、高度の圧縮応力作用領域（以下では高圧縮領域と略す）において摩擦面が擦れ合ってきたものである。BとCの面は互いに接し合っていたため、高圧縮領域を示す白い部分がほぼ対称に現われている。作用応力と直角方向（板厚方向）の高圧縮領域の広がりには作用応力方向に発生する”すべり量の大きさ”に影響されないことから、写真に白く写っている領域をそのままの大きさとして読み取れる。一方、作用応力方向に関してはすべりの影響を加味する必要がある。しかし、摩擦面における継手部材相互のすべり量はボルトとボルト孔間の全クリアランスが4mm程度であるから主すべり発生時でも高々4mmであり、また母材の破断時でも、端ボルトに約1mmほどのせん断変形が見られたという実験結果報告に基づいて推定すると5mm程度であると思われる。従って、載荷方向（継手の長手方向）の白く写っている領域

はすべりによる影響が僅かであるために、ほぼ全てが高圧縮領域であると見なせる。

図 2-3-31 は写真 2-3-2の説明図であり、ここには板幅（203mm）、ボルト孔径（34mm）および座金外径（60mm）の寸法が記入してある。

母材－内側添接板間の摩擦面における高圧縮領域が座金外径（60mm）よりも幾分大きい
のに対して、外側－内側添接板間の摩擦面における高圧縮領域はほぼ座金外径程度であり、
狭くなっている。この現象は座金を介して伝わった圧縮応力の継手部材内部における分布
形状に関する重要な情報の一つである。

写真 2-3-3、2-3-4 は他の試験体における、引張試験後の摩擦面の状況を示したもので
ある。両方の試験体とも前記の場合と同様に摩擦面には防錆塗料が塗布されており、ボル
トのグリップ長さは 133 mm、種類はF10T-M30である。

写真 2-3-3における供試体は摩擦面がかなり精度良く平坦に作製されたものか、あるい
は防錆塗料厚がやや厚めであったものと思われる、本論文で行なっている仮定に近い、典型
的な円形の高圧縮領域分布形状が見られる。また、この高圧縮領域は隣接するボルト間に
おいて僅かに重なり合っている。

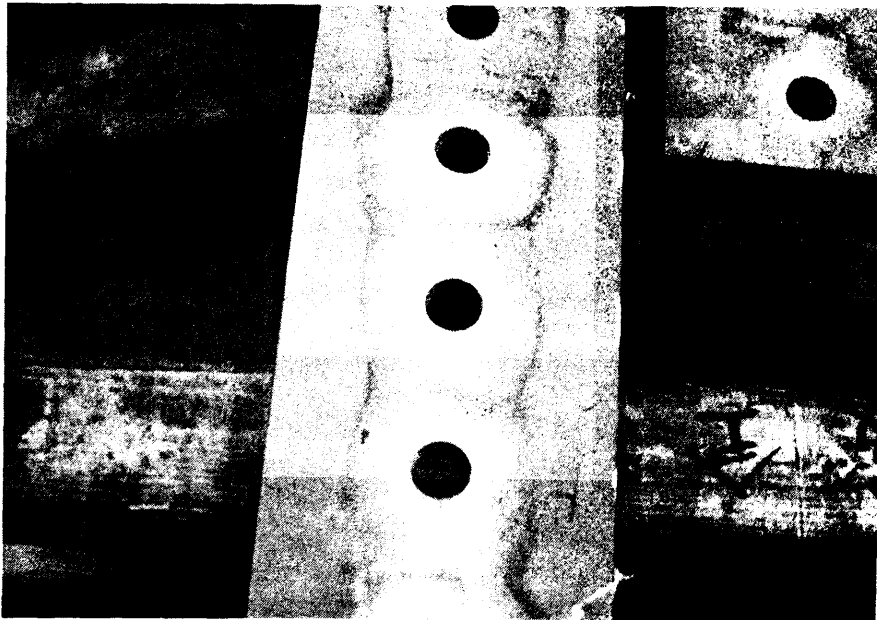


写真 2- 3- 3 引張試験終了後の摩擦面の状況（その2）



写真 2- 3- 4 引張試験終了後の摩擦面の状況（その3）

写真 2-3-4は摩擦面の凹凸によって高圧縮領域が偏っている例であり、写真に向って左側に偏っている。ただし、右側部分にも座金幅に相当する部分には高圧縮領域が存在している。

以上の考察によると、高圧縮分布領域は板厚や摩擦面の状態および処理方法などによって異なってくるため、個々の継手に対して固有の形状を有することが十分予想される。しかし、これらの影響を解析に盛り込むのは非常に難しいことである。ただ、高圧縮分布領域がおおよそボルト孔周縁部に集まっていることは実験結果からも明らかであり、また写真 2-3-3のようになかなり明瞭な円環形状をなしている例も見られたことから、摩擦面が平坦であると仮定した時の高圧縮分布領域について検討しても、現実の問題とそれ程かけ離れたこととは言えないようである。

このような仮定に基づいた場合の摩擦面上の垂直圧縮応力はボルト孔円周部で最も大きく、ボルト軸から半径方向に隔たるにつれて次第に減少するような分布を示すであろう。

このとき、圧縮応力が有効である範囲をどのように定めたら良いかという問題が生じてくる。またさらに、垂直圧縮応力分布形状に及ぼすボルト孔径、座金の有効幅さらに継手部材の厚さなどの寸法の影響に関しても検討する必要がある。次に、有限要素法を用いた解析を行ない、これらの点について詳しく検討してみる。

(1) 軸対称回転体有限（三角形）要素による継手部材内部の圧縮応力分布解析

ボルト軸力は座金を介して継手部材に伝達され、継手の摩擦面上に円環状の圧縮応力領域を形成する。このときの分布性状を軸対称回転体有限（三角形）要素を用いた応力解析で明らかにする。軸対称回転体有限（三角形）要素の剛性マトリックスは最終的に定数のみからなる剛性マトリックスと変数を含む剛性マトリックスの和で与える方法が考えられている^{53, 54)}（Appendix 7. 参照）。すなわち、定数項は三角形要素の重心点を用いた近似剛性マトリックスであり、変数を含む項は補正剛性マトリックスである。この補正剛性マトリックスの要素内には、

$$\iint (1/r) \, dr \, dy, \quad \iint (y/r) \, dr \, dy, \quad \iint (y^2/r) \, dr \, dy$$

などの積分項が含まれており、対称軸からの距離 r が小さいとき、すなわち対称軸に近い要素に関する補正項の値が大きくなる。従って、剛性マトリックスとして近似マトリックスだけを用いた場合には対称軸に近い要素に関する精度が低下することになる。

しかし、ここで扱うボルト孔周縁の応力解析問題では、ボルト中心軸を対称軸にとり、さらにボルト孔を考慮すれば中空の円筒を対象にすれば良いので、近似要素剛性マトリックスを用いてもかなりの精度が期待できると判断し、以下の解析においては近似剛性マトリックスを用いた。

図 2-3-32 に軸対称回転体有限要素解析モデルを示す。二枚の添接板の板厚が等しい場合には、解析モデルは母材中央水平面に対して対称であるので、図のようにメッシュ分割してある部分のみを取りだし、これに適当な境界条件を与えて解くことができる。図中の記号はそれぞれ、 a_w : 座金有効幅、 d_w : 座金外径、 d_H : ボルト孔径、 q_B : 座金を介して伝達されるボルトの締め付け力（等分布荷重）、直線 $A - A'$: 母材と添接板の接触面（摩擦面）に相当する所、などである。

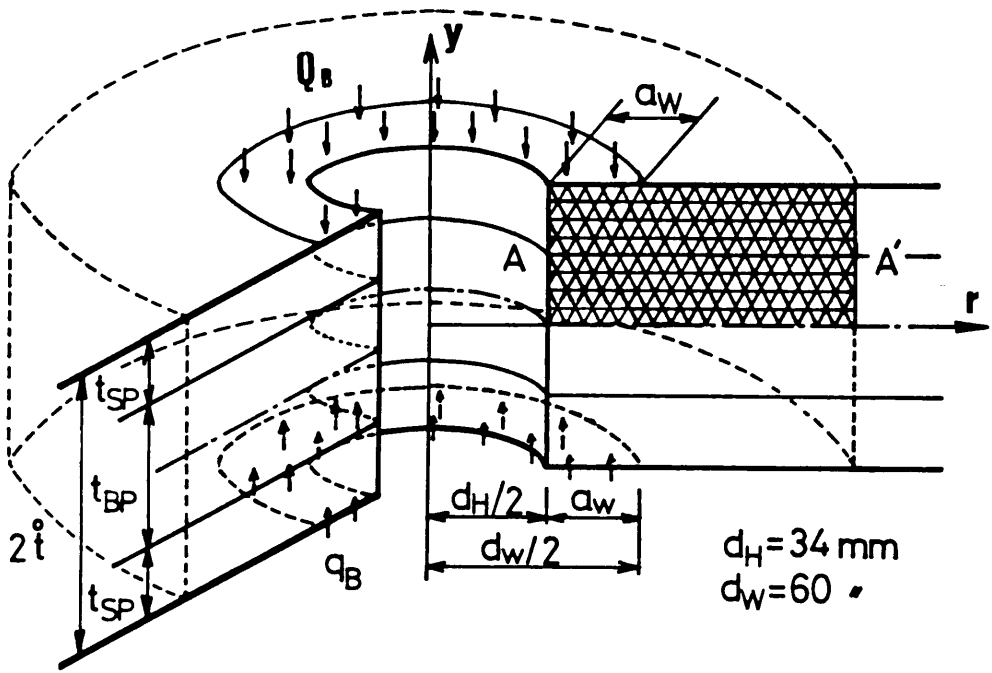


図 2- 3- 32 ボルト孔周縁の応力解析のための
軸対称回転体有限要素モデル略図

軸対称回転体有限要素を扱うに際しては、外力の与え方に注意しなければならない点がある。

六角形をなすボルト頭部から座金に対して円滑に応力が伝わるように、ボルトの首下部およびナットの座金面に接する面は円形に作製されており、隅角部の応力集中はかなり緩和されていると考えられる。さらに、座金から継手片に対しても円滑な応力の流れを確保するために座金の材質は硬度の高いものが用いられている（JIS B 1186 “座金のカタサ”で規定されている）ので外力は座金底面からの等分布荷重 Q_B と考えて良いであろう。この等分布荷重は本来、座金有効幅を回転軸回りに回転させた面に分布しているものであるが、これを2次元的な回転体断面の節点に等価集中力として作用させる必要がある。

Nをボルト軸力、 A_w を座金有効面積（座金内径はボルト孔径より幾分小さく作られて

いるので、このような呼び方をした。) とすると、座金底面から継手部材に加わる等分布荷重 Q_B は、

$$Q_B = N / A_w \quad \dots\dots\dots (2-3-86)$$

である。

対称回転軸 (y 軸) から等価集中荷重を作用させる節点までの距離を下図に示すように、それぞれ $r_1, r_2, \dots, r_i, \dots, r_m$ とする。

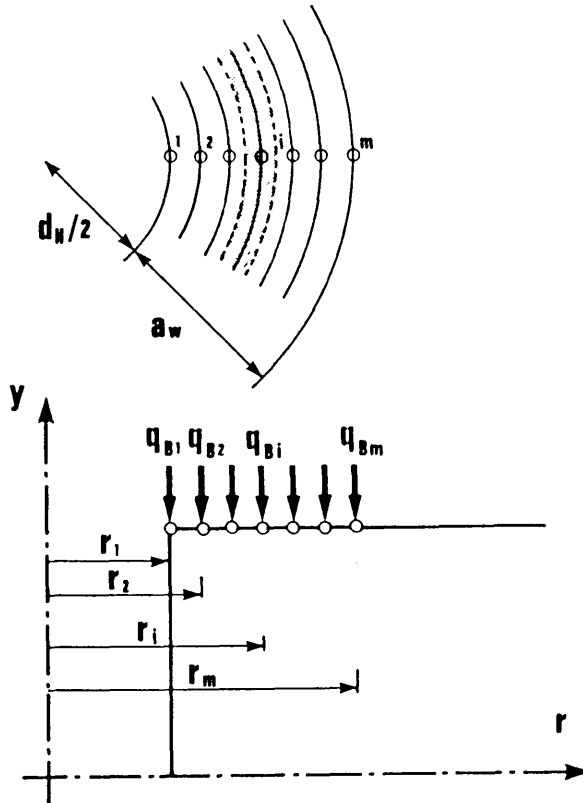


図 2-3-33 軸対称回転体問題における等価集中荷重

また、各節点には、節点間の中央で分割した円形の帯領域を分担させることにすると、節点 i における等価集中節点荷重 q_{Bi} は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} q_{Bi} &= Q_B \pi \left[\left\{ (r_{i+1} + r_i) / 2 \right\}^2 - \left\{ (r_i + r_{i-1}) / 2 \right\}^2 \right] / (2 r_i \pi) \\ &= \{ Q_B / (8 r_i) \} \{ (r_{i+1} + r_i)^2 - (r_i + r_{i-1})^2 \} \quad \dots\dots\dots (2-3-87) \end{aligned}$$

ただし、上式において r の添字 i が 0 以下または m 以上になったときの r は 0 とする。

三角形リング要素の断面形状は図 2-3-34 に示すように底辺と高さが等しい二等辺三角形とした。また、この三角形の 1 辺の長さは有効座金幅 a_w の $1/5$ に設定した。

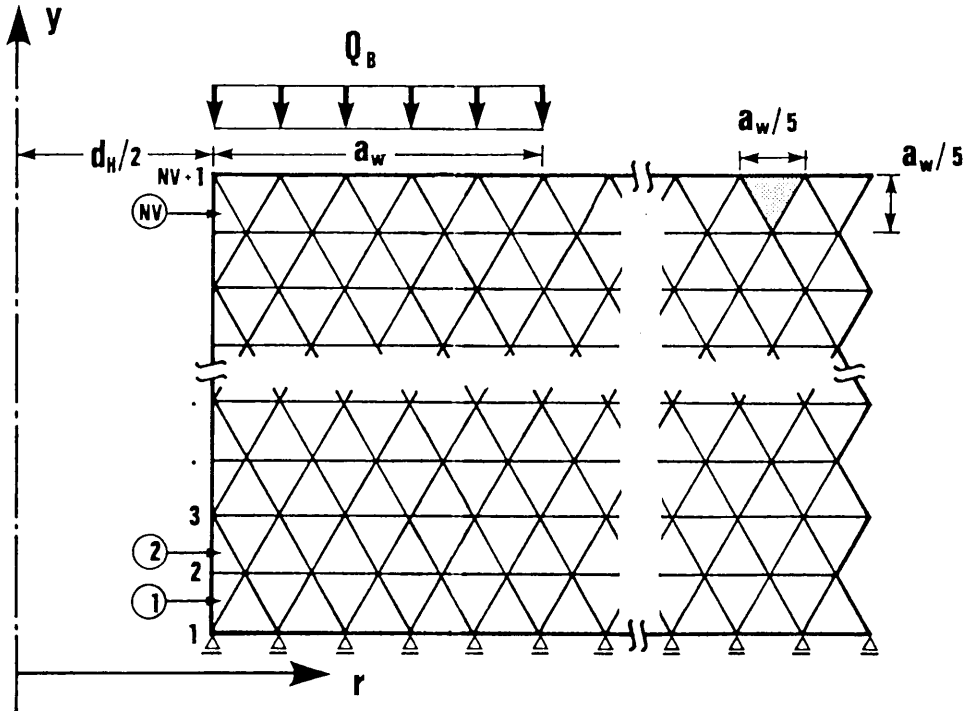


図 2-3-34 回転体断面の要素分割と境界条件

各種ボルトに対してボルト孔径 d_H と座金外径 d_w および有効座金幅 a_w は下表のようになる。従って、断面寸法を a_w で無次元化すると、 d_H/a_w 、 d_w/a_w に対して下表の後の欄に示すように殆ど同様なプロポーシオンとなり、ボルト径種による違いはあまりない。

	d_H	d_w	a_w	d_H/a_w	d_w/a_w
M22	25	44	9.5	2.63	4.63
M24	27	48	10.5	2.57	4.57
M30	34	60	13.0	2.62	4.62

表 2- 3 軸対称回転体のモデル化における各寸法

このことから、M30 ボルトに関する断面寸法を用いた解析で 3種類のボルト径種のものを代表させることにした。

尚、電算プログラムは文献 54) を参照し、これをベースとして主に入出力部分を改良したものを新たに作成した。

(2) 継手部材内部の圧縮応力分布解析結果

板厚（グリップ長さ）の影響を調べるために、対称軸（ y 軸）方向に対して、 $a_w / 5$ を単位とする層数（分割数）を 4, 6, 8, 10, 12, 18, 24 と増やした場合について解析を行なった（母材中央水平面に対する対称性を利用しているため、実際にはこれらの層数の 2 倍である）。厚板の場合は半径方向の要素数を増やし、解析モデル端部の境界の影響を少なくするように心掛けた。ただし、半径方向に解析範囲を広げた数種のモデルに対して精度の照査を行なったところ座金外周位置から母材中央に対して 45° の範囲をカバーできる断面を持ったモデルであれば良好な結果を与えることが分かった。これは荷重の作用方向が半径方向ではなく、対称軸方向であることにも関係があり、半径方向載荷の場合に比べて幾分解析範囲を狭くできるようである。

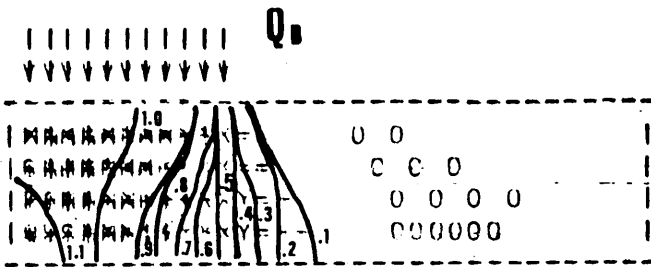
図 2-3-35, (a) ~ (g) に継手の板厚を上記の 7通りに変化させたときの垂直圧縮応力分布解析結果を示す。継手の板厚変化は座金有効幅 a_w に対する総板厚($2t$) の比 ($2t/a_w$) に換算すると、それぞれ 1.6, 2.4, 3.2, 4.0, 4.8, 7.2, 9.6 倍となる。

図中には三角形リング要素重心位置の垂直応力度の値を、その値が高くなるに従って、次に示すような記号の重ね合わせなどにより、15段階に濃くなるように表わしてある。また、作用応力度 q_B で無次元化したときの等応力線も描き加えてある。さらに、図中の” O ” は垂直引張応力分布域を示すものである。

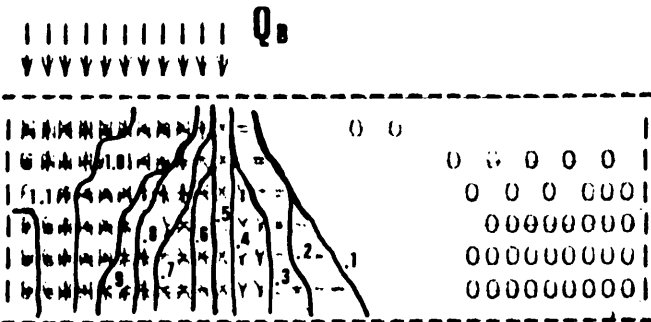
記号	垂直応力度 (q_B で無次元化したもの)
○	僅かな引張応力
(無印)	0 ~ 0.1
-	0.1 ~ 0.2
=	0.2 ~ 0.3
Y	0.3 ~ 0.4

記号[(+)は重ね合わせの意味] 垂直応力度 (q_B で無次元化したもの)

X	0.4 ~ 0.5	
X (+) -	0.5 ~ 0.6	
X (+) =	0.6 ~ 0.7	
X (+) (+) -	0.7 ~ 0.8	
X (+) (+) =	0.8 ~ 0.9	
X (+) + (+) H	0.9 ~ 1.0	
X (+) (+) H	1.0 ~ 1.05]
C (+) *	1.05 ~ 1.1	
D (+) *	1.1 ~ 1.15]
Q (+) *	1.15 ~ 1.20	

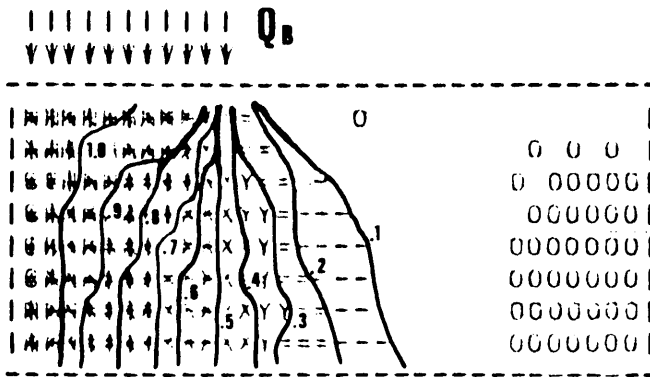


(a) $2 \xi = 1.6 a_w$

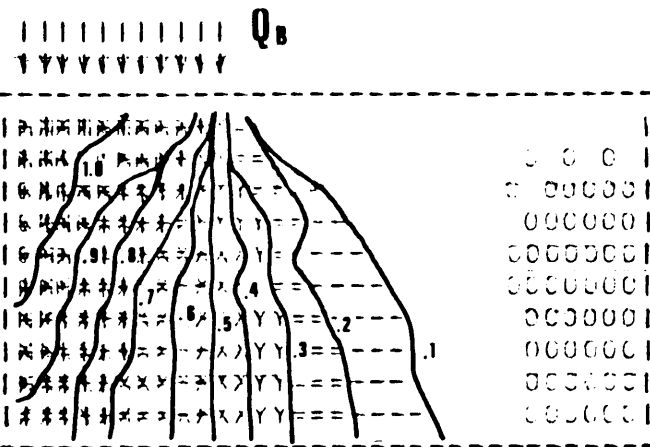


(b) $2 \xi = 2.4 a_w$

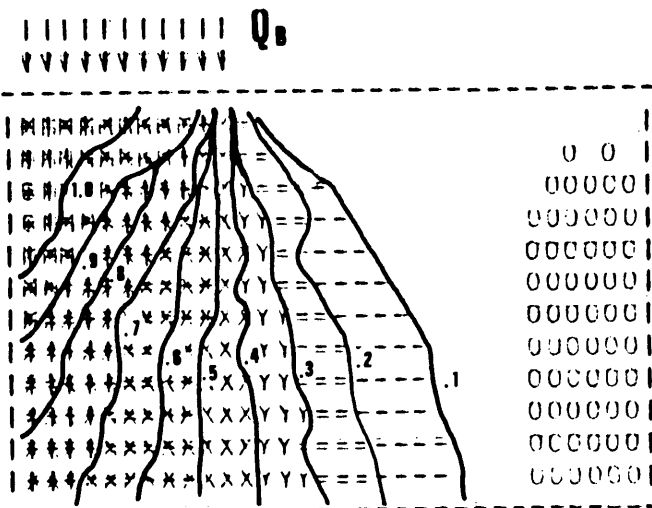
図 2-3-35 継手部材内部の圧縮応力分布



(c) $2t = 3.2 a_w$



(d) $2t = 4.0 a_w$



(e) $2t = 4.8 a_w$

図 2-3-35 継手部材内部の圧縮応力度分布

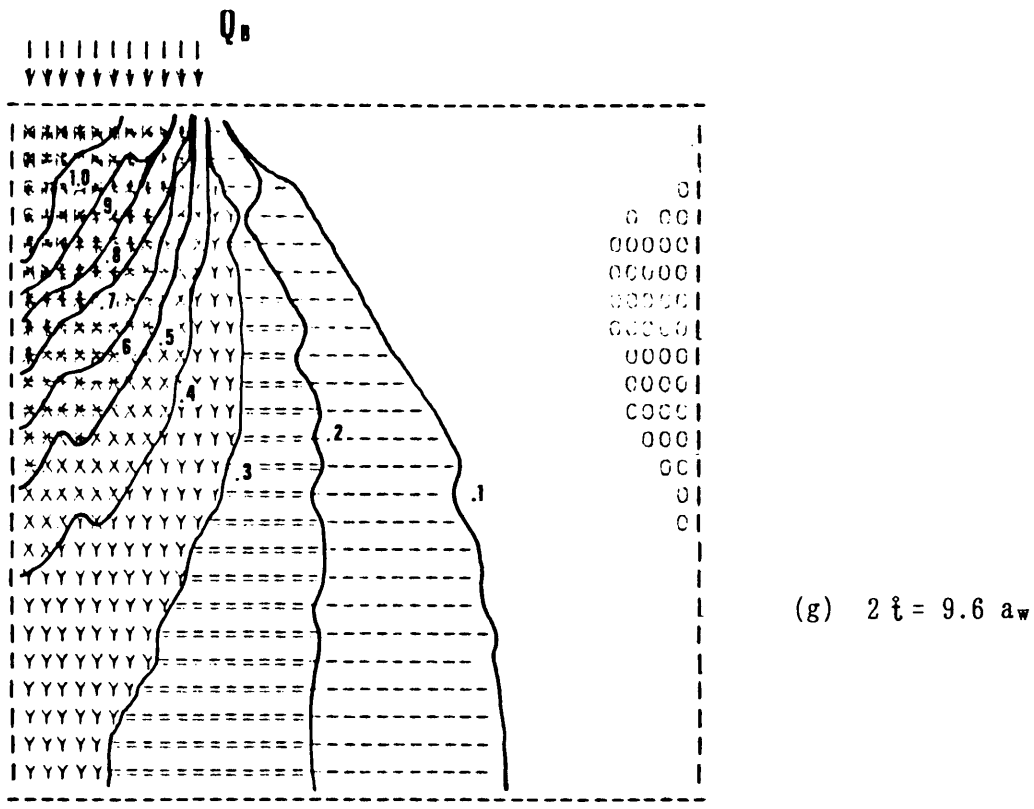
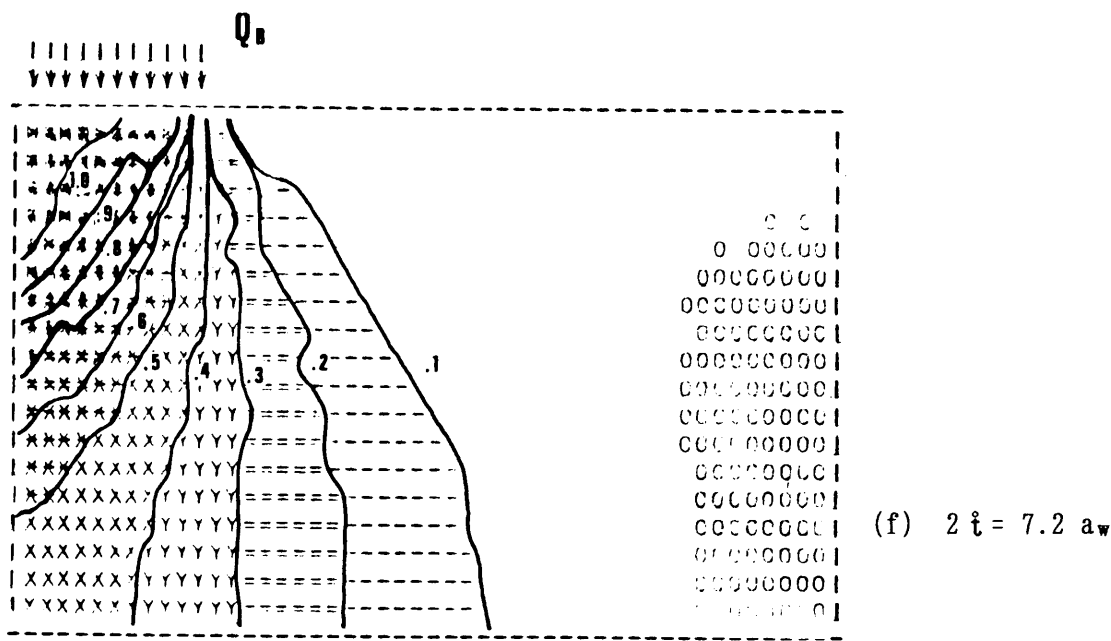


図 2-3-35 継手部材内部の圧縮応力度分布

ボルトの締め付けによって継手部材内部、ボルト孔周縁に発生する垂直方向圧縮応力度の分布形状を軸対称回転体有限要素モデルで解析した結果、明らかとなったことをまとめると次のようになる。

- ・ 圧縮応力度 σ_r の分布は概略的に図 2-3-36 に示すように、座金底面直下の高応力度域（斜線ハッチ部分）、中応力度域（水平線ハッチ部分）および低応力度域（薄墨部分）の3領域に区分して表すことができる。
- ・ すなわち、圧縮応力度は座金底面に近い程、またボルト孔内壁に近い程高くなる。
- ・ この高圧縮応力度は座金底面とボルト孔内壁および座金外周縁から時計回りに、ほぼ 135° の直線を 360° 回転してできる曲面に囲まれた領域に存在する。中でも特にボルト孔内壁付近（図 2-3-36 で黒く塗り潰した領域）が高い応力度を示している。
- ・ σ_r は全体的には継手の外表面と座金外径縁の接触部からほぼ 45° の広がりをもって分布する。
- ・ 摩擦面上の圧縮応力度分布は板厚の影響を受け、板厚が厚い程分布域が広がる。それに伴って、単位面積当りの応力の値は低くなる。

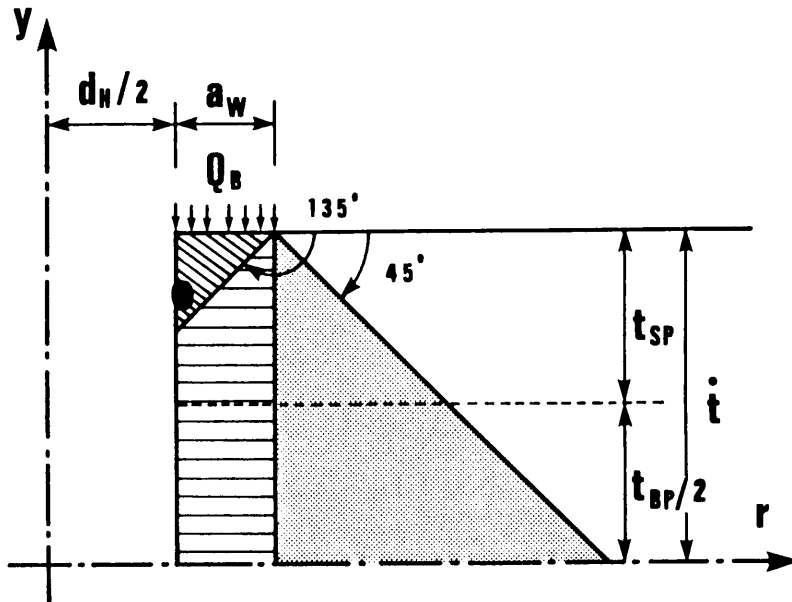


図 2- 3-36 ボルト孔周縁の圧縮応力度分布概略図

三角形リング要素の断面の重心点における圧縮応力度から、母材と添接板の接触面（A - A'）における圧縮応力度を前後の要素重心位置応力度を用いて内挿したところ、座金有効幅 a_w を基準として $1.6a_w$ から $9.6a_w$ までの板厚に対して、図 2-3-37 に示すような結果

が得られた。摩擦面に生じる σ_c はボルト孔内壁から遠ざかるにつれて減少する。減少傾向は板厚が厚いほど緩慢であり、 σ_c の作用領域が広くなるために最大値が低くなっている。

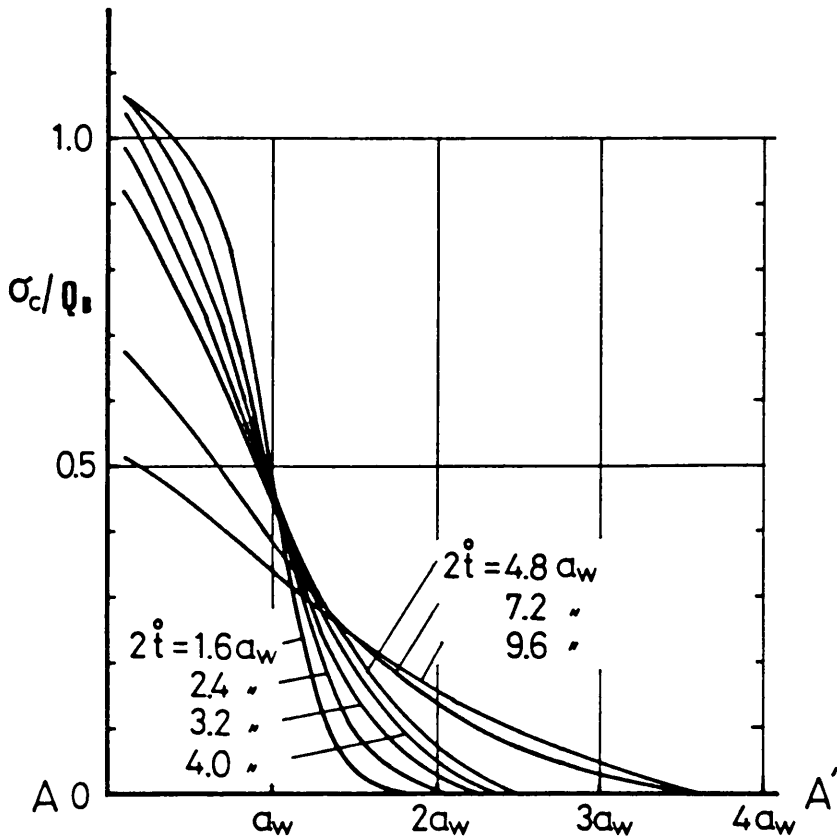


図 2- 3-37 摩擦面上における σ_c の分布性状

それに対して板厚が薄い場合は、 σ_c の作用領域も a_w の近傍にとどまり、その最大値も導入応力値と同程度となっている。従って、総板厚が座金有効幅の 3 倍程度以下の薄板であれば、 σ_c の作用範囲はほぼ座金外径で囲まれる領域に留まっていると考えられる。

(3) 既往の研究成果との比較および摩擦面における圧縮応力分布式の提案

藤本・橋本は被締付材の垂直圧縮応力分布を、応力関数を用いて解析した^{51), 52)}。ここでは被締付材中央面の円環状の分布域として有効な外径の大きさ (r_t) を、座金外径 ($d_w/2$) に、 $2/3 \times$ (被締付材の板厚の半分; i) を加えたもので示されると報告している。

$$r_t = (d_w/2) + (2/3) i \quad \dots\dots\dots (2-3-88)$$

また、文献 23) では、上式で示される仮定と、応力分布が円すい台形であるという仮定に基づいて、被締付材内部の任意面における圧縮応力分布を与える式として、式(2-3-89)～式(2-3-91)を提案している。

$$\frac{\sigma_z}{Q_B} = C_0 \frac{r_t - r}{r_t - (d_H/2)} \quad \dots\dots\dots (2-3-89)$$

$$C_0 = \frac{3 \{ (d_w/2)^2 - (d_H/2)^2 \}}{r_t^2 + (d_H/2) r_t - 2 (d_H/2)^2} \quad \dots\dots\dots (2-3-90)$$

$$r_t = (d_w/2) + (2t/3) \quad \dots\dots\dots (2-3-91)$$

式(2-3-89)は分布形状を r に関する 1 次式で表わしたもので、これを直線式と呼ぶことにする。

図 2-3-38 に上式で用いられる諸量を示した。 r , t はそれぞれ、ボルト孔中心軸から半径方向の距離と板表面からの任意深さである。ただし、上式の成立する深さ t の範囲を、次の不等式で表現している。

$$t > 0.2 i \quad \dots (2-3-92)$$

これは、板表面に近い所では、応力分布形状を円すい台と仮定できないことによる配慮であると思われる。

突合せ継手の摩擦面を考え、
 $t = 0.5 i$ としたときの圧縮
応力分布について、前述の軸対

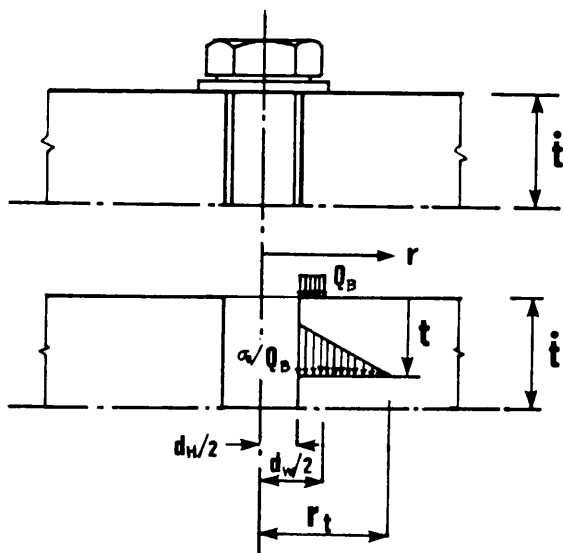


図 2-3-38 藤本・橋本による被締付材内部の任意面における圧縮応力分布の仮定

称回転体有限要素による解析結果と、式(2-3-89)～式(2-3-91)で示される分布を比較したものを図 2-3-39 に示す。

ここで、破線で示した曲線は既に図 2-3-37 で示した有限要素解析によるものであり、被締付材の全板厚 $2t$ を、有効座金幅 a_w の 1.6～ 9.6 倍の 7 種類としたときの圧縮応力分布形状を示したものである。縦軸はボルト孔壁を示し、また横軸はボルト孔壁からの半径方向距離である。実線は藤本・橋本の提案式であるが、最大圧縮応力の値が有限要素解に比べて全体的に高い。特に全板厚 ($2t$) が $1.6a_w \sim 3.2a_w$ のときは

1.3～ 1.5 倍程度高くなっている。これは板厚の違いに拘らず、応力分布形状を一律に円すい台であると仮定したためである。

この点を修正するために、試みに分布形状を次式で示すような 2 次曲線であると仮定したときの分布曲線式を導く。

$$\frac{\sigma_z}{Q_B} = C_1 \left(\frac{d_w}{2} - r \right)^2 + C_2$$

 (2- 3-93)

ここで、圧縮応力分布域は式(2-3-88)で示されるものとする。また、 C_1 、 C_2 は未知定数である。

$r = r_t$ のとき、 $\sigma_z / Q_B = 0$ であるから、定数 C_1 は次式で表わされる。

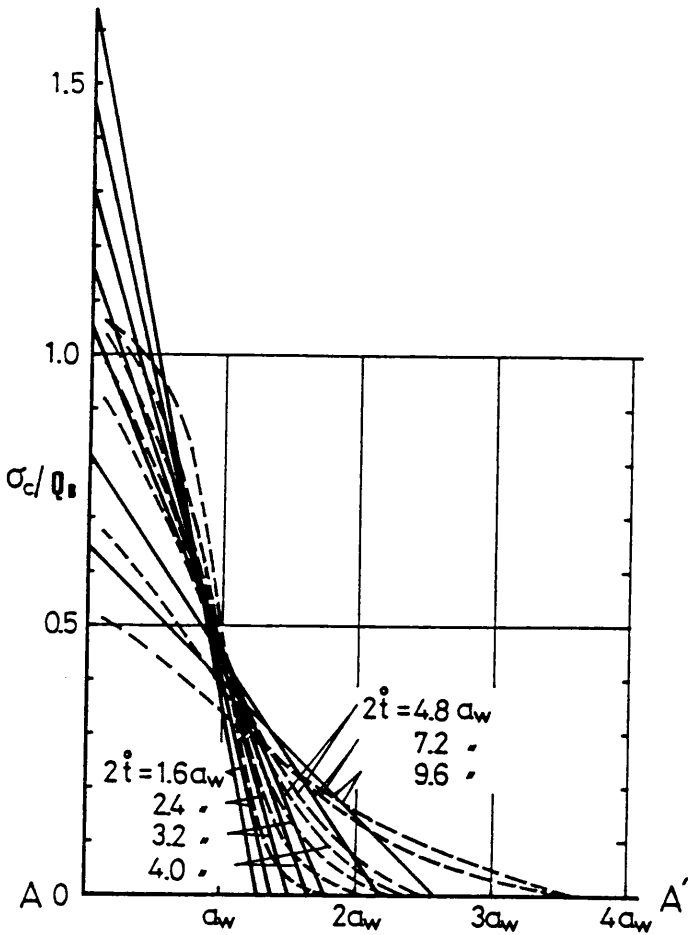


図 2-3-39 藤本・橋本による圧縮応力分布の仮定

$$C_1 = \frac{-C_2}{(d_w/2 - r_t)^2} \dots\dots\dots (2-3-94)$$

式(2-3-94)を式(2-3-93)に代入し、さらに式(2-3-93)をボルト孔中心軸周りに回転させたときの体積 V_r を求めると、

$$\begin{aligned} V_r &= \pi \int_0^{C_2} \left[\frac{d_w}{2} - \left\{ \frac{(d_w/2 - r_t)^2}{C_2} (C_2 - z) \right\}^{1/2} \right]^2 dz \\ &= \pi \left(\frac{d_w}{2} \right)^2 C_2 + \frac{4\pi C_2 (d_w/2) (r_t - d_w/2)}{3} + \frac{1}{2} \pi C_2 \left(\frac{d_w}{2} - r_t \right)^2 \\ &\dots\dots\dots (2-3-95) \end{aligned}$$

となる。

式(2-3-95)の第1項はボルト孔に相当する円筒の体積であるから、これを除くと、結局次式となる。これは、被締付材に単位の分布荷重が作用したときの総合荷重となる。

$$V_r' = \frac{\pi C_2}{6} \{ 3 r_t + 5 (d_w/2) \} \{ r_t - (d_H/2) \} \dots\dots\dots (2-3-96)$$

一方、板表面において単位の分布荷重が作用したときには、次式で示されるような荷重が導入されることになるので、

$$V_r'' = \pi \{ (d_w/2)^2 - (d_H/2)^2 \} \dots\dots\dots (2-3-97)$$

式(2-3-96)と式(2-3-97)を等置し、 C_2 について解くと、次式が得られる。ここで、 C_2 は最大圧縮応力度である。

$$C_2 = \frac{6 \{ (d_w/2)^2 - (d_H/2)^2 \}}{\{ 3 r_t + 5 (d_w/2) \} \{ r_t - (d_H/2) \}} \dots\dots\dots (2-3-98)$$

従って、圧縮応力分布として2次曲線を用いた場合には、その任意深さ t における分布は、前出の分布域の外径を与える式により、

$$r_t = (d_w/2) + (2t/3) \dots\dots\dots (2-3-91)$$

として、式(2-3-93)、式(2-3-94)、式(2-3-98)を用いて計算することができる。これを2次曲線式と呼ぶことにする。図 2-3-40 に有限要素法を用いた計算結果(破線)と2次曲線式の比較を示す。2次曲線式は直線式と比較して、薄板の場合のボルト壁付近の応力分布が改善されている。一方、厚板の場合には、どちらかといえば直線式の方が有限要素解に近い分布となっている。

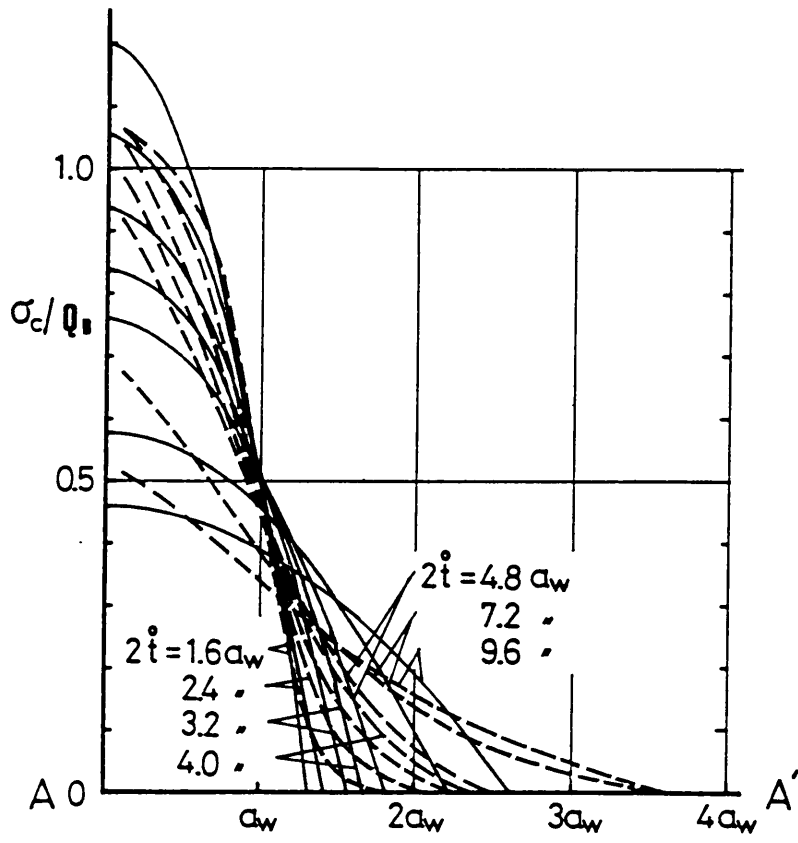


図 2-3-40 2次曲線式による圧縮応力分布形状の近似

ここまで検討してきた2種類の分布曲線は分布域を、式(2-3-91)で示される有効域までに限定したものであった。しかし、ボルト孔中心軸まわりの体積分を考えると、この有効域から、Bötscherの示した分布域までの低応力域を無視することはボルト孔付近の応力にならず影響を与えることになる。次に、この点を考慮し、突合せ継手の摩擦面（全板厚の 1/4）での圧縮応力分布問題に焦点を絞り、できる限り有限要素解に近い応力分布となるように指数関数による近似を考えてみる。

応力形状関数として指数関数を用いる場合には、次式で示されるような形が考えられる。

$$\frac{\sigma_z}{Q_B} = C_3 e^{-C_4 \{r - (d_H/2)\}^2}$$

..... (2- 3-99)

ここで、 C_3 、 C_4 は未知定数である。突合せ継手の摩擦面における圧縮応力の分布範囲 r_t^* はBötscherの示した領域とすると次式となる。

$$r_t^* = d_w / 2 + i / 2 \quad \dots\dots\dots (2-3-100)$$

式(2-3-100)で示される所で応力は非常に小さな値 ε となると仮定する。この条件により、 C_4 は次式で与えられる。

$$C_4 = \frac{-\ln(\varepsilon / C_3)}{\{r_t^* - (d_H/2)\}^2} \quad \dots\dots\dots (2-3-101)$$

C_4 は指数関数の形状を与える定数である。この形状は板厚によって異なるので、この C_4 の値を変動させて、最適値を見つけ出せば良いことになる。

前述の2次曲線と同様の手順で未知定数 C_3 を求める。

式(2-3-99)を z 軸に対して回転させたときの体積 V_r は、

$$\begin{aligned} V_r &= \pi \int_0^{C_3} [(d_H/2)^2 + \{(1/C_4)(\ln C_3 - \ln z)\}^{1/2}]^2 dz \\ &= \pi (d_H/2)^2 C_3 + 2\pi (d_H/2) (1/C_4)^{1/2} \int_0^{C_3} (\ln C_3 - \ln z) dz + \frac{\pi}{C_4} \int_0^{C_3} (\ln C_3 - \ln z) dz \end{aligned}$$

ここで、第2項の積分において、 $S = (\ln C_3 - \ln z)^{1/2}$ とおくと、

$$= \pi (d_H/2)^2 C_3 + 4\pi (d_H/2) C_3 (1/C_4)^{1/2} \int_0^\infty S^2 e^{-S^2} dS + \pi (C_3/C_4)$$

第2項の積分は文献 53)を参照して、

$$= \pi (d_H/2)^2 C_3 + 4\pi (d_H/2) C_3 (1/C_4)^{1/2} \cdot \pi^{1/2} / 4 + \pi (C_3/C_4)$$

式(2-3-101)を代入して、

$$\begin{aligned} &= \pi (d_H/2)^2 C_3 + \frac{\pi C_3 \{r_t^* - (d_H/2)\} \{r_t^* - [1 + \{\pi(-\ln \varepsilon)\}^{1/2}](d_H/2)\}}{-\ln \varepsilon} \\ &\quad \dots\dots\dots (2-3-102) \end{aligned}$$

となる。式(2-3-102)の第1項はボルト孔に相当する円筒の体積であるからこれを除き、さらに式(2-3-97)で示される導入荷重と等置し、 C_3 について解くと次式が得られる。

$$C_3 = \frac{\{(d_w/2)^2 - (d_H/2)^2\} (-\ln \varepsilon)}{\{r_t^* - (d_H/2)\} \{r_t^* - [1 + \{\pi(-\ln \varepsilon)\}^{1/2}](d_H/2)\}} \quad \dots (2-3-103)$$

式(2-3-99)、(2-3-101)、(2-3-103)を用い、 ε の値を変化させて有限要素解に近づける努力をした。何回かの試行と回帰分析により、最適な分布関数を与える ε は次式で表わさ

れることが分かった。

$$\varepsilon = \frac{0.3232}{m^2} + 0.0138 \quad \dots\dots\dots (2-3-104)$$

ここで、 m は被締付材の全板厚を、有効座金幅 a_w を規準として表わすときの係数である。

$$m = 2 \dot{t} / a_w \quad \dots\dots\dots (2-3-105)$$

式(2-3-104)、(2-3-105)で計算される ε を用いて応力の形状を求めれば、図 2-3-41 に示すような結果が得られる。

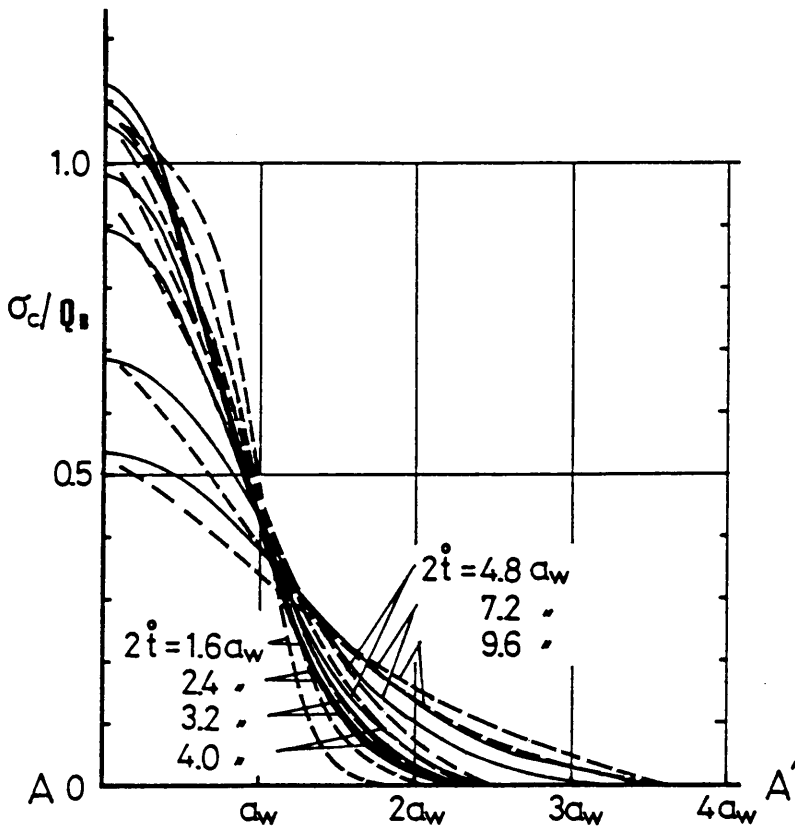


図 2-3-41 指数関数式による圧縮応力分布形状の近似

指数関数式による圧縮応力分布は前出の直線分布、2次曲線分布と比べて、有限要素解に非常に良く合致している。

(4) 第2補正係数 ψ

初期せん断ばね定数を与える式に含まれる有効せん断面積 A_s は高力ボルトから座金を介して継手部材の摩擦面に伝達される垂直圧縮応力が作り出す円環形状の有効面積であるとする、次式で表すことができる。

$$\begin{aligned} A_s &= \pi (\bar{d}_w^2 - d_H^2) / 4 \\ &= \pi \{ (\psi d_w)^2 - d_H^2 \} / 4 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2-3-106)$$

ここで、 \bar{d}_w は有効せん断面積の外径、また ψ は有効せん断面積に関する補正係数であり、せん断歪みエネルギーを求めるときに用いた補正係数と区別するために第2補正係数と呼ぶことにする。

薄板の場合は $\bar{d}_w \approx d_w$ ($\psi \approx 1.0$) としても差し支えないようであるが、厚板の場合の \bar{d}_w は σ_c の分布域が広いので、有効せん断面積を広くとる ($\psi > 1.0$ とする) 必要がある。このときには図 2-3-42 に示すように、摩擦面上の σ_c の裾野部分をボルト孔内壁方向に移動させ、全ての応力度をそのときの最大応力度 $\sigma_{c, \max}$ に等しくしたときの外径を \bar{d}_w として近似する方法が考えられる。

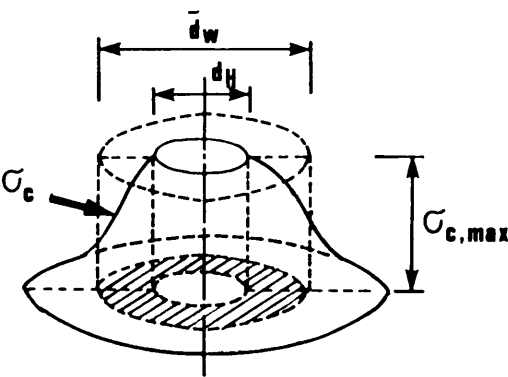


図 2- 3-42 有効せん断面積に関する説明図

継手部材内部の任意深さの水平断面における総応力は一定であるので、座金有効面積を $A_{s0} (= \pi \{ d_w^2 - d_H^2 \} / 4)$ 、等価せん断面積を A_s とすると次式が成立する。

$$Q_B A_{s0} = \sigma_{c, \max} A_s \quad \dots\dots\dots (2-3-107)$$

いま、分布荷重 Q_B に対する最大応力度 $\sigma_{C, \max}$ の比を χ とする。

$$\chi = \sigma_{C, \max} / Q_B \quad \dots\dots\dots (2-3-108)$$

上式と式(2-3-106) を式(2-3-107) に代入し、第二補正係数 ψ について解くと、

$$\psi = \{ (1/\chi) - (1/\chi - 1.0)(d_H/d_w)^2 \}^{1/2} \quad \dots\dots\dots (2-3-109)$$

となる。

式(2-3-109) を用いて ψ と χ の関係を M22, M24, M30 の各ボルトについて求めたところ、ボルト径種の違いによる差は殆どなく、全てのボルトに対して、図 2-3-43 に示すような $\psi - \chi$ 関係曲線で近似できることが分かった。

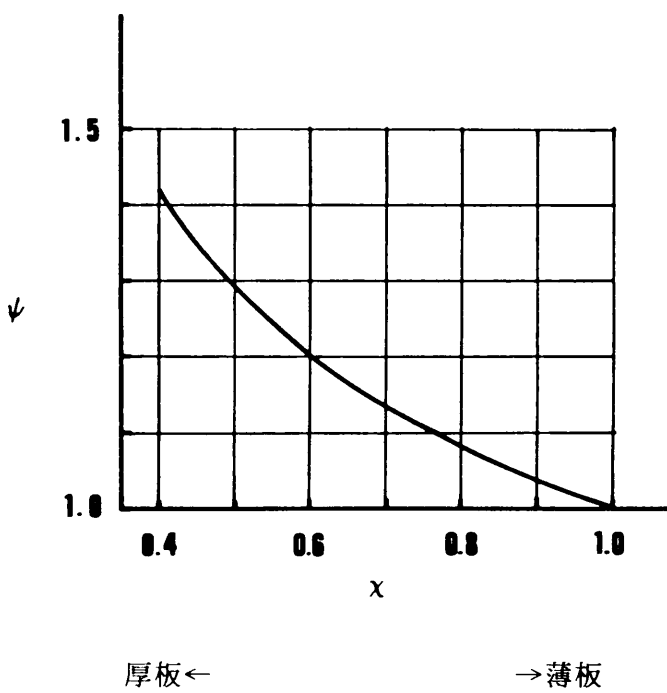


図 2-3-43 $\chi - \psi$ 関係曲線

せん断面積 A_s についてまとめると、その近似値は、次の手順で計算できる。

- 1) 継手の総板厚 $2t$ が座金有効幅 a_w の何倍に相当するかを計算する。
- 2) 摩擦面上における σ_c の分布性状を示す図 2-3-37、または前項で提案した指数関数を用いた圧縮応力度分布式 [式(2-3-103) で示される C_3 が χ となる] により、

$$\chi = \sigma_{C, \max} / Q_B$$

を求める。

3) これと、 d_H , d_w を式(2-3-109) に代入して、第2補正係数 ψ を求める。

4) さらに、上記の ψ を用いて、式(2-3-106) で A_s を求める。

ただし、せん断面の形状は摩擦面の凹凸による接触の具合や加工方法、さらに鋼種により異なり、必ずしも仮定のような円環形状をなしてはいない。同一実験による結果の差の中に、これらの影響も含まれていることが考えられるので、より正確には実験結果と比較検討しながら、本項で考慮したファクター以外のものの効果を補正係数 ψ に含ませるようにすればよい。

2・3・8 2枚添接板継手の初期せん断ばね定数と各補正係数

前項では、一对の添接板を有する一般的な突合わせ（1枚添接板）継手の、RBSMモデルにおける初期せん断ばね定数について述べた。他方、突合わせ継手には摩擦接合継手の特性を活かし、長さの異なる複数の添接板を重ねて継手内部の応力変化に応じた変断面を構成することにより、経済化を狙ったものがある。このような継手は実際に本州四国連絡橋の吊橋の補剛トラスに使われている。

本州四国連絡橋では、図2-3-44に示すような、長さの異なる二対の添接板（SP1，SP2）を重ねた変断面継手が使われており、これにより添接板の重量を通常の突合わせ継手に比べて 1/4（図中、破線部分）程度軽減している。長大構造物においては継手自身も非常に大きなものとなり、さらに継手箇所も増えるため、たとえ 1/4程度の軽減とはいえ無視できるような量ではなくなるようである。

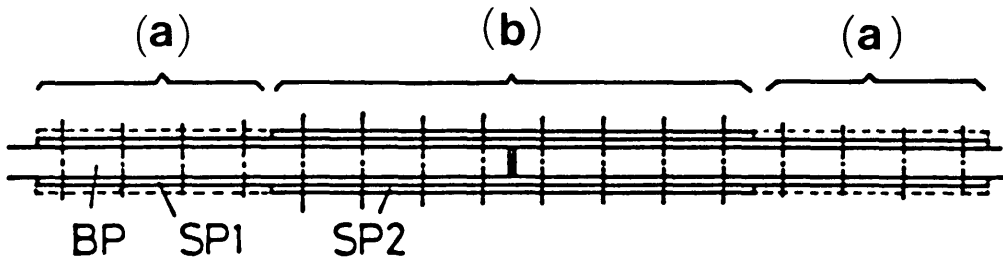


図 2- 3-44 2枚添接板継手略図

添接板枚数をさらに増やし、より経済的な断面を狙うということも考えられないことはないが、施工面での繁雑さなどの逆効果を考えれば、むやみに添接板枚数を増やしても意味がないように思われる。従って、本項では変断面継手の典型的な例としての2枚添接板継手のみを扱うことにする。

伸びばね定数 k_e (k_e^{BP} , k_e^{SP1} , k_e^{SP2}) は1枚添接板継手と全く同様な方法で算定できる。

本項ではせん断ばね定数について、継手前半の1枚添接部分と後半の2枚添接部分に分けて述べることにする。

(1) 2枚添接板継手前半部分の補正係数

2枚添接板継手の場合には、2種類の異なる断面を持つことになる。このうち、継手前半の1枚添接部分（a）については前項での検討結果がほぼそのままの形で利用できる。ただし、添接板の板厚が1/2程度となるため、母材と内側添接板(SP1)の板厚比 η （： $2 t_{SP} / t_{BP}$ ）が約0.5となることなどに若干相違する所がある。

図 2-3-45 は板厚比 η を0.05刻みで、0.40～0.60まで変化させたときの第1補正係数 ϕ を示したものである。

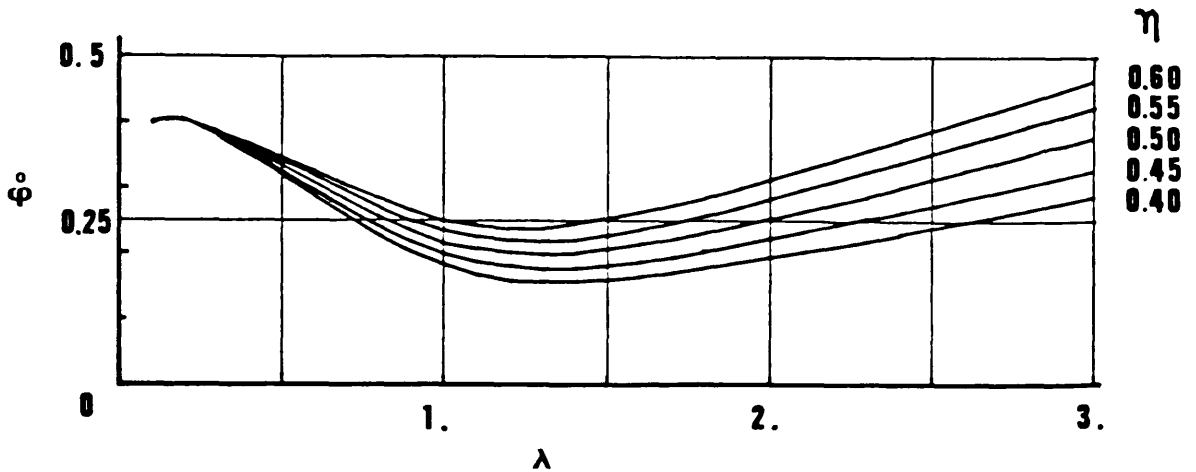


図 2- 3-45 第1補正係数 ϕ （2枚添接板継手前半用）

第1補正係数 ϕ を示す曲線は通常の設計における形状比 λ の範囲、 $\lambda \leq 1.5$ に対して0.2～0.4の間で変動することになり、もはやこの間において一定であるという仮定は成立し得ない。ところで、全せん断歪みエネルギーに対する第1補正係数 ϕ はこの ϕ を 2ϕ を重みとして、全断面積について平均することにより算出される。すなわち、せん断面積を y - z （垂直）面で n_d 分割した場合は次式で示される。

$$\phi = \frac{\sum_{i=0}^{n_d-1} (2\phi_i)(\phi_i)}{\sum_{i=0}^{n_d-1} (2\phi_i)} \dots\dots\dots (2-3-110)$$

ここで、 ϕ_i は次式で計算される形状比 λ_i を用いて図 2-3-45 から読み取ることのできる、微小幅 Δb に対する補正係数である。

$$\lambda_i = (2\phi_i) / (2t_{SP1} + t_{BP}) \quad \dots\dots\dots (2-3-111)$$

試みに、M22 ボルト ($t_{BP} = 64 \text{ mm}$, $t_{SP1} = 16 \text{ mm}$, $\eta=0.5$, $\psi=1.0$: せん断範囲 \bar{d}_w を座金外径 d_w と等しいとした場合) に関してボルト孔を考慮した ϕ の計算したところ、微小幅 Δb に対する補正係数 ϕ_i の値は $0.32 \sim 0.38$ の範囲にあるのに対して全せん断歪みエネルギーに対する第一補正係数 ϕ の値は 0.36 であった。この結果から言えば、 ϕ の値は微小幅 Δb に対する補正係数 ϕ_i の値の平均値で置き換えてもさしつかえないように思われる。

一方、せん断面積を推定するとき用いる第2補正係数 ψ は前項と同様な方法で算定することができる。ただし、摩擦面の位置が通常の場合より継手よりも座金側に近くなっている点をどのように評価したらよいかという問題はある。すなわち、剛体-ばね要素モデルにおけるばねの取り付け位置が一般の場合より内側添接板の板厚が薄い分だけ座金側へ移動することになるが、これに伴う等価せん断ばね定数の算定方法に関する問題である。この問題を解決する一番効果的な方法は板厚方向に対して要素分割数を増やし(すなわち、1枚添接板で構成される母材に対しても板厚方向に分割し)、剛体要素の大きさを板厚方向に対しても均一化することである。そして、摩擦面以外のせん断ばねにはせん断歪みエネルギーに等価な線形のばね特性を持たすことにすればよい。ただし、板厚方向に対してあまり細分割すると、剛体-ばねモデルのせつかくの低自由度という特徴がそこなわれることになる。このことから言えば、多少厳密さに欠けることにはなるが近似として、母材と内側添接板を含めた継手板の平均的なせん断ばねを求め、これを摩擦面位置に取り付けるのも一方法と考えられる。「変断面継手」に関する以下の解析においてはこのような近似手法を用いている。

有効せん断面積を計算するときの第2補正係数 ψ は、ボルト軸圧縮力によって座金を介して伝達される応力によって形成される、継手内部の垂直圧縮応力度 σ の分布性状を示す図 2-3-37、または式(2-3-103) [この C_3 は χ に相当する] より無次元化した最大垂直圧縮応力度 $\chi = \sigma_{c, \max} / Q_B$ を読み取り、式(2-3-109) を用いて計算することができる。

このとき、2枚添接板継手前半部分では摩擦面の位置と、継手の水平対称面から上の板厚 $(t_{BP}/2 + t_{SP1})$ のうちの中央、すなわち $(1/2)(t_{BP}/2 + t_{SP1})$ の位置が一致しない。しかし、近似的には前項における「摩擦面上の垂直圧縮応力度」を「中央部水平面の垂直圧縮応力度」に読み替えるか、あるいは摩擦面の位置が浅くなるので、 $\psi \approx 1.0$ として差し支えないであろう。

(2) 2枚添接板継手後半部分の補正係数

2枚添接板継手の後半部分（図 2-3-44(b)）には摩擦面が2面あるため、これに対応する2種類のせん断ばねを別途定める必要がある。いま後半部分のせん断領域を下図のように、内側の添接板の中央水平面（ $a-a'$ 面）より下部（母材側）と上部（外側添接板側）に分割し、これをそれぞれ領域Ⅰ、領域Ⅱとする。これらの領域におけるせん断歪みエネルギーを算定し、それと等価なせん断歪みエネルギーを与えるようなせん断ばね定数を定める必要がある。板厚方向にさらに細分し、領域の数を増やすことにより、互いに隣合う要素の寸法を等しくすれば比較的無理のないモデル化ができ、また精度的にも望ましいものとなるであろう。ただし、計算自由度が多くなってしまふなどのデメリットがあるので、ここでは2領域分割した場合についての検討を行なうことにする。

領域Ⅰと領域Ⅱのせん断高さはそれぞれ、 $t_I = (1/2)(t_{BP} + t_{SP1})$ 、 $t_{II} = (1/2)t_{SP1} + t_{SP2}$ となる。これに対するせん断変位はそれぞれ δ_I 、 δ_{II} である。

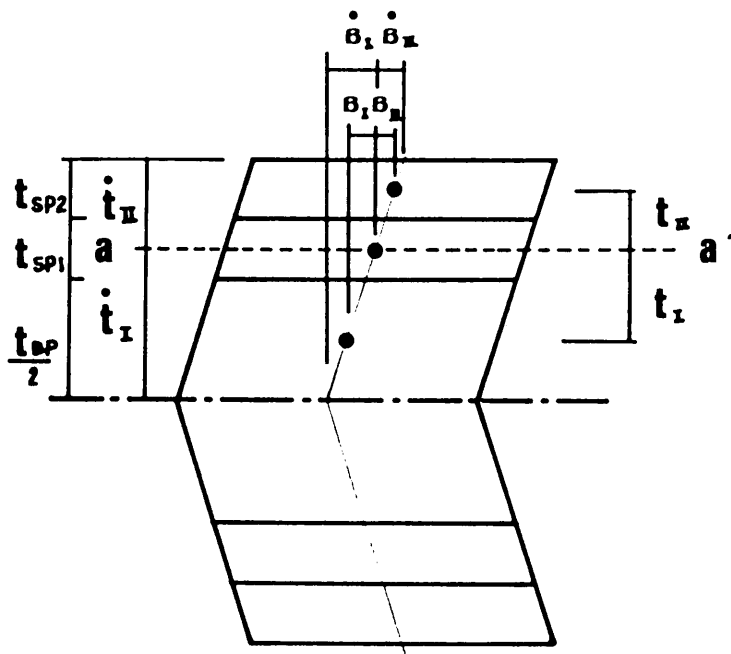


図 2- 3-46 2枚添接板継手のせん断変形に関する説明図

剛体－ばねモデルのせん断ばねを各部材の中央水平面位置（母材においては対称軸によって2分割された部分の中央水平面位置）の間に取り付けることにし、各部材の中央水平面位置間距離をそれぞれ t_I 、 t_{II} とする。これらは次式で示される。

$$t_I = (1/2)\{(1/2) t_{BP} + t_{SP1}\}, \quad t_{II} = (1/2)(t_{SP1} + t_{SP2}) \quad \dots \quad (2-3-112)$$

また、これに対する剛体-ばねモデルにおける剛体重心間の相対変位を、それぞれ β_I 、 β_{II} とする。

領域 I と領域 II に対する第 1 補正係数を ϕ_I 、 ϕ_{II} とすると、初期せん断ばね定数 k_{s0} に関する式(2-3-47)より、両領域における初期せん断ばね定数 k_{s0I} 、 k_{s0II} は次式で示される。

$$\begin{aligned} k_{s0I} &= G A_S (\dot{t}_I / t_I^2) \phi_I \\ k_{s0II} &= G A_S (\dot{t}_{II} / t_{II}^2) \phi_{II} \quad \dots \quad (2-3-113) \end{aligned}$$

また、 ϕ_I 、 ϕ_{II} は領域 I、II における、せん断歪みエネルギー V_{SI} または V_{SII} の純せん断歪みエネルギー \bar{V}_{SI} または \bar{V}_{SII} に対する比、

$$\begin{aligned} \phi_I &= V_{SI} / \bar{V}_{SI} \\ \phi_{II} &= V_{SII} / \bar{V}_{SII} \quad \dots \quad (2-3-114) \end{aligned}$$

で示される。

ここで、2・3・6で行なったものと同様な近似計算手法を用いる。すなわち、まず継手の板幅方向に対して微小幅 Δb にスライスした、長さ 2ℓ 、高さ $2t$ の直方体についての第 1 補正係数 ϕ を算定し、その後、長さ 2ℓ を重みとして全せん断歪みエネルギーを計算することにする。従って、第 1 補正係数は式(2-3-114) に対して、

$$\begin{aligned} \phi_I &= \Delta V_{SI} / \Delta \bar{V}_{SI} \\ \phi_{II} &= \Delta V_{SII} / \Delta \bar{V}_{SII} \quad \dots \quad (2-3-115) \end{aligned}$$

と表すことができる。板厚比に対しても同様に、次のような記号を用いれば、

$$\begin{aligned} \eta &= (t_{SP1} + t_{SP2}) / t_{BP} \\ \eta_I &= \dot{t}_I / \dot{t} \\ \eta_{II} &= \dot{t}_{II} / \dot{t} = (\dot{t} - \dot{t}_I) / \dot{t} = 1 - \eta_I \quad \dots \quad (2-3-116) \end{aligned}$$

微小幅 Δb の直方体におけるせん断歪みエネルギーはそれぞれ次式で示される。

$$\begin{aligned} \Delta \bar{V}_{SI} &= (1/2)(q_1^2 t_{BP}^2 \Delta b / G) \{1/(4\lambda)\} (\dot{t}_I / \dot{t}) \\ &= (1/2)(q_1^2 t_{BP}^2 \Delta b / G) \{\eta_I / (4\lambda)\} \quad \dots \quad (2-3-117) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta \bar{V}_{SII} &= (1/2)(q_1^2 t_{BP}^2 \Delta b / G) \{1/(4\lambda)\} (\dot{t}_{II} / \dot{t}) \\ &= (1/2)(q_1^2 t_{BP}^2 \Delta b / G) \{\eta_{II} / (4\lambda)\} \quad \dots \quad (2-3-118) \end{aligned}$$

$$\Delta V_{SI} =$$

$$4 \cdot \{\Delta b / (2G)\} \sum_{r=1}^{\infty} \int_0^{\dot{t}_I} \int_0^{\ell} \{(a_r + a_r') f_1^{(r)}(z) \sin \omega_r y + (a_r - a_r') f_2^{(r)}(z) \sin \omega_r y\}^2 dy dz$$

$$\begin{aligned}
 &= 4 \cdot \{ \Delta \mathfrak{b} / (2G) \} \sum_{r=1}^{\infty} (1/\omega_r) [-(1/4) \sin 2\omega_r y + (\omega_r y/2)] \int_0^{\mathfrak{t}_1} \int_0^{\mathfrak{t}} \{ (a_r + a_r') \overset{(r)}{f}_1(z) \\
 &\quad + (a_r - a_r') \overset{(r)}{f}_2(z) \}^2 dz \\
 &= 2 \cdot \{ \Delta \mathfrak{b} \mathfrak{t} / (2G) \} \sum_{r=1}^{\infty} \{ \eta_r - \sin 2r \eta_r \pi / (2r \pi) \} \int_0^{\mathfrak{t}} \{ (a_r + a_r') \overset{(r)}{f}_1(z) \\
 &\quad + (a_r - a_r') \overset{(r)}{f}_2(z) \}^2 dz \\
 &= \{ q_1^2 t_{BP}^2 \Delta \mathfrak{b} / (2G) \} \{ (\eta+1)^2 \lambda / 2 \} \sum_{r=1}^{\infty} \{ \eta_r - \sin 2r \eta_r \pi / (2r \pi) \} \cdot \\
 &\quad (\bar{\Gamma}_{r1}' + \bar{\Gamma}_{r2}' + \bar{\Gamma}_{r3}') \quad \dots\dots (2-3-119)
 \end{aligned}$$

ここで、 a_r, a_r' また $\overset{(r)}{f}_1(z), \overset{(r)}{f}_2(z)$ および $\bar{\Gamma}_{r1}', \bar{\Gamma}_{r2}', \bar{\Gamma}_{r3}'$ は既に 2・3・6 で述べたものと同じものであり、それぞれ、式(2-3-58), 式(2-3-77) および式(2-3-82') ~ (2-3-84') で示されている。

$$\begin{aligned}
 \Delta V_{SII} &= \\
 &4 \cdot \{ \Delta \mathfrak{b} / (2G) \} \sum_{r=1}^{\infty} \int_0^{\mathfrak{t}_1} \int_0^{\mathfrak{t}} \{ (a_r + a_r') \overset{(r)}{f}_1(z) \sin \omega_r y + (a_r - a_r') \overset{(r)}{f}_2(z) \sin \omega_r y \}^2 dy dz \\
 &= 4 \cdot \{ \Delta \mathfrak{b} / (2G) \} \sum_{r=1}^{\infty} (1/\omega_r) [-(1/4) \sin 2\omega_r y + (\omega_r y/2)] \int_0^{\mathfrak{t}_1} \int_0^{\mathfrak{t}} \{ (a_r + a_r') \overset{(r)}{f}_1(z) \\
 &\quad + (a_r - a_r') \overset{(r)}{f}_2(z) \}^2 dz \\
 &= 2 \cdot \{ \Delta \mathfrak{b} \mathfrak{t} / (2G) \} \sum_{r=1}^{\infty} \{ \eta_r - \sin 2r \eta_r \pi / (2r \pi) \} \int_0^{\mathfrak{t}} \{ (a_r + a_r') \overset{(r)}{f}_1(z) \\
 &\quad + (a_r - a_r') \overset{(r)}{f}_2(z) \}^2 dz \\
 &= \{ q_1^2 t_{BP}^2 \Delta \mathfrak{b} / (2G) \} \{ (\eta+1)^2 \lambda / 2 \} \sum_{r=1}^{\infty} \{ \eta_r + \sin 2r \eta_r \pi / (2r \pi) \} \cdot \\
 &\quad (\bar{\Gamma}_{r1}' + \bar{\Gamma}_{r2}' + \bar{\Gamma}_{r3}') \quad \dots\dots (2-3-120)
 \end{aligned}$$

式(2-3-117) ~ 式(2-3-120) を式(2-3-115) に代入すると、両領域における（微小幅 $\Delta \mathfrak{b}$ の）第 1 補正係数は次式のように表される。

$$\begin{aligned}
 \phi_I &= \{ (\eta+1)^2 \lambda / 2 \} \sum_{r=1}^{\infty} \{ \eta_r - \sin 2r \eta_r \pi / (2r \pi) \} (\bar{\Gamma}_{r1}' + \bar{\Gamma}_{r2}' + \bar{\Gamma}_{r3}') \\
 &\quad / \{ \eta_r / (4 \lambda) \}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 2 (\eta+1)^2 \lambda^2 \sum_{r=1}^{\infty} \{ 1 - \sin 2r \eta_I \pi / (2r \eta_I \pi) \} (\bar{I}_{r1}' + \bar{I}_{r2}' + \bar{I}_{r3}') \\
 &\quad \dots\dots\dots (2-3-121) \\
 \phi_{II} &= \{ (\eta+1)^2 \lambda / 2 \} \sum_{r=1}^{\infty} \{ \eta_{II} + \sin 2r \eta_I \pi / (2r \pi) \} (\bar{I}_{r1}' + \bar{I}_{r2}' + \bar{I}_{r3}') \\
 &\quad \quad \quad / \{ \eta_{II} / (4 \lambda) \} \\
 &= 2 (\eta+1)^2 \lambda^2 \sum_{r=1}^{\infty} \{ 1 + \sin 2r \eta_I \pi / (2r \eta_{II} \pi) \} (\bar{I}_{r1}' + \bar{I}_{r2}' + \bar{I}_{r3}') \\
 &\quad \dots\dots\dots (2-3-122)
 \end{aligned}$$

式(2-3-121), (2-3-122) を用いて、7種類の板厚比 η (0.7~1.3まで0.1刻み) に対し、 η_i (ここで、 i は領域を示す記号であり、IまたはIIである。) をパラメータとして第1補正係数を算定した結果を図 2-3-47 (a)~(g)に示す。 η_I と η_{II} は、式(2-3-116)に示すように両者の和が1となる関係にある。

第1補正係数の計算にあたって級数 r を5項までとしたが、これは \bar{I}_{rj}' ($j=1,2,3$) が双曲線関数を含む式であり、あまり項数を多くとると桁数が急激に増し、ついにはオーバーフローしてしまう結果になるからである。パラメータ η_i が0.8のときの補正曲線が0.7のときの曲線と逆転しているのはこのような精度上の問題ではないかと思われる。

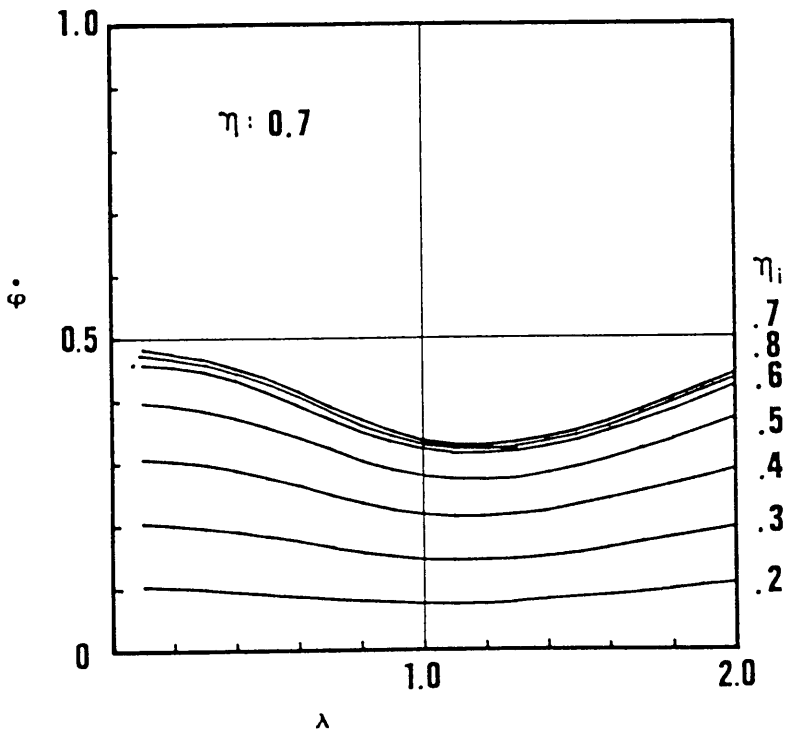


図 2- 3-47 2枚添接板継手後半部分の補正係数 (a)

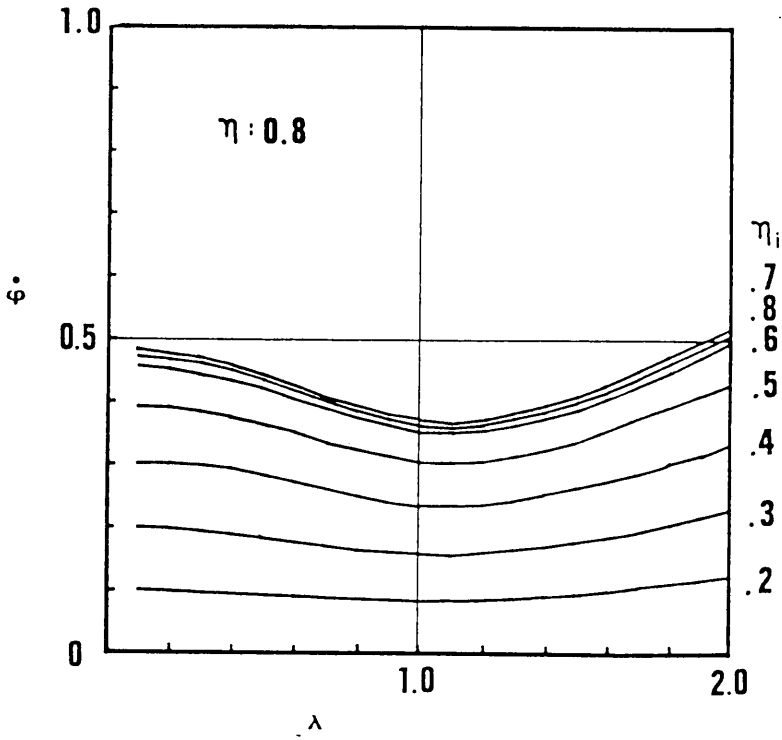


図 2- 3-47 2枚添接板継手後半部分の補正係数 (b)

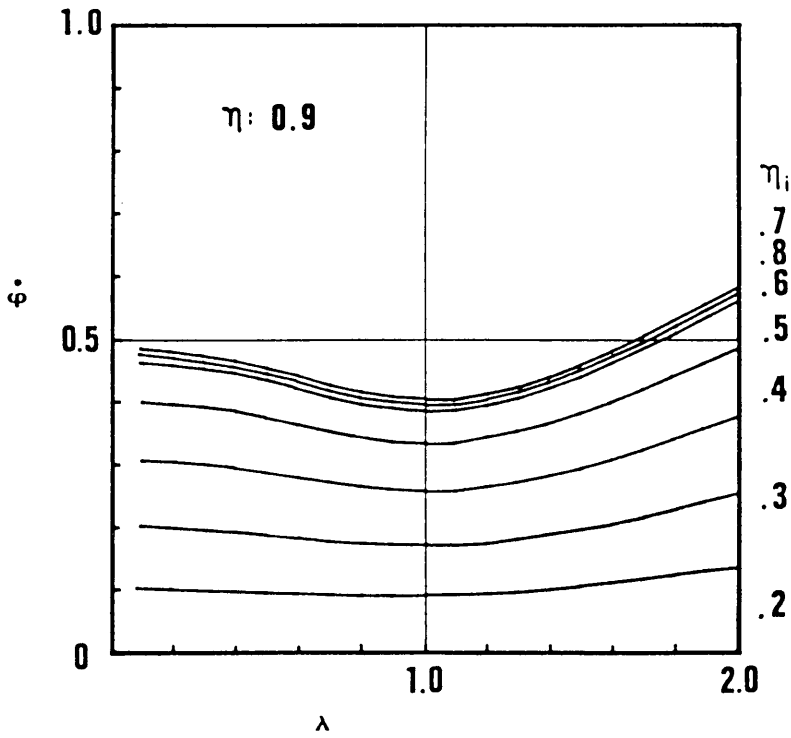


図 2- 3-47 2枚添接板継手後半部分の補正係数 (c)

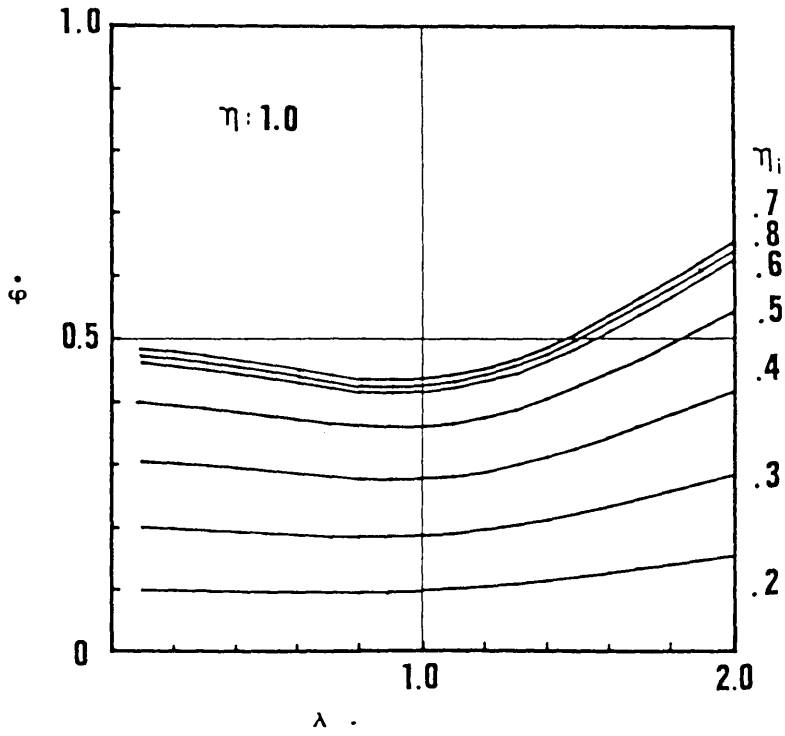


図 2- 3-47 2枚添接板継手後半部分の補正係数 (d)

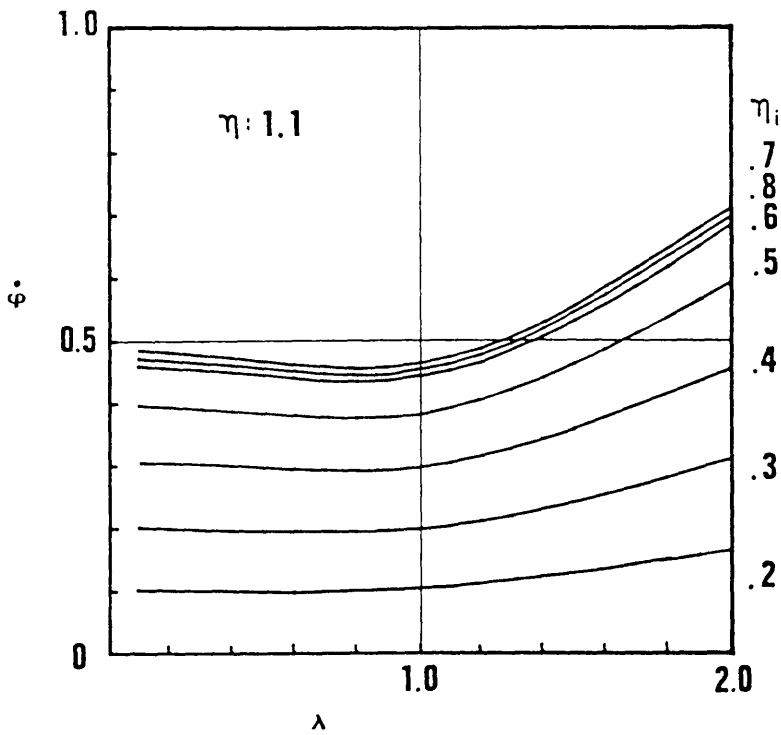


図 2- 3-47 2枚添接板継手後半部分の補正係数 (e)

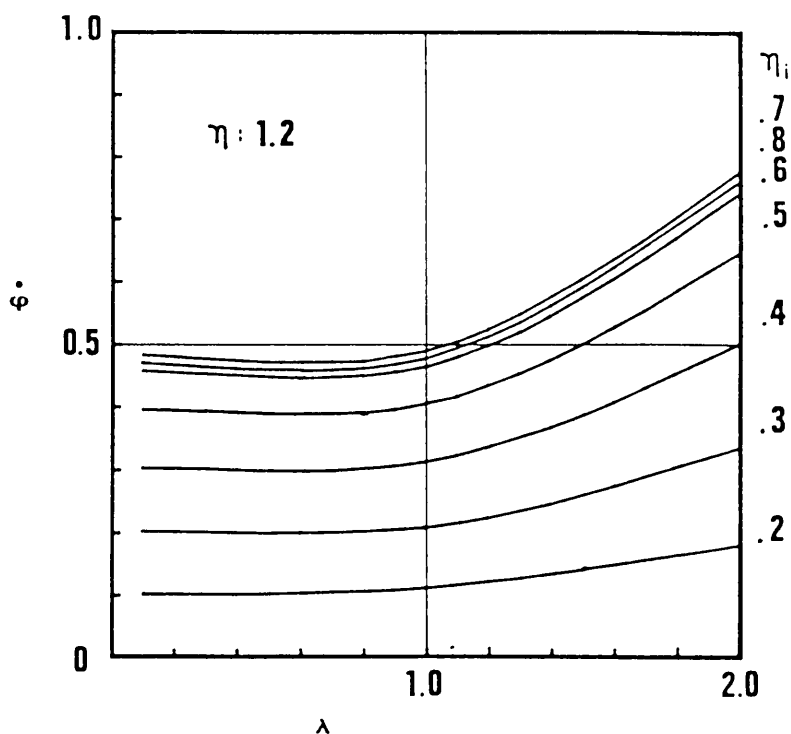


図 2- 3-47 2枚添接板継手後半部分の補正係数 (f)

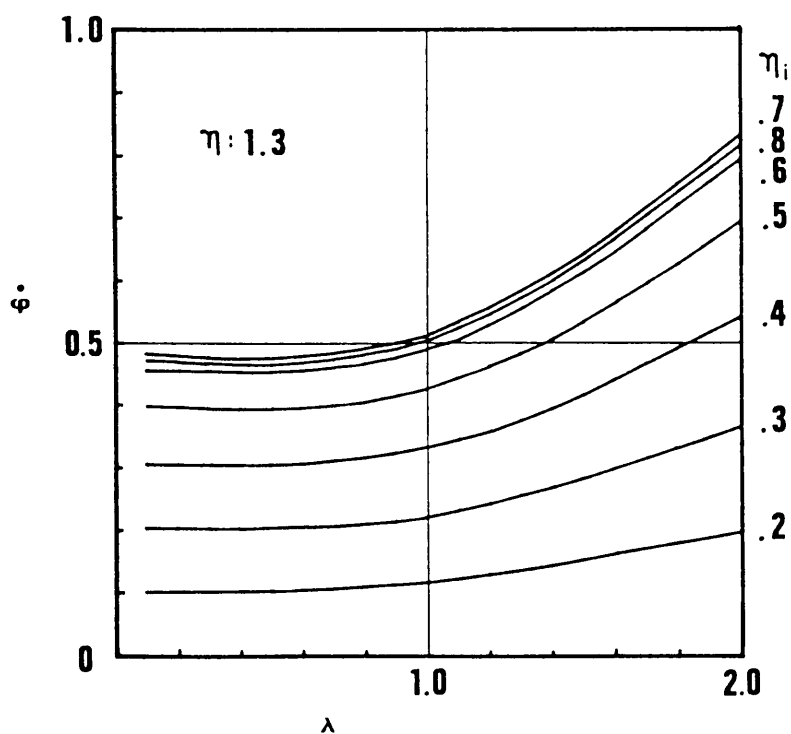


図 2- 3-47 2枚添接板継手後半部分の補正係数 (g)

微小幅 Δb のせん断歪みエネルギーに基づく補正係数 ϕ に対して、総せん断歪みエネルギーに基づく補正係数 ϕ は 2ϕ を重みとして、式(2-3-110) のように求められる。ここでも、2枚添接板継手の前半部分と同様に形状比 λ の範囲を、 $\lambda \leq 1.5$ 程度と仮定するならば全体的な補正係数 ϕ は微小幅部分の補正係数 ϕ の平均的な値を採って差し支えないように思われる。

第2補正係数 ψ は2枚添接板継手の前半部分において検討したように、通常の突合わせ継手における計算手順と同様な方法により求めることができる。このとき、「摩擦面上の垂直圧縮応力度」を「全板厚の $1/4$ の水平面の垂直圧縮応力度」に近似として読み替えれば良いと思われる。

2・4 パラボリック・アイソパラメトリック有限要素-せん断ばねモデル

[Parabolic Isoparametric Finite Element - (Shear) Spring Model: PIFESM]

剛体-ばねモデルは継手板幅方向の歪み分布を一樣と仮定するものであるため、実験供試体によく見受けられるような単一のボルト列をもつ継手に対して、またはボルトが直交配置されており、各ゲージ幅におけるすべり挙動が近似的に同一であると見なし得る継手に対しては有効であると考えられる。しかし、ボルトが千鳥配置の場合や、正方配置であっても、偏心荷重または曲げ荷重が加わる場合など、継手板幅方向の歪み分布が必ずしも一樣であると仮定できない場合には直接用いることができず、このときには継手板の平面的変形を取り扱えるような新しい解析モデルが必要になる。

一つの方法として継手板を、剛体-ばね要素を縦または横方向に結び付けたモデルに置換することが考えられる。四辺形の有限要素をいくつかの近似手法を用いて剛体-ばねモデルに置換する試みを行なったが、その中で比較的精度の良かったモデルをAppendix 8. に示す。Appendix 8. に示した剛体-ばね要素は次に示すような2点の工夫により解の精度を向上させる試みをしている。

- ① 四辺形を2つの三角形に分割するときの2通りの組み合わせを考え、それぞれの歪みエネルギーを平均化する方法を用いる。
- ② 2次元問題の歪みエネルギー式に現われる、 x 方向と y 方向との連成項を無視せず、幾何（相乗）平均と算術（相加）平均の考え方により近似的に両方向のばね定数に取り入れる。

平面問題を剛体-ばね系に置換するということは、基本的には次元を1次元減らすことになるため、以上のような種々の努力にも拘らず、必然的に解析精度の低下をもたらすことになる。また、剛体-ばね要素であっても、平面問題を扱う場合には、通常の四辺形有限要素の節点数と変わらず、剛体-ばね要素を使うメリットがなくなる。従って、平面問題における剛体-ばね要素は「亀裂の発生と進展の問題」などの非弾性解析に対してのみ有効であると考えられる。

それでは通常の四辺形有限要素を用いれば良いかというと、これも所定の精度を得るためには要素数を非常に多くとる必要があり、解析系全体の自由度数が多くなってしまう欠点がある。

上記の事柄を種々検討した結果、継手板は高次の有限要素を使ってモデル化するのが最も適切であると判断した。現在最も一般的に用いられている高次要素はアイソパラメトリッ

ク要素(Isoparametric element)と呼ばれているものであり、要素内の変位関数と形状関数に対して同じ関数を用いているが、これがこの要素の名前の由来となっている。高次有限要素のなかでも、変位関数あるいは形状関数に2次曲線を用いた要素はパラボリック・アイソパラメトリック要素(Para-bolic isoparametric element)と呼ばれており、Bruce Irons によって1960年代後半に最初に開発された⁵⁶⁾。この要素はO. C. Zienkiewicz⁵⁷⁾、また彼の影響を受けた、E. Hinton そして D. R. J. Owenによって1970年代の初期に一般化された⁵⁸⁾ (B. Ironsも O. C. Zienkiewiczと共著の論文を著わしている)。アイソパラメトリック要素開発の初期の目的は曲線状の境界を表現することのできる有限要素の開発にあったものと推察されるが、従来の要素内歪みを一定あるいは線形と仮定した有限要素に比べて同じ自由度であっても精度的にも優れている場合が多いことが知られている。例えば、ここで用いる8節点を有する(初期は9節点のものであったが要素内の局所座標原点に対応する9番目の節点は後に省略が可能であることが分かり、8節点となった。)パラボリック・アイソパラメトリック要素は筆者の試算によれば、一般の四辺形要素を用いてこれと同様な精度を得るには辺の分割数を2～3倍にする必要があった。

8節点を有するパラボリック・アイソパラメトリック有限要素は局部座標を ξ, η とすると、その要素内変位場 $u(\xi, \eta)$, $v(\xi, \eta)$ は8個の各節点上の2つの変位自由度 u_i, v_i と2次の内挿式を用いて決定される。すなわち、形状関数を $N_i(\xi, \eta)$ とすると、次式で示される。

$$u(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) u_i, \quad v(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) v_i \quad \dots\dots\dots (2-4-1)$$

座標系は曲線形状の要素にも適応できる自然座標を用いている(図2-4-1参照)。要素内の任意点における座標値 $x(\xi, \eta)$, $y(\xi, \eta)$ も変位場と同様に次式で表わす。

$$x(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) x_i, \quad y(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) y_i \quad \dots\dots\dots (2-4-2)$$

ここで、 (x_i, y_i) は節点 i の座標であり、2次元での2次の形状関数(この形状関数はセレンディピティ族に属するものである)は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} N_1(\xi, \eta) &= - (1/4)(1-\xi)(1-\eta)(1+\xi+\eta) \\ N_2(\xi, \eta) &= (1/2)(1-\xi^2)(1-\eta) \\ N_3(\xi, \eta) &= (1/4)(1+\xi)(1-\eta)(\xi-\eta-1) \\ N_4(\xi, \eta) &= (1/2)(1+\xi)(1-\eta^2) \end{aligned}$$

$$N_5(\xi, \eta) = (1/4)(1+\xi)(1+\eta)(\xi+\eta-1)$$
$$N_6(\xi, \eta) = (1/2)(1-\xi^2)(1+\eta)$$
$$N_7(\xi, \eta) = (1/4)(1-\xi)(1+\eta)(-\xi+\eta-1)$$
$$N_8(\xi, \eta) = (1/2)(1-\xi)(1-\eta^2)$$

}

..... (2- 4 -3)

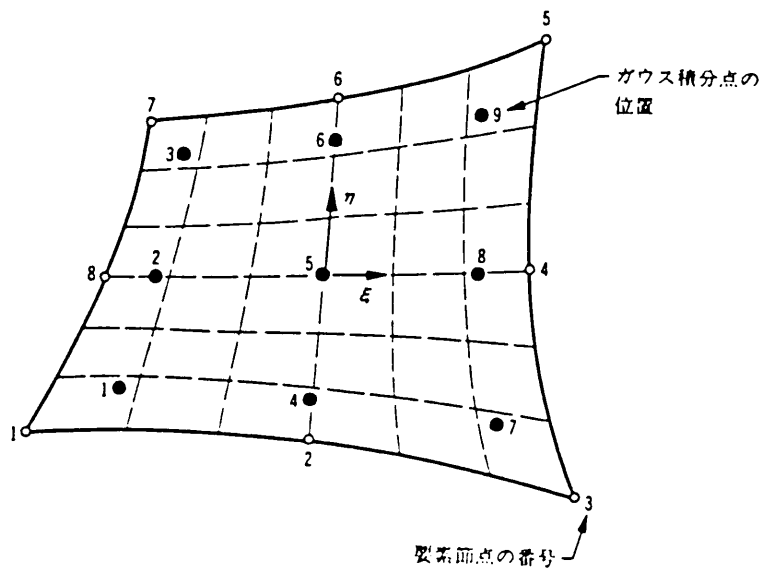


図 2- 4- 1 パラボリック・アイソパラメトリック有限要素 (文献 58)より転載。)

要素剛性マトリックス K^e は次式で示される体積積分が必要である。

$$K^e = \iiint [B]^T [D] [B] \, dV$$

..... (2- 4 -4)

ここで、 $[B]$ は歪みマトリックス、 $[D]$ は応力マトリックスであり、それぞれ次式で表わされる。

$$[B] = [B_1, B_2, \dots, B_8],$$

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \end{bmatrix}$$

..... (2- 4 -5)

そして、 $[D]$ は平面応力状態で、等方性材料のとき、

$$[D] = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2-4-6)$$

と表わされる。

要素形状が比較的単純であればこの積分は解析的に行なわれ、陽な形での要素剛性マトリックスを手に入れることができる。これを用いて計算を行なえば積分に要する時間を短縮することができる。ただし、要素が曲線を含む複雑な形状をしている場合は、簡単に解析解を得るというわけにはいかない。このようなときには精度が良く、しかも実行が比較的容易なガウス求積法を用いた数値積分が行なわれる。

式(2-4-4) で示される要素剛性マトリックスの代表的なサブマトリックス k_{ij}^e は、局部座標系を用いて表すと次のようになる。

$$K_{ij}^e = \iint [B_i]^T [D] [B_j] t \det J d\xi d\eta \dots\dots\dots (2-4-7)$$

ここで、 t は有限要素の厚さであり、また $\det J$ は、2つの異なる座標間の偏導関数を関係付ける、ヤコビアンマトリックス J の行列式である。ヤコビアンマトリックスは平面問題のとき次式で表される。

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^8 \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2-4-8)$$

本論文では、式(2-4-7) の積分においてガウスの3点積分を用いた。このとき、 ξ と η の2方向に関する積分となるので、積の積分を行なう必要がある。 $\Psi(\xi, \eta) = [B_i]^T [D] [B_j] t \det J$ とおくと、3点積分の場合、積の積分 $I_{3,3}$ は次式で示される。

$$\begin{aligned} I_{3,3} &= \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \Psi(\xi, \eta) d\xi d\eta = \int_{-1}^{+1} \left\{ \int_{-1}^{+1} \Psi(\xi, \eta) d\xi \right\} d\eta \\ &= \int_{-1}^{+1} \{ a_I \Psi(\xi_I, \eta) + a_{II} \Psi(\xi_{II}, \eta) + a_{III} \Psi(\xi_{III}, \eta) \} d\eta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= a_I \{a_I \Psi(\xi_I, \eta_I) + a_{II} \Psi(\xi_I, \eta_{II}) + a_{III} \Psi(\xi_I, \eta_{III})\} \\
 &+ a_{II} \{a_I \Psi(\xi_{II}, \eta_I) + a_{II} \Psi(\xi_{II}, \eta_{II}) + a_{III} \Psi(\xi_{II}, \eta_{III})\} \\
 &+ a_{III} \{a_I \Psi(\xi_{III}, \eta_I) + a_{II} \Psi(\xi_{III}, \eta_{II}) + a_{III} \Psi(\xi_{III}, \eta_{III})\} \\
 &\dots\dots\dots (2-4-9)
 \end{aligned}$$

ここで、 a_i ($i=I, II, III$) は重み係数であり、また ξ_i, η_i ($i=I, II, III$) は ξ および η 方向のガウスポイントの座標を示す。自然座標系におけるこれらの値はそれぞれ次表で与えられる。

i	ξ_i, η_i	a_i	表 2-4-1 ガウスポイントの座標と重み係数。 (3点積分の場合)
I	$-\sqrt{0.6}$	5 / 9	
II	0	8 / 9	
III	$+\sqrt{0.6}$	5 / 9	

以上の手順で要素剛性マトリックスが求められ、これをアセンブルすることによって継手板の全体剛性マトリックスが得られる。

摩擦面を介しての応力の伝達や、摩擦面上の微小すべり挙動に関しては前節の剛体－ばねモデルで用いた、せん断ばねをそのまま使うことができる。ただし、平面問題であるため、せん断ばねはボルト打設位置付近に、すべり方向 (k_{s1}) およびその直角方向 (k_{s2}) に配置する必要がある。このようにして、有限要素と剛体－ばね要素の混合型モデルを新たに作成した。対称性により、母材の中央水平面より上半分のモデル略図を図 2-4-2 に示す。この混合型モデルを以後、「パラボリック・アイソパラメトリック有限要素－せん断ばねモデル (Parabolic Isoparametric Finite Element (Shear) Spring Model)」あるいは略して、PIFESM と呼ぶことにする。後章で述べる、ボルトが千鳥に配置された継手のすべり挙動解析には、この PIFESM を用いる。

当モデルは引張と圧縮場が混在する、「曲げ応力場」における摩擦接合継手のすべり挙動解析にも、そのまま応用することができるものである。ただこのとき、圧縮側にある継手片はポアソン比により板厚が増え、この場所の高力ボルトにさらに引張力が追加されることになる。

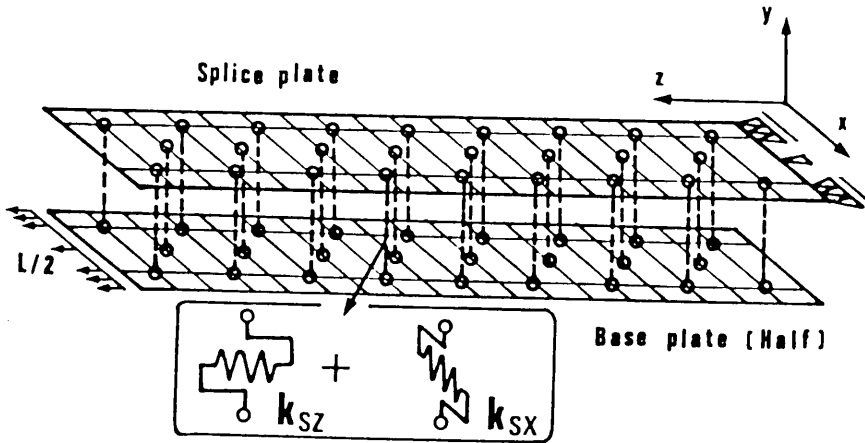


図 2-4-2 パラボリック・アイソパラメトリック有限要素-せん断ばねモデル

従って、高力ボルトの初期導入軸力はボルト軸が塑性化する直前の状態に近いレベルまで加えられる場合もあるので、高力ボルトの引張に対する性能は塑性域まで考慮することのできるモデルとする必要がある。

高次要素である、アイソパラメトリック有限要素はボルト孔のような円形境界を表現するのに適した要素であり、ボルト孔の影響を考慮することは容易であるが、次の2点を考えて、当 PIFESモデルではボルト孔による断面欠損の影響は考慮していない。第一の理由は、ここでは継手全体のマクロな挙動に着目しているからであり、第二の理由は、継手断面は実際にはボルトによる締め付け効果により充実断面と純断面との中間的な断面となっていると考えられるからである。また、ボルト孔を考慮した要素分割では要素数が確実に2倍以上となるため、上記の2点の理由を考えあわせれば計算自由度を2倍以上に増やしてまで忠実に”穴あき板”とするメリットは殆どないと思われる。

母材と添接板の要素分割はできるだけ同じものにする。これはボルト打設位置に相当する母材と添接板相互の節点の位置の対応を容易にするためである。

計算プログラムは文献 57)に記載されているものを利用し、これにせん断ばね剛性に関する部分を加え、さらに入出力部分などに若干の修正を行なうことによって完成させた。連立方程式に対するソルバ(解法)はRBSMのときと同様にバンドマトリックス法を用いている。従って、有限要素の節点番号はバンド幅が大きくなるように、図 2-4-3に示すように、母材と添接板を交互に割り振る必要がある。

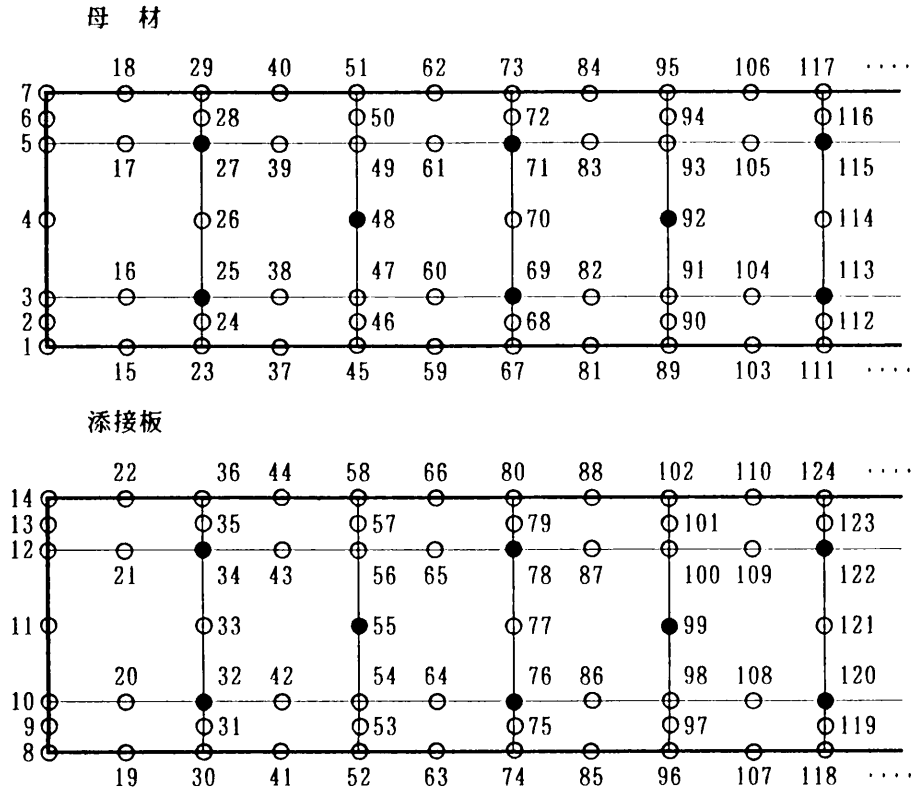


図 2- 4- 3 ボルトが千鳥に配置された継手片に対する節点番号の付け方
(○は節点、●はボルト位置節点を示す。)

せん断力 S がすべり限界せん断力 S^* に到達すると、部分的な微小すべりが生じる。この瞬間から非線形系になるため、繰返し法による収束計算が行なわれる。これらの演算手法は剛体-ばねモデルの場合と全く同様である。

ただし、ポアソン比に起因する、部材の痩せに伴うボルト軸力の変動の計算に際しては、有限要素内で最も精度が高いと言われている、ガウスポイントにおける応力度に基づいて行なうことにした。通常考えられる要素分割では、ボルト打設位置は 4 または 2 個の要素の共有節点を持つことになる。3 点積分の場合には、この共有節点まわりの 2 ないし 4 個のガウスポイントが位置することになり、これらの点における応力度の平均値をボルト位置の応力度と考えることにした。電算プログラムではデータ入力時に、母材と添接板におけるボルト位置節点番号（せん断ばねを取り付ける節点番号）のみを読み込み、ボルト周縁の平均応力を算出するために必要なガウスポイントの位置は自動的に検出するように工

夫している。

この自動検出は次のような手順で行なわれる。

i) ボルト位置節点を含む要素の検出（要素数と要素番号）

ii) ボルト位置節点が要素内における節点の何番目かを検出し、その番号に対する
 ガウスポイントの番号を次に示す変換表を用いて決定する。

節点番号	1	2	3	4	5	6	7	8
ガウスポイント番号	1	4	7	8	9	6	3	2

手順 ii)における変換表は、図 2-4-1に示した、要素節点番号とガウスポイント番号の
関係から導かれたものである。電算入力時には、1 要素を形成する 8 個の節点番号を指定
する必要があるが、上記の方法を用いる限り、反時計回りに節点番号を並べさえすればど
の節点番号から始めても良いことになる。しかし、要素内部の自然座標は自動的に図 2-4
-1に示したように設定されるので、ガウスポイントの位置番号は節点番号の並びに左右さ
れることになる。従って、要素を形成する 8 個の節点番号を指定する際には、どこから節
点番号を並べ始めるかということをやめ決め、全ての要素について統一するのが望ましい。

例えば、図 2-4-3の場合には、母材および添接板の左上の要素において、要素を形成す
る 8 個の節点番号並びは、

5、17、27、28、29、18、 7、 6 母材

12、21、34、35、36、22、14、13 添接板

と指定する。

ところで、1 ゲージラインの突合せ継手に対してPIFESMによるすべり挙動解析を行なっ
たところ、RBSMを用いた場合と同様に、すべり試験結果と良く一致する結果が得られた。
ボルト孔による断面欠損を考慮したRBSMの方が幾分相対すべり量が多いが、全断面を考慮
した当モデルによる結果と殆ど変わらなかったのは、この供試体の断面充実率は 0.833
程度であり、通常の継手の充実率に対して幾分大きい値であったことも考えられるが、
ボルト孔の影響は比較的僅かなものであることを意味する。

一方、RBSMでは一律であったボルト軸力抜けの割合がPIFESMにおいては一律とはならず、
端ボルトの軸力抜けが僅かに大きくなるという違いがあった。実験においても端ボルトの
軸力抜けが大きいことが報告されている例があり、上記の解析結果と良く似た傾向を示し
ている。これは継手板の载荷端および境界部においては、端部の影響により、応力が未だ
平均化されていないことが原因ではないかと思われる。

2・5 第2章 結語

本章では高力ボルト摩擦接合継手の、弾性変形状態から、弾性変形と局部的な微小すべりが混在している状態を経て主すべり状態に至るまでの挙動を追跡する、新しい離散化モデルについて述べた。§ 2・2、§ 2・3では単一ゲージを有する継手の、あるいは複数ゲージを有する継手であってもボルトが直交配置されており、各ゲージにおける挙動が同一であると見做せるような継手のすべり挙動を解析するための新しい離散化モデルについて詳述した。また、§ 2・4ではボルトが千鳥状に、あるいは不規則に配置され、継手片の板幅方向の応力変化の影響が無視できないような継手の解析を行なう目的で開発した離散化モデルを提示した。

§ 2・2および§ 2・3で示した解析モデルは、ばね定数の設定に於いて歪みエネルギーに関する考察を行なっており、また伸びばね定数にボルト孔による断面欠損の効果を加味することができるようにし、さらにせん断ばねには図 2-3-6に示すような履歴型のばね特性を持たせるなどの種々の工夫をしている。また、継手部材が外力を受けた時にポアソン比に基づく板厚変化が生じるが、これに伴ってボルトの締付け力が変化する現象をも表現できるようにしてある。

当モデルは以上のような点で従来のいわゆる「節点-ばねモデル」と異なっており、また当モデルの開発を手掛け始めた折に、川井等が極限解析に対する有限要素法に代わる効果的な手法として「剛体-ばねモデル」による新離散化手法を積極的に開発しており、徐々にその研究成果が得られつつあったということもあって、これに「継手のすべり挙動解析のための剛体-ばねモデル (RBSM)」と名付けた。

これに対して、§ 2・4で提案したモデルは継手片を高次の有限要素 (パラボリック・アイソパラメトリック有限要素) で離散化し、これを§ 2・3で示したせん断ばねで連結したものであるので、「パラボリック・アイソパラメトリック有限要素-せん断ばねモデル (PIFESM)」と名付けた。

継手の離散化手法の概要については§ 2・2で述べた。ここでは剛体重心を各部材のボルト中心軸位置に設定した。そして継手をボルト中心軸を含む垂直平面で分割し、それぞれを継手の1ユニットとする考え方を示した。すなわち、母材中央水平面を対称面として解析範囲を縮約した場合、1ユニットは一般に4個の半剛体とこれを結ぶ2個の伸びばねおよび1個のせん断ばねで構成されることになる。また、全解析自由度は通常の突合せ継手ではボルト列数の2倍となり、非常に低次の系を扱えば良いことになる。継手ユニット

の考え方は次章で論じる数値解析プログラムの組織化を容易にさせることになる。

§ 2・3 では摩擦接合継手のすべり挙動解析用 R B S M に用いる 2 種類のばね、伸びばねとせん断ばね、のばね特性としてどのようなものを与えたら良いのかについて論じた。

伸びばね定数 $k_{e,j}$ ($j = BP, SP$) は式(2-3-4')または断面欠損による効果を加味する場合には式(2-3-24), (2-3-25), (2-3-16)により与えられる。他方、図 2-3-4 を用いれば、図から等価断面係数 v を簡単に求めることができる。

ここで定式化した伸びばね定数の精度を確認するために、有孔板の引張試験を行なったところ、以下のことが明かとなった。

- ① 有孔板の荷重－変位関係は円孔周縁が局部的に降伏に達した後は非線形性を示すようになる。
- ② ボルト締付け力が伸び特性に与える効果は、応力集中係数を 1.5～2 程度に低減させる働きをする。
- ③ ただし、ボルト締付け効果は純断面降伏荷重付近では殆どなくなる。
- ④ 伸びばねを線形とした場合には、純断面降伏荷重付近では伸び変形を幾分少なく評価することになる。

初期せん断ばね定数 k_{s0} は式(2-3-47)を用いて算定することができる。ここで、 ϕ は純せん断歪みエネルギーによる規準化定数であり、第 1 補正係数と呼称した。また、 A_s は有効せん断面積であり、これは式(2-3-106)で算定する。式(2-3-106)には有効せん断面積に関する補正係数 ψ が含まれており、これを第 2 補正係数と呼称することにした。

第 1 補正係数 ϕ については、まず継手の微小幅 Δb に対するせん断歪みエネルギーを検討し、これを板厚方向に積分する方法を採った。微小幅 Δb における第 1 補正係数 ϕ を数種類の板厚比 η ($\eta = 2t_{SP} / t_{BP}$) について求めたところ図 2-3-27 が得られた。これにより ϕ の概略的な値を読み取ることができる。全せん断歪みエネルギーに対する第 1 補正係数 ϕ は Δb 毎の直方体について求められた ϕ を、 2ℓ を重みとして有効せん断領域全体について平均することによって得られる。このとき 2ℓ の値はおおよそ $0 \leq 2\ell \leq \bar{d}_w$ の範囲に有ると見て良いであろう。 \bar{d}_w が座金外径程度の値であれば、通常の設計では $\lambda = 1.5$ 程度以下と考えられるので、板厚比 η が 1.0 程度であれば、この範囲における ϕ の変動は僅かであり、殆ど $\phi \approx 0.4$ と見做せる。

従って、全有効せん断領域に関する第 1 補正係数 ϕ も、

$$\phi \approx 0.4$$

と見做すことができる。すなわち、第 1 補正係数 ϕ の値は一般的な継手断面に対して 0.4 を用いて差し支えないであろう。

有効せん断領域 A_s に関する第2補正係数 ψ は式(2-3-109) によって与えられ、さらに式(2-3-109)における χ は継手の全板厚 $2t$ と座金有効半径 a_w との関係から図 2-3-37 または式(2-3-103) から近似的に求められる ($\chi = C_3$)。この第2補正係数 ψ の値は 1.0 ~ 1.3 (薄板は 1.0) 程度である。

§ 2・3・8では2枚添接板継手の初期せん断ばね定数における補正係数について論じた。2枚添接板継手では2種類の異なる断面が有り、それぞれについて補正係数を定める必要がある。継手の前半(1枚添接部分)は1枚添接板継手で検討した結果をそのまま用いることができる。ただし、板厚比 η の値が 0.5程度となり、この場合には第1補正係数は形状比 λ のとる範囲に対して一定と見做すことができない。例題をもとに検討した結果、 λ の中央値に対応する ϕ を ϕ としても差し支えないことが分かった。継手の後半部分では、内側添接板の板厚中央面から上部と下部に分割してせん断歪みエネルギーを計算し、これと外側添接板-内側添接板間あるいは内側添接板-母材間に設置されるせん断ばねの歪みエネルギーが一致するようにばね定数を定めることにした。その結果、微小幅における第1補正係数のグラフ(図 2-3-47 (a)~(g)) が得られた。

§ 2・4ではボルトが千鳥配置されている場合や不規則に配置されている場合、さらに偏心力や曲げ力が加わる場合など、継手板幅方向の歪み分布が必ずしも一様であると仮定できないような継手の数値解析モデルとしてどのようなものが適当であるかを検討した。この結果、継手板要素としては形状関数に2次曲線を用いたパラボリック・アイソパラメトリック有限要素を使用し、これをせん断ばねで連結した混合型モデル(P I F E S M) が最も適切であると判断された。

第3章 数値解析手法

3・1 序

剛体－ばねモデル(RBSM)の計算自由度数は一对の添接板を有する通常の突合せ型継手であれば、対称性を考慮するとボルト本数の2倍となり、極めてコンパクトなマトリックスを扱えば良いことになる。従って、現在普及している16ビットマイクロコンピュータでも十分解析可能である。これに対して、パラボリック・アイソパラメトリック有限要素－せん断ばねモデル(PIFESM)は、一般の四辺形要素よりも要素分割数が少なくすむとはいうものの、母材と添接板の両方の要素分割が必要であることなどから、ある程度の大きさのマトリックス演算が必要であり、マイクロコンピュータではまだ荷が重いであろう。

しかし、いずれにしても一旦摩擦面上で微小すべりが生じると、これらは非線形系モデルとなり、繰返し法による収束計算をしなければならないため、コンピュータによる演算処理をする必要がある。

本章はコンピュータによる継手のすべり挙動解析手法、またコンピュータプログラミングに関する技術的な問題についてまとめたものである。本章を特に設定したのは本研究の目的の一つとして、継手の引張試験結果をある程度の精度をもって回帰できる数値実験（シミュレーション）モデルの開発ということがあったためである。ここではいくつかの工夫がなされており、これらを明記することは今後の参考になるものと思われた。本章ではおおよそ以下のような事柄について述べる。

ここではまず、継手を構成する一単位として「継手ユニット」というものを考えた。この継手ユニットとは、継手を端部境界とボルト軸を含む仮想垂直面とで板幅方向に分割したときにできる継手の最小単位であり、一般の有限要素法における有限要素に相当するものである。継手ユニットは剛体－ばねモデルにおいては複数の半剛体（剛体の半分）とこれらを連結する伸びばね、せん断ばねで構成される。このユニット剛性マトリックスに関しては§3・2で述べており、1枚添接板継手と2枚添接板継手の両方について示している。

§3・3では平衡方程式の作成法と解法について詳しく述べている。平衡方程式は継手ユニットそれぞれについての釣合式を立て、これを加えあわせることによって作成する方法をとっている。このとき全体剛性マトリックスは、継手ユニットという考え方を導入したことにより、一般の有限要素法で行なわれているようにユニット（要素）剛性マトリックスとインデックスを用いて組織的に組み込む方法により作成することができる。

また、平衡方程式は変位増分法で解くようにしている。すなわち、変位増分毎の平衡解をステップ・バイ・ステップで求めていく方法を用いている。ここで変位増分法としたのは荷重増分法では全ての摩擦力が切れて主すべりが発生するときに系が不安定となり、主すべり荷重が求められなくなるためである。

継手内では局部的なすべりが発生するが、このとき摩擦力は限界値を超えることはできない。すなわちこの段階でせん断ばねに関する線形の関係が成立し得なくなる。さらにすべり限界摩擦力は継手部材の内部応力とポアソン比による板厚変動に基づくボルト軸力の変化に影響され、またその内部応力も摩擦力によって変化することになるため、せん断ばねも非線形となるが、平衡方程式そのものも非線形となる。非線形ばねに対しては基本的にはせん断ばねによる復元力項を外力項に移項することによって処理する方法を採っている。しかし、繰返し荷重の作用下における解析（除荷状態および再加荷状態も計算可能な解析）では履歴型のせん断ばね特性を考える必要があるので、このときには線形ばねによる項と外力項を同時に用いて、復元力項を表わすことになる。

また、非線形方程式は直接繰返し法による収束計算を行ない、そのときの収束判定は変位の誤差ベクトルの2乗平均をノルムとしている。

平衡解が強制変位の刻み毎に求められるため、微小すべりや主すべりの正確な点を求めるのは不可能である。これに対しては刻み幅を細かくすること、さらにすべり発生前後の解から内挿する方法を採用することによって解決している。

3・2 剛体-ばねモデルのユニット剛性マトリックス

剛体-ばねモデルの全体剛性マトリックスは個々のばねについて直接的にマトリックス内に加え込むことによって作成することもできるが、次に示すようなユニット剛性マトリックスを作成し、これを用いて機械的に全体剛性マトリックスに組み込む方が便利である。

ここでは、1枚添接板継手（通常の突合せ継手）および2枚添接板継手（変断面を有する突合せ継手）についてユニット剛性マトリックスを示す。ただし、ユニット剛性マトリックスはユニットの場所により異なるため、中間（2枚添接板継手においては1枚添接部分と2枚添接部分の2種類がある）、先頭（載荷端側）、最後尾（固定端側）の各ユニットについて示す。

3・2・1 1枚添接板継手のユニット剛性マトリックス

(1) 中間ユニット剛性マトリックス

ユニットとは一般の有限要素法における要素に対応するものであり、ここではボルト中心軸を含む仮想垂直面（x-y 面）で分割された継手要素である。対称性により母材中央水平面から上半分についての剛性マトリックスを作成することにする。

1枚添接板継手の中間部の i 番目のユニットは図 3-2-1 に示すように、4個の半剛体とこれを連結する2個の伸びばね (k_e^{SP} , k_e^{BP}) と1個のせん断ばね (k_s^{i+1}) で構成される。自由度は各剛体の重心の部材軸方向横変位4であり、変位ベクトル $\{w\}_i$ は下式で表わされる。

$$\{w\}_i = \begin{bmatrix} w_{BP}^{(i)} & w_{SP}^{(i)} & w_{BP}^{(i+1)} & w_{SP}^{(i+1)} \end{bmatrix}^T \quad \dots\dots\dots (3-2-1)$$

また、これに対応する部材内部の応力ベクトル $\{f\}_i$ は次式で示される。

$$\{f\}_i = \begin{bmatrix} f_{BP}^{(i)} & f_{SP}^{(i)} & f_{BP}^{(i+1)} & f_{SP}^{(i+1)} \end{bmatrix}^T \quad \dots\dots\dots (3-2-2)$$

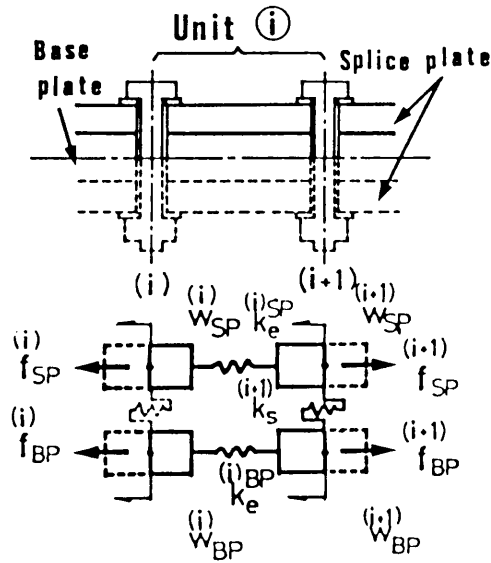


図 3- 2- 1 継手ユニット (中間部)

図3-2-1 に示される 1ユニットの歪みエネルギー V_i は次式で示される。

$$\begin{aligned}
 V_i &= (1/2) \{ k_{s0}^{(i+1)} \{ \beta^{(i+1)} \}^2 + (1/2) k_e^{SP} \{ \alpha_{SP}^{(i)} \}^2 + (1/2) k_e^{BP} \{ \alpha_{BP}^{(i)} \}^2 \\
 &= (1/2) \{ k_{s0}^{(i+1)} \{ W_{BP}^{(i+1)} - W_{SP}^{(i)} \}^2 + (1/2) k_e^{SP} \{ W_{SP}^{(i)} - W_{SP}^{(i+1)} \}^2 \\
 &\quad + (1/2) k_e^{BP} \{ W_{BP}^{(i)} - W_{BP}^{(i+1)} \}^2 \} \dots\dots\dots (3-2-3)
 \end{aligned}$$

また、外力のポテンシャル W_i は次式で表わされる。

$$W_i = - f_{SP}^{(i)} W_{SP}^{(i)} - f_{BP}^{(i)} W_{BP}^{(i)} + f_{SP}^{(i+1)} W_{SP}^{(i+1)} + f_{BP}^{(i+1)} W_{BP}^{(i+1)} \dots\dots\dots (3-2-4)$$

従って、全ポテンシャルエネルギー Π_i は、

$$\Pi_i = V_i + W_i \dots\dots\dots (3-2-5)$$

と表わされるので、全ポテンシャルエネルギーの停留の原理から平衡方程式が導かれる。

$$\begin{aligned}
 (\partial \Pi_i / \partial W_{BP}^{(i)}) &= k_e^{BP} \{ W_{BP}^{(i)} - W_{BP}^{(i+1)} \} - f_{BP}^{(i)} = 0 \\
 (\partial \Pi_i / \partial W_{SP}^{(i)}) &= k_e^{SP} \{ W_{SP}^{(i)} - W_{SP}^{(i+1)} \} - f_{SP}^{(i)} = 0 \\
 (\partial \Pi_i / \partial W_{BP}^{(i+1)}) &= k_{s0}^{(i+1)} \{ W_{BP}^{(i+1)} - W_{SP}^{(i+1)} \} - k_e^{BP} \{ W_{BP}^{(i+1)} - W_{BP}^{(i)} \} + f_{BP}^{(i+1)} = 0
 \end{aligned}$$

$$(\partial \Pi_i / \partial w_{SP}^{(i+1)}) = k_{s0}^{(i+1)} \{ w_{BP}^{(i+1)} - w_{SP}^{(i+1)} \} - k_e^{(i)SP} \{ w_{SP}^{(i)} - w_{SP}^{(i+1)} \} + f_{SP}^{(i+1)} = 0 \quad (3-2-6)$$

式(3-2-6) をマトリックス表示すると次式となる (SYM. はマトリックスの対称性を示す)。

$$\begin{bmatrix} k_e^{BP} & 0 & -k_e^{BP} & 0 \\ & k_e^{SP} & 0 & -k_e^{SP} \\ & & k_e^{BP} + k_{s0} & -k_{s0} \\ & & & k_e^{SP} + k_{s0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{BP}^{(i)} \\ w_{SP}^{(i)} \\ w_{BP}^{(i+1)} \\ w_{SP}^{(i+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{BP}^{(i)} \\ f_{SP}^{(i)} \\ -f_{BP}^{(i+1)} \\ -f_{SP}^{(i+1)} \end{bmatrix} \quad (3-2-7)$$

上式を次式のように略記する。

$$[K]_i \{w\}_i = \{f\}_i \quad (3-2-7')$$

ここで、 $[K]_i$ は中間部のユニット i の剛性マトリックスである。

(2) 先頭ユニット剛性マトリックス

先頭ユニット (図3-2-2) の境界条件は母材については載荷端、添接板については自由端であるから、次のような条件式で示すことができる。

$$f_{SP}^{(1)} = 0, \quad f_{BP}^{(1)} = L / 2 \quad (3-2-8)$$

ここで、 L は荷重である。また、境界条件式(2-3-8) は変位による表現を用いると、

$$w_{SP}^{(1)} = w_{SP}^{(2)}, \quad w_{BP}^{(1)} : \text{強制変位} \quad (3-2-9)$$

となる。

式(3-2-6) において $i = 1$ とおき、式(3-2-8) または式(3-2-9) の境界条件を考慮すると、第 1 式は次のようになる。

$$k_e^{BP} \{ w_{BP}^{(1)} - w_{BP}^{(2)} \} = L / 2 \quad (3-2-10)$$

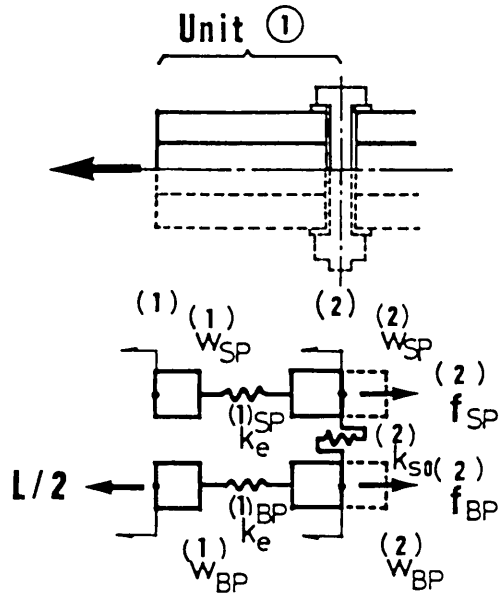


図 3- 2- 2 継手ユニット (先頭部)

同様に、第 2 式は

$$\begin{matrix} (1) & (1) & (2) \\ k_e^{SP} \{ W_{SP} - W_{SP} \} = 0 & \dots\dots\dots (3-2-11) \end{matrix}$$

となる。式(3-2-10)を第 3 式に代入すると次式が得られる。

$$\begin{matrix} (2) & (2) & (2) & (2) \\ k_{s0} \{ W_{BP} - W_{SP} \} = L / 2 - f_{BP} & \dots\dots\dots (3-2-12) \\ (1) \end{matrix}$$

式(3-2-12)はまた、荷重項を強制変位 W_{BP} 等で表現すると次式となる。

$$\begin{matrix} (1) & (2) & (2) & (2) & (2) & (1) & (1) & (2) \\ \{ k_e^{BP} + k_{s0} \} W_{BP} - k_{s0} W_{SP} = k_e^{BP} W_{BP} - f_{BP} & \dots\dots\dots (3-2-13) \\ (1) \end{matrix}$$

さらに、第 4 式は式(3-2-11)、すなわち式(3-2-9) の最初の条件式から W_{SP} を消去すると次式となる。

$$\begin{matrix} (2) & (2) & (2) & (2) \\ k_{s0} \{ - W_{BP} + W_{SP} \} = - f_{SP} & \dots\dots\dots (3-2-14) \end{matrix}$$

結局、先頭ユニットでは式(3-2-13)と式(3-2-14)の 2 本の平衡方程式を考慮すればよい

ことになる。これをマトリックス表示すれば、次式となる。

[illegible]

(3) 最後尾ユニット剛性マトリックス

最終列のボルト番号を n とすると最後尾ユニット番号は $(n+1)$ となる。 n 番目のボルト位置におけるせん断ばねは一つ前のユニット（ n 番目のユニット）に含まれるので、後尾ユニットにはせん断ばねは存在しない。

最後尾ユニットにおける境界条件は次式で示される。

$$f_{SP} = L / 2, \quad f_{BP} = 0 \quad \dots\dots\dots (3-2-16)$$

また上式は変位拘束条件式で表わすと下式となる。

$$w_{SP} = 0, \quad w_{BP} = w_{BP} \dots \dots \dots (3-2-17)$$

最後尾ユニットの歪みエネルギー V_{n+1} は次式で示される。

$$V_{n+1} = (1/2) \left\{ k_e^{SP} \left\{ W_{SP}^{(n+1)} - W_{SP}^{(n+2)} \right\}^2 + (1/2) k_e^{BP} \left\{ W_{BP}^{(n+1)} - W_{BP}^{(n+2)} \right\}^2 \dots \right. \quad (3-2-18)$$

また、外力のポテンシャル W_{n+1} は次式となる。

$$W_{n+1} = - \overset{(n+1) \quad (n+1)}{f_{SP}} \overset{(n+1) \quad (n+1)}{W_{SP}} - \overset{(n+1) \quad (n+1)}{f_{BP}} \overset{(n+1) \quad (n+1)}{W_{BP}} + \overset{(n+2) \quad (n+2)}{f_{SP}} \overset{(n+2) \quad (n+2)}{W_{SP}} + \overset{(n+2) \quad (n+2)}{f_{BP}} \overset{(n+2) \quad (n+2)}{W_{BP}} \dots\dots\dots (3-2-19)$$

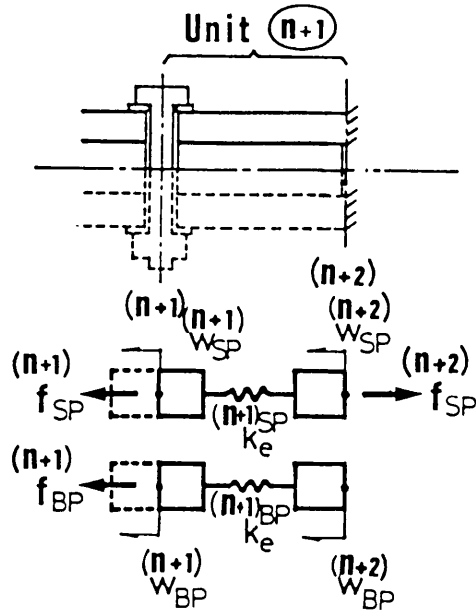


図 3- 2- 3 継手ユニット (後尾部)

従って、全ポテンシャルエネルギー停留の原理から次のような平衡方程式が得られる。

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{\partial \Pi_{n+1}}{\partial W_{BP}} \right) &= k_e^{BP} \{ W_{BP}^{(n+1)} - W_{BP}^{(n+2)} \} - f_{BP}^{(n+1)} = 0 \\
 \left(\frac{\partial \Pi_{n+1}}{\partial W_{SP}} \right) &= k_e^{SP} \{ W_{SP}^{(n+1)} - W_{SP}^{(n+2)} \} - f_{SP}^{(n+1)} = 0 \\
 \left(\frac{\partial \Pi_{n+1}}{\partial W_{BP}} \right) &= k_e^{BP} \{ W_{BP}^{(n+1)} - W_{BP}^{(n+2)} \} + f_{BP}^{(n+2)} = 0 \\
 \left(\frac{\partial \Pi_{n+1}}{\partial W_{SP}} \right) &= k_e^{SP} \{ W_{SP}^{(n+1)} - W_{SP}^{(n+2)} \} + f_{SP}^{(n+2)} = 0
 \end{aligned}
 \quad \dots (3-2-20)$$

上式をマトリックス表示すれば、

$$\begin{bmatrix}
 k_e^{BP(n+1)} & 0 & -k_e^{BP(n+1)} & 0 \\
 & k_e^{SP(n+1)} & 0 & -k_e^{SP(n+1)} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 & k_e^{BP(n+1)} & 0 & k_e^{SP(n+1)}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 W_{BP}^{(n+1)} \\
 W_{SP}^{(n+1)} \\
 \vdots \\
 W_{BP}^{(n+2)} \\
 W_{SP}^{(n+2)}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 f_{BP}^{(n+1)} \\
 f_{SP}^{(n+1)} \\
 \vdots \\
 -f_{BP}^{(n+2)} \\
 -f_{SP}^{(n+2)}
 \end{bmatrix}
 \quad \dots (3-2-21)$$

となる。

式(3-2-20)または式(3-2-21)の第 4 式は境界条件式(3-2-16)により次式となる。

$$\begin{matrix} (n+1) & (n+1) & (n+2) \\ -k_e^{SP} \{ W_{SP} - W_{SP} \} = L / 2 & \dots\dots\dots & (3-2-22) \end{matrix}$$

また、第 3 式は境界条件式(3-2-17)により、

$$\begin{matrix} (n+1) & (n+1) & (n+2) \\ -k_e^{BP} \{ W_{BP} - W_{BP} \} = 0 & \dots\dots\dots & (3-2-23) \end{matrix}$$

すなわち、

$$\begin{matrix} (n+1) & (n+2) \\ W_{BP} - W_{BP} = 0 & \dots\dots\dots (3-2-23') \\ (n+2) & (n+1) & (n+2) & (n+1) \end{matrix}$$

となる。従って、 W_{SP} は W_{SP} に、また W_{BP} は W_{BP} にそれぞれ従属である。

第 2 式は変位の拘束条件により、次式となる。

$$\begin{matrix} (n+1) & (n+1) & (n+1) \\ k_e^{SP} W_{SP} = f_{SP} & \dots\dots\dots & (3-2-24) \\ (n+2) & (n+1) \end{matrix}$$

第 1 式は拘束条件、 W_{BP} を考慮すると、 $f_{BP} = 0$ となり、不合理な式となるが、これは最後尾ユニット単独では不安定な系であることを示しているだけのことであり、全体系に組み込むことにより全体として安定な平衡方程式となる。

拘束条件を考慮した、最後尾ユニットの剛性マトリックスは結局次式の破線まで（第 1 式と第 2 式）を考えればよいことになる。

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & k_e^{SP} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_{BP} \\ W_{SP} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{BP} \\ f_{SP} \end{bmatrix} \dots\dots (3-2-25)$$

尚、外力項の中の内力 $f_j^{(i)}$, ($j = BP$ or SP) は全体系の平衡方程式を作成する段階で全て消失（互いにキャンセル）する。

摩擦面上で局所的な微小すべりが発生しているときには、摩擦抵抗力はその時点におけ

るすべり限界摩擦力と同じ値をとることになるため、せん断ばねの線形性は失われる。このときには摩擦抵抗力の項を外力項に移項する必要がある。この処理は具体的には剛性マトリックスの中から、微小すべりが発生している場所に相当するところのせん断ばね定数 k_{so} を取り除き、そのかわりに外力ベクトルにすべり限界摩擦力を加える作業となる。

3・2・2 2枚添接板のユニット剛性マトリックス

総ボルト本数 n 本、2枚添接板部分の先頭ボルトのボルト番号を q とした場合の2枚添接板のユニット剛性マトリックスを求める。手順は前述の1枚添接板において示したものと全く同様であるので、ここでは各ユニットの釣合式のみ示すことにする。

下図は2枚添接板継手をユニット分割したものを示したものである。図中の数字はボルト番号を、括弧付きの数字はユニットの境界番号を示す。

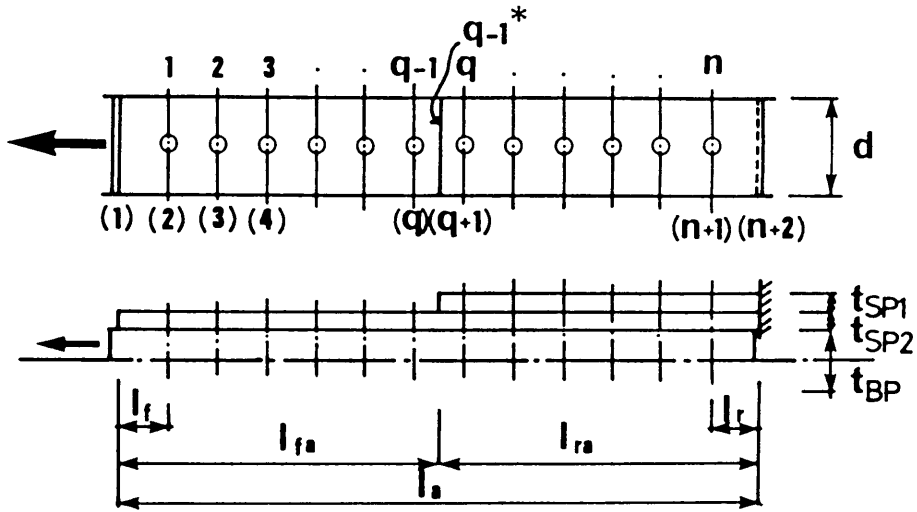


図 3- 2- 4 2枚添接板のユニット分割

剛性マトリックスの非零成分のバンド幅が大きくならないように変位ベクトル $\{\delta'\}$ の並びを考えると、これは次式で表わされる。

$$\{\delta'\} = \begin{bmatrix} \begin{matrix} (1) & (1) & (2) & (2) & \dots & (q-2) & (q-2) & (q-1) & (q-1) & (q-1)^* & (q) & (q) \\ \underline{W_{BP}}, & \underline{W_{SP1}}, & W_{BP}, & W_{SP1}, & \dots, & W_{BP}, & W_{SP1}, & W_{BP}, & W_{SP1}, & \underline{W_{SP2}}, & W_{BP}, & W_{SP1}, \\ \\ \\ \end{matrix} \\ \begin{matrix} (q) & (n+1) & (n+1) & (n+1) & (n+2) & (n+2) & (n+2) \\ W_{SP2}, & \dots, & W_{BP}, & W_{SP1}, & W_{SP2}, & \underline{W_{BP}}, & \underline{W_{SP1}}, & \underline{W_{SP2}} \end{matrix} \end{bmatrix}^T \quad \dots \quad (3-2-26)$$

上式中、アンダーラインを引いた6個の変位は以下に示すように、既知数または従属なものであり、これが6個の境界条件を与える。

変位ベクトル並び番号	
(1)	
$\underline{W_{BP}}$: 強制変位 (既知)	(1)
(1) (2)	
$\underline{W_{SP1}} = W_{SP1}$ (従属)	(2)

$\begin{array}{ll} (q-1)^* & (q) \\ W_{SP2} = W_{SP2} & \text{(従属)} \end{array}$	$(q*2 + 1)$
$\begin{array}{ll} (n+2) & (n+1) \\ W_{BP} = W_{BP} & \text{(従属)} \end{array}$	$(I_f - 2)$
$\begin{array}{ll} (n+2) & (n+2) \\ W_{SP1} = W_{SP2} = 0 & \text{(既知)} \end{array}$	$(I_f - 1), (I_f)$

ここで、 I_f は境界条件を考慮する前の総自由度数であり、次式で表わされる。

$$I_f = (q - 1)*2 + (n + 3 - q)*3 \quad \dots\dots\dots (3-2-27)$$

境界条件の数は 6 であるから、実質的な計算自由度数は $(I_f - 6)$ となる。

またここで、添字 SP の次の数字は 2 枚ある添接板を区別するものであり、SP1 は内側、SP2 は外側の添接板をそれぞれ示す。

2 枚添接板の場合には 5 種類のユニット剛性マトリックスが必要である。すなわち、1 枚添接部分における先頭ユニットと中間ユニットの 2 種類、1 枚添接部分と 2 枚添接部分の境界部ユニット、さらに 2 枚添接部分における中間ユニットと最後尾ユニットの 2 種類である。

(4) 1 枚添接部分における、先頭ユニット・中間ユニット剛性マトリックス

1 枚添接部分における 2 種類のユニット剛性マトリックスは既に表示してあるものと同じであるのでここでは省略する。ただし、添接板の変位、伸びばね定数さらにせん断ばね定数の添字は $SP \rightarrow SP1$, $S0 \rightarrow S01$ というように変更し、それぞれ w_{SP1} , k_e^{SP1} , k_{S01} とする。

(5) 1 枚添接部分と 2 枚添接部分の境界部ユニット剛性マトリックス

境界部ユニットは 6 個の半剛体と 3 種の伸びばね (k_e^{BP} , k_e^{SP1} , k_e^{SP2}) および 2 種のせん断ばね (k_{S01} , k_{S02}) によって構成される (図 3-2-5 参照)。

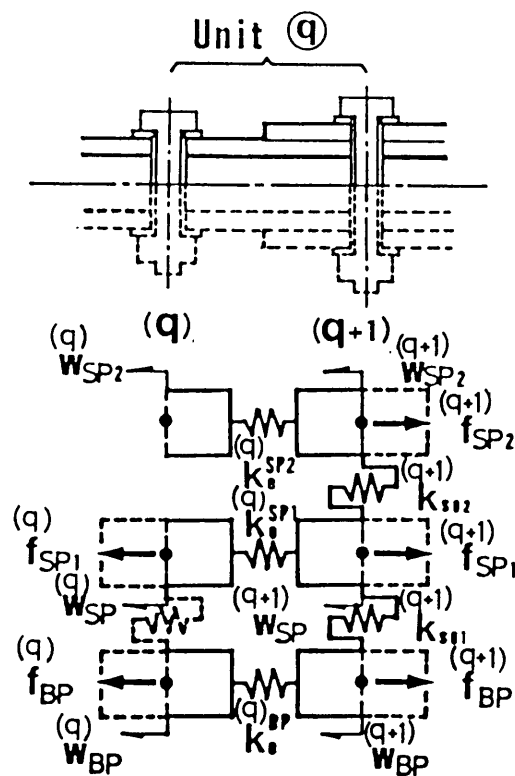


図 3-2-5 境界部ユニット

変位変数は従って全部で 6 個あるが、このうち外側枚添接板の自由端変位は従属であるので、この変位に関する式を削除したときの釣合方程式は次式となる。ここで、添字 q は 2 枚添接板部分の先頭ボルトのボルト番号である。

$$\begin{bmatrix} \begin{matrix} (q) & & (q) \\ k_e^{BP} & 0 & -k_e^{BP} & 0 & 0 \\ (q) & & (q) \\ k_e^{SP1} & 0 & -k_e^{SP1} & 0 & 0 \\ (q+1) & (q) & (q+1) \\ k_{s01} + k_e^{BP} & -k_{s01} & 0 \\ (q) & (q+1) & (q+1) & (q+1) \\ k_e^{SP1} + k_{s01} + k_{s02} & -k_{s02} \\ (q+1) & & (q+1) \\ k_{s02} \end{matrix} \\ \text{SYM.} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{matrix} (q) \\ W_{BP} \\ (q) \\ W_{SP1} \\ (q+1) \\ W_{BP} \\ (q+1) \\ W_{SP1} \\ (q+1) \\ W_{SP2} \end{matrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{matrix} (q) \\ f_{BP} \\ (q) \\ f_{SP1} \\ (q+1) \\ f_{BP} \\ (q+1) \\ f_{SP1} \\ (q+1) \\ f_{SP2} \end{matrix} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3-2-28)$$

(6) 2枚添接板部分における中間ユニット剛性マトリックス

2枚添接板部分における中間ユニットは下図に示すような構成となっている。従って、変位変数は 6 となり、(i) ユニット内の釣合式(3-2-29)の左辺のマトリックスが2枚添接板部分の中間ユニット剛性マトリックスとなる。

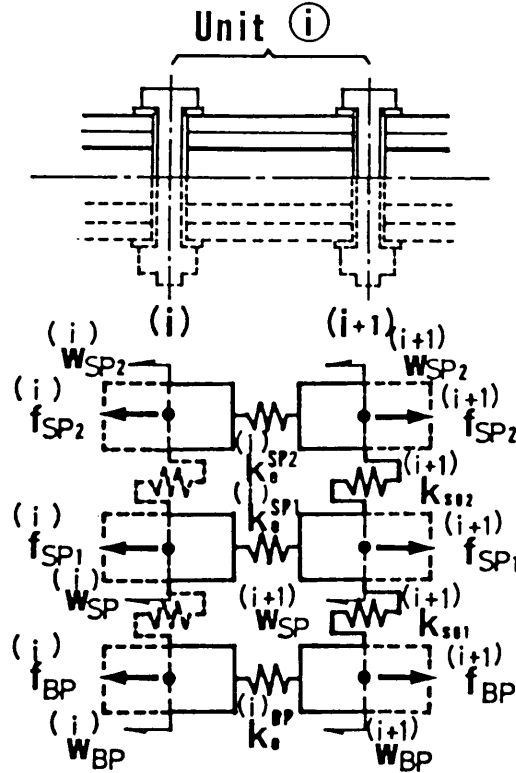


図 3-2-6 2枚添接板部分における中間ユニット

$$\begin{bmatrix}
 (i) & & & & & \\
 k_e^{BP} & 0 & 0 & -k_e^{BP} & 0 & 0 \\
 & (i) & & (i) & & \\
 & k_e^{SP1} & 0 & 0 & -k_e^{SP1} & 0 \\
 & & (i) & & (i) & \\
 & & k_e^{SP2} & 0 & & -k_e^{SP2} \\
 & & & (i+1) & (i+1) & (i+1) \\
 & & & k_{s01}+k_e^{BP} & -k_{s01} & 0 \\
 & & & & (i) & (i+1) & (i+1) & (i+1) \\
 & & & & k_e^{SP1}+k_{s01}+k_{s02} & -k_{s02} \\
 & & & & & (i) & (i+1) \\
 & & & & & k_e^{SP2}+k_{s02}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 (i) \\
 W_{BP} \\
 (i) \\
 W_{SP1} \\
 (i) \\
 W_{SP2} \\
 (i+1) \\
 W_{BP} \\
 (i+1) \\
 W_{SP1} \\
 (i+1) \\
 W_{SP2}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 (i) \\
 f_{BP} \\
 (i) \\
 f_{SP1} \\
 (i) \\
 f_{SP2} \\
 (i+1) \\
 f_{BP} \\
 (i+1) \\
 f_{SP1} \\
 (i+1) \\
 f_{SP2}
 \end{bmatrix}$$

SYM.

..... (3- 2-30)

(7) 最後尾ユニット剛性マトリックス

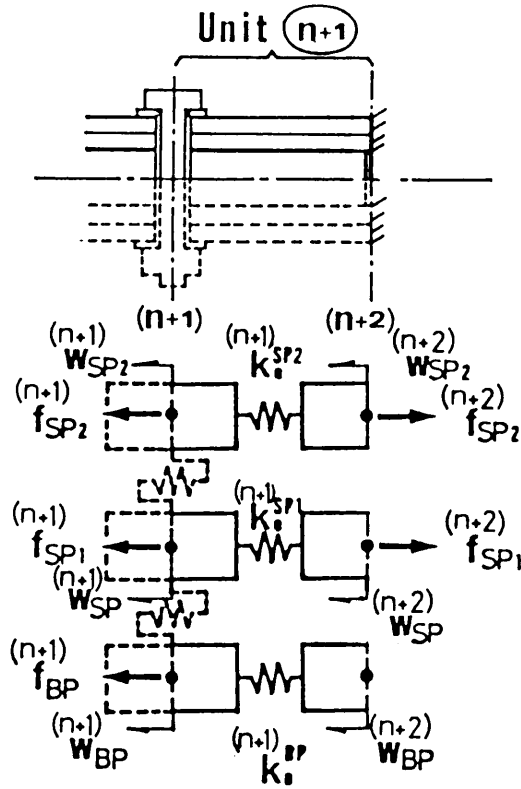


図 3-2-7 最後尾ユニット

(n+2) (n+1) (n+2) (n+2)

最後尾ユニットの境界条件は $W_{BP} = W_{BP}$ (従属)、 $W_{SP1} = 0$ 、 $W_{SP2} = 0$ である。従って、釣合式は式(3-2-30)のようになる。第1式は不自然なものとなっているが、これはユニット単独の釣合を考えたため生じたものであり、全体系の平衡方程式に組み込むことによって改善される。

$$\begin{bmatrix}
 0 & 0 & 0 \\
 & (n+1) & \\
 & k_e^{SP1} & 0 \\
 & & (n+1) \\
 \text{SYM.} & & k_e^{SP2}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 (n+1) \\
 W_{BP} \\
 (n+1) \\
 W_{SP1} \\
 (n+1) \\
 W_{SP2}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 (n+1) \\
 f_{BP} \\
 (n+1) \\
 f_{SP1} \\
 (n+1) \\
 f_{SP2}
 \end{bmatrix}
 \quad \dots \quad (3-2-30)$$

3・3 非線形平衡方程式の解法

ここでは主に一般の突合せ（1枚添接板を持つ）継手のすべり挙動を解析する場合の、剛体－ばねモデルにおける非線形平衡方程式の解法について記述する。他のモデル、すなわち2枚添接板を持つ継手の場合にはこの方法を単純に拡張することによって処理することができる。また、パラボリック・アイソパラメトリック有限要素－せん断ばねモデルにおいても、継手板を平面要素でモデル化する部分を除けば殆ど同様な手法で非線形平衡方程式を解くことができる。

3・3・1 全体剛性マトリックスと荷重ベクトルの作成方法

全体剛性マトリックスはこれまでに示したユニット剛性マトリックスを用いて、通常の有限要素法で行なわれているようなインデックスを利用した方法で組み立てることができる。

ボルト列数を n とすると、総ユニット数は $n+1$ となり、剛体要素数は母材、添接板ともに $n+2$ であるから拘束条件を考慮しないときの総自由度数 1_{tf} は $(n+2)*2$ となる（下図参照）。

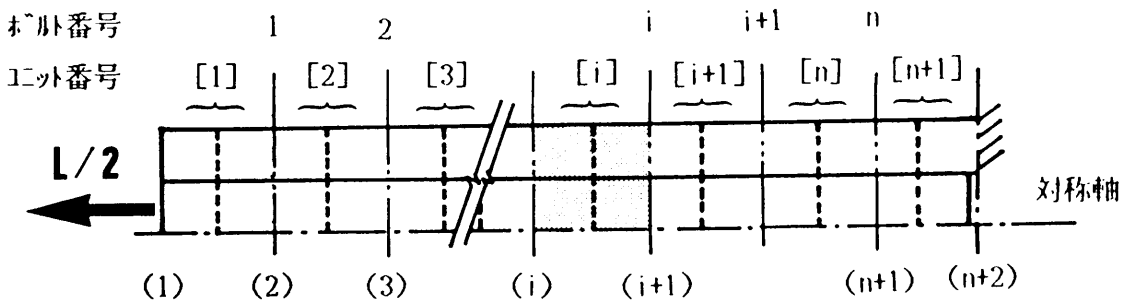


図 3- 3- 1 1枚添接板のユニット分割

変位ベクトル $\{\delta'\}$ 中の各成分の並びは全体剛性マトリックスの非零成分のバンド幅が大きくなるように次のように決めた。

$$\{ \delta' \} = [\overset{(1)}{W_{BP}}, \overset{(1)}{W_{SP}}, \overset{(2)}{W_{BP}}, \overset{(2)}{W_{SP}}, \dots, \overset{(n+2)}{W_{BP}}, \overset{(n+2)}{W_{SP}}]^T \dots\dots (3-3-1)$$

これは境界条件を考慮した場合は次のようになる。

$$\{ \delta \} = [\overset{(2)}{W_{BP}}, \overset{(2)}{W_{SP}}, \overset{(3)}{W_{BP}}, \overset{(3)}{W_{SP}}, \dots, \overset{(n+1)}{W_{BP}}, \overset{(n+1)}{W_{SP}}, \overset{(1)}{W_{BP}}, \overset{(1)}{W_{SP}}, \overset{(n+2)}{W_{BP}}, \overset{(n+2)}{W_{SP}}]^T \dots\dots (3-3-2)$$

インデックスは次に示すような3種類 (A, B, C)を作成し、これを用いてユニット剛性マトリックスを全体剛性マトリックスに組み上げる作業をしたり (インデックス C)、ベクトル並びに関する種々の作業を行なう⁵⁹⁾ (インデックス A,B)。

(インデックス A) インデックスの中に 1から総自由度数 I_f までの一連番号を入れ、拘束されている変位または既知変位に対応するインデックスの内容を 0にセットする。

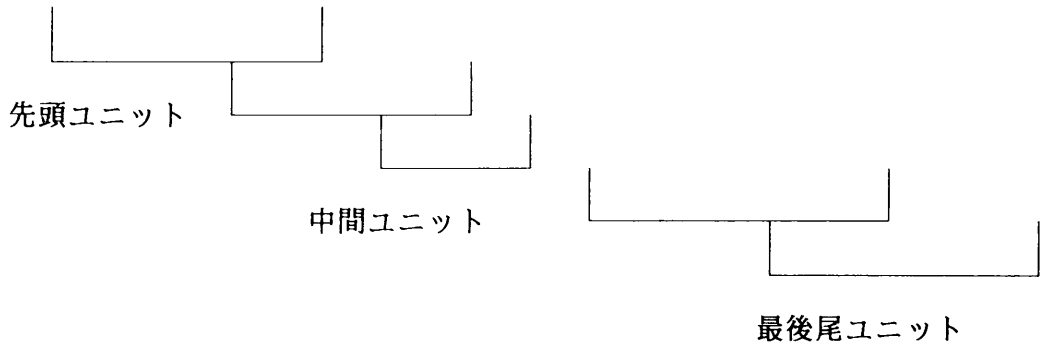
番号	1	2	3	4	5	6	$I_{tf}-3$	$I_{tf}-2$	$I_{tf}-1$	I_{tf}
内容	0	0	3	4	5	6	$I_{tf}-3$	$I_{tf}-2$	0	0
	↑	↑								↑	↑
	強制変位	自由端								自由端	固定端
	$\overset{(1)}{W_{BP}}$	$\overset{(1)}{W_{SP}}$								$\overset{(n+2)}{W_{BP}}$	$\overset{(n+2)}{W_{SP}}$

(インデックス B) インデックス Aの内容が零でないものを順に前につめる。

番号	1	2	3	4	5	6	...	$I_{tf}-5$	$I_{tf}-4$	$I_{tf}-3$	$I_{tf}-2$	$I_{tf}-1$	I_{tf}
内容	3	4	5	6	7	8	...	$I_{tf}-3$	$I_{tf}-2$	1	2	$I_{tf}-1$	I_{tf}

(インデックス C) インデックス Bの番号と内容を入れ換えたもの。

番号	1	2	3	4	5	6	...	$I_{tf}-5$	$I_{tf}-4$	$I_{tf}-3$	$I_{tf}-2$	$I_{tf}-1$	I_{tf}
内容	$I_{tf}-3$	$I_{tf}-2$	1	2	3	4	...	$I_{tf}-7$	$I_{tf}-6$	$I_{tf}-5$	$I_{tf}-4$	$I_{tf}-1$	I_{tf}



インデックス C から、1 ユニットの自由度 4 個分を 2 個ずつダブらせながら取り出せば、そのユニットの剛性マトリックスの各要素が全体剛性マトリックスのどの位置に対応するかが判ることになる。

剛体-ばねモデルのユニット剛性マトリックスは前節 (§ 3・2) で既に導いてあるが、これらのユニット剛性マトリックスは弾性範囲内でのものである。従って、継手に微小すべりが発生した後はせん断ばねは非線形となるため、摩擦面のすべり状態に応じたせん断ばねの復元力の値を平衡方程式中に組み込む必要がある。

逆方向のすべり挙動も考慮した、せん断ばねの履歴特性については § 2・3・3 で述べた。すなわち、図 3-3-2 に示される繰返し荷重下におけるせん断力 S と相対すべり量 β の関係は区間毎に、それぞれ次式で表わされた。

$$\begin{array}{ll}
 A \sim B & \text{区間: } S = k_{so} \beta \\
 B \sim C & \text{": } S = S^* \\
 C \sim D & \text{": } S = S^*_{rev1} - k_{so} (\beta^*_{rev1} - \beta) \\
 D \sim E & \text{": } S = -S^* \\
 E \sim F & \text{": } S = S^*_{rev2} - k_{so} (\beta^*_{rev2} - \beta)
 \end{array}
 \quad \dots\dots\dots (3-3-3)$$

ここで、 S^* はすべり限界せん断力、 β^*_{rev1} と β^*_{rev2} はそれぞれ荷重方向が反転するときの母材-添接板間の相対すべり量、また、 S^*_{rev1} と S^*_{rev2} はそのときのせん断力である。

A ~ B 区間は弾性（線形）状態である。

B ~ C、D ~ E 区間は微小すべりが発生している状態であり、また C ~ D、E ~ F 区間は微小すべり発生後、荷重方向が反転した状態をそれぞれ示している。

上記の 5 種類の状態は相対すべり量 ($\beta = w_{BP} - w_{SP}$) の範囲を

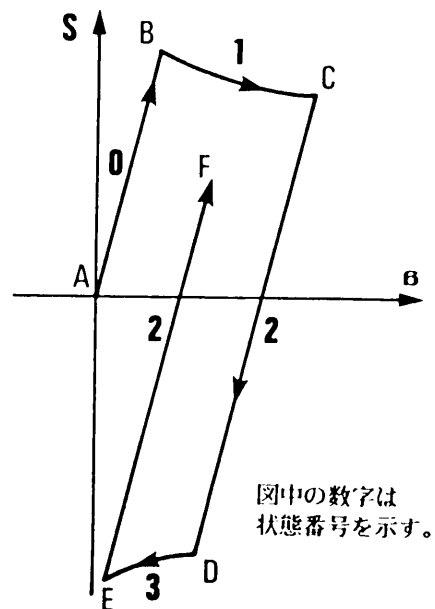


図 3-3-2 履歴型せん断ばね特性の略図
(数字は状態番号を示す。)

$\beta \geq 0$ に限定すれば、結局載荷方向の違いと微小すべりが発生しているかどうかの違いによって以下に示すように 4種類の状態に区分される。

- ・ 状態 0 …… すべっていない状態 …… 加荷、除荷時とも
- ・ 状態 1 …… すべっている状態 …… 加荷時
- ・ 状態 2 …… 一度、すべりが発生した後、載荷方向が反転する等してその時点ではすべっていない状態 …… 加荷、除荷時とも
- ・ 状態 3 …… 逆方向にすべっている状態 …… 除荷時

状態 0 は A ～ B 区間、状態 1 は B ～ C 区間、状態 2 は C ～ D または E ～ F 区間、状態 3 は D ～ E 区間にそれぞれ対応している。式 (3-3-3) から明らかなように、状態 0 (A ～ B 区間) 以外はせん断 (復元) 力には相対すべり変位に直接関係の無い定数項が含まれている。これらの状態においては、定数項を荷重項に移項すればよい。状態 2 においては相対すべり変位に関係する項も含まれているので、ユニット剛性マトリックスは状態 0 と同じものを使う必要がある。

結局、微小すべりが発生し、平衡方程式が非線形となった場合には以下に示すような手順で全体剛性マトリックスと荷重ベクトルを各演算ステップの都度変更すればよいことになる。

- I (摩擦面のすべり状態は各ボルト位置毎に異なるので) 平衡方程式を解き終えた直後に各ボルト位置の状態を判別し、上記の 4種類に分類する。
- II 4種類の状態に対して次のようにユニット剛性マトリックスとユニット荷重ベクトルを変更する (変更箇所はせん断ばねの復元力を含む平衡方程式)。

	ユニット剛性マトリックス中の せん断ばねの絶対値	ユニット荷重ベクトル (下記のものとの絶対値が 等しく符号が反対のものが対になる。)
状態 0	k_{so}	0
状態 1	0	$- S^*$
状態 2	k_{so}	$- (S^*_{rev, i} - k_{so} \beta^*_{rev, i}) \quad , i = 1, 2$
状態 3	0	S^*

- III インデックスを用いて全体剛性マトリックスおよび荷重ベクトルに組み込む。

すなわち、剛体－ばねモデルの全体剛性マトリックスは比較的小規模なものであるので、平衡方程式が非線形となった後は、各演算ステップ毎に新たに作成し直すことにしている。このとき、前節（§ 3・2）で述べた線形のユニット剛性マトリックス、およびその中のせん断ばね定数 k_{so} を零としたユニット剛性マトリックスの2種類を用意し、状態0、2のときは前者、また状態1、3では後者を用いるようにしている。

一方、パラボリック・アイソパラメトリック有限要素－せん断ばねモデルでは全体剛性マトリックスの規模が非常に大きくなるため、これを各演算ステップ毎に新たに作成し直すのは電算機の演算効率を非常に低下させる。従って、この場合には継手板に関する全体剛性マトリックスはそのままにしておき、その中のせん断ばねの項のみ変更させる方法をとっている。ただし、荷重ベクトルの作成法は剛体－ばねモデルの場合と同様である。

次に、摩擦面上のすべり状態判定方法と荷重ベクトルの作成方法について、フローチャートを用いてさらに詳しく説明をする。

(1) 摩擦面上のすべり状態判定（手順Ⅰ）方法

摩擦面上のすべり状態は各ボルト位置によって異なり、同一継手内に種々の状態が混在することになる。従って、各ボルト位置におけるすべり状態判定を、収束計算の都度求める必要がある。図 3-3-3は i 番目のボルト位置における状態判定フローを示したものである。

常に無荷重状態から、あるいは継手のどこにも微小すべりが生じない程度の荷重状態から解析を行なうことにすれば、各ボルト位置における摩擦面上のすべり状態の初期値は0である。実際解析上のこの仮定は、第1ボルトの微小すべり荷重を内挿して求めるときには弾性域の演算結果がなくてはならないので、是非必要である。従って、筆者の作成したプログラムではいきなり微小すべりが生じるような荷重（強制変位）を加えた場合はエラーが生じることになる。

初期状態（状態0）からは摩擦面のせん断力 S_i の絶対値がすべり限界せん断力 S_{i*} をオーバーするかどうかを判別すればよい。状態1、2、3からはそれぞれについて載荷方向を調べ（変位増分 $\Delta_{WBP}^{(1)}$ の符号が逆転したかどうかを調べる）、状態1、3の場合は載荷方向が逆になったとき状態を2に変更する。また状態2の場合は摩擦面のせん断力がすべり限界せん断力をこえたときにはすべりが発生するので、加力、減力の各載荷方向に対してそれぞれ状態1、状態3に変更すればよい。

式(3-3-4) は次のような手順で解くことができる。

まず、第 2式から未知変位ベクトル $\{\delta_2\}$ を求める。

$$(i) \quad \{\delta_2\} = [k_{22}]^{-1} (\{L_2\} - [k_{21}]\{\delta_1\}) \quad \dots\dots\dots (3-3-5)$$

これを第 1式に代入し、未知荷重ベクトル L_1 を求める。

$$(ii) \quad \{L_1\} = [k_{11}]\{\delta_1\} + [k_{12}]\{\delta_2\} \quad \dots\dots\dots (3-3-6)$$

式(3-3-5) の右辺の括弧内は $\{L_2\}$ を零ベクトルとすると $[k_{21}]\{\delta_1\}$ だけになる。剛体-

ばねモデルにおいては強制変位は母材の荷重端変位 $^{(1)}W_{BP}$ のみであり また、マトリックス $[k_{12}]$ に対応するのは母材の荷重端の伸び剛性 $^{(1)}k_e^{BP}$ である。

従って、本解析では変位制御法を用いているので、荷重ベクトルは第 1 要素に先頭ユニッ

トの母材の伸びばねと強制変位の積、 $^{(1)}k_e^{BP} \cdot ^{(1)}W_{BP}$ を割り当て、他の要素は零とするだけでよいことになる。

しかし、前述のようにせん断ばねが非線形になってからはせん断ばねに関する復元力項に定数部分（これらを F_{add} とする）が存在することになり、これを荷重ベクトル項に移すことによって処理する必要があった。すなわち、 F_{add} は荷重ベクトルに加算されることになる。

以上の作業は流れ図に示すと図 3-3-4のようになる。ここで、 $L(1)$ は荷重ベクトルの第 1 要素である。また、JREV, ICONT, Kは制御変数であり、それぞれ載荷方向を示す指標、載荷方向が逆転した一番最初の荷重ステップであるかどうかを示す指標、そして平衡方程式番号（荷重ベクトル並び）である。図の中の細線で囲まれた部分は繰返し処理（DO ループ）を示すものである。

初期条件はJREV=0, ICONT=0 である。JREV=0の場合は載荷方向が同一であることを意味する。載荷方向が変化したときJREV=1となる。このときICONT=0 であれば、載荷方向が変化した最初のステップであると判断する。載荷方向が変化した最初のステップにおいては次に示す 3 つの処理をする必要がある。

- ・ 状態番号の変更 …… 状態 1 または 3 のとき状態 2 に変更する。
- ・ 載荷方向が逆転したときのすべり限界せん断力 $S^*_{rev,i}$ と相対すべり変位 $\beta^*_{rev,i}$ （ここで、 i はユニット番号を示す）を記憶する。
- ・ 荷重増分 $\Delta W_{BP}^{(1)}$ の符号を変え、新たに荷重 $L(1)$ を作成し直す。このとき、あらか

じめ強制変位 $w_{BP}^{(1)}$ に基づいて $L(1)$ が作られているので、 $w_{BP}^{(1)}$ に $2\Delta w_{BP}^{(1)}$ を加える必要がある。

荷重ベクトルを作成するための後半の作業はせん断に関する復元力のうち定数部分 F_{add} を加えることである。このとき、右辺（荷重ベクトル）への移項であるから符号を逆転させる必要がある。状態 1 においては零を加えることにすれば全ての状態に対して同じ方法で処理できる。これらは前に述べたインデックスにより機械的に荷重ベクトル内に加え込まれる。

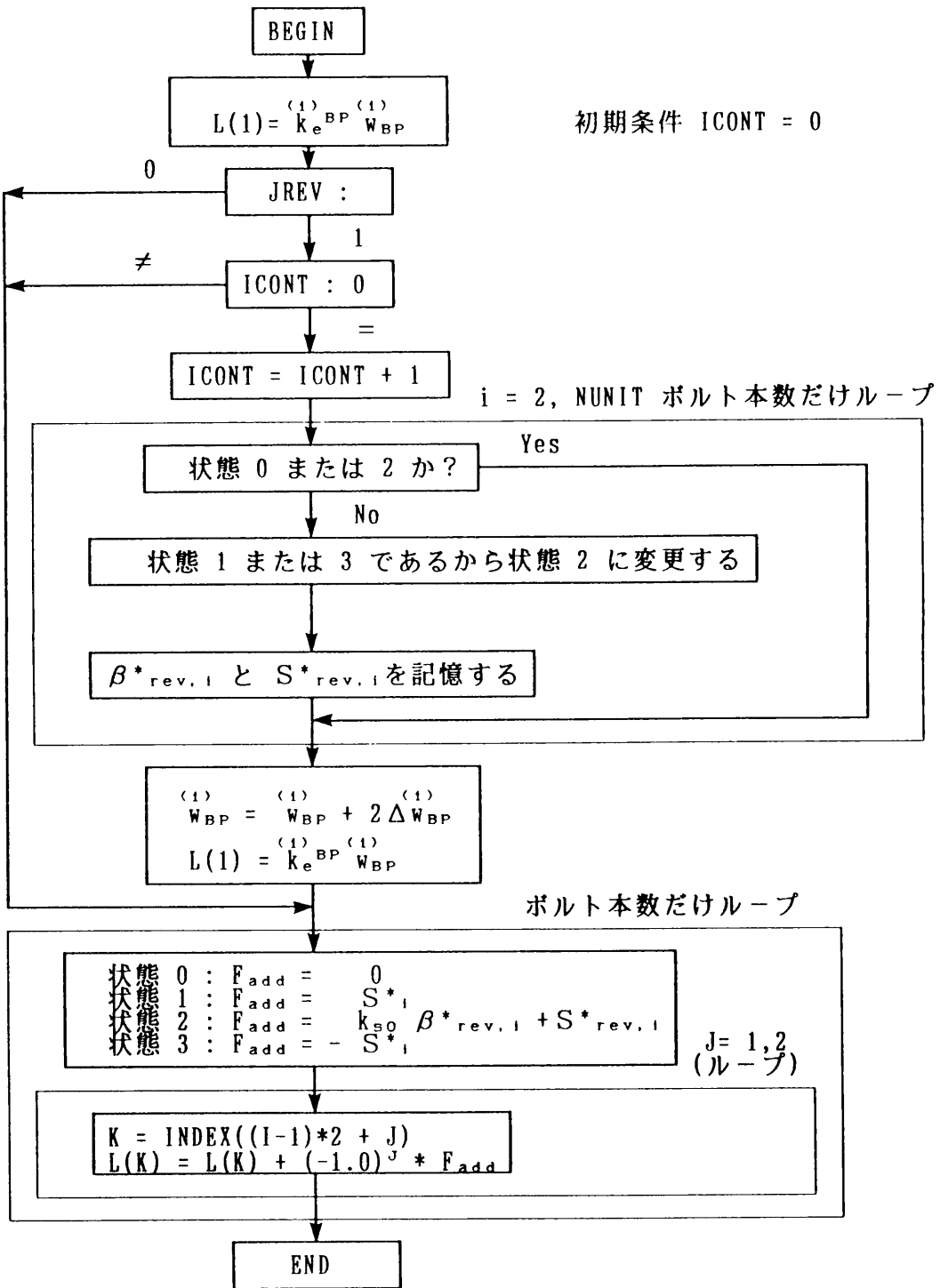


図 3-3-4 荷重ベクトルの作成のための流れ図

3・3・2 非線形平衡方程式の解析フローと収束判定法

図 3-3-5 に除荷過程を含む継手のすべり挙動解析の流れ図を示す。このフローは剛体－ばねモデルとパラボリック・アイソパラメトリック有限要素－ばねモデルの両方に共通するものである。ISTAGE, IPATH, MSLIP, ITERAT はそれぞれ荷重段階番号、線形←→非線形（局部すべり発生後、非線形系となる）、主すべりが発生したか否か、繰返し計算回数等の指標または制御変数である。これらの初期値はそれぞれ、ISTAGE=1, IPATH=0, MSLIP=0, ITERAT=0 である。平衡方程式が線形の範囲内であれば図中の太線の閉回路を、また初めて局部すべりが生じた場合は一度一点鎖線を通過後、細線の閉回路に入り、収束計算を行う。収束が完了した場合は次の荷重段階に移行する。さらに、主すべりが生じた場合はその直後の平衡方程式を解き、計算が終了する。

平衡方程式が非線形となったときの平衡解は直接繰返し法を用いて求められる。このときの収束判定は誤差ベクトルの 2 乗平均 Δ^2 が解ベクトルの平均 Δ_{ave} の 1/10,000 以内に収まったとき収束したと判断することにした（計算機内では倍精度演算をしている）。

すなわち、平衡方程式の実質的な総自由度数を I_f 、ある荷重段階における繰返し計算回数を (m) 回、さらにこのときの平衡方程式の解ベクトルの j 番目の要素を $\delta_j^{(m)}$ 、また 1 つ前の回の解ベクトルの j 番目の要素を $\delta_j^{(m-1)}$ とするとき、次式が成り立つ場合に収束したと判断する。

$$\Delta^2 \leq \Delta_{ave} / 10000 \quad \dots\dots\dots (3-3-7)$$

ここで、

$$\Delta^2 = \left[\sum_{j=1}^{I_f} \{ \delta_j^{(m-1)} - \delta_j^{(m)} \}^2 \right]^{1/2} / I_f \quad \dots\dots\dots (3-3-8)$$

また、

$$\Delta_{ave} = \left[\sum_{j=1}^{I_f} \delta_j^{(m)} \right] / I_f \quad \dots\dots\dots (3-3-9)$$

である。

収束計算の繰返し回数は、強制変位の刻み量によって多少こととなるが、殆ど 3 回以内程度である。

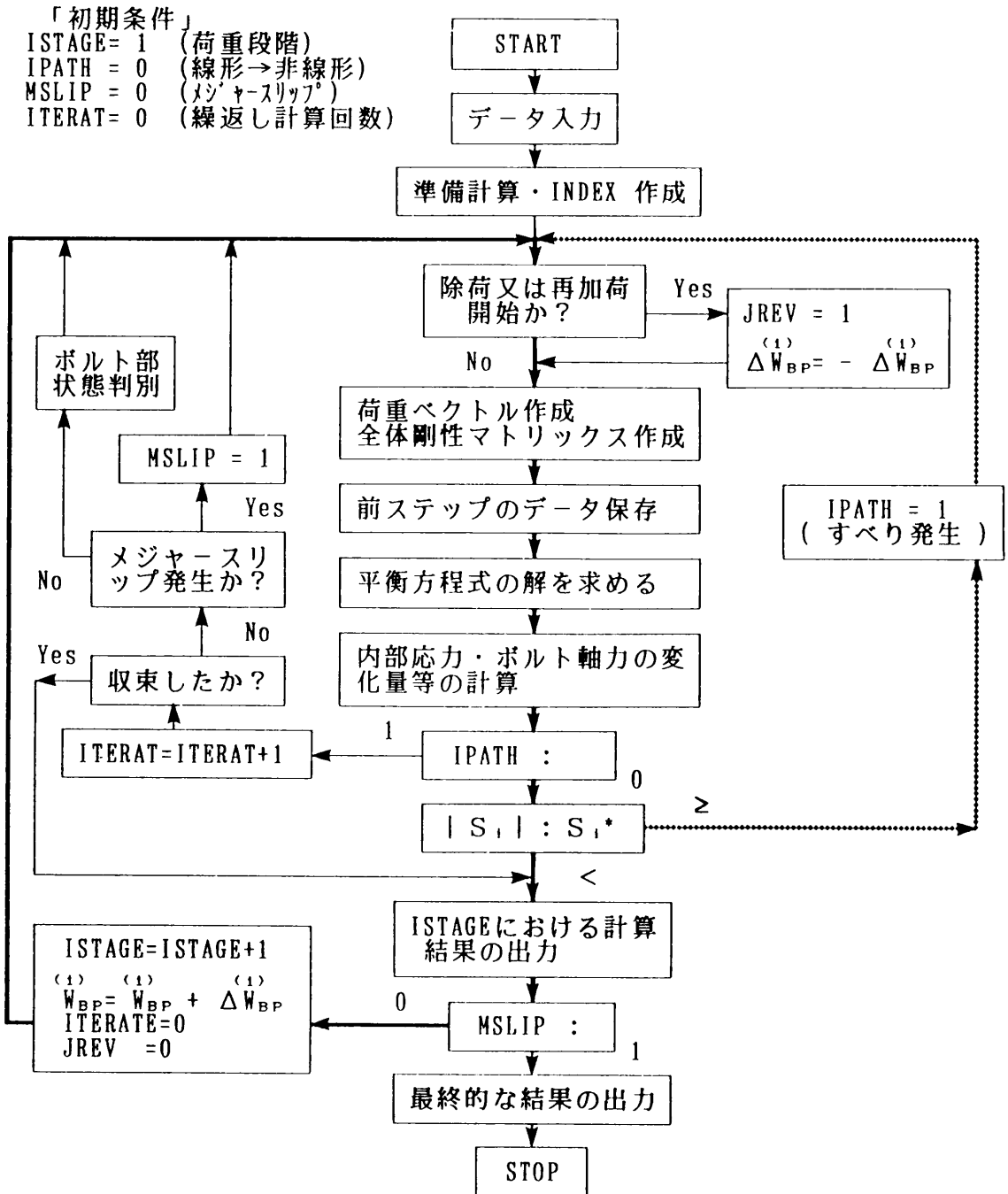


図 3-3-5 継手のすべり挙動解析のための流れ図

3・3・3 すべり荷重の補間方法

各ボルト位置における局部すべり荷重は平衡解が $\Delta W_{BF}^{(1)}$ 刻みの強制変位によるものであるため、せん断力 S と限界すべりせん断力 S^* との交点の位置関係に基づき、線形補間により求められる。補間方法はどのボルトについても同じであるので、以下の展開においては、ボルト番号に関する添字は省略する。あるボルト位置におけるせん断力 S が、 $(m-1)$ ステップから (m) ステップの荷重段階の間においてすべり限界せん断力に達したとする。このとき、摩擦面に生じるせん断力 S はすべり限界せん断力を超過することはできないので、図 3-3-6中に矢印で示すような変化をするものと考えられる。

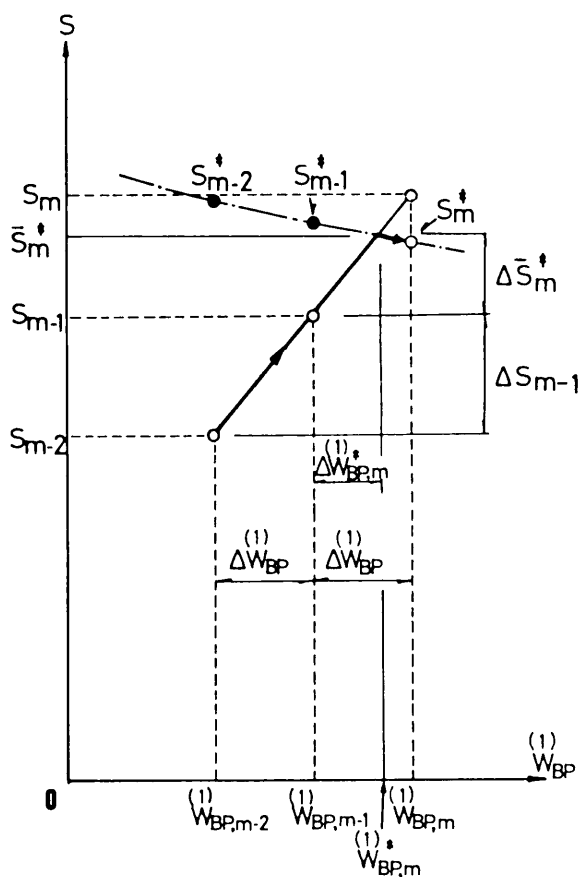


図 3-3-6 すべり荷重の補間方法に関する説明図（強制変位－せん断力関係）

すなわち、点 $(\overset{(1)}{W}_{BP, m-2}, S_{m-2}) \rightarrow$ 点 $(\overset{(1)}{W}_{BP, m-1}, S_{m-1}) \rightarrow$ 点 $(\overset{(1)}{W}_{BP^*, m}, S^*_{m-1})$
 \rightarrow 点 $(\overset{(1)}{W}_{BP^*, m}, \bar{S}^*_{m-1}) \rightarrow$ 点 $(\overset{(1)}{W}_{BP^*, m}, S^*_{m-1})$ の各点を通る経路をとる。

ここで、 $^{(1)}W_{BP}^*, m$ はせん断力がすべり限界に達したときの強制変位であり、次式により求められる。

$$^{(1)}W_{BP}^*, m = ^{(1)}W_{BP, m-1} + \Delta ^{(1)}W_{BP}^*, m \quad \dots\dots\dots (3-3-10)$$

上式の右辺第2項は強制変位刻み中の補間点の位置を示しており、せん断力がすべり限界せん断力との交点までは直線的な変化をするものと仮定すると、次のように表わされる。

$$\Delta ^{(1)}W_{BP}^*, m = \Delta ^{(1)}W_{BP} \bar{S}^*_m / \Delta S_{m-1} \quad \dots\dots\dots (3-3-11)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \bar{S}^*_m &= \bar{S}^*_m - S_{m-1} \\ \Delta S_{m-1} &= S_{m-1} - S_{m-2} \quad \dots\dots\dots (3-3-12) \end{aligned}$$

また、 \bar{S}^*_m は、強制変位の刻み $\Delta ^{(1)}W_{BP}$ の間における変化量はせん断力 S の変化量と比べて僅かであるので、近似的に次式で求められる。

$$\bar{S}^*_m = (S^*_{m-1} + S^*_m) / 2 \quad \dots\dots\dots (3-3-13)$$

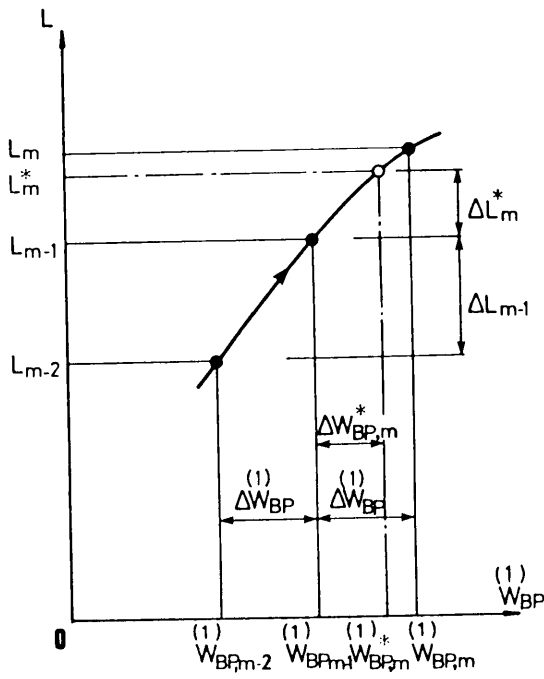
一方、このときのすべり限界荷重は強制変位－荷重関係（図 3-3-7）を参照して、近似的に次式で求められる。

$$\begin{aligned} L^*_m &= L_{m-1} + \Delta L^*_m \\ &= L_{m-1} + (\Delta ^{(1)}W_{BP}^*, m / \\ &\quad \Delta ^{(1)}W_{BP}) \times \Delta L_{m-1} \quad \dots\dots\dots (3-3-14) \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} \Delta L_{m-1} &= L_{m-1} - L_{m-2} \\ \dots\dots\dots (3-3-15) \end{aligned}$$

である。



（強制変位－荷重関係）

図 3-3-7 すべり荷重の補間方法に関する説明図

(m-1) ステップから(m) ステップにかけて微小すべりが発生したときには発生時の強制変位 $\overset{(1)}{w}_{BP}^*$ に基づいて、その時点における平衡解を求め直すようにしている。従って、その後強制変位増分 $\Delta \overset{(1)}{w}_{BP}$ 内の残りの増分 $\Delta \overset{(1)}{w}_{BP}'$ についても平衡方程式を解く必要があり、これによって最終的な(m) ステップにおける平衡解が求められるのである(下図参照)。

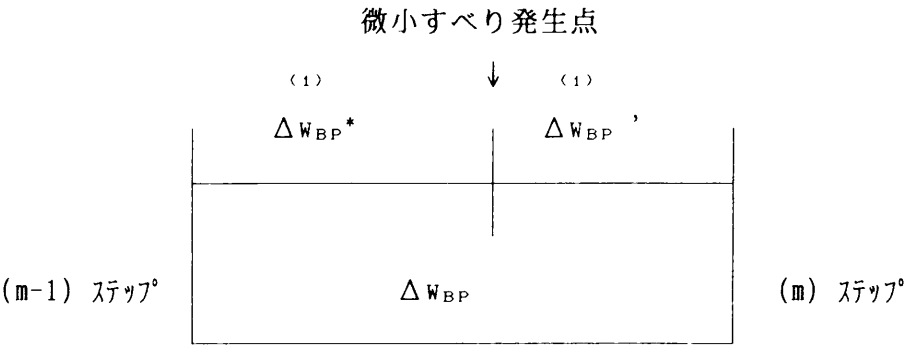


図 3-3-8 微小すべり発生前後の平衡解の求め方に関する説明図

主すべりが発生したときにも、同様に補間によりそのときの強制変位 $\overset{(1)}{w}_{BP}^*$ を求め、この $\overset{(1)}{w}_{BP}^*$ (主すべり発生直後の変位) における平衡解を求めて演算を終えることになる。

3・4 第3章 結語

本章はコンピュータ・インプリメンテーション (Computer Implementation) の観点から継手のすべり挙動解析手法を示した。これにより解析理論とプログラミングの間のギャップが多少なりとも埋められたように思われる。ここでは主にRBSMを用いた手法を扱ったが、PIFESMにおいても殆ど同じ手法を用いることができるので、これについては割愛することにした。

本手法における特色の一つは、継手をユニットに分割することによって、プログラムの組織化を行なったことである。すなわち、「継手ユニット」の考え方を導入することによって一般の有限要素法と同様にインデックスを用いて効率良く電算機上に平衡方程式を組み上げることができることを示した。これによって、入力データの数を少なくすることもできる。本手法はせん断ばねが非線形となった場合でも可能であり、各ボルト位置におけるすべり状態を番号で識別し、剛性マトリックスあるいは荷重ベクトルをユニットのレベルで適宜変更し、これをインデックスを用いて全体系に組み込む簡便な方法についても触れた。

本解析では主すべり発生付近における「平衡解の不安定さ」を避けるために変位増分法を用いている。平衡解は変位の増分刻み毎に得られることになり、従って、微小すべり荷重値あるいは主すべり荷重値の精度は変位増分刻み量 $\Delta w_{BP}^{(1)}$ に左右されることになる。この点については、変位増分内で線形的な挙動を仮定することにより補間法を用いて、すべり発生時の強制変位 $w_{BP}^{(1)*}$ を算出し、この値からすべり荷重値を求める方法により、精度を向上させる試みを示した。微小すべりが発生したときには、補間によって求められたすべり発生時強制変位に戻って平衡解を算出し、さらに残りの変位増分についても平衡解を求めるようにしている。

主すべりが発生したときには微小すべりの場合と同様に発生時の強制変位を補間し、これを主すべりが発生直後の強制変位として、そのときの平衡解を求めることにしている。主すべり荷重はこの平衡解に基づいて算定されることになる。

第4章 静的引張試験結果との比較および考察

4・1 序

本章では第2章および第3章で提示した、高力ボルト摩擦接合継手のすべり挙動解析用新離散化モデル「剛体－ばねモデル（RBSM）」および「パラボリック・アイソパラメトリック有限要素－せん断ばねモデル（PIFESM）」の実際問題への適応性能について述べる。また、これらの検討から波及的に得られた摩擦接合継手のすべり特性について触れる。

昭和57年初旬、本四公団では本四連絡橋における吊橋の補剛トラスの継手に太径（30mm ϕ ）、多列（12列、千鳥配置では18列程度）高力ボルト継手の使用を検討しており、そのための実物大の供試体を用いた継手性能試験を検討中であつた。この試験の目的はこれまでに前例のない大型継手の性能の実験による確認であり、その内容は（a）クリープ試験と（b）静的すべり試験の2項目からなるものであつた。静的すべり試験は（1）微小すべりおよび主すべりの状況、（2）作用応力方向の応力集中、（3）作用応力方向に対して直角の応力集中、（4）繰返し荷重载荷による継手の変位状況、（5）ボルト軸力の変化、（6）2枚添接板継手の性能などの細目にわたっている。

試験は同年（昭和57年）の夏季から秋季にかけて実施され、非常に精度の高い実測結果が得られた。その詳しい報告は、「太径高力ボルト摩擦接合継手試験・報告書、昭和57年11月、本四連絡橋公団第二建設局坂出工事事務所」⁸⁾でなされている。また、この成果は土木学会においても発表されている¹¹⁾。§4・2では、まずこの継手引張試験の概要について述べる。

§4・3では第2章および第3章で述べた、継手の新離散化モデル（RBSM, PIFESM）を用いたコンピュータによる解析例を紹介する。ここでは単一ゲージ幅を有する突合せ継手（ボルト列数12列）の、RBSMによる数値計算を例にとり、計算結果の出力形式についても参考のために示す。

また、§4・4では本四公団で実施された継手引張試験結果と、本論文で提案する、継手の新離散化モデルを用いた解析結果との比較を行なう。比較検討する項目は、主すべり荷重、ボルト軸力減少率、荷重－相対すべり関係および継手の内部応力分布などである。ここでは特にポアソン比に起因する継手部材の痩せがボルト軸力の減少、さらに主すべり荷重や、すべり係数に及ぼす影響に注目する。

従来から、ボルトの多列化に伴って、すべり係数が低下する傾向があることが知られている（例えば文献 60)、61)など）。この原因はまだ明らかにされていないが、一説として、

継手が長くなると端部ボルト付近に対する応力集中が非常に大きくなるが、これによって主すべり荷重が低下するのではないかとする「応力集中原因説」がある。確かに実験によれば端部ボルト付近の応力集中は大きく、端部ボルトの軸力抜けの割合は他のボルトに比べると僅かながら大きい（この現象はP I F E S Mを用いた解析においても確認されている。）が、この他にも原因があるように思われる。この点については§ 4・4で検討する。

§ 4・5ではボルト孔内におけるボルトの移動量について述べる。この移動量は今回の継手試験では計測されておらず、数値解析の結果のみであるが、特に移動量の多い端部ボルトの動きに注目した。端部ボルト付近の応力集中を緩和するために端部ボルト孔をやや大きくする試みもあり（例えば、文献62））、これに対する一つの参考資料になると思われる。

4・2 本四公団で実施された静的引張試験の概要

本四公団で実施された静的引張試験の詳細は文献 8) で報告されている。この試験の主な目的は、本州四国連絡橋の児島－坂出ルート of 吊橋補剛桁に使用する、今までに前例のない大型継手の継手性能の確認である。実物大の供試体を用いており、また多列ボルト継手であることから載荷装置は大容量のものが必要であった。このため、広島大学工学部大型強度試験室にある水圧式大型試験機（1300 tonまでのキャリブレーションが行なわれており、この間の線形性が確認されている）が使われた。

写真 4-2-1～4-2-5 は当継手試験を見学させて戴いた折に筆者が撮影したものである。写真 4-2-1は大型継手供試体がセットされた試験機の外観である。高力ボルトは写真 4-2に示すような太径（M30, 30 mm ϕ ）のものが用いられた（ただし、一部には比較のために M24を使用）。ボルト軸力、継手片表面歪みおよび母材－添接板間の相対すべり量について、写真4-2-3, 4-2-4に示すように歪みゲージや PI 型変位計を用いて多点計測が行なわれた。それぞれの測点数は最大で、12点、86点および14点であり、これらは写真 4-2-5に示すような装置によりデジタル量に変換し、記録された。

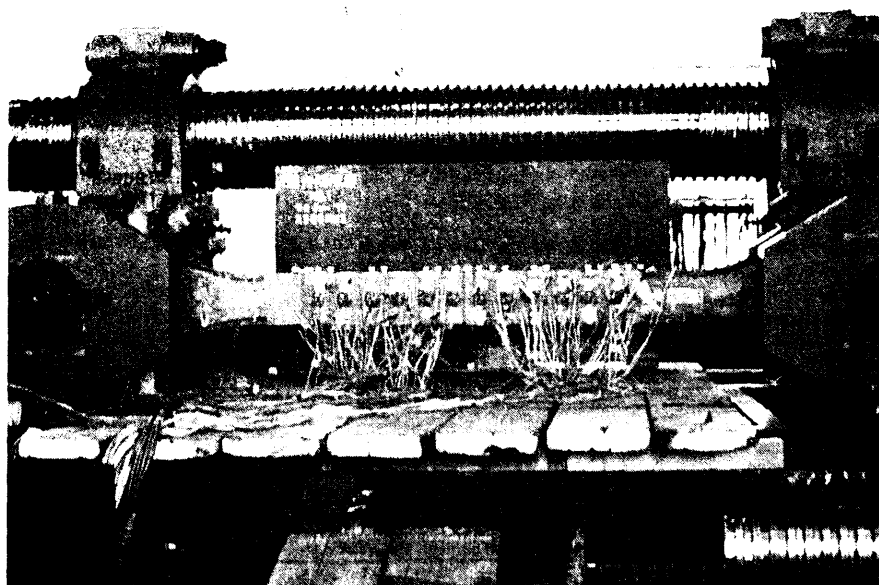


写真 4-2-1 太径多列高力ボルト摩擦接合継手試験開始直前の
供試体・装置外観 （昭和57年、於広島大学、筆者撮影）

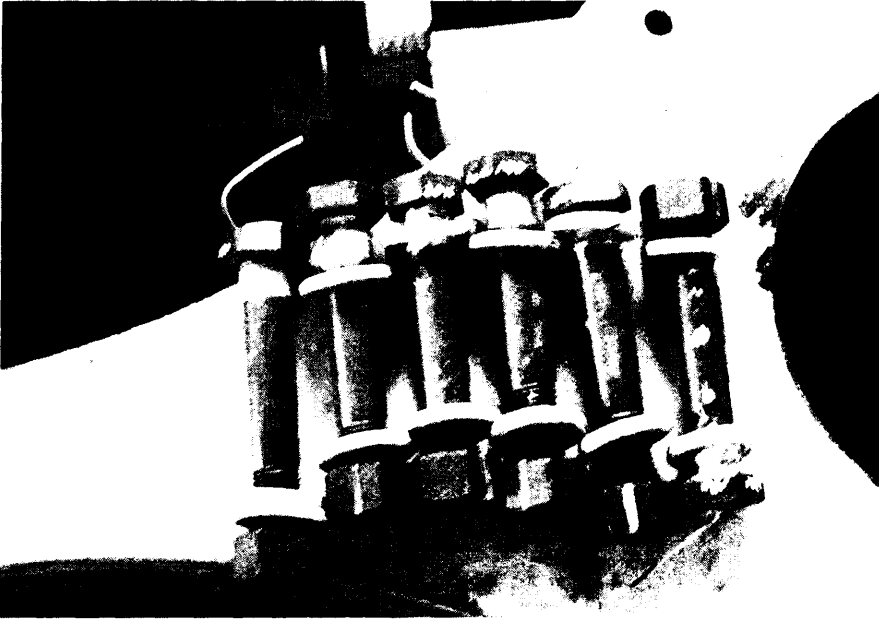


写真 4-2-2 太径多列高力ボルト摩擦接合継手試験に用いた
太径高力ボルト (M30)

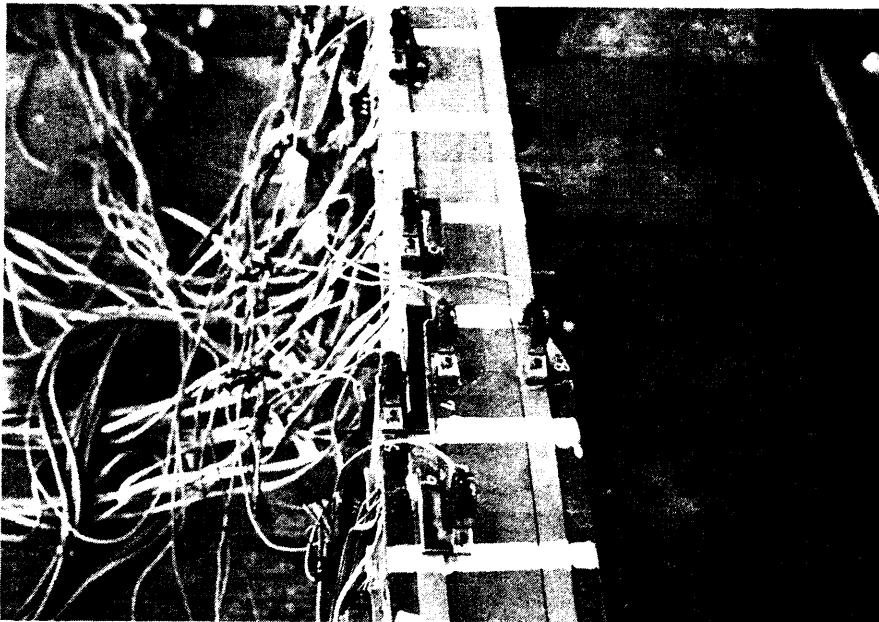


写真 4-2-3 太径多列高力ボルト摩擦接合継手試験に用いられた
PI 型変位計、ストレインゲージ

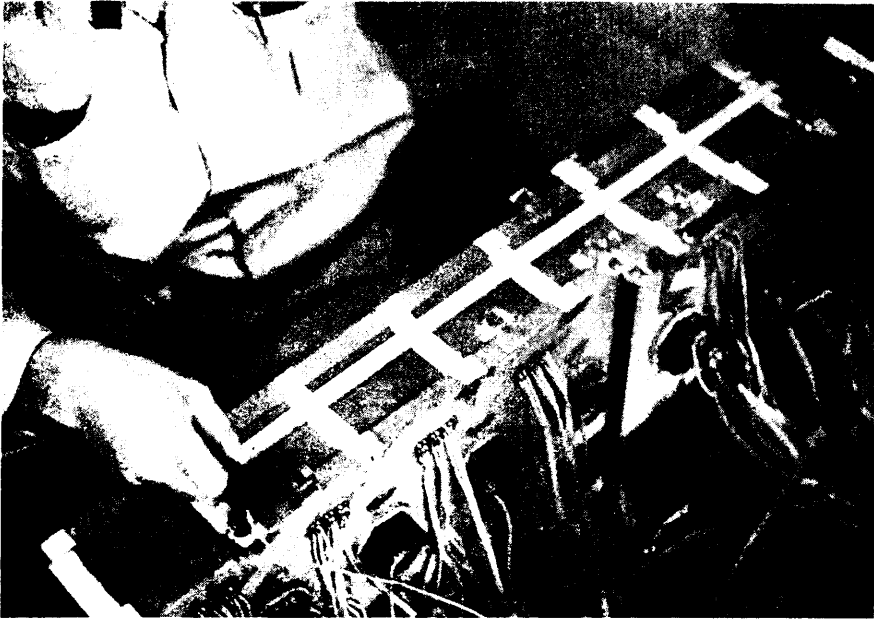


写真 4-2-4 太径多列高力ボルト摩擦接合継手試験終了後の
母材-添接板間相対すべり量の測定

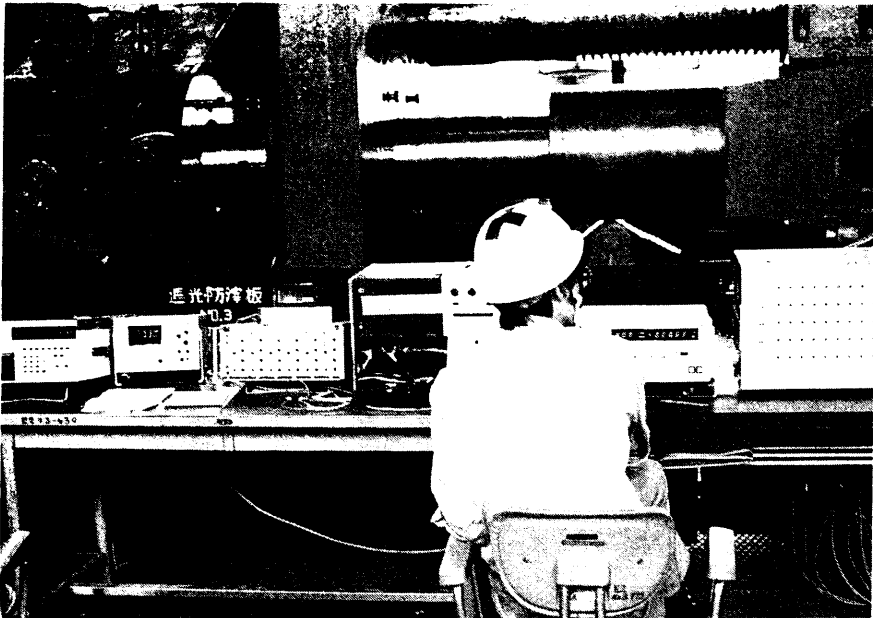


写真 4-2-5 太径多列高力ボルト摩擦接合継手試験の計測機器

太径多列高力ボルト摩擦接合継手の静的すべり試験では次に示す各項目の影響が調べられた。すなわち、

- I. ボルト呼び径の違い (M24、M30)
- II. ボルト列数の違い (3列、6列、12列、18列)
- III. 添接板の枚数の違い (1枚、2枚)
- IV. 仮締めから本締めまでの時間の違い (1時間 … 1h、24時間 … 24h)

の4項目であり、これらを相関図に示すと図 4-2-1のようになる。

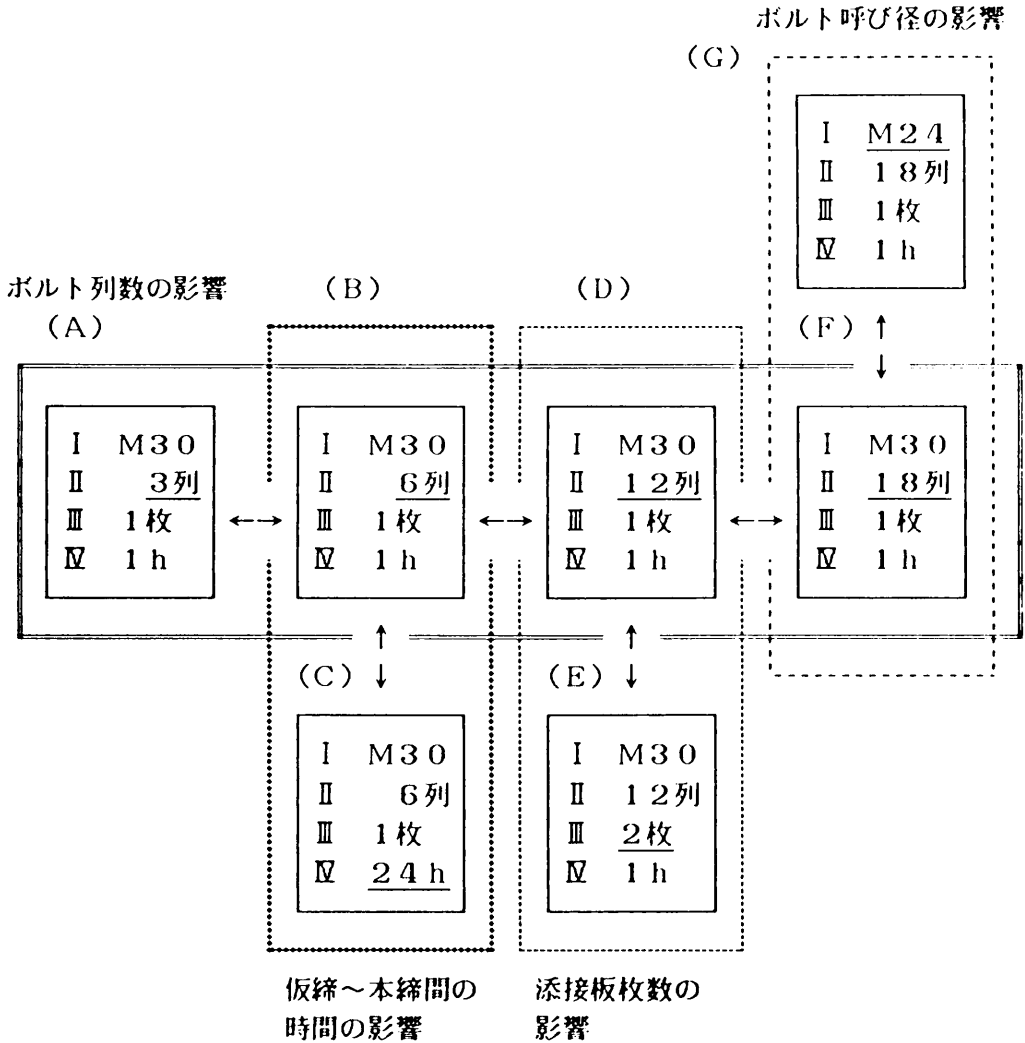


図 4-2-1 静的すべり試験供試体の相関図 (文献 8)より)

供試体の相関図の中で、破線で囲んだ供試体（F），（G）を比較することによりボルト呼び径の違いの影響が分る。二重線で囲んだ供試体（A），（B），（D），（F）ではボルト列数の影響が調べられる。また、点線で囲んだ供試体（D），（E）では添接板の枚数の違い、さらに太点で囲んだ供試体（B），（C）では仮締めから本締めまでの時間の違いによる影響がそれぞれ分ることになる。

他方、これらの供試体は、次に示す項目については同一条件が設定された。

1. 防錆材として無機ジンクリッチペイントを塗布する。
2. この塗布厚は 75μ とする。
3. 鋼版の材質はSM58とする。
4. すべり応力比 κ を0.9とする。 ($\kappa = \sigma_s / \sigma_y$;
 σ_s : 設計すべり応力度、[すべり係数を0.4と仮定したときのもの]
 σ_y : 鋼版の降伏応力度)

（A）～（G）の7種類の継手に関するデータ一覧表を次頁に示す（表 4-1）。7種類の継手はそれぞれ3体の供試体が作製され、総供試体数21について静的すべり試験が行なわれた。

載荷方法は単純増加型の引張荷重による方法と、途中で除荷し、さらにまた加荷するといった、繰返し荷重による方法の2種類が用いられた。これによって、変動応力が加わった時の継手のすべり特性に与える影響が調べられた。除荷時の荷重－相対すべり関係曲線の勾配は各ボルト締め付け位置で値が異なるが、継手のせん断剛性を示すことになる。これは初期の荷重段階におけるせん断剛性と同じ値となるはずである。従って、載荷装置と供試体の馴染具合の問題などで、初期の荷重段階において初期せん断剛性がうまく求められないような場合には、引張試験にこのような除荷過程を含めると良いであろう。また、繰返し荷重下の継手の荷重－相対すべり関係曲線が囲む面積は1サイクル中に継手内部で消費される歪みエネルギーを示すことになる。さらに、継手の疲れ強さに関して、繰返し荷重下の微小すべりの発生状況に関する情報も得られることから繰返し荷重下の継手性能を調べるのは重要なことと思われる。

本試験結果は膨大な量であり、この全てを紹介することはできないが、§ 4・4において「解析結果との比較」の形で、代表的なものを数例紹介する。

供試体番号		A- 1,2,3	B- 1,2,3	C- 1,2,3	D- 1,2,3	E- 1,2,3	F- 1,2,3	G- 1,2,3
試験の種類	ボルト列数	M30X 3	M30X 6	M30X 6	M30X12	M30X12	M30X18	M24X18
	仮締め～本締め時間	1 h	1 h	24 h	1 h	1 h	1 h	1 h
	添接板枚数	1 枚	1 枚	1 枚	1 枚	2 枚	1 枚	1 枚
継手片寸法	板厚							
	母材 (mm)	34	65	65	65	65	65	65
	添接板 (mm)	19	34	34	34	2 X 19	34	34
	板 幅 (mm)	115	118	118	203	203	287	193
設計諸元	標点間距離 (mm)	320	635	635	1265	1265	1895	1520
	公称総断面 $A_g(\text{cm}^2)$	39.1	76.7	76.7	132.0	132.0	186.6	125.5
	公称純断面 $A_n(\text{cm}^2)$	27.5	54.6	54.6	110.0	110.0	164.5	103.4
	A_n/A_g	0.704	0.712	0.712	0.832	0.832	0.881	0.824
	設計すべり荷重 (ton)	113.6	227.2	227.2	454.4	454.4	681.6	428.5
	設計締め付力 (ton)	113.6	227.2	227.2	454.4	454.4	681.6	428.5
	設計すべり応力度 $\sigma_s (\text{kg/cm}^2)$	4130	4160	4160	4130	4130	4140	4140
	降伏応力度 $\sigma_y (\text{kg/cm}^2)$	4600	4600	4600	4600	4600	4600	4600
	σ_s / σ_y	0.898	0.905	0.905	0.898	0.898	0.900	0.900

表 4-1 供試体データ一覧表

4・3 剛体-ばねモデルによる数値解析結果の例

高力ボルト摩擦接合継手のすべり挙動解析用プログラムは継手の形状や特性別に3種類作成している。すなわち、単一ゲージの継手か、あるいは複数ゲージの場合であってもボルトが格子状に配置されていて、全てのゲージにおけるすべり挙動が同一であると見做すことができるような継手に対しては剛体-ばねモデル（RBSM）による解析が可能であるが、ボルトが千鳥状に配置されている場合には、板幅方向の応力変化も考慮した、パラボリック・アイソパラメトリック有限要素-せん断ばねモデル（PIFESM）を用いた解析をする必要があり、これによってプログラムは2種必要になることになる。さらに前者（RBSM）の場合には1枚添接板の場合と2枚添接板の場合とがあり、これによっても別途にプログラムを作成した。

これら3種のプログラムはFORTRAN言語でコーディングされており、それぞれ、HTBOLT-1（1枚添接板：RBSM）、HTBOLT-2（2枚添接板：RBSM）、ZIGZAG（PIFESM）というようなプログラム名がつけられている。

また、これらのプログラムには各荷重段階において、変形量、相対すべり量、内部応力分布、摩擦力分布、限界摩擦力、ボルト軸力変化などの他に、微小すべりの発生の有無およびその場所、さらに微小すべりによって、ボルトがボルト孔内壁に接触するかどうかについても出力されるようになっている。必要に応じて、X-Yプロッタ出力もできるような機能を持たせている。

ここでは、剛体-ばねモデルによる解析プログラム（HTBOLT-1）を用いた数値解析例を紹介する。

解析対象として、前章で示した供試体番号D-2（図 4-3-1）を選んだ。

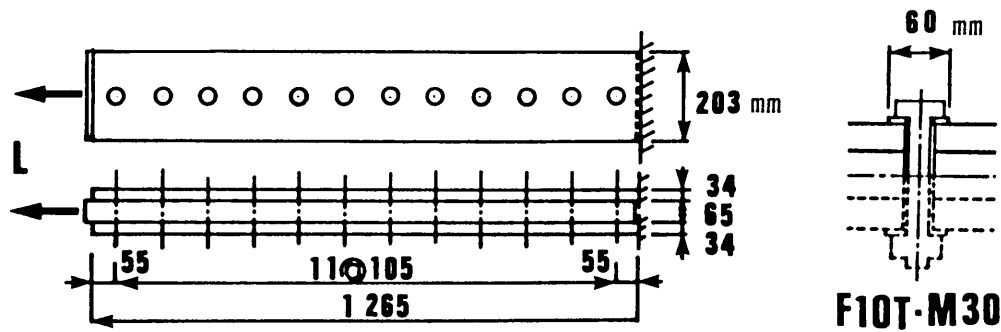


図 4- 3- 1 D-2 供試体の形状

D-2はボルト列数12列、F10T-M22の太径高力ボルトを用いて締結された、
 一对の添接板を有する突合せ型継手である。Appendix 9. にプログラム、HTBOLT-
 1の入力データ並びを示した。また、供試体D-2の場合のデータ並びも付記した。

次に、解析結果の出力例（図 4-3-2～図 4-3-9）を示す。

図 4-3-2～図 4-3-4は各荷重段階における、内部応力分布、すべり状況等の出力例であ
 り、それぞれ、初期状態、端ボルトに微小すべりが発生した状態および主すべり発生直後
 の状態のものである。これらの出力の読み方を行の右につけた英字に従って説明すると、

- a：荷重段階番号、
- b：その荷重段階における強制変位、
- c：1ゲージライン当たりの荷重値（ $L/2$ ）、
- d：ボルト1本当当たりの分担荷重、
- e：全荷重値（ L ）、
- f：収束に要した繰返し計算回数、
- g：微小すべりの発生の有無を知らせる指標（0；すべりが発生していない場合、
 1；すべりが発生した場合）、
- h：ボルトがボルト孔内で移動して、孔壁に接触するかどうかを示す指標（0；接触せ
 ず、1；接触状態）、
- i：添接板の内部応力分布（ここで、括弧の中の数字はユニットの境界番号を示すもの
 である）、
- j：各ボルト位置において発生している摩擦力の分布、
- k：母材の内部応力分布、
- l：添接板の変位（単位は $1/10 \text{ mm}$ ）、
- m：母材の変位（単位は $1/10 \text{ mm}$ ）、
- n：添接板の相対変位（単位は $1/100 \text{ mm}$ ）、
- o：母材－添接板間の相対変位（単位は $1/100 \text{ mm}$ ）、
- p：母材の相対変位（単位は $1/100 \text{ mm}$ ）、
- q：添接板の板厚方向の歪み（単位は $1/1000$ ）、
- r：母材の板厚方向の歪み（単位は $1/1000$ ）、
- s：添接板の内部応力度分布（単位は kg/cm^2 ）、
- t：母材のの内部応力度分布（単位は kg/cm^2 ）、
- u：すべり限界せん断力（単位は ton ）、
- v：摩擦面上のせん断力（jと同じ値、単位は ton ）、
- w：当荷重段階におけるボルト軸力の初期導入軸力に対する百分率（単位%）、

図 4-3-3は荷重段階番号6の継手内部の状況を示したものであり、端部ボルトに微小すべりが発生した直後のものである（gの行参照）。収束計算において2回の繰返し計算が必要であった（fの行）。端部ボルトの分担摩擦力はすべり限界摩擦力 24.26 tonで頭打ちとなっている（jの行）。ボルト軸力は全てのボルトにおいて初期導入軸力の96.9%となっている（wの行）。これは、剛体-ばねモデルにおいては全てのボルト位置における板厚方向の歪みが同じ値となることによるものである。

*** STAGE NO. 6 ***														
COMPULSIVE DISP. 0.4500E+00 MM														
TENSILE FORCE (ONE GAGE LINE) 0.8076E+02 *2 TON														
AN ALLOTMENT FORCE 0.1346E+02 TON/BOLTS														
TENSILE FORCE (TOTAL) 0.1615E+03 TON														
ITERAT : 2														
(LOCAL SLIP) 0...NON-SLIP, 1...SLIPPED														
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13		
<-----	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1		g
(TOUCH OF BOLT AND INNER WALL) 0...NO-TOUCH 1...TOUCHED														
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13		
<-----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
(INTERNAL FORCE)														
(1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9) (10) (11) (12) (13) (14) (
(FREE)	0.0	24.26	35.24	39.14	40.54	41.05	41.28	41.50	41.96	43.20	46.69	56.50	80.76	
	24.26	10.98	3.90	1.39	0.51	0.23	0.22	0.46	1.25	3.49	9.81	24.26		j
(<---)	80.76	56.50	45.52	41.61	40.22	39.71	39.48	39.26	38.80	37.55	34.07	24.26	0.0	
(DISP. S,B; RELATIVE DISP. ALFA,BETA; STRAIN S,B; STRESS S,B; AND SHEAR FORCE)														
ALFA...*100 BETA...*100 (MM) EPS...*1000 STRESS KG/CM**2 DISP. *12 (MM)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14) (
(D.S)	3.75	3.75	3.57	3.30	3.00	2.69	2.38	2.07	1.75	1.43	1.11	0.75	0.32	0.0
(D.B)	4.50	4.16	3.71	3.35	3.02	2.70	2.39	2.07	1.76	1.45	1.15	0.86	0.69	0.69
(ALFA.S)	0.0	1.04	2.58	2.98	3.08	3.12	3.14	3.16	3.19	3.29	3.55	4.30	3.21	
(BETA)	4.11	1.46	0.52	0.19	0.07	0.03	0.03	0.06	0.17	0.46	1.30	3.67		
(ALFA.B)	3.36	4.49	3.62	3.31	3.20	3.16	3.14	3.12	3.09	2.99	2.71	1.93	0.0	
(EPYS)	-0.03	-0.06	-0.03	-0.08	-0.08	-0.09	-0.09	-0.09	-0.09	-0.09	-0.09	-0.11	-0.14	
(EPYB)	-0.15	-0.11	-0.09	-0.09	-0.09	-0.09	-0.09	-0.09	-0.08	-0.08	-0.08	-0.06	-0.33	
(STRESS)	176.	431.	539.	577.	591.	596.	600.	605.	617.	651.	748.	974.		
(STRESS)	1040.	773.	600.	620.	606.	600.	597.	592.	579.	543.	442.	164.		
(S-AST)	24.26	24.26	24.26	24.26	24.26	24.26	24.26	24.26	24.26	24.26	24.26	24.26	24.26	
(SFORCE)	24.26	10.98	3.90	1.39	0.51	0.23	0.22	0.46	1.25	3.49	9.81	24.26		
(TPRCNT)	96.9	96.9	96.9	96.9	96.9	96.9	96.9	96.9	96.9	96.9	96.9	96.9	96.9	w
END OF STAGE NO. 6														
ITERAT : 2 0.10561E-04 0.24757E-04														

図 4-3-3 解析結果の出力例（初めて端ボルトに微小すべりが生じたときの荷重段階における継手内部の状況）

*** BETA-LOAD RELATIONSHIP ***																				
BETA1	BETA2	BETA3	...	BETA4	(BETA=100 MM)															EDGE T(TON)
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1	1.59	0.50	0.20	0.07	0.03	0.01	0.01	0.03	0.07	0.19	0.54	1.52	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	2.96	72.48
2	1.99	0.71	0.25	0.09	0.03	0.02	0.01	0.03	0.09	0.24	0.67	1.90	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	3.70	90.60
3	2.38	0.85	0.30	0.11	0.04	0.02	0.02	0.04	0.10	0.29	0.81	2.28	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	4.44	108.72
4	2.78	0.99	0.35	0.13	0.05	0.02	0.02	0.04	0.12	0.34	0.94	2.66	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	5.18	126.84
5	3.18	1.13	0.40	0.14	0.05	0.02	0.02	0.05	0.14	0.38	1.08	3.04	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	5.92	144.96
6	4.11	1.40	0.52	0.19	0.07	0.03	0.03	0.06	0.17	0.46	1.30	3.67	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	6.88	161.51
7	5.10	1.81	0.64	0.23	0.08	0.04	0.04	0.08	0.21	0.58	1.64	4.62	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	8.15	177.33
8	6.10	2.17	0.77	0.27	0.10	0.05	0.04	0.09	0.25	0.70	1.98	5.57	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	9.41	193.15
9	7.09	2.52	0.90	0.32	0.12	0.05	0.05	0.11	0.29	0.82	2.32	6.53	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	10.66	208.97
10	8.09	2.87	1.02	0.36	0.13	0.06	0.06	0.12	0.34	0.94	2.66	7.48	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	11.94	224.79
11	9.16	3.31	1.18	0.42	0.15	0.07	0.07	0.14	0.38	1.06	2.99	8.42	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	13.20	240.47
12	10.08	4.24	1.51	0.54	0.20	0.09	0.08	0.17	0.45	1.25	3.55	9.54	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	14.60	254.93
13	12.14	5.14	1.83	0.65	0.24	0.11	0.10	0.21	0.56	1.57	4.41	10.94	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	16.28	268.94
14	13.61	6.04	2.15	0.77	0.28	0.13	0.12	0.25	0.67	1.87	5.27	12.34	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	17.97	282.35
15	15.07	6.93	2.46	0.88	0.32	0.15	0.14	0.29	0.78	2.13	6.13	13.74	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	19.65	296.96
16	16.54	7.83	2.73	0.99	0.37	0.16	0.16	0.33	0.89	2.48	6.98	15.15	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	21.33	310.97
17	18.00	8.73	3.10	1.11	0.41	0.18	0.17	0.37	1.00	2.79	7.84	16.55	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	23.01	324.97
18	19.92	10.11	3.34	1.40	0.51	0.23	0.20	0.41	1.10	3.08	8.66	17.88	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	24.60	338.22
19	21.75	11.45	4.76	1.70	0.52	0.27	0.25	0.51	1.36	3.81	9.89	19.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	26.57	350.84
20	23.63	12.79	5.48	1.99	0.73	0.32	0.29	0.61	1.64	4.60	11.17	21.36	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	28.59	363.37
21	25.47	14.13	6.40	2.28	0.84	0.37	0.34	0.71	1.92	5.38	12.45	23.13	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	30.60	375.91
22	27.32	15.47	7.22	2.58	0.95	0.42	0.39	0.82	2.20	6.17	13.73	24.90	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	32.62	388.46
23	29.17	16.81	8.05	2.87	1.05	0.47	0.44	0.92	2.48	6.95	15.02	26.67	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	34.64	401.00
24	31.15	18.29	9.02	3.33	1.22	0.54	0.49	1.03	2.76	7.73	16.28	28.41	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	36.62	413.32
25	33.12	20.06	10.11	4.12	1.51	0.65	0.56	1.13	3.03	8.48	17.49	30.09	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	38.54	425.19
26	35.04	21.75	11.45	4.39	1.70	0.73	0.60	1.24	3.73	9.63	18.10	32.13	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	40.30	436.24
27	37.00	23.50	12.79	5.08	2.07	0.81	0.61	1.60	4.40	10.82	20.74	34.21	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	43.11	447.64
28	39.02	25.21	14.13	5.42	2.35	1.04	0.74	1.94	5.20	12.01	22.33	36.23	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	45.41	459.15
29	41.09	26.92	15.47	7.19	2.64	1.17	1.06	2.21	5.94	13.21	24.01	38.36	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	47.71	470.45
30	43.20	28.63	16.81	7.30	2.92	1.30	1.19	2.48	6.67	14.40	25.65	40.44	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	50.01	481.70
31	45.00	30.00	18.05	7.02	3.02	1.30	1.30	2.70	7.40	15.37	27.25	42.66	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	52.25	492.60
32	46.80	32.71	19.72	11.25	4.29	1.57	1.57	3.10	8.21	16.30	28.90	44.52	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	54.52	503.24
33	51.70	37.74	21.50	11.47	5.20	2.22	1.74	3.72	9.41	18.40	30.90	46.91	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	57.11	513.31
34	53.19	38.67	23.50	12.73	5.71	2.30	2.30	4.70	10.60	20.00	32.90	49.30	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	59.71	523.37
35	56.00	39.45	25.21	13.47	6.72	2.75	2.60	5.49	11.80	21.61	34.91	51.70	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	62.30	533.43
36	58.59	42.04	27.25	17.32	9.37	3.91	3.43	8.45	14.90	24.95	38.43	55.40	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	66.09	538.03

図 4-3-5 解析結果の出力例 (母材-添接板間の相対変位と荷重の関係)

*** DISPLACEMENT-SHEARFORCE RELATIONSHIP ***																			
#BP1	S1	S2	S3	...	SN	(TON)													SAST
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	25.04
1	0.200	11.95	4.24	1.51	0.54	0.20	0.09	0.09	0.19	0.21	1.44	4.06	11.42	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	24.69
2	0.250	14.93	5.31	1.89	0.67	0.25	0.11	0.11	0.24	0.64	1.80	5.07	14.27	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	24.60
3	0.300	17.92	6.37	2.26	0.81	0.30	0.14	0.13	0.29	0.77	2.16	6.09	17.13	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	24.51
4	0.350	20.91	7.43	2.64	0.94	0.35	0.16	0.16	0.33	0.90	2.52	7.10	19.98	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	24.43
5	0.400	23.89	8.49	3.02	1.08	0.40	0.18	0.18	0.38	1.03	2.88	8.11	22.84	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	24.34
6	0.450	24.26	10.98	3.90	1.39	0.51	0.23	0.22	0.46	1.25	3.49	9.81	24.26	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	24.26
7	0.500	24.18	13.64	4.85	1.73	0.64	0.29	0.27	0.58	1.57	4.39	12.35	24.18	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	24.18
8	0.550	24.10	16.30	5.79	2.07	0.76	0.34	0.33	0.70	1.89	5.29	14.89	24.10	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	24.10
9	0.600	24.03	18.96	6.74	2.40	0.88	0.40	0.38	0.82	2.21	6.20	17.44	24.03	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	24.03
10	0.650	23.95	21.61	7.68	2.74	1.01	0.46	0.44	0.94	2.54	7.10	19.98	23.95	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	23.95
11	0.700	23.87	23.87	8.86	3.16	1.16	0.52	0.50	1.06	2.86	8.00	22.50	23.87	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	23.87
12	0.750	23.80	23.80	11.34	4.04	1.48	0.66	0.61	1.26	3.39	9.48	23.80	23.80	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	23.80
13	0.800	23.73	23.73	13.74	4.90	1.80	0.80	0.75	1.56	4.21	11.78	23.73	23.73	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	23.73
14	0.850	23.66	23.66	16.14	5.76	2.11	0.95	0.89	1.87	5.03	14.08	23.66	23.66	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	23.66
15	0.900	23.60	23.60	18.53	6.61	2.43	1.09	1.03	2.17	5.85	16.38	23.60	23.60	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	23.60
16	0.950	23.53	23.53	20.93	7.47	2.75	1.23	1.17	2.47	6.67	18.68	23.53	23.53	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	23.53
17	1.000	23.46	23.46	23.33	8.33	3.06	1.38	1.31	2.78	7.49	20.97	23.46	23.46	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	23.46
18	1.050	23.40	23.40	23.40	10.56	3.86	1.69	1.51	3.09	8.27	23.15	23.40	23.40	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	23.40
19	1.100	23.33	23.33	23.33	12.77	4.68	2.06	1.85	3.81	10.24	23.33	23.33	23.33	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	23.33
20	1.150	23.27	23.27	23.27	14.97	5.49	2.43	2.22	4.60	12.35	23.27	23.27	23.27	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	23.27
21	1.200	23.21	23.21	23.21	17.18	6.30	2.80	2.58	5.38	14.46	23.21	23.21	23.21	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	23.21
22	1.250	23.15	23.15	23.15	19.38	7.11	3.17	2.94	6.16	16.57	23.15	23.15	23.15	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	23.15
23	1.300	23.09	23.09	23.09	21.58	7.92	3.54	3.30	6.94	18.68	23.09	23.09	23.09	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	23.09
24	1.350	23.03	23.03	23.03	23.03	9.18	4.07	3.72	7.72	20.77	23.03	23.03	23.03	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	23.03
25	1.400	22.97	22.97	22.97	22.97	11.33	4.91	4.24	8.53	22.80	22.97	22.97	22.97	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	22.97
26	1.450	22.92	22.92	22.92	22.92	13.45	5.87	5.15	10.47	22.92	22.92	22.92	22.92	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	22.92
27	1.500	22.86	22.86	22.86	22.86	15.56	6.84	6.11	12.52	22.86	22.86	22.86	22.86	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	22.86
28	1.550	22.81	22.81	22.81	22.81	17.71	7.81	7.06	14.57	22.81	22.81	22.81	22.81	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	22.81
29	1.600	22.75	22.75	22.75	22.75	19.83	8.78	8.01	16.61	22.75	22.75	22.75	22.75	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	22.75
30	1.650	22.70	22.70	22.70	22.70	21.95	9.75	8.96	18.66	22.70	22.70	22.70	22.70	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	22.70
31	1.700	22.64	22.64	22.64	22.64	22.64	11.57	10.20	20.78	22.64	22.64	22.64	22.64	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	22.64
32	1.750	22.59	22.59	22.59	22.59	22.59	13.91	11.81	22.59	22.59	22.59	22.59	22.59	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	22.59
33	1.800	22.54	22.54	22.54	22.54	22.54	16.70	13.56	22.54	22.54	22.54	22.54	22.54	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	22.54
34	1.850	22.49	22.49	22.49	22.49	22.49	19.48	17.30	22.49	22.49	22.49	22.49	22.49	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	22.49
35	1.900	22.44	22.44	22.44	22.44	22.44	22.26	20.04	22.44	22.44	22.44	22.44	22.44	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	22.44
36	1.950	22.42	22.42	22.42	22.42	22.42	22.42	22.42	22.42	22.42	22.42	22.42	22.42	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	22.42

図 4-3-6 解析結果の出力例 (強制変位 - 摩擦力分布の関係)

図 4-3-5は各荷重段階における、母材－添接板間の相対変位（ β ）と荷重（ L ）の関係のリストである。リストの2列目からボルト番号1、2、・・・の β の値が1/100 mmを単位として出力されている。一番最後の列は荷重(ton)であり、また最後から2番目の列は端部（母材の切れているところ）の相対変位（単位1/100 mm）を示している。このデータに基づいてXYプロッタ出力が行なわれる。

図 4-3-6は強制変位－摩擦力分布の関係のリストである。第2列目が強制変位（単位mm）であり、第3列目以降、ボルト番号1、2、・・・の摩擦力の変化を示すものである。最終列はすべり限界摩擦力の、各荷重段階における変化を示すものである。ボルトの軸力抜けに伴って次第に限界値が減少している様子が分かる。

当解析プログラムではこの他にも、図 4-3-7、4-3-8 に示すような解析結果のリストを作成するようになっている。図 4-3-7は強制変位－荷重関係リストであり、図 4-3-8は各ボルト位置に微小すべりが発生したときの荷重段階番号（a）、すべり発生時の荷重値（b）およびそのときの強制変位（c）を示すものである。

*** DISPLACEMENT-LOAD RELATIONSHIP ***		
	DISPLACEMENT	LOAD
0	0.0	0.0
1	0.2000E+00	0.7248E+02
2	0.2500E+00	0.9060E+02
3	0.3000E+00	0.1087E+03
4	0.3500E+00	0.1268E+03
5	0.4000E+00	0.1450E+03
6	0.4500E+00	0.1615E+03
7	0.5000E+00	0.1773E+03
8	0.5500E+00	0.1932E+03
9	0.6000E+00	0.2090E+03
10	0.6500E+00	0.2248E+03
11	0.7000E+00	0.2405E+03
12	0.7500E+00	0.2549E+03
13	0.8000E+00	0.2689E+03
14	0.8500E+00	0.2829E+03
15	0.9000E+00	0.2970E+03
16	0.9500E+00	0.3110E+03
17	0.1000E+01	0.3250E+03
18	0.1050E+01	0.3382E+03
19	0.1100E+01	0.3508E+03
20	0.1150E+01	0.3634E+03
21	0.1200E+01	0.3759E+03
22	0.1250E+01	0.3885E+03
23	0.1300E+01	0.4010E+03
24	0.1350E+01	0.4133E+03
25	0.1400E+01	0.4252E+03
26	0.1450E+01	0.4365E+03
27	0.1500E+01	0.4476E+03
28	0.1550E+01	0.4591E+03
29	0.1600E+01	0.4705E+03
30	0.1650E+01	0.4818E+03
31	0.1700E+01	0.4927E+03
32	0.1750E+01	0.5033E+03
33	0.1800E+01	0.5133E+03
34	0.1850E+01	0.5234E+03
35	0.1900E+01	0.5334E+03
36	0.1950E+01	0.5381E+03

図 4-3-7 解析結果の出力例（強制変位－荷重関係リスト）

(a) *** NUMBERS OF SLIPPING LOAD STAGE ***												
1	2	3	...	N	(BOLT NO.)							
6	11	18	24	31	36	36	32	26	19	12	6	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

(b) *** SLIPPING LIMIT LOAD ***												
1	2	3	...	N	(BOLT NO.)							
147.4	238.5	325.5	409.4	485.6	534.1	542.2	502.1	426.0	339.5	248.8	154.2	
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	

(c) *** SLIPPED LIMIT DISPLACEMENT ***												
1	2	3	...	N	(BOLT NO.)							
0.407	0.693	1.002	1.334	1.667	1.903	1.244	1.743	1.404	1.055	0.727	0.426	
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	

図 4-3-8 解析結果の出力例（各ボルト位置に微小すべりが発生したときの荷重段階番号、荷重値および強制変位）

図 4-3-9は母材－添接板間の相対変位（ β ）と荷重（ L ）の関係をXYプロッタ出力したものである。 β － L 関係は解析では折れ線状のものになる。これは微小すべりが発生する度に摩擦抵抗力の強さ、すなわち摩擦抵抗剛性とでも呼べるものが相対的に低くなるためである。実験に於いても、このような折れ線状の β － L 関係が観察される場合があるが、解析に比べると折れ線はかなり丸みのついたものになる。

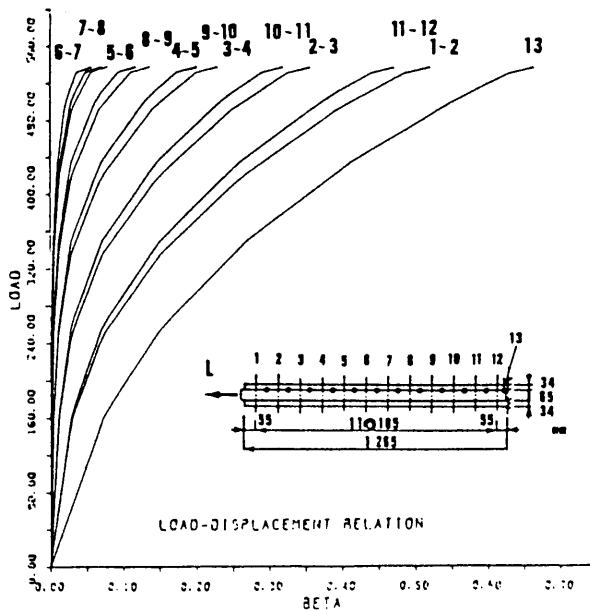


図 4-3-9 XYプロッタ出力例（ β － L 関係）

4・4 解析結果と試験結果の比較

本四公団が実施した高力ボルト摩擦接合継手の引張試験、A～Gの各ケースについてそれぞれ3体、合計21体、に対して同様な形状の供試体について解析例で述べたような数値実験を行ないこの結果と試験結果を比較し、解析モデルの性能を調べた。比較検討する項目は、主すべり荷重、ボルト軸力減少傾向、荷重－相対すべり関係および内部応力分布形状などである。

4・4・1 主すべり荷重とボルト軸力減少率の比較

(1) 主すべり荷重の比較

主すべり荷重 L_{ss} について、ボルト列数 n や添接板の数を変化させた、A～Gの6ケースについて各3体、合計21の供試体における実験値とRBSMを用いた数値解析値を比較したところ下表に示すように非常に良好な一致が得られた。

供試体番号	ボルト 列数 n	L_{ss} (主すべり荷重)		
		実験値(ton)	解析値(ton)	実験値／解析値
A-1	3	144.8	144.5	0.998
A-2		150.8	146.4	0.971
A-3		148.6	148.3	0.998
B-1	6	294.6	298.9	1.015
B-2		281.5	281.5	1.000
B-3		287.0	290.9	1.014
C-1	6	278.9	281.6	1.010
C-2		292.0	297.0	1.017
C-3		276.3	274.9	0.995
D-1	12	525.3	520.0	0.990
D-2		547.6	538.1	0.983
D-3		549.2	541.1	0.985
E-1	12	533.1	536.0	1.005
E-2		526.5	515.2	0.979
E-3		555.6	557.9	1.004
F-1	18	860.5	861.3	1.001
F-2		877.3	904.0	1.030
F-3		865.7	865.6	1.000
G-1	18	595.1	627.9	1.055
G-2		605.7	616.2	1.017
G-3		626.0	662.7	1.059

表 4 - 2 主すべり荷重値の比較表

両者の差を、実験に対する割合の形として求めたところ、最大 6 %程度であり、殆んどが 3 %以下であった。ただし、解析に必要なデータの 1 つである、摩擦係数だけは試験から得られたもの（表 4-3）を用いた。すなわち現状では、摩擦係数だけは解析的には非常に扱いにくい性質のものであるためであり、これだけは試験によって求められた値を使うことになる。

	A	B	C	D	E	F	G
1	0.645	0.643	0.611	0.567	0.582	0.633	0.640
2	0.611	0.628	0.647	0.621	0.598	0.676	0.608
3	0.654	0.661	0.564	0.596	0.623	0.640	0.700

表 4- 3 継手試験によって得られた摩擦係数

ボルトが多列になっても、主すべり荷重値は試験結果と解析結果の間の誤差が増えるということが無いこと、また摩擦係数もボルト列数に対して殆ど相関が無いのに対して、すべり係数に変化が見られることから、従来から指摘されている、大型継手のすべり係数の低下傾向に関する一つの解析的な説明付けが可能であるように思われる。これについてはボルト軸力の減少問題について検討した後に詳しく述べる。

(2) ボルト軸力変化の比較

図 4-4-1は主すべり直前のボルト軸力 N_{ms} が導入軸力 N_{in} （実験開始直前に計測された軸力）に対してどの程度減少するかを上記の各場合についてパーセント表示（全ボルト軸力の平均値）し、実験値と解析値を比較したものである（M30ボルトを使用した継手のみの供試体数計18体の比較）。図中、△印は2枚添接板（ケースE）の結果である。実験値、解析値とも10%前後の減少を示しており、非常によく合致している。これは第2章の3の3で論じたポアソン比に起因する板厚の変化がボルト軸力の変動に対する主要原因であ

ることを示している。

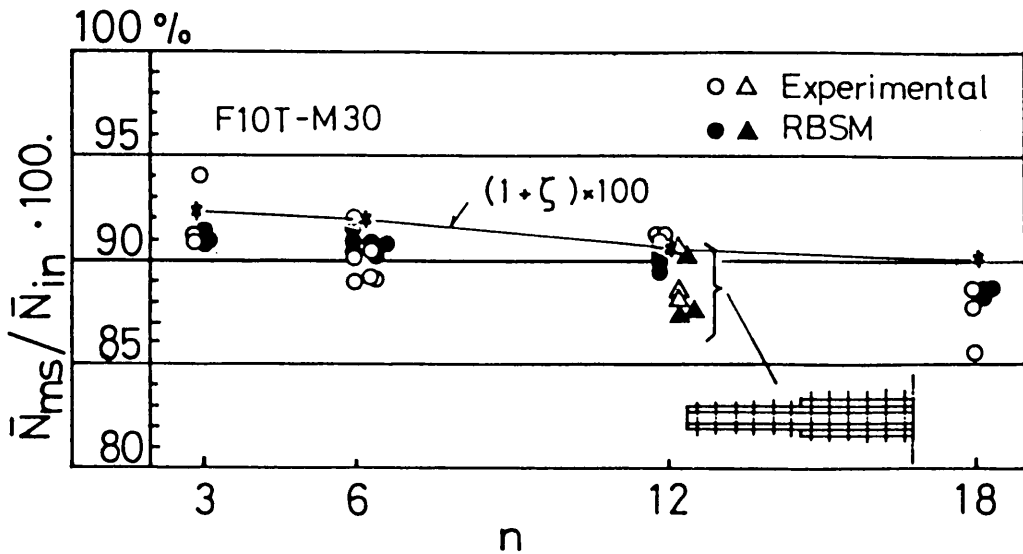


図 4-4-1 主すべり直前のボルト軸力 N_{ms} の導入軸力 N_{in} に対する減少傾向の比較（パーセント表示）

このことにより、摩擦係数 μ と真のすべり係数 $\tilde{\mu}'$ （実験開始直前に計測された軸力 N_{in} に基づくすべり係数）とを関係付ける式を導くことができる。1割程度増して導入された軸力がリラクゼーションや施工誤差を伴って、ちょうど設計ボルト軸力と等しくなったとすると、 \bar{N}_{in} （ $-$ は平均を意味する。）は次式で示される。

$$\bar{N}_{in} = a \sigma_{BY} A_{Be} \dots\dots\dots (4-4-1)$$

ここで、 a はボルト材料の降伏点に対する比率（F10T：0.75）、 σ_{BY} はボルトの降伏応力度（F10 T：90 kg / mm²）、 A_{Be} はボルトの有効断面積である。主すべり発生時点の平均的なボルト軸力の変化量 $\bar{\Delta N}_{ms}$ は § 2・3・4 の、式(2-3-37)の右辺第2項で表わされ、これは次式となる。

$$\begin{aligned} \bar{\Delta N}_{ms} &= A_B E_B \Delta t_{ms} / t_o \\ &= \nu A_B E_B \bar{\sigma}_{z,ms} / E \dots\dots\dots (4-4-2) \end{aligned}$$

ここで、 $\bar{\sigma}_{z,ms}$ は主すべり発生時の継手断面の平均応力度であり、すべり応力比 κ 、純断面積の総断面積に対する比（ $\rho = A_n / A_g$ ）を用いて近似的に次式で示される。

$$\bar{\sigma}_{z,ms} \approx \kappa \rho A_{BP} \sigma_{ZY} / (A_{BP} + 2A_{SP}) \quad \dots\dots\dots (4-4-3)$$

またここで、 A_{BP} 、 A_{SP} はそれぞれ母材と添接板の総断面積、 σ_{ZY} は部材の引張降伏応力度である。 $E = E_B$ とすると、式(4-4-1)～(4-4-3)より、主すべり発生時におけるボルト軸力減少率 ξ が次式のように求まる。

$$\begin{aligned} \xi &= \Delta \bar{N}_{ms} / \bar{N}_{in} \\ &= - \frac{\nu \kappa \rho}{\alpha} \frac{A_B}{A_{Be}} \frac{A_{BP}}{A_{BP} + 2A_{SP}} \frac{\sigma_{ZY}}{\sigma_{BY}} \quad \dots\dots\dots (4-4-4) \end{aligned}$$

すなわち、ボルト軸力の減少率は継手の断面形状、鋼種および応力比によって定まることがわかる。 $\nu = 0.3$ 、 $A_{BP} \approx 2A_{SP}$ のとき、F10T ボルトでは、式(4-4-4) は次式となる。

$$\xi = - \kappa \rho A_B \sigma_{ZY} / (450 A_{Be}) \quad \dots\dots\dots (4-4-5)$$

初期ボルト軸力 \bar{N}_{in} に対する主すべり発生時のボルト軸力 N_{ms} の比 $\theta = \bar{N}_{ms} / \bar{N}_{in}$ が真のすべり係数 $\tilde{\mu}'$ と摩擦係数 μ を関係付け、次式で示される。

$$\tilde{\mu}' \approx (1 + \xi) \mu = \theta \mu \quad \dots\dots\dots (4-4-6)$$

図 4-4-1における*印は応力比の仮定値（供試体設計時に仮定した値） $\kappa = 0.9$ を用いて、式(4-4-4) により計算した値である。実験結果との差は仮定した応力比 κ と実際の κ の差であり、実際の κ を用いると両者は非常によく合致する。図ではボルトが多列になるに従ってボルト軸力の低下率が大きくなるように見受けられるが、ボルト本数が関与しない式(4-4-4) による計算でもボルトが多列になるにつれて ρ が大きくなるため、同様の傾向を示している。従って、すべり係数とボルト列数の直接的な相関はないものと判断される。また式(4-4-4) は従来より指摘されている継手の大型（多列）化によるすべり係数の低下現象^{60)・61)}に対する一部の説明付けを可能にするものと思われる。

西ドイツの規準では、母材の強度の違い（鋼種の違い）によってすべり係数を変えており、高張力鋼を用いたときには1割高い値を用いている。高張力鋼の方がすべり係数が高くなる実験例も報告されているが、この点については明確ではなく、日本その他の国では区別していない。式(4-4-4) で示した軸力減少率 ξ によれば、母材の降伏応力度に ξ が比例することになり、高張力鋼のほうがむしろ軸力減少が大きくなる。この問題はクリープによる軸力変動の問題を含むので、この点についても議論する必要がある。

本四公団の行なったクリープ試験⁸⁾ によれば、SM58材とSS41材（ともに無機ジンクリッチペイントを75 μ 塗布した突合せ継手、板厚 34mm + 65mm + 34mm）ではSM58材の方が軸力

減少が少なかった。2ヶ月間における減少率は表 4-4に示す通りであった（ここで、減少値であることを示すために、負符号を付けている）。

鋼種	ボルト軸力減少率（％）			
	1日	7日	1ヶ月	2ヶ月
SM58材	-5.79	-7.77	-8.43	-8.52
SS41材	-7.45	-9.04	-11.14	-11.25

表 4- 4 ボルト軸力に関するクリープ試験結果 ⁸⁾

すべり係数は初期導入軸力を使って計算されるため、ボルト軸力が減少すると、相対的にすべり係数が低くなる。従って、クリープ性状から判断すると、高張力鋼のすべり係数が高くなることになる。

すべり係数に影響を及ぼす他の要因として形状の違いがある。高張力鋼と普通鋼ではバランスデザインされている場合、断面が違ってくるので、断面の充実率 ρ の影響も加味する必要がある。

母材の強度の違いによるすべり係数の違いに関する問題は以上のことを総合して判断しなければならない。

なお、摩擦係数 μ と一般のすべり係数 μ' との関係は式(4-4-6)の θ に、1割程度割増しした導入軸力 N_0 と初期軸力 N_{in} の比、約1.1の逆数である0.9を乗じて次式で示すことができる。

$$\mu' \approx 0.9 \theta \mu \dots\dots\dots (4- 4- 7)$$

以上、主すべり荷重とボルト軸力減少傾向についてRBSMを用いた解析値と試験値を比較検討したが、両者は非常によく合致することが分かった。これは継手のすべり挙動解析に於いては、特に大型継手では、ポアソン比による継手片の痩せを考慮する必要があることを示唆するものである。

4・4・2 荷重-相対すべり関係の比較

図 4-4-2は単純増加荷重下における継手（供試体番号 D-2、F10T-M30、12列）の荷重（L）-母材、添接板間の相対すべり量（ β ）関係曲線の比較をしたもので、破線が実験、実線がRBSMによるものである。測点は図中に示す、a～eまでの5点である。RBSMにおいてはボルト軸位置における β が得られることになるので、測点b、c、dにおいては前後のボルト軸位置の β の平均値を用いた。また、測点a、eについては端ボルト軸位置と継手端部における β の平均値を用いた。解析結果は実験結果と良く合致している。

端部では β の変化量が大きい（例えば、測点aにおいて、継手端部の β と端ボルト軸位置における β は主すべり発生直後でそれぞれ0.718 mm、0.606 mmである）ため、測点が少しずれると結果に多少の差が出てくることになる。

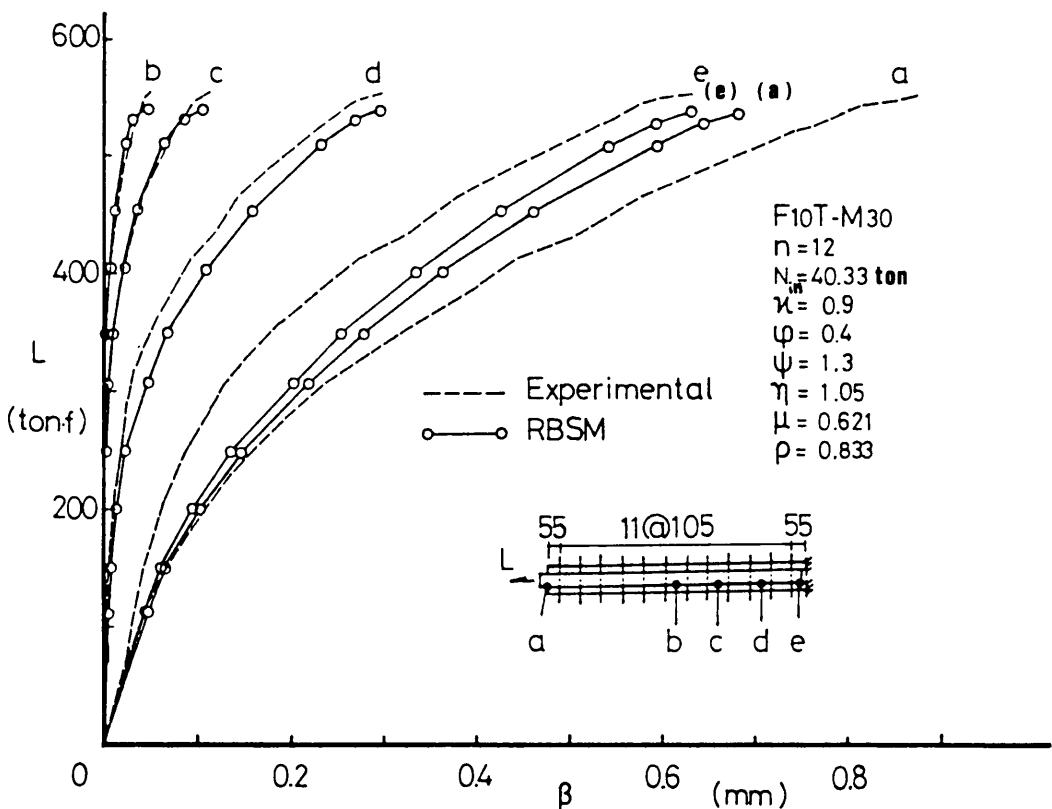


図 4-4-2 解析結果と実験結果の比較（単純増加荷重下の荷重-相対すべり関係曲線、D-2：F10T-M30 * 12）

図 4-4-3は繰返し荷重 (0.0 → 357.7 → 60.0 → 357.7 → 60.0 → 481.7 → 60.0 → 481.7 → 60.0 → 605.7 ton) 下の継手 (供試体番号 G-2、F10T-M24、18列) の荷重-相対すべり関係曲線の比較をしたもので、やはり前図と同様に破線が実験、実線が R B S M によるものである。測点は図中に示す、a、b、c の 3 点である。

測点 b において両者に多少ずれが見られるものの、全体的に良く合っている。特にループの大きさと勾配が良く似ている。ここで用いた第 1 および第 2 補正係数 $\phi=0.4$ 、 $\psi=1.3$ は第 2 章で論じたものそのままである。補正係数はせん断ばねの剛性に直接的に結び付くものであるが、その値が大きくなるに従って微小すべり荷重が低下し、また繰返し荷重下における荷重-相対変位曲線のループの勾配および面積が大きくなる傾向がある。

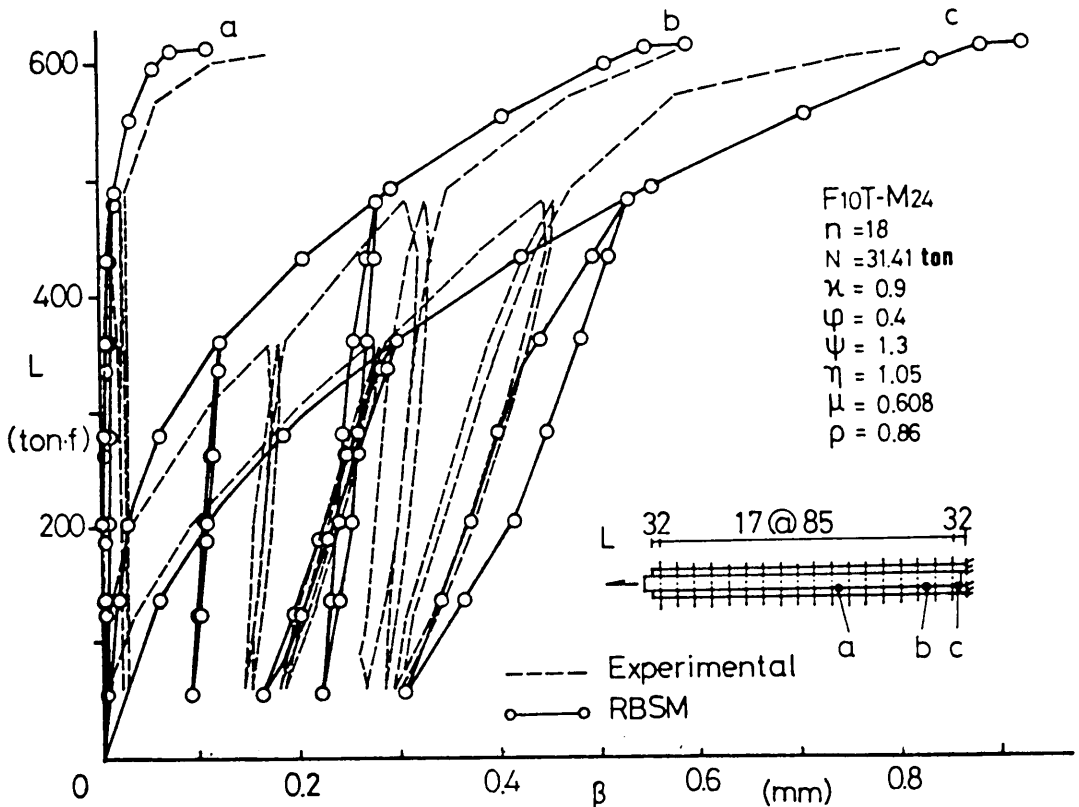


図 4-4-3 解析結果と実験結果の比較 (繰返し荷重下の荷重-相対すべり関係曲線、G-2 : F10T-M30 * 18)

繰返し荷重下の荷重－相対変位曲線のループの面積は継手内部で消費される歪みエネルギーに関係する量である。中央ボルト付近（測点a）に比べて、端部ボルト付近（測点c）のループの面積は大きい。これは端部ボルト部におけるせん断変形量とすべり量が中央のボルトに比べて大きいためである。また、ループは2回の繰返しにおいて定常的であり、かつ減力位置に再び戻っていることから、すべり量が残留することはないようである。

図 4-4-4は2枚添接板継手における荷重－相対すべり関係曲線の比較であり、図 4-4-4 (a) が実験結果であり、(b) がRBSMを用いた解析結果である。

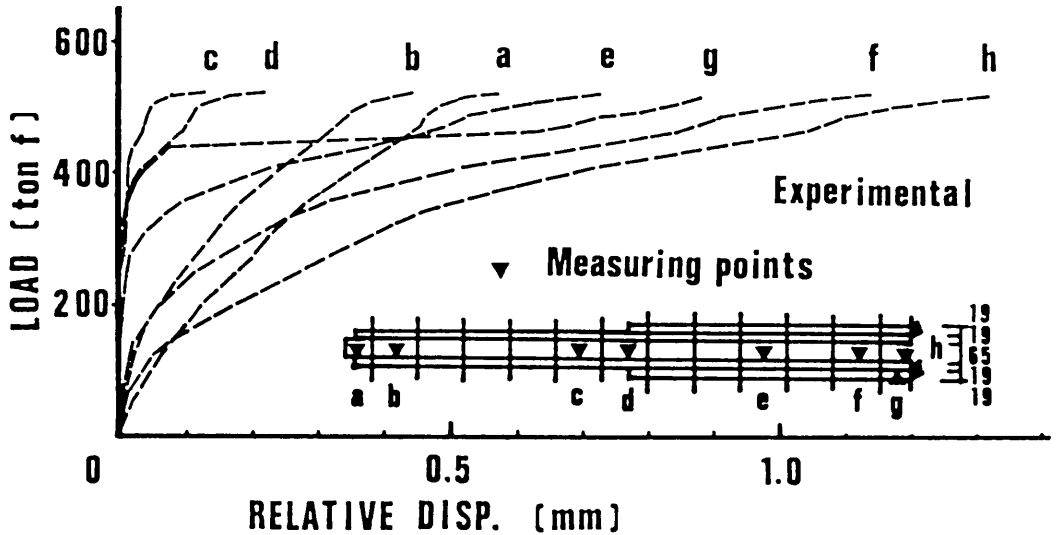


図 4-4-4 (a) 解析結果と実験結果の比較（単純増加荷重下の荷重－相対すべり関係曲線、実験結果、E－2（2枚添接板継手： F10T-M30 * 12）

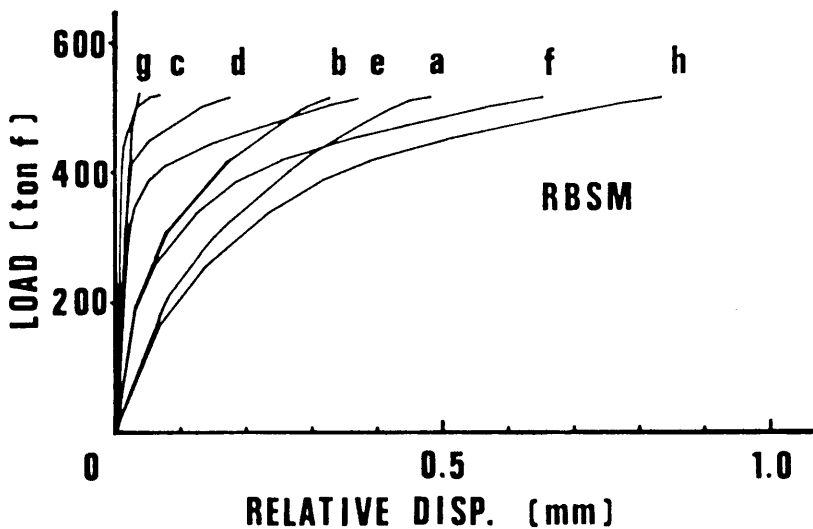


図 4-4-4 (b) 解析結果と実験結果の比較（単純増加荷重下の荷重－相対すべり関係曲線、解析結果、E－2（2枚添接板継手： F10T-M30 * 12）

供試体は供試体番号 E - 2 (F10T-M30 * 12) である。測点は a ~ h の 8 点であり、これらは図の中に記入してある。実験結果では内側添接板と外側添接板間のすべり量が主すべりに至っていない段階に於いて既に大きくなっている (測点 g) 。測点 g では本来境界条件によりすべり変形に対する拘束が強い訳であるから、これほど大きなすべりは生じないはずである。従って、これは実験に於いて端部拘束がうまくとれていなかったことを意味するものである。筆者の推測ではあるが、内側添接板と外側添接板の載荷シャフトに対するあたりが均等でなかったために、まず外側添接板が殆ど荷重を受けもち、これによってすべりが生じた。そして、ある程度すべったところで、始めて内側添接板と一体となって働く状態になったのではないかと思われる。この測点 g を除けば解析結果と実験結果には良い一致が見られる。

以上、M 3 0 および M 2 4 ボルトで締結された継手の荷重 - 相対すべり関係曲線を比較したが、2 枚添接板継手におけるすべり挙動や繰返し荷重下 (図 4-4-3) におけるすべり挙動も非常によく似ており、第 2 章で論じたせん断ばね特性を含む仮定と第 3 章で論じた解析手法を用いれば現実的な摩擦接合継手のすべり特性を十分表わし得ることが分かった。

4・4・3 内部応力分布形状の比較

本四公団で行なった継手の静的引張試験では継手の長手方向に関する応力集中の様子を知るためにボルト位置に歪みゲージを貼り、添接板外表面の応力度を測定している。またこれと共に継手の板幅方向の応力集中の様子を把握するために、板幅方向に（ボルトの両側に3点ずつ）6点、ボルト孔内壁に2点の測点を設けている。

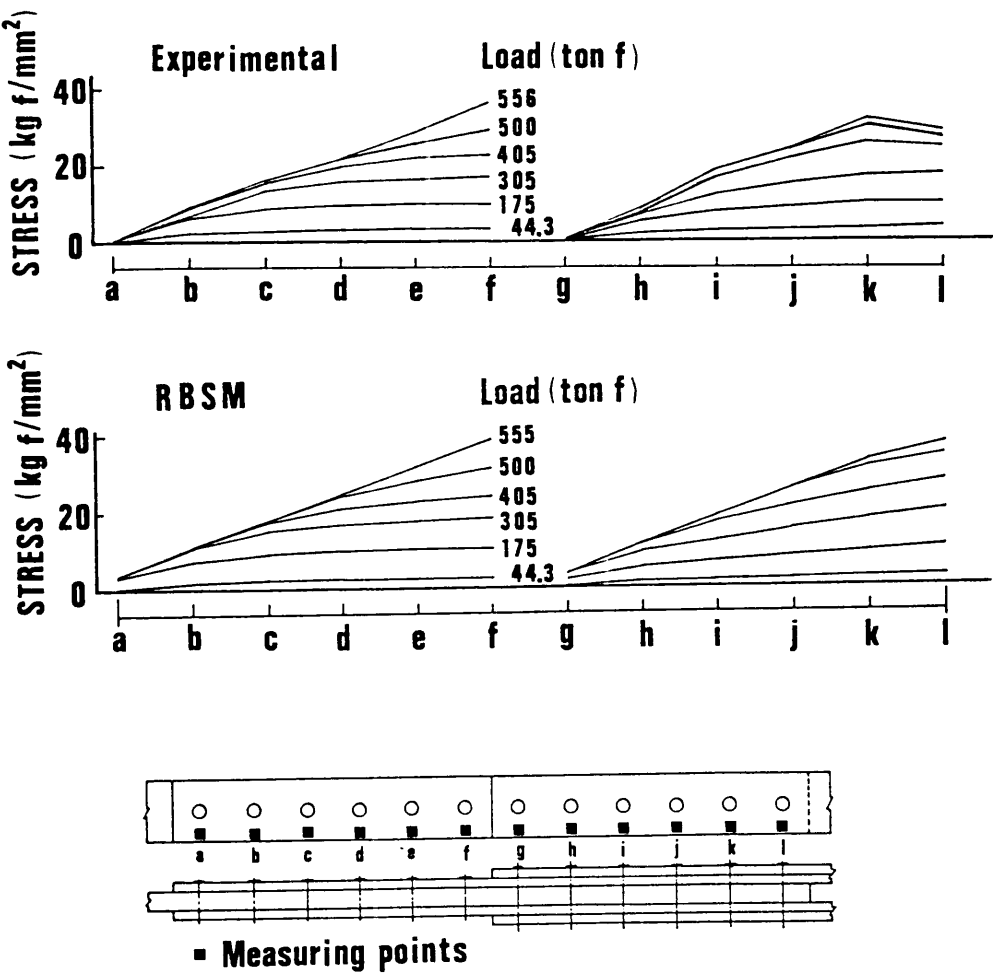


図 4- 4- 5 解析結果と実験結果の比較（内部応力分布形状、2 枚添接板継手、
E - 3 : F10T-M30 * 12)

R B S Mを用いた解析では残念ながら板幅方向の応力変化は断面内の要素分割を行わない限り求めることができず、ボルト軸間の平均的な応力度を知るのみである。従って、ここでは試験によって、座金外径と継手の辺の間の中間位置で得られた応力度との比較を行なうことにする。R B S Mを用いた解析ではボルト間の応力が計算されているので、測定位置と合わせるためにボルト軸の前後の応力を平均し、これを純断面積で除すことによりボルト位置付近の応力度を算出している。

図 4-4-5 の上の図が実測結果であり、下の図が R B S M による解析結果である。図の横軸は測点位置を示し、縦軸は応力度（単位 kg/mm^2 ）である。測点 a ～ f は内側添接板、また測点 g ～ l は外側添接板の表面応力度である。これらの測点の位置は一番下の図に示してある。

応力度分布曲線（各ボルト位置における応力度を直線で結んだもの）は 6 種類の荷重段階について描いてあり、このときの荷重値はそれぞれの曲線のところに付記した。ただし、解析では変位制御であるため、荷重値を実測によるものと全く一致させることはできず、この荷重値は必ずしも一致していない。なお、主すべり荷重値は実験では 555.6 ton、解析では 557.9 ton であった。

応力度分布曲線は作用荷重が低い段階では平坦であるが、荷重の増加とともに端部（測点 a または g）から勾配が大きくなる。そして、この勾配がある程度の大きさに達するとそれ以上には大きくならないで、それよりも内側のボルトにおける勾配が大きくなっていく。そして、ついには応力度曲線の勾配が一定、すなわち直線状になって、主すべりが生じる。応力度曲線が主すべり時の直線と重なっている部分はすべり限界に達したため、微小すべりが生じ、ある限度以上の応力が添接板に伝達されないことを示している。

内側添接板－母材間に主すべりが生じるときであっても外側添接板－内側添接板は、端部の拘束条件の影響で、すべりが最端ボルトまで進行していない（測点 k, l）。このことから外側添接板の分担応力は内側添接板に比べてやや小さいことが分かる。

実測、解析両者の応力度分布曲線は非常に良く似ており、ここでも R B S M を用いた解析法の有効性を確認することができる。

4・5 ボルト孔内におけるボルト中心軸の移動量

前節（§ 4・4）において、本論文で提案するR B S Mを用いた継手のすべり挙動解析手法の有効性を検証した。本節ではこれに基づいて、主すべり発生直前でのボルト孔内におけるボルト中心軸の移動量を解析的に明らかにする。

本四の実験ではボルトとボルト孔内壁の間には载荷方向にスぺーサー（厚さ 2mmのビニールテープ：M30ボルトに対するボルト孔直径は 34 mmであるから、全クリアランスの1/2 を両側に確保する目的のため）が置かれており、これによってボルト中心軸とボルト孔中心に大きな狂いが生じないようにセットされている。実験結果と解析結果との対応が良くとれているのはこのへんにも原因があるのかもしれない。しかし、当すべり試験ではボルト中心軸の移動量は測定されていない。実際、この移動量を測定するのは大変なことである。ただし、およその移動量はR B S Mを用いた解析によって容易に推定することができる。

表 4-5は、主すべり発生直前の、両端部ボルトにおける母材－添接板間の相対変位量をR B S Mによって計算した結果である。

[単位 mm]

供試体番号	载荷端	継手中央端	供試体番号	载荷端	継手中央端
A－1	0.117	0.096	D－1	0.556	0.506
－2	0.112	0.090	－2	0.606	0.554
－3	0.127	0.105	－3	0.623	0.571
B－1	0.261	0.237	F－1	1.017	0.928
－2	0.243	0.221	－2	1.109	1.015
－3	0.250	0.228	－3	1.056	0.967
C－1	0.243	0.221	G－1	0.908	0.829
－2	0.266	0.242	－2	0.894	0.816
－3	0.244	0.223	－3	1.004	0.920

表 4- 5 主すべり発生直前の両端部ボルトにおける相対すべり量（解析結果）

供試体番号	載荷端	外側添接板端	継手中央端
E - 1	0.433	0.460	0.772
- 2	0.426	0.441	0.752
- 3	0.464	0.477	0.814

[単位 mm]

表 4- 5 主すべり発生直前の両端部ボルトにおける相対すべり量（解析結果）

（つづき）

ここで、継手中央端とは母材が切れているところを指す。また、供試体番号 E の継手は 2 枚添接板継手であり、ここでは外側添接板の切れているところの端ボルトについても参考のためにリストアップすることにした。またここで、表の中の数字は母材－添接板間の相対変位量、すなわち、この中には相対すべり量の他にせん断変形量が含まれている。しかし、せん断変形量は高々 0.04 mm 程度であり、殆どが相対すべり量であると見做しても差し支えない。

供試体番号 A ～ F は M30 ボルトであるから、片側のクリアランスは 2.0 mm である。また、供試体番号 G は M24 ボルトであり、片側のクリアランスは 1.5 mm である。R B S M を用いた解析結果によればボルト列数 18 列までの全ての供試体において、ボルト中心軸がボルト孔中心にあわせてセットした場合には、ボルトとボルト孔内壁の接触はないという結果が得られた。ただし、一般にはボルト中心軸はボルト孔内部で偏っており、さらに著しい場合には施工時に既にボルトと内壁の接触が起きているであろう。このような場合にはボルトにせん断力が加わることになる。これに関して例えば文献 62) などでは端部ボルト孔の径を少し大きめにしたときの継手特性について論じている。ボルトが非常に多列である場合以外は主すべり発生直前においても表に挙げた程度の移動量であるので、ボルト側部とボルト孔内壁のなじみなどによりそれほどの応力集中は起こさないように思われる。

4・6 第4章 結語

本州四国連絡橋公団（第二建設局）が行なった高力ボルト摩擦接合継手の繰返し荷重を含む静的引張試験は実物大寸法の供試体を用いたものであり、測定点の数の多さなどの面からも従来の継手試験に比べて格段に精度の高いものであった。特にボルト軸力の設定精度は継手試験結果の精度に大きな影響を及ぼすが、当試験では供試体の種類によって異なるが、総ボルト本数の約6割以上のボルト軸力を歪みゲージを用いて測定している。試験体はS M58鋼板の摩擦面に無機ジンクリッチペイントを塗布した突合せ継手で、設計すべり応力度の継手純断面降伏応力度に対する比（以後すべり応力比と称する） $\kappa = \sigma_{ms} / \sigma_y$ を 0.86～0.90に設定（実際には主すべり荷重が仮定値より高かったため σ_{ms} が大きくなり κ の値は1.0前後であった。）したものである。

M30またはM24の高力ボルトで接合された合計21の試験体を用いたこの実験結果と本論文で提案する、剛体要素を用いた新離散化モデル、R B S Mを用いた解析結果との比較および検討を行った結果、非常によい一致がみられた。これは第2章で論じたばね要素（ k_e , k_s ）の特性、特にせん断ばね特性（ボルト孔周縁のせん断ひずみエネルギーに基づいた初期せん断ばね剛性の決定方法として2つの補正係数 ϕ , ψ を用いる考え方、また繰返し荷重下のすべり挙動もシミュレートできるように、せん断ばねに履歴特性をもたせ、さらにすべり限界せん断力にはポアソン比による板厚減少に起因するボルト軸力抜けの影響を加味した）の妥当性を保証すると同時に第3章において論じた解析手法の有効性を検証したことにもなる。

本手法では解析系は非線形になり、繰返し法による収束計算が必要であるが、系の自由度がボルト本数の2倍で足りるので、計算所要時間はきわめて短く、電算機（FACOM M - 180 II AD）の処理時間ははわずか1～3秒である。ちなみに、§4・3で扱った供試体D-2の数値解析例では約1.7秒であった。従って、現在普及しているマイクロコンピュータによる解析も十分可能である。

解析に必要なデータは形状寸法のほかに摩擦係数 μ 、伸びばね定数 k 。と初期せん断ばね定数 k_{s0} があるが、これらのデータは摩擦係数を除いて、第2章で示した図または簡略式によって求められる。摩擦係数は実験的に得られた値を用いるべきであろう。

本章で比較および検討を行った項目は、主すべり荷重値、ボルト軸力減少率、荷重－相対すべり関係および内部応力分布形状などであった。また、§4・5では、R B S Mによるすべり挙動解析の精度が実験との比較により保証されたことを拠所として、ボルト中心軸の移動量に関する考察を行ない、ボルト孔におけるクリアランスの問題に触れた。

実験結果と解析結果の一連の比較および検討によって継手板のポアソン比に起因するボルト軸力の低下が摩擦係数とともに、継手の主すべり荷重にかなり大きな影響をもつことが明らかになった。これに基づいて真のすべり係数と摩擦係数の関係式(4-4-4), (4-4-6)を得、考察した結果、ボルト列数とすべり係数との直接的相関はなく、これまで知られてきた両者の相関は主として継手の大型化に伴う試験体断面寸法の変化(断面の充実率 ρ など)によるものと判断される結果が得られた。これらの式は継手実験供試体の断面設計に必要なすべり係数の値に関して参考になるであろう。

母材強度の違いによるすべり係数の変化については現在のところ明確にされていない。式(4-4-4)では、ボルト軸力の減少は、母材の降伏応力度 σ_{zy} に比例することになる。しかし、この問題はボルト軸力のクリープの問題や形状効果の問題を含んでおり、これらを総合して判断すべきである。高張力鋼のすべり係数が普通鋼に比べて高くなったという実験例もあるようであるが、プラス要因とマイナス要因があり、特に両者を区別する必要はないと思われる。

継手のすべり挙動に関連して、ボルト中心軸の移動量を解析によって求めてみた。これによれば、ボルト列数18列までの全ての継手において、ボルト中心軸が予めボルト孔中心にセットされているならば、ボルトのボルト孔内壁への接触は無いという結果が得られた。

本章ではRBSMによる結果と試験結果とを比較したが、PIFESMの場合においても伸びばねが有限要素に変わるだけであるので、殆ど同様な結果が得られる。従って、ここでは省略した。

第5章 継手の疲れ強さについて

5・1 序

摩擦接合継手は作用応力の大きさに応じて端ボルトから次々に局部的な微小すべりを起こし、内側のボルトに余剰応力を分配することによって応力集中を緩和するという有機的ともいえる非常に合理的な耐荷機構を持つ。また、設計耐力は主すべり耐力に対して安全率によりその半分程度に抑えられているので、一般には継手の耐荷力に対する検討は主すべり耐力に関してだけ行なえば十分であるといえる。ただし、継手に高い応力が繰返し作用するような場合（例えば鉄道橋における多列ボルト継手の端ボルト部に対して）は疲れ強さに対する検討が必要である。

継手の疲れ強さについても静的引張強度に関する研究と殆ど平行して実験的研究が行なわれている。文献 23) には過去の代表的な実証的研究の成果がまとめられており、また継手の疲れ強さに関する1975年以前の主な既発表論文のリストも付記してある。これらの過去の研究成果によれば、継手の疲れ強さは有孔板と平板の中間的なものとなるようである。これはボルト軸力を増加させた実験に於いて疲れ強さが有孔板の疲れ強さよりも次第に増加する結果が得られていることから、ボルトの締め付け力によってボルト孔周辺の応力集中が緩和されることによるものであると考えられている。

従って、高力ボルト摩擦接合継手の疲れ強さに関する問題は、それを有孔板と平板の疲れ強さの中間のどこに位置付けたら良いかという問題として捉えることができる。この問題を解決するためには、継手片の形状（断面形状、ボルト列数、ボルト配置など）を種々変化させた、膨大な量の疲労試験を実施する必要がある。これはすぐにはできかねることであるので、今後の成果の蓄積により、次第に解明されることになると思われる。

鋼鉄道橋の設計標準では、高力ボルト摩擦接合継手の疲れ強さを、従来は平板と同等に扱っていたが、昭和58年の改定に伴い、ボルト列数に応じてA, B, Cの3ランクに区分し、漸次低減することにした。これは従来の設計標準に比べてかなり改善されており、評価できる。しかし、この考え方は、単一ゲージラインの継手による試験結果¹²⁾に基づいたものであり、設計実務の面からは形状の異なる他の継手の等価なボルト列数をどのように数えたら良いか判断に苦しむ場合がある。

例えば、図 5-1-1に示すような、(a) 千鳥配置継手、(b) コーナーカットのある継手、(c) 2枚添接板継手および(d) マンホールのある継手の場合、その単一ゲージライン継手に対する等価ボルト列数については明らかにされていない。

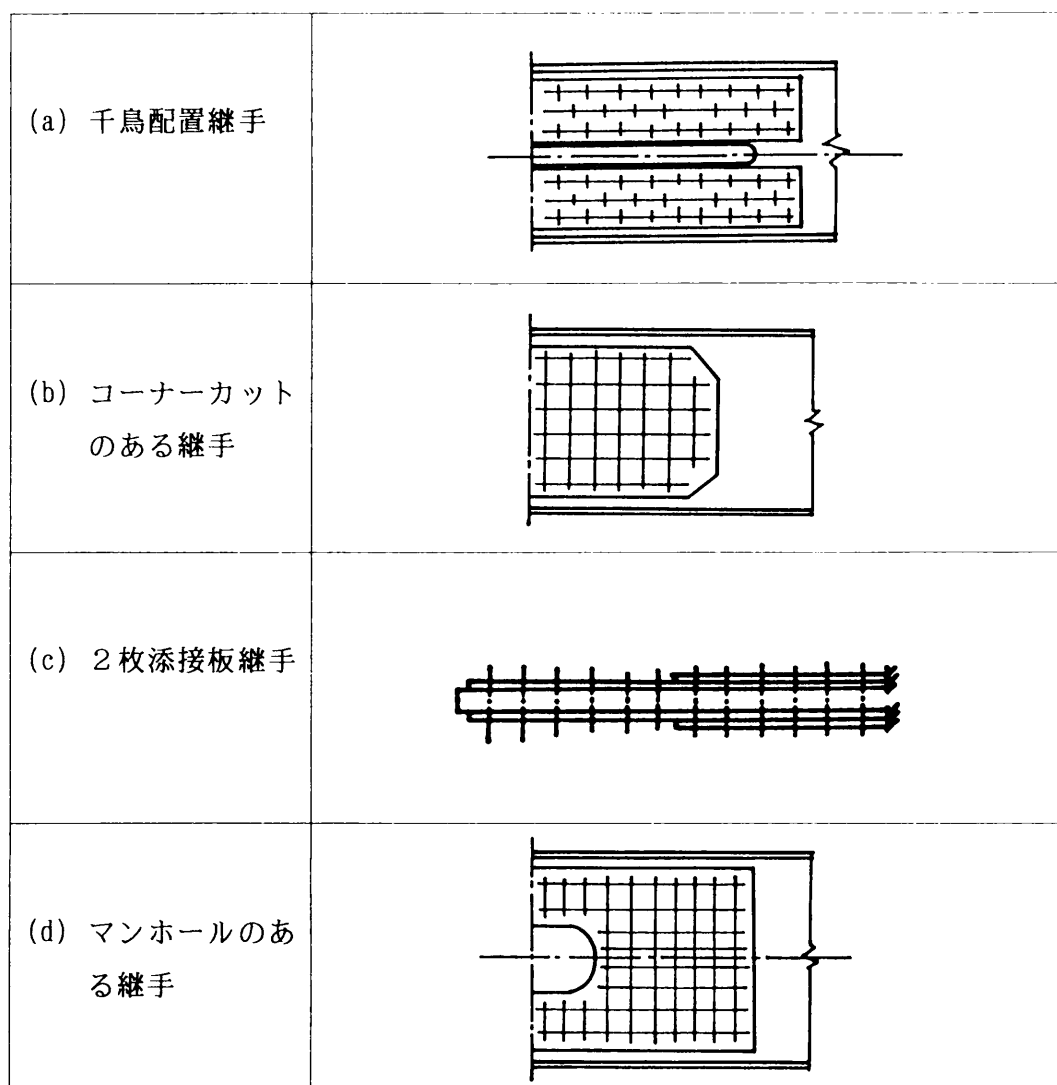


図 5-1-1 種々の形状をした高力ボルト摩擦接合継手

(c) あるいは(d) の継手を除けば、これらは極く一般的なものである。本章では前章までに述べた、摩擦接合継手のすべり挙動解析手法の一つの応用例として、この点について検討した結果を示す。

疲労による破断位置は全てボルト孔を通る最小断面ばかりではなく、ボルト孔から少し離れた位置から亀裂が発生し、継手側縁に進展する場合もあるようである。

西村・三木²³⁾は疲れ亀裂発生位置に関して 図 5-1-2 のような結果を得ている。また、母材-添接板の接触面上にはボルト孔から少し離れた所に環状の白く光る領域が確認されている。この白く光る領域は高い接触圧のもとで、微小なすべりが繰返し起こり、表面が

強くこすられた（フレッチング, fretting）ためであると考えられた。そして、疲れ亀裂はこの環状部のボルト孔側の境界部付近で発生することが報告されている。

また、最近行なわれた、一条・高木の疲労試験²⁾において、座金外周が添接板に接する部分でフレッチングが生じ、これがクラックスターターとなる可能性もあることなどを報告している。

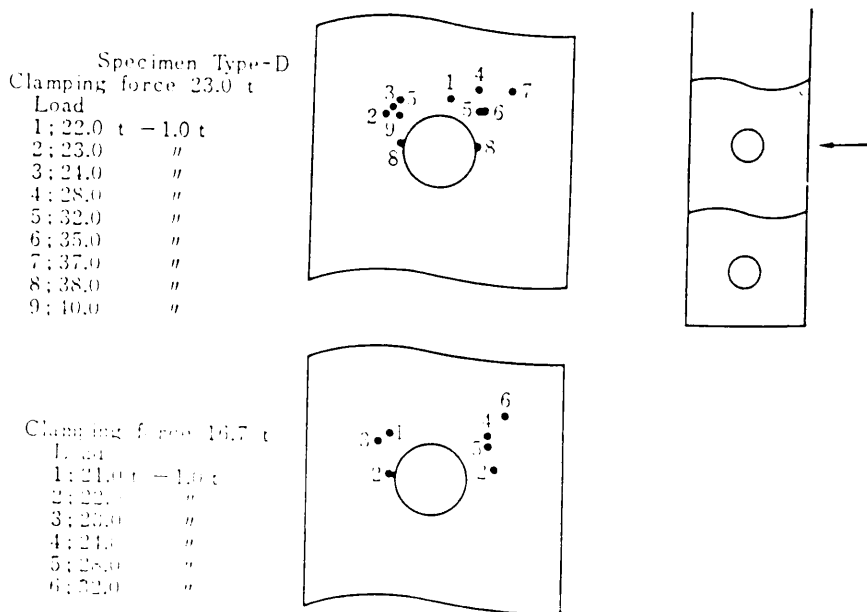


図 5- 1- 2 高力ボルト継手の疲れ亀裂発生位置（文献 23）より転載）

田島は平均的すべり応力と疲労応力の関係を調べている²⁷⁾。筆者も前章までに論じた R B S M を用いて摩擦接合継手の疲れ強さについて実験結果¹²⁾と比較検討したところ、疲れ強さと第 1 ボルトのすべり限界荷重の間に何等かの相関性があるように思われる結果が得られた。すなわち、常時繰返される荷重のもとで局部的な微小すべりが繰返し発生することが摩擦面の状態を劣化させ、これが原因となり疲労破断が生じる可能性もあり得るように思われた。

他方、疲れ強さとボルト孔内壁に生じる応力集中との関係を実験的に究明しようとする

試みもなされている。現段階では摩擦接合継手が疲労破壊に至るメカニズムは明らかにされてはいないが、原因として主にこの2通りが考えられている。また、疲労亀裂がボルト孔の隅角部から発生した例も報告されており¹²⁾、両者が競合する場合もありうる事が十分予想される。

応力集中問題も微小すべりの影響を受けること、また、微小すべりそのものも応力集中するところで大きくなることを考え併せると、主すべり以前の局所的な微小すべり挙動を把握することは、疲れ強さを推定する上においても重要な意味を持つものと思われる。

本章では、まず § 5・2 において摩擦接合継手の疲れ強さと第1ボルトのすべり限界力との相関性について考察する。ここで得られる相関性を認めた場合には、第1ボルトのすべり限界力によって相対的な疲れ強さの評価が可能となる。§ 5・3 では、R B S M あるいは P I F E S M を用いたすべり挙動解析により、ボルト列数およびボルト配置が第1ボルトのすべり限界力に及ぼす影響を求め、これから相対的な疲れ強さを推定する試みについて述べる。

5・2 継手の静的すべり特性と疲れ強さとの相関性について

図 5-2-1は文献 12)で示されている、F10T-M22 高力ボルトを用いて締結された突合型摩擦接合継手の疲労応力範囲（総断面について整理したもの） σ_r と筆者が開発した剛体-ばねモデル（RBSM）を用いて同じ断面をもつ継手の第1ボルトの微小すべり限界応力 σ_{ps} （ $= L_{ps} / A_g$ ；ここで、 L_{ps} ：端ボルト部すべり限界荷重、 A_g ：継手総断面積である。）、を比較した図である。

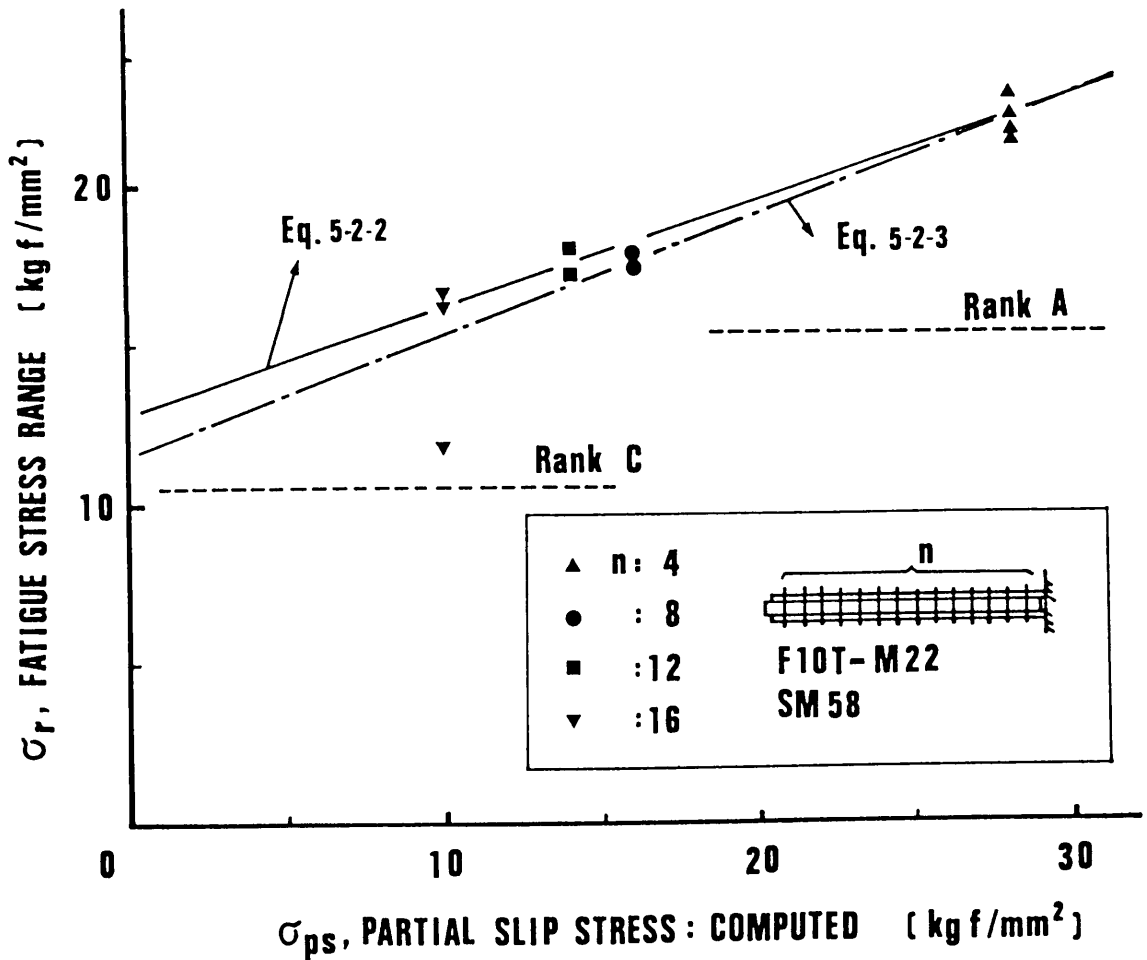


図 5- 2- 1 継手の疲れ強さ（ 200×10^6 cycles）とRBSMによって計算された第1ボルトの微小すべり発生限界応力との比較

ここで微小すべり限界応力を解析により求めたのは供試体の摩擦面に防錆塗料が塗布されているためにせん断変形による相対変位とすべりによる変位が連続してしまい、実測による荷重－相対変位関係から両者を分離するのが難しかったためである。疲労試験はボルト列数 $n = 4, 8, 12, 16$ の 4 ケース、計 15 の供試体について行なわれているが、ここには疲労により第 1 ボルト付近で破断した 11 ケースのみを示した。 σ_r は片振疲労試験結果の点を式 (5-2-1) に示す摩擦接合継手の設計寿命曲線¹²⁾の対数勾配を用いて 200 万回の時間強度に換算したものである。

$$(\sigma_r)^5 \cdot m = \text{Const.} \quad \dots\dots\dots (5-2-1)$$

ここで、 σ_r : 応力範囲 (kg/mm^2)、 m : 繰返し回数である。また、微小すべり応力の計算には実験で計測された初期ボルト軸力、およびすべり係数（摩擦係数は主すべり荷重との比較により、すべり係数の 1 ～ 2 割増として計算した。）の平均値を用いたため、各ケース毎に同一の値となっている。

$n = 16$ の場合で、 σ_r が低めに出ているものを除けば σ_r と σ_{ps} の間に線形に近い関係があるように思われたので、直線回帰式を求めたところ式 (5-2-2) が得られた。

$$\sigma_r = 12.8 + 0.339 \sigma_{ps} \quad \dots\dots\dots (5-2-2)$$

このときの相関係数は 0.962 であった。また、総てのデータを用いた場合は次式となり、このときの相関係数は 0.919 であった。

$$\sigma_r = 11.5 + 0.376 \sigma_{ps} \quad \dots\dots\dots (5-2-3)$$

回帰直線が縦軸と交わる点、すなわち回帰式の定数値は有孔板の疲れ強さに近い値を示すのではないかと思われ、また回帰式の上限は充実断面を持つ平板の疲れ強さとなり、ここで頭打ちとなるであろう。図中には国鉄建造物設計標準²¹⁾における基本疲労許容応力範囲のうち A ランクおよび C ランクを参考までに破線で示してある。

他方、田島は文献 27) において表 5-1 に示すような、ボルト配置と接触面の状態を変えた試験片に対して、継手の疲れ強さと「平均的すべり応力」との関係を調べている（図 5-2-2）。表 5-1 においてすべり荷重およびすべり応力の欄が空いているのは「引張試験機の性能によってすべり荷重が求められなかったものである」という説明がついており、文献 27) には明示されていなかったためである。しかし、図 5-2-2 には、これらの点、すなわち B-6、B-8、B-9 がプロットしてあるので、後からすべり試験を追加したものと思われる。また、最小、最大、平均の意味は各試験片に対して 2 度行なったすべり試験における最小、最大値であり、平均というのは全ての最小、最大値の平均値であると思われる。ここで、最小値すなわち第 1 ボルトの微小すべり発生限界荷重は、その発生時点が不明瞭な場合には、相対すべり量 0.1 mm おける荷重の値を用いている。

なお、P-1、S-1はそれぞれ素材と有孔板に対するものである。

試 験 片				すべり荷重 (t)			すべり応力 (kg/mm ²)		
種別	記号	配列	接触面	最小	最大	平均	最小	最大	平均
リベット	R-1	2*2	黒皮	22.5	29.0	25.4	15.6	20.2	17.7
	R-2	1*4	"	20.5	22.0	21.1	14.1	15.2	14.5
	R-3	1*4	"	19.0	28.0	24.6	13.8	20.0	17.7
ボルト	B-2	2*2	黒皮	28.0	36.4	31.8	19.5	25.4	22.3
	B-5	2*2	アマニ油	9.5	18.2	14.7	6.8	13.0	10.4
	B-1	1*4	黒皮	25.4	32.7	30.4	17.7	22.8	21.0
	B-3	"	アマニ油	6.0	8.0	6.6	5.0	6.6	5.5
	B-4	"	エナメル	18.0	29.0	22.5	15.0	24.0	18.5
	B-6	"	メタリコン	—	—	—	—	—	—
	B-7	"	フリュームクリーン	22.5	31.0	22.7	16.1	22.0	16.5
	B-8	"	ク、 "	—	—	—	—	—	—
	B-9	"	錆肌	—	—	—	—	—	—

表 5-1 疲労試験片のすべり荷重 (文献 27)より転載)

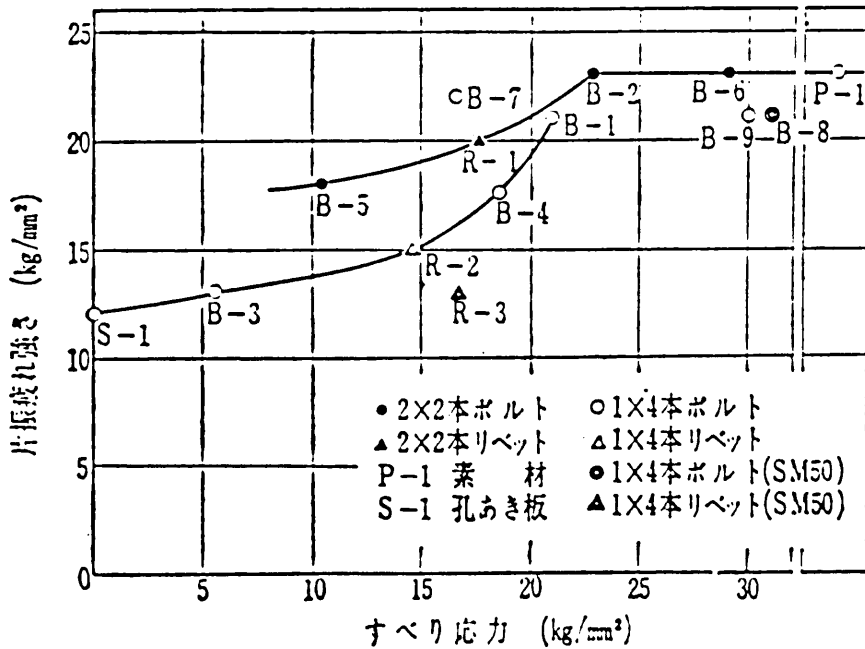


図 5-2-2 片振り疲れ強さと平均すべり応力との関係 (文献 27)より転載)

図 5-2-2を見ると、すべり応力が大きい継手は疲れ強さも大きくなるようである。図 5-2-2に対して試みに、同じデータを用いて疲れ強さと最小すべり応力（第1ボルトのすべり限界応力）の関係を図示したのが図 5-2-3である。これによれば前者の結果よりも直線性の強い相関関係が得られる。

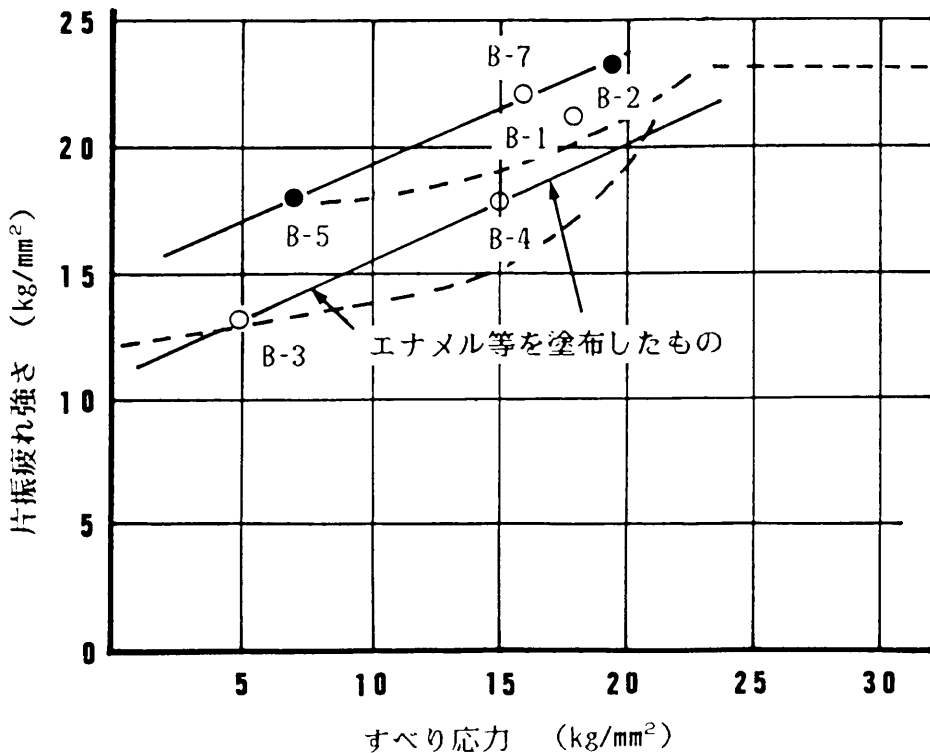


図 5- 2- 3 片振り疲れ強さとの最小（微小）すべり応力との関係

一方、摩擦接合型継手の疲れ強さと第1ボルト孔付近の応力集中との相関性についても実証的研究が進められており、また事実、継手の疲労現象の殆どが応力集中問題として説明されている。例えば、摩擦型継手の疲れ強さは支圧接合型継手や有孔板よりも強いことは以前より実験的に明らかにされているが、これはボルトの締め付けによる効果として、あるいは摩擦面を介して内部応力の一部が添接部材に伝達されるためボルト孔付近の応力集中が緩和されることによるものであると解釈されている。このことは主要な設計規準 (21) , (64) , (65) において疲れ強さを算定するときに純断面積ではなく総断面積を用いていることにも現れているのではないと思われる。また、摩擦接合型継手の疲れ強さはボルト列数が多くなるに従って有孔板の疲れ強さに漸近する傾向にあることも、第1ボルト部の

応力集中係数の増加によるものと解釈されている。

ただし、応力集中問題も継手の微小すべり問題とそれに付随する内部応力の流れの変化などと切り離して考えることはできず、また摩擦面の接触具合が疲れ強さにも影響する場合もあると思われる。これらのことを考慮すると、主すべり以前の継手内部のすべり特性を把握することは非常に重要なことと思われる。しかし、この挙動については未だ詳しい解明がなされていない。この点については第6章において述べることにして、次節では、微小すべり荷重から相対的な疲れ強さを推定する方法について、二、三の例に基づいて示す。

5・3 相対的疲れ強さの推定

前節の検討結果によれば、第1ボルトのすべり限界応力と片振り疲れ強さとの直線的な相関性を認める場合には、継手のすべり挙動解析によって得られる第1ボルトのすべり限界応力によって継手の相対的な疲れ強さの推定が可能になることになる。本節ではボルト列数とボルトの配置を変えた継手に対するすべり挙動解析を行ない、この結果と前節で論じた相関性から継手の相対的疲れ強さの推定を試みる。鋼鉄道設計標準では継手のボルト列数によって疲れ強さのランクを定めているが、千鳥配置の場合や変則的配置の場合の対するボルト列数の数え方は明記されていない。本節ではこの点に関しても若干の検討を加える。

解析においてはボルトを千鳥に配置した場合や変則的に配置した場合の継手を扱うために、§2・4で述べたPIFESMを用いる必要がある。

数値実験用供試体は総て3ゲージラインを有する千鳥配置高力ボルト摩擦接合継手とし、その総ボルト本数 n に対して図5-3-1に示すようにa～eの分類をした(a: $6+5+6 = 17$ 本, b: $7+6+7 = 20$ 本, c: $6+6+7 = 19$ 本, d: $8+7+8 = 23$ 本, e: $10+9+10 = 29$ 本)。ケースaでは配置角度を3通り(33° , 45° , 57°)に変化させ、その他のケースでは 45° に統一した。ケースcはコーナークットのある場合を想定してボルト本数を1本減らしたものである。

継手の板厚は板厚の違いによる影響を避けるために母材 50 mm、添接板 25 mmに統一した。摩擦係数は総ての供試体で一定値、0.55とし、また初期ばね定数を求める際に必要な補正係数もそれぞれ一定値、 $\phi = 0.4$, $\psi = 1.2$ とした。

図5-3-2はa～eの供試体の数値実験結果をまとめたものであり、総ボルト本数をゲージラインの数で除した単純平均ボルト本数 \bar{n} で、主すべり荷重 L_{ms} および端ボルトの微小すべり荷重(すべり限界荷重) L_{ps} を、表わしたものである。図中、●印は単一ゲージ幅継手($n = \bar{n} = 6, 7, 8, 9, 10$)のすべり荷重を示したものである。また、表5-2にはすべり荷重および第1ボルトの微小すべり発生限界応力を示す。

単純平均ボルト本数 \bar{n} を用いてすべり荷重値を整理した場合、両者の主すべり荷重 L_{ms} には総てのケースにおいて非常に良い対応が見られるが、微小すべり荷重 L_{ps} には若干の差が現れ、千鳥配置の場合が低く(微小すべりが早期に発生するように)なる。この差はa-2, b, d, eの各ケースについて同程度のものとなっており、単一ゲージ継手の L_{ps} に一致させるためにはボルト列数を2列程度減らす方向へ平行移動させる必要がある。すなわち、ボルト列2列に相当する差が生じる。

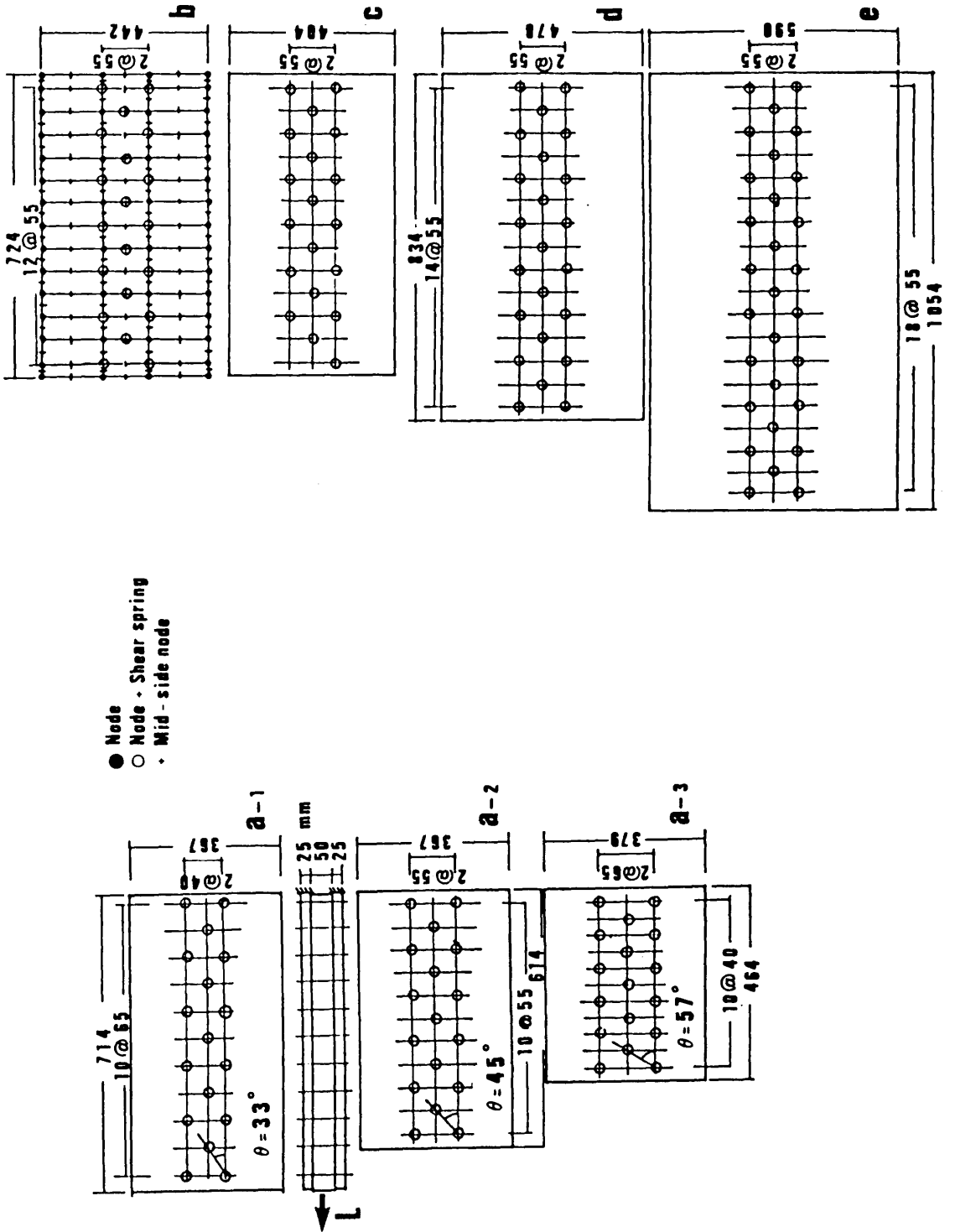


図 5- 3- 1 数値実験用供試体の寸法とボルト配置

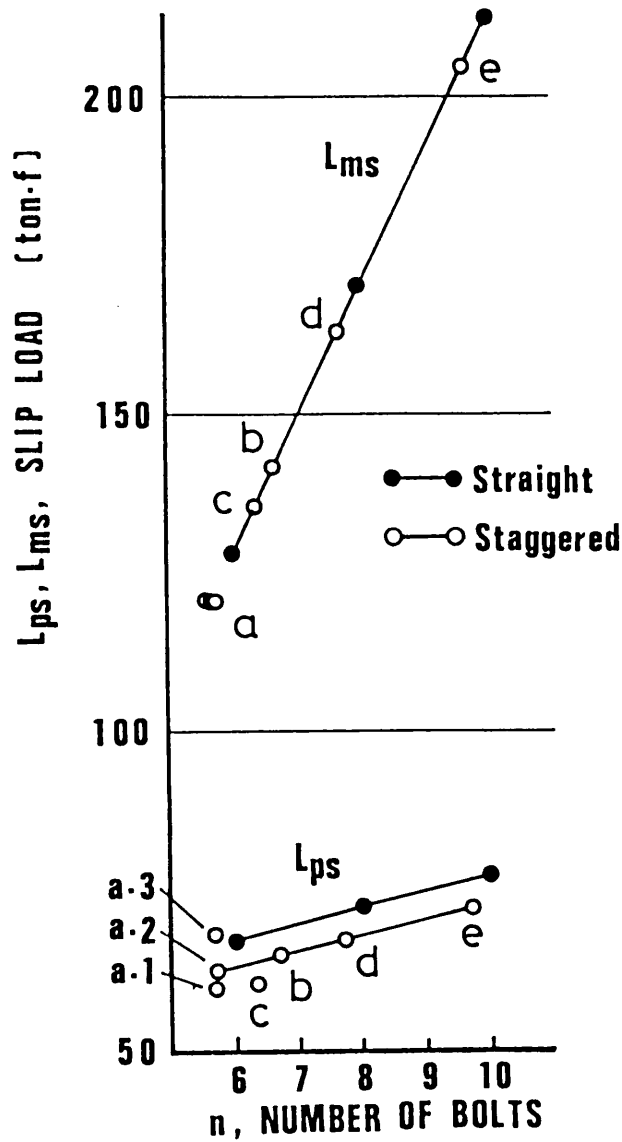


図 5- 3- 2 直交配置と千鳥配置の継手の第 1 ボルトすべり限界荷重の比較
(等価ボルト列数に関する資料)

ケース a の場合には配置角度の違いにより継手長さが異なり、その影響で微小すべり荷重に差が出ている。配置角度を $\theta = 57^\circ$ とした短い継手は単一ゲージ継手相当の L_{ps} 値を持つことがわかる。端ボルト本数が少ない、ケース c の場合には L_{ps} 値が低くなっている。この場合は単一ゲージ継手の微小すべり荷重値に一致させるためには $\theta = 45^\circ$ の場合に対してさらにボルト 1 列の差があることになる。。

	n	\bar{n}	(ton) L_{ps}	(ton) L_{ms}	(kg/mm ²) σ_{ps}
a-1	17 (6+5+6)	5.7	180.1 [60.0]	362.5 [120.8]	9.8
a-2	17 (6+5+6)	5.7	188.8 [62.9]	362.6 [120.9]	10.3
a-3	17 (6+5+6)	5.7	205.1	362.8	11.2
1 gage	6	-	67.2	128.1	9.8
b	20 (7+6+7)	6.7	195.3 [65.1]	425.9 [142.0]	8.8
c	19 (6+6+7)	6.3	182.5 [60.8]	404.6 [134.9]	9.0
d	23 (8+7+8)	7.7	202.0 [67.3]	489.2 [163.1]	8.5
1 gage	8	-	72.8	170.4	8.4
e	29 (10+9+10)	9.7	217.0 [72.3]	614.9 [205.0]	7.4
1 gage	10	-	77.4	212.6	7.3

表 5- 2 P I F E S Mによる数値実験結果（すべり荷重、すべり応力）

摩擦接合継手の疲れ強さについて、国鉄標準ではボルト本数に応じてA(1~4 本)、A' (5~15本) およびc(16本以上) の3ランクを設定し漸次低減することになっている。ただし、千鳥配置の場合は、列数をそのまま本数に読み替えるには多過ぎるように思われ、また単純平均ボルト本数 \bar{n} をそのまま使うには抵抗がある。そこで第1ボルト部の微小すべりが摩擦接合継手の片振り応力に対する疲れ強さと前節で述べたような相関があると仮定し、上記の数値実験結果 (L_{ps}) から相対的な疲労寿命の推定を行なって単一ゲージ継手に対する換算ボルト本数に関する検討を試みれば次のようにまとめられる。

千鳥配置の疲労設計における換算ボルト本数は「1ゲージラインに含まれる本数の最大値」で読み替えても一般に差し支えないと結論づけられる。ただし、配置角度が小さくて、継手が長くなる場合や、ケースcのように端ボルトの本数が少ない場合は上記の値に不規則配置されたボルト本数に応じて数本加えるべきであろう。

2枚添接板継手のすべり特性は§6・3・6で述べている。2枚添接板継手の外側添接板に伝えられるせん断力の分布形状は、母材と内側添接板との間に働くせん断力分布形状

と違って、母材の切れている位置に立ち上がり無く、従って、この位置の端ボルトから外側添接板に伝えられる力は多くを期待できない。従って、外側添接板のそのボルト孔は孔開き板に近い挙動をすることになり、これが応力集中率を高める可能性がある。また、母材－内側添接板間の微小すべりは1枚添接板継手の場合よりも早期に発生する。このような特徴を考慮すると、2枚添接板継手の疲労設計における換算ボルト本数は「1枚添接板継手よりも2本程度多く数える」のが良いように思われる。

一方、マンホールのある継手の疲労設計における換算ボルト本数を推定すると次のようになる。このような形状をした継手は、断面積が少なくなっているマンホール部（図 5-3-3 に薄墨で示した部分）で応力が大きくなり、従って微小すべりはここで最初に発生することになる。

従って必要ボルト本数をマンホールの手前までに配置するにしても、その換算ボルト本数は「1 ゲージラインに含まれる本数の最大値 ($n_1 + n_2$: 図 5-3-3 の例では $7 + 3 = 10$ 本)」としたほうが良いように思われる。

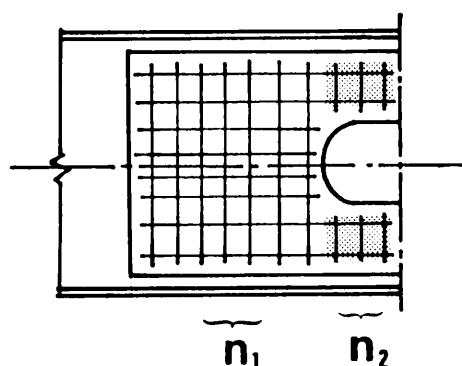


図 5-3-3 マンホールのある継手

以上のような千鳥配置継手や特殊な継手に関する実証的研究は現在のところ不足しており、上記の結論を確認することは残念ながらできていない。今後この方面の実証的研究成果の蓄積が望まれるが、ここで述べた、第1ボルトの微小すべり発生応力に注目したデータの整理方法は簡便であり、将来の設計法に活かすことができると考えている。

5・4 第5章 結語

過去に行なわれた高力ボルト摩擦接合継手の疲労試験において、疲労亀裂の発生場所は必ずしもボルト孔内壁付近に限るものではなく、高い接触圧のもとで微小なすべりが繰り返して起こることによって生じるフレッチングの近傍である場合も有りうるということが数例報告されている。また、疲れ強さと平均すべり応力との関係を検討した事例もある。

試みに最近本四公団で行なわれた実物大の供試体による疲労試験結果と第1ボルトのすべり限界応力との相関性を調べたところ、非常に直線性の強い相関が現われ、相関式(5-2-2) または式(5-2-3) が得られた。

疲れ強さは応力集中に密接な関係があるが、応力集中の大きいところすべり量も大きくなることを考慮すれば、疲れ強さとすべり限界応力との間には何等かの相関が存在しても良さそうである。このときのすべり限界応力は、応力集中の大きい継手の端部あるいは母材の切れているところの微小すべり発生時応力を用いた方が、平均的すべり応力を用いるよりも直線性の強い相関式が得られる。

このような考え方に基づき、ボルト列とボルト配置を変えた継手に対してPIFESMによるすべり挙動解析を行ない、第1ボルトのすべり限界応力から相対的な疲れ強さの推定を行なった。この結果、次のような結論を導き出すことができた。

- ・ ボルト配置ピッチは疲れ強さに対しても小さくする方が良さそうである。
- ・ 千鳥配置の場合には端ボルト本数が少なくなるような配置は避ける方が望ましい。
- ・ 疲労設計における千鳥配置のときの換算ボルト本数は、列数（千鳥配置のときのピッチを単位としたときの数）をそのままボルト本数に読み替えるのは多過ぎることになり、また単純平均ボルト本数 \bar{n} ではやや少ないようである。この場合、換算ボルト本数は「1ゲージラインに含まれる本数の最大値」で読み替えても差し支えないであろう。
- ・ ただし、端ボルト本数が少ない場合や、配置角度が小さくて継手が長くなるような場合にはこれに1～2本加えるべきであろう。
- ・ 2枚添接板継手の疲労設計における換算ボルト本数は「1枚添接板継手よりも2本程度多く数える」のが良いように思われる。
- ・ マンホールのある継手の換算ボルト本数は、マンホールの手前までに必要ボルト本数を配置するにしても、「1ゲージラインに含まれる本数の最大値」とした方が良いように思われる。

以上の結論は千鳥配置継手やマンホールがあるような特殊継手に関するの疲労試験結果は殆ど無いので、上記の結論を確認することはできていない。今後この方面の実証的研究成果の蓄積を待つのみである。しかし、本章で述べた第1ボルトの微小すべり発生応力に注目したデータの整理方法は簡便であり、将来の設計法に活かすことができると考えている。なお、多列ボルト継手の場合については次章の§6・3・5で述べる。

第6章 数値実験による摩擦接合継手の形状効果の検討

6・1 序

継手の摩擦抵抗特性に影響を与える因子は種々ある。このうち継手片の断面寸法やボルト列数およびその配置などの形状因子による影響は「形状効果」と呼ばれ、以前より主に最終的なすべり耐力、すなわち主すべり耐力との相関性について実証的研究が多数なされている^{23)・27)}。しかし、一つの形状因子が主すべり耐力に与える影響は導入ボルト軸力の調整誤差の影響や、他の因子の影響に隠れるほど僅かである場合が多く、また形状因子の数が多いために、実験でこの効果を定量的に把握するのは一般に困難である。従って、実証的研究においては、主すべり耐力に及ぼす形状効果は僅かであるとし、系統的な検討を充分には行なっていない。

形状効果は主すべり耐力よりもむしろ、主すべり以前の、継手内部の応力伝達特性および微小すべり特性に現われる（この点については本章で示すいくつかの数値解析例を通して明らかにする）。主すべり以前の微小すべり挙動を解明することは継手の合理的な設計法を確立するために必要である。また、前章で示したように継手の疲れ強さを推定することにも応用することができる。

本章では種々の形状が、すべり挙動および内部応力分布特性に及ぼす影響を、第2章～第4章で提案した解析手法を用いて明らかにする。数値解析では導入軸力や摩擦係数を理想化して扱うことができるので、僅かな形状効果も判断できる。

まず§6・2では、すべり挙動解析のための供試体の作成方法および解析上の仮定などについて述べ、§6・3では継手の形状が微小すべりや内部の応力分布に与える影響について一連の解析を試みる。ここでは、単一ゲージ幅の継手に対しては剛体－ばねモデル（RBSM）、そして複数ゲージを持つ継手に対してはパラボリック・アイソパラメトリック有限要素－せん断モデル（PIFESM）を用いる。

現行の設計規準の解説によれば、最大ボルト列数については、8本程度以下とするのがよい（道路橋示方書解説）としたものおよび、継手の接合方式別にそれぞれ支圧接合継手は6列程度、摩擦接合継手は10列を最大とするのがよい（国鉄構造物設計標準解説）としたものがある。しかし、摩擦接合継手については、ここに示された最大ボルト列数についての根拠は明確ではない。このような問題に対する検討を§6・3・5で行なっている。

§6・3・6においては添接板を2枚重ねにして変断面継手としたときのすべり特性、応力伝達特性をRBSM（HTBOLT-2）を用いた解析により詳細に検討し、より合

理的な継手設計の資料を得る試みをしている。また、種々の形状をした継手に対して、摩擦面の劣化が疲れ強さに影響するものと仮定したときの疲れ強さに関する考察を加える。

6・2 数値実験供試体の作成方法

数値実験のための供試体はボルトの種類（設計ボルト軸力 N 、ボルト孔径 d_H ）と本数 n および継手部材の鋼種（降伏応力度 σ_y ）を予め設定し、主すべり応力 σ_{ms} の継手純断面降伏応力 σ_y に対する比（すべり応力比： $\kappa = \sigma_{ms} / \sigma_y$ ）と断面の充実率（ $\rho = A_n / A_g$ ：ここで、 A_n ：純断面積、 A_g ：総断面積）などにより断面設計した。

設計手順を流れ図に示すと図 6-2-1 のようになる。図 6-2-2 には断面の充実率を優先した断面設計手順を示してあるが、板厚を優先して設計する場合には図中の破線で囲まれた部分を図 6-2-2 で置き換えればよい。

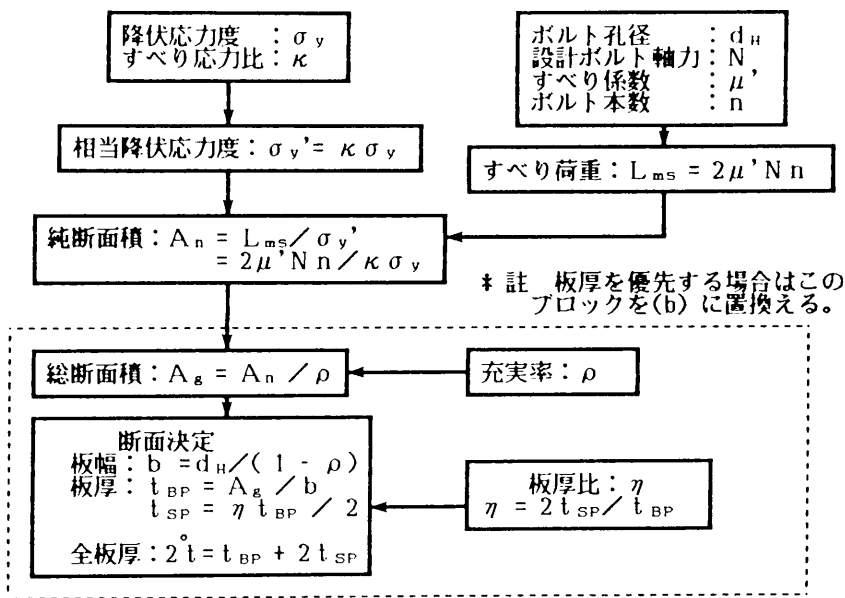


図 6- 2- 1 数値解析用供試体（2 面せん断）の設計手順

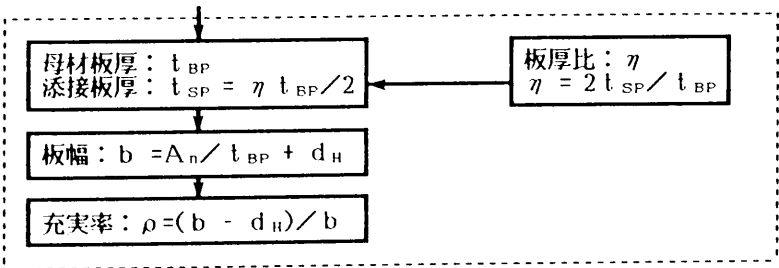


図 6- 2- 2 板厚を優先する場合の部分的な流れ図

全ての数値実験供試体に対してすべり応力比 κ の値は、 κ の効果を検討する以外は 0.9 ~ 1.0とした。すなわち主すべり応力と純断面降伏応力をほぼ一致させ、この意味でバランスデザインされたものとした。

このとき、必要純断面積 A_n はすべり係数 μ' 、設計ボルト軸力 N などにより 2面せん断継手の場合には次式で計算される。

$$A_n = 2 \mu' N_n / (\kappa \sigma_y) \quad \dots\dots\dots (6-2-1)$$

従って、すべり係数 μ' を過小評価すると断面が不足することになるので、ここでは実測値に近い値を用いるべきである。実際の継手のすべり試験に於いて、供試体の設計時にすべり係数を低く仮定する例が見られるが、この場合には主すべり発生よりも部材が早く降伏してしまう恐れがあるので注意しなければならない。

一方、継手に繰返し応力が作用し、疲れ強さの検討を必要とする場合には部材断面はほとんど疲労強度で決まってくる。従って、このときの断面は主すべり応力度と総断面に対する疲労応力度が等しくなるように設計されたときにバランスのとれた断面となる。国鉄標準の Aランクは総断面に対して1530 kg/cm² であり、これは一般的な継手断面の平均充実率を $\rho = 0.7$ 程度とすると、これに対して純断面換算すれば、約2200kg/cm²となる。継手の静的すべり特性と疲れ強さとの相関性を検討した、前章の § 5・3 においては断面設計時にこの値を用いている。

本章における、その他の数値解析上の仮定として次に挙げる 3点を設けた。

- ・ 摩擦係数 μ は 0.45 ~ 0.60 を用いる。すべり係数は摩擦係数の約 9割であるので、0.40~0.55程度である。
- ・ 継手部材のポアソン比は総て 0.3とする。
- ・ 導入ボルト軸力は設計標準で示される設計ボルト軸力とする。

数値実験供試体の板厚は、本論文の主旨により、マーケットサイズに拘らず、母材と添接板の断面積比 ($\eta = A_{SP} / A_{BP}$) を優先して決めている場合もある。

6・3 継手片の形状がすべり特性に及ぼす影響

本節では継手のボルト配置や断面形状の違いが第1ボルト部の微小すべり挙動または内部応力伝達特性に及ぼす影響をそれぞれの形状因子に対して検討した結果を列挙する。

この結果は第5章で示したように、微小すべり発生時応力と疲れ強さの間にほぼ線形に近い関係があることを認めた場合には継手の相対的な疲れ強さを推定する際の資料として用いることもできる。

6・3・1 ボルト配置間隔（ピッチ）の影響

ボルト列 $n=6$ 列 (F10T-M22, $\kappa=0.9$, $\rho=0.7$, $\mu=0.60$) について、ピッチ l_e の大きさを75, 112.5, 150 mm の3通りとした場合を検討した。

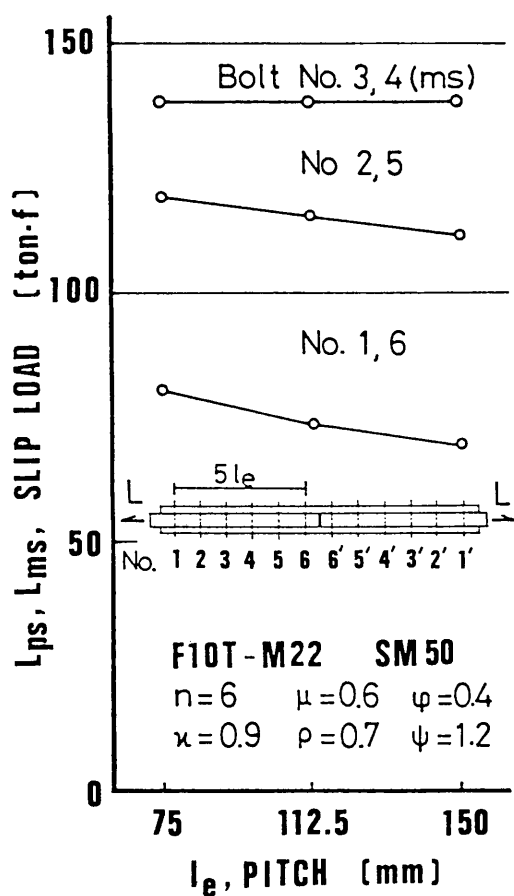


図 6-3-1 ボルト配置間隔（ピッチ）の影響 [すべり荷重の比較]

図 6-3-1は各ボルトの局部すべり (partial slip; ps) または主すべり (major slip; ms) 荷重 L を示したものである。解析例では添接板の総断面積と母材の断面積が等しいので、ボルト番号(1,6), (2,5), (3,4) の各ボルト位置では同じ荷重レベルですべりが生じることになる。主すり荷重はピッチが変わっても殆ど変化しないが、微小すべり荷重はピッチが小さい方が大きくなり、すべりにくくなっている。

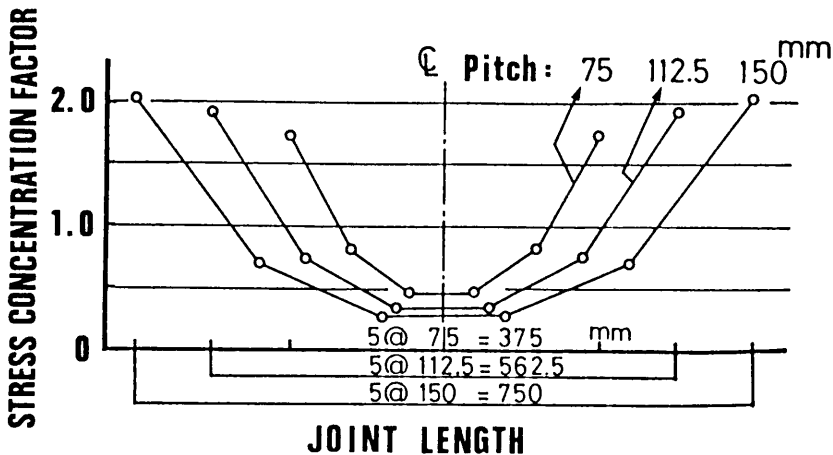


図 6- 3- 2 ボルト配置間隔 (ピッチ) の影響 [応力集中の比較]

図 6-3-2は端ボルトに局部的な微小すべりが生じた直後の、各ボルト位置の摩擦面に生じるせん断力の値を、平均せん断力に対する応力集中係数で表わしたものである。

微小すべりに対してピッチは小さい方が有利であり、また応力集中に関しても最も望ましい形となっている。

数値実験モデルにおいて、ピッチの大小は伸びばねの剛性に関係し、ピッチが大きい場合は相対的に伸び剛性が低くなる。伸び剛性の低下、すなわち相対的にせん断ばね剛性が増すことが端ボルト部の母材-添接板間の相対変位量を増加させ、これが微小すべり荷重を低下させる原因となっている。このことから、ピッチはできるだけ小さくし、必要以上に大きくしない方が良い。

剛体-ばねモデルにおける初期せん断ばね定数 k_{so} は2種の補正係数 ϕ 、 ψ を用いて算定するようになっているが、これらの係数を大きくすると、すなわちせん断ばね剛性を大きくしたときにも微小すべり荷重の低下傾向が見られる。ただし、この場合にも主すべり荷重値は殆ど変わらないため、継手のせん断剛性と主すべり荷重の相関は殆どないと結論づけることができる。

6・3・2 すべり応力比 (κ) の影響

主すべり発生時の継手内部の応力度 σ_{ms} の純断面降伏応力度 σ_y に対する比 ($\kappa = \sigma_{ms} / \sigma_y$)、すなわち「すべり応力比」の影響をボルト列 $n = 8$ (F10T -M22, $\rho = 0.8$, $\mu = 0.60$, $\ell_e = 75 \text{ mm}$) の継手に対して検討を行なった。

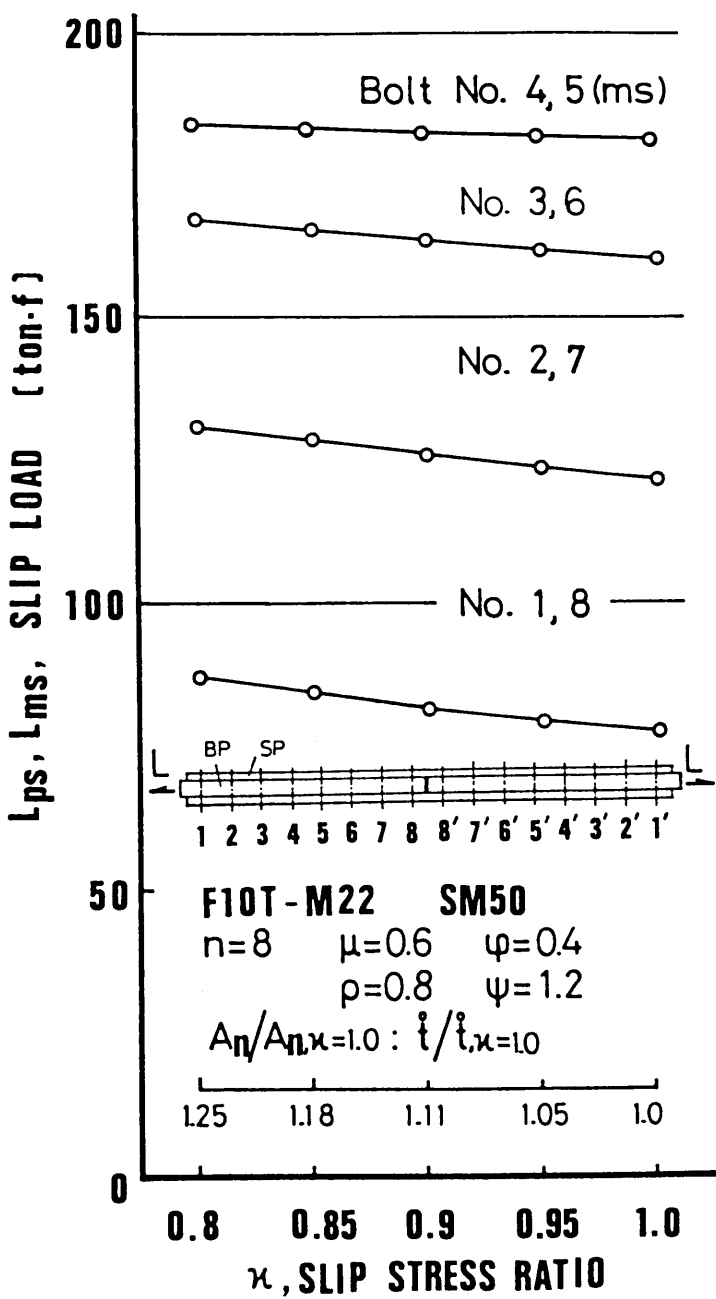


図 6- 3- 3 すべり応力比 (κ) の影響 [すべり荷重の比較]

すべり応力比の違いはその他の形状因子を固定すると、継手部材の断面積あるいは板厚の違いとなって現われる。図 6-3-3は $\kappa = 0.8 \sim 1.0$ までの5種（部材の板幅は一定値、125 mmとした。）について主すべり荷重（ L_{ms} ）および微小すべり荷重（ L_{ps} ）を比較したものである。図中の目盛りは $\kappa = 1.0$ のときの純断面積 $A_{n, \kappa=1}$ を1.0としたときの、断面積比（ $A_n / A_{n, \kappa=1}$ ）を示している。

$\kappa = 0.8$ の場合は $\kappa = 1.0$ の場合に対して断面積または板厚が25% 大きいにも拘わらず主すべり荷重は殆ど差がない（1～2%増）。ただし、端ボルトの微小すべり荷重は増加している（2～12%増）。従って、すべり応力比 κ は微小すべり荷重に対して幾分影響を及ぼすものの、主すべり荷重に対しては殆ど影響はなく、このことから、継手断面を必要以上に大きくしても主すべり荷重を増加させる効果が僅かであることがわかる。

6・3・3 充実率 (ρ) の影響

単一ゲージ幅の継手においては充実率（純断面積 A_n の総断面積 A_g に対する比； $\rho = A_n / A_g$ ）とゲージ幅 b 、ボルト孔径 d との間には次の関係がある。

$$b = d / (1 - \rho) \quad \dots\dots\dots (6-2-2)$$

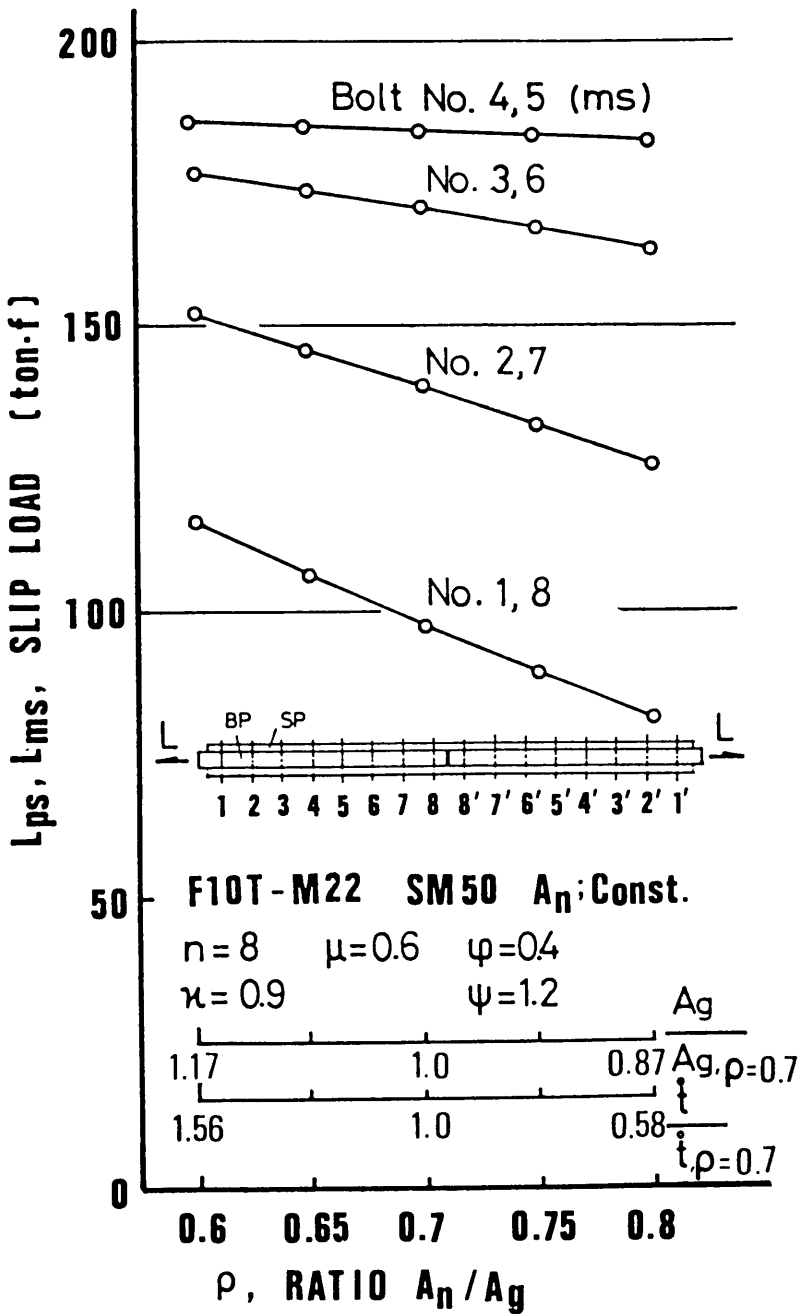


図 6- 3- 4 充実率 (ρ) の影響 [すべり荷重の比較]

従って、使用ボルトの径があらかじめ与えられるならば、 ρ の値により、ゲージ幅が一義的に定まる。ボルト列数 $n = 8$ 、(F10T -M22, $\mu=0.60$, $\ell_e = 75 \text{ mm}$, $\kappa = 0.9$)、純断面積を一定とした場合に、 $\rho = 0.6 \sim 0.8$ の 5通りについて検討を行なった。

図 6-3-4はps荷重およびms荷重を比較したものである。充実率が大きくなるに従い、PS荷重値が低下する傾向が見られる。ここで、充実率が大きいというのは純断面積は等しいが、総断面積と板厚の値が相対的に小さいということである。本解析例では $\rho = 0.7$ に対して $\rho = 0.8$ の場合は総断面積は87%、板厚は58%程度であり、とりわけ板厚の変化が大きい。板厚の効果は実験的に調べるのは難しく、まだ明らかにされていない。上記の解析結果は、厚板の場合はせん断歪みエネルギーが薄板の場合に対して大きくなるため、微小すべり発生時期がやや遅れると解釈できる。この点だけに注目するならば厚板を用い、板幅をなるべく狭くする方が良いことになるが、例えば千鳥配置では継手の長さが長くなり、この影響で微小すべり発生時期が逆に早くなる点も配慮すべきである。

6・3・4 ボルト軸力分布の影響

同一断面を有するボルト列数 $n = 9$ の継手 (F10T - M22, $\kappa = 0.9$, $\rho = 0.7$, $\mu = 0.60$, $\ell_e = 75 \text{ mm}$) に、以下に示す 3 タイプのボルト軸力分布を与えた場合について数値実験を行なった。すなわち、 i 番目のボルト軸力 N の分布形状が標準的軸力 $N_0 = 20.48 \text{ ton}$ に対して、

a). 一樣分布

$$N = N_0, \quad i = 1, 2, \dots, 9 \quad \dots\dots\dots (6-3-3)$$

b). 放物線分布 (中央ボルト軸力 N_5 は端ボルト軸力の 9 割)

$$\begin{array}{l} \langle 5 \rangle \quad \quad \quad \langle 1 \rangle \quad \quad \quad \langle 9 \rangle \\ N = 0.9 \quad N = 0.9 \quad N \\ 9 \quad \langle i \rangle \\ \sum_{i=1}^9 N_i = 9 N_0 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right] \quad \dots \dots \dots (6-3-4)$$

c). 逆放物線分布 (端ボルト軸力は中央ボルト軸力の9割)

$$\begin{array}{l} \langle 1 \rangle \qquad \qquad \qquad \langle 5 \rangle \qquad \qquad \langle 9 \rangle \\ N = 0.9 N = N \\ \qquad \langle i \rangle \\ \sum_{i=1}^9 N = 9 N_0 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right] \dots\dots\dots (6-3-5)$$

のような場合についてps荷重およびms荷重を比較した。

この結果を図 6-3-5 に示す。解析モデルが非線形系であるため軸力の総和が等しくとも ms 荷重に僅かではあるが差が現れる。端ボルトの軸力を大きくした、b タイプが ms 荷重、ps 荷重いずれに対しても 3 者の中で最も有利であり、 $b) > a) > c)$ の関係がある。すなわち、すべり荷重は端部ボルトの導入軸力の影響を少なからず受けることがわかる。施工時におけるボルト軸力調整の難しさを考えると、この結果を直接設計に活かすことはできないが、締め付けボルト軸力の最終的確認においては端部の数本を最優先すべきであると言えるのかもしれない。

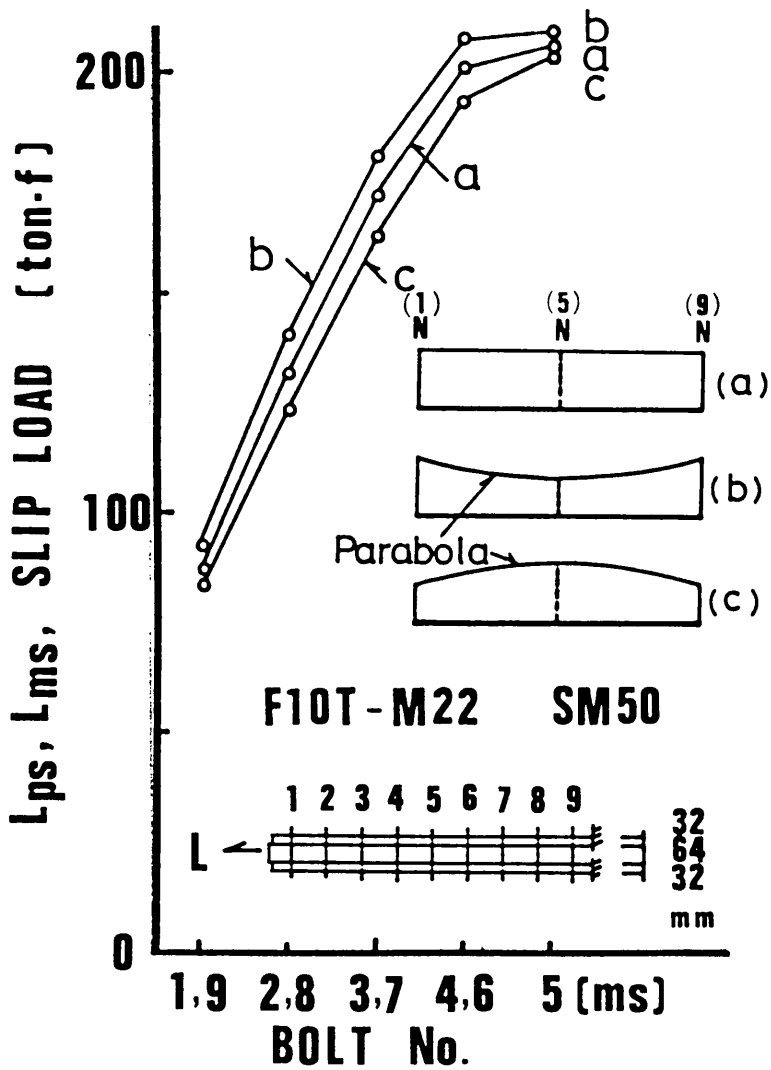


図 6 - 3- 5 ボルト軸力分布の影響 [すべり荷重の比較]

6・3・5 ボルト列数の影響

継手の大型（多列）化に伴い相対的なすべり係数が低下する現象は多くの実験によって確かめられている。すべり係数の低下現象は引張り応力場における部材の痩せによるボルト軸力の低下が主な原因であると思われる。これについては第4章「静的引張試験結果との比較および考察」の§4・4・1、主すべり荷重とボルト軸力減少率の比較のところで既に論じている。すなわち、1割程度割り増して導入されたボルト軸力がリラクゼーションや施工誤差を伴ってちょうど設計ボルト軸力と等しくなるとすると、主すべり発生時のボルト軸力の減少率とは近似的に次式のように表わすことができる。

$$\xi = - \frac{\nu \kappa \rho}{a} \frac{A_B}{A_{Be}} \frac{A_{BP}}{A_{BP} + 2 A_{SP}} \frac{\sigma_{zy}}{\sigma_{By}} \dots\dots\dots (4-4-4)$$

ここで、 ν 、 κ 、 ρ はそれぞれポアソン比、応力比、充実率であり、 a はボルト材料の降伏点に対する比率($F_{10T}:a=0.75$)、 A_B 、 A_{Be} はボルトの断面積および有効断面積、 σ_{zy} 、 σ_{By} はそれぞれ、部材の降伏応力度、ボルトの降伏応力度である。

式(4-4-4)を用いて計算した結果と実測結果を比較し、両者が非常に良く合致することでも§4・4・1で確かめられている。従って、ボルト軸力の減少率は継手の断面形状、使用鋼種および応力比に関係することになる。また式(4-4-4)にはボルト本数が含まれていないことからボルト列数と主すべり耐力には直接的な相関はないと言えよう。ただ、多列ボルト継手の場合には充実率 ρ が大きくなる傾向にあるためボルト軸力の低下率が大きくなるものと考えられる。

次に、最大限界ボルト列数について考察する。

道路橋示方書の解説によれば、最大ボルト列数に関して、「8本程度以下とするのがよい。」とされている。また、国鉄構造物設計標準解説では継手の接合方式別にそれぞれ支圧接合継手は6列程度、摩擦接合継手は10列を最大とするのがよいとしており、摩擦接合継手に対しては同設計標準の前身である鋼鉄道橋設計標準解説¹⁹⁾に対して幾分緩和している。

摩擦接合継手は単一方向の引張り応力に対しては応力の大きさに応じて端ボルトから漸次局部すべりを起こすことによって応力集中を緩和し、内部ボルトに余剰応力を伝達、分配を繰返し、ついには主すべりに至るといふ、有機的ともいえる非常に合理的な耐荷機構を有する。また設計荷重は主すべり荷重に対して安全率などにより、 $1/2$ ($0.8 \times 1 / 1.6 = 1/2$) 程度低く抑えられている(付録-1参照)ので、局部すべりによりボルトが支圧状態になるような大変位を生じない限り上記の耐荷性能は有効であるから、ボルト列数の

限界はかなり多くなるものと思われる。

図 6-3-6、図 6-3-7はそれぞれ、M22またはM30ボルトを用いた、6～22のボルト列を持つ継手に対して主すべり荷重 L_{ms} と第1ボルト部の微小すべり荷重 L_{ps} をRBSMによる数値実験で求めた結果を示したものである。横軸はボルト列数 n であり。縦軸は引張荷重を対数で表示したものである。両図とも3種類の摩擦係数(μ)をパラメータとして示してあるが、M22ボルトの継手については $\mu = 0.45, 0.50, 0.55$ 、またM30ボルト継手については $\mu = 0.50, 0.55, 0.60$ の各3通りに変化させたものである。

ボルト列22列までの全ての解析において、ボルト孔のクリアランスの1/2を超えるような大きな局部的なすべりは発生しないという結果が得られた(最大 0.7 mm 程度)。また、ボルト列数の増加に対する微小すべり荷重の増加割合の傾向は主すべり荷重に比べて非常に僅かなものであることが判った。

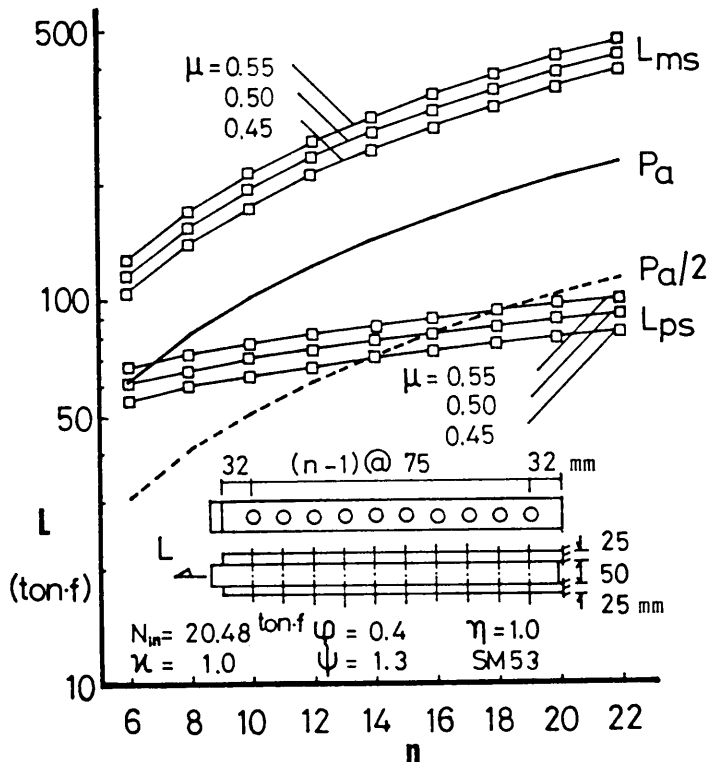


図 6-3-6 多列ボルト継手のすべり荷重 (M22, $\mu=0.45, 0.50, 0.55$)

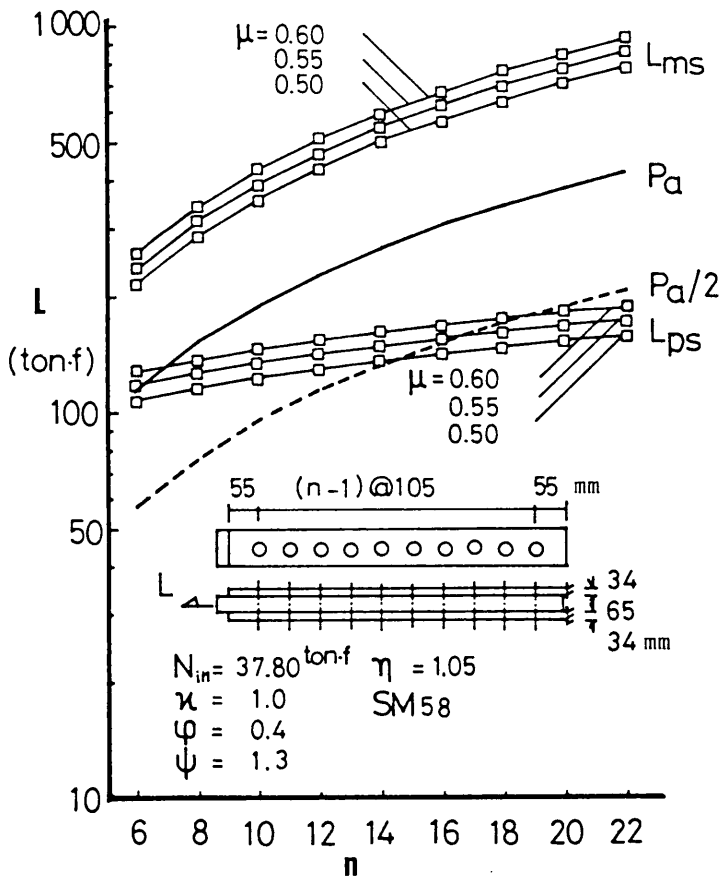


図 6-3-7 多列ボルト継手のすべり荷重 (M30, $\mu=0.45, 0.50, 0.55$)

図 6-3-6、6-3-7 の中にはすべりに対する許容力 P_a (実線) と $1/2 P_a$ (破線) が記入してある。継手を、許容力 P_a の限度いっぱいまでの設計としたときにはボルト列8列程度で第1ボルト部にすべりが発生する可能性がある。しかし、このすべりはボルト列22列の場合でもなお僅かなものであり、これが直接継手に悪影響を及ぼすものではない。従って、今回の22列までの解析では微小すべりによってボルトが支圧状態となるかどうかという判断基準によって、最大限界ボルト列数を規定することはできない。

次に、すべりに対する許容力 P_a までの片振り ($0 \rightleftharpoons P_a$; 繰返し) 荷重が作用するときの第1ボルト部におけるすべり挙動を考え、第5章で論じた疲れ強さとすべり特性との相関性の仮定から、最大ボルト列数を求める試みを行なう。摩擦面が劣化するためにはすべりが逆方向にも生じる必要がある。この逆すべりが発生するための条件は最低限、「応力振幅の $1/2$ において第1ボルトにすべりが生じる必要がある。」ということである。す

なわち、 L_{ps} と $1/2 P_a$ の交点の横座標がおおよその限界最大ボルト列数を与えることになる。摩擦係数によって差があるが、おおよそ14～18列が限界であると読み取ることができる。これはM22、M30の両ボルトについてほぼ同じ結果となっている。

ただし、上記の限界最大ボルト列数は作用応力範囲を低く（端ボルトのすべり荷重の2倍以下に）抑えれば理論上何列でも可能となる。

6・3・6 添接板を2枚重ねにして変断面としたときの影響

摩擦接合継手は母材内の応力を摩擦面を通して添接板に次々に伝達し、継手の中央部ではほぼ半分程度、そして最終的には母材の切れている所で全ての応力が添接板に伝わることになる。従って、添接板の端部から前半分は添接板の耐荷許容能力の $1/2$ 程度以下の応力しか加わっていないことになる。この部分の添接板断面を $1/2$ 程度に減らし、継手の経済化を計ったのが2枚添接板継手である。これを用いた場合、添接板の鋼重は通常の継手に対し、約 $3/4$ 程度となり、継手箇所の多い吊橋の補剛トラスなどでは構造物の軽量化という面で決して無視しえない問題となる。ただし、断面を変化させた場合には当然応力伝達状態も違ってくることが予測される。このことについての実証的あるいは解析的研究が現在のところ不足しているため、特に疲労許容応力度は通常の継手に対して幾分低く抑えて設計されているようである。

さらに経済的あるいは力学的により優れた断面を追及すれば、添接板の枚数を増やして添接板内の応力分布に対応した断面変化をつけてやれば良いことになるが、これは施工面で添接板の枚数が多くなることによるデメリットがあろう。また、添接板内の応力が急変する箇所は継手端部付近と母材の切れている付近であることも考慮すれば、むやみに添接板の枚数を増やしても2枚添接板継手以上の経済効果は期待できないと思われる。

2枚添接板継手の解析にもRBSMが有効であることは、第4章において添接板内部応力度、また荷重－相対すべり関係について実験結果と解析結果とを比較することによって既に確認されている。そこで本節ではこのRBSMによる2枚添接板継手の解析を行ない、当継手の継手特性を明らかにすることを試みた。

まず、2枚添接板継手において、添接板前半の断面を減らした事による影響が内部応力分布形状(f_{BP} , f_{SP-1} , f_{SP-2}) や伝達摩擦力分布形状(f_{r1} ; 母材－内側添接板間、 f_{r2} ; 内側－外側添接板間) に対してどのように現れるかを調べた。その結果、端ボルトにすべりが発生した直後において図 6-3-8に示すような結果が得られた。2枚添接板継手の添接板応力分担は内側と外側の添接板の断面積が同じである場合でも継手中央部(母材の切れている所)で異なっており、内側添接板の負担が大きい。この応力分担の差はボルト列数が少ないとき著しく、多列になるに従って緩和される傾向がある。また、継手の設計荷重は最終的なすべり荷重よりも十分小さくとってあるため使用時において内側添接板が降伏するという心配はないと思われる。

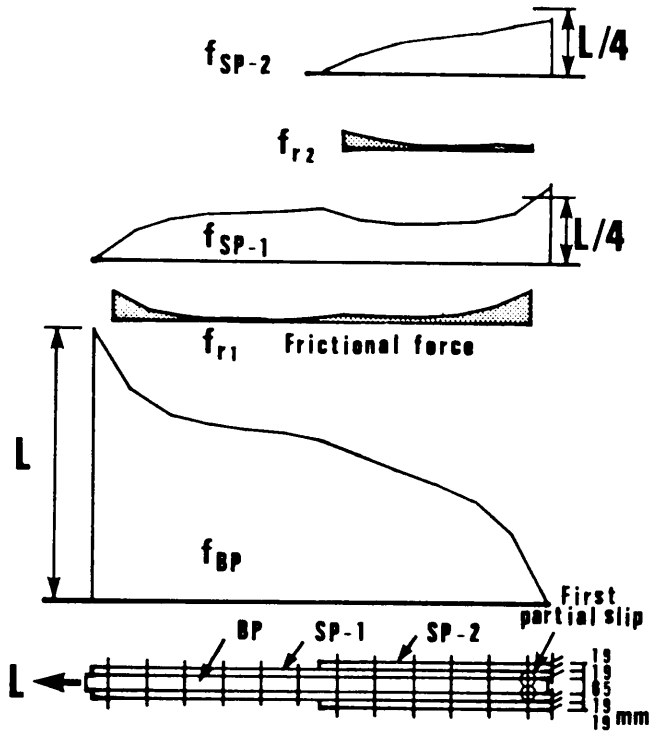


図 6-3-8 2枚添接板継手における内部応力分布形状と摩擦力分布形状

図 6-3-9はボルト列数8列の2枚添接板継手（a）におけるすべり荷重と1枚添接板継手（b）におけるすべり荷重を比較したものである。板厚寸法に端数があるのは断面の充実率を優先した（ $\rho = 0.8$ ）ためである。ここで、2枚添接板継手の外側添接板と内側添接板の間のすべり位置（ボルト番号5～8に対するもの）には便宜上9～12の番号を付けている。

2枚添接板継手は継手中央部端ボルト付近（すべり位置番号8）のボルトでの内側添接板の応力分担が大きい、ここで最初の微小すべりが発生する。その時のすべり荷重値は一般の突合せ継手（b）の場合に比べて幾分低くなっている（この例題では8%程度低下している）。また、2枚添接板継手は添接板が1枚から2枚に変わるところ、すべり位置番号8、では以外に早い荷重段階ですべりが生じるようである。主すべり荷重は（a）、（b）とも殆ど変わらない。

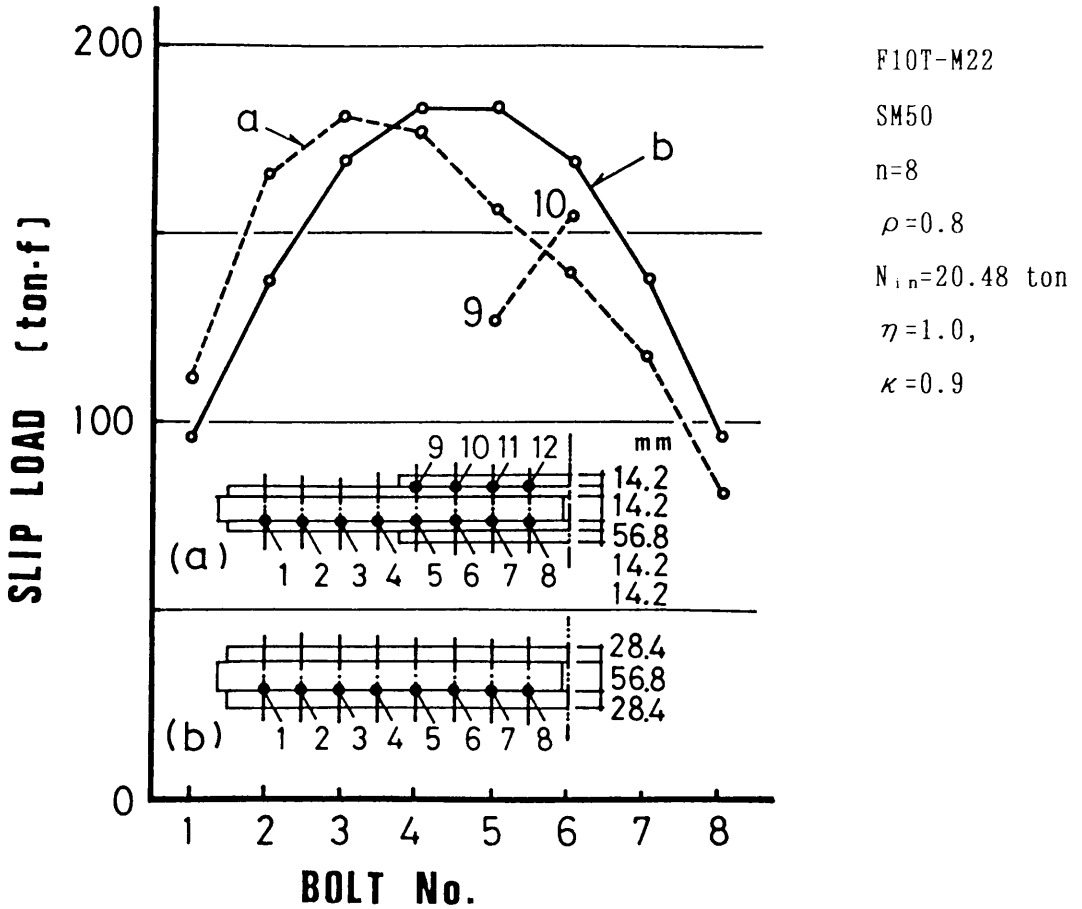


図 6- 3- 9 2 枚添接板継手と 1 枚添接板継手のすべり荷重の比較

2 枚添接板継手の応力分担の不均衡を改善するために内側と外側の添接板断面を調整する方法が考えられるが、添接板の全体積一定の条件下では内側添接板断面を増やすと内部応力度に関しては改善されるが応力分担率はかえって大きくなり、逆に外側添接板断面を増やした時は応力分担率は改善されるが内部応力度に関してはかえって悪く、結局添接板断面を調整してもその効果はあまり期待できない。

応力分担の不均衡を改善するためのもう一つの方法は外側添接板の長さをボルト数本分延長することであろう。ボルト列数 8 列の継手に対して図 6-3-10 (a) に示すような 4 種類、すなわちケース a、b、c は 2 枚添接板継手であるが、それぞれ外側添接板の長さを内側添接板の 4/8、5/8、6/8 としたものの、ケース d は通常の実合せ継手、を考えてこれらの継手の内部応力分布性状を比較したのが図 6-3-10 (b) である。

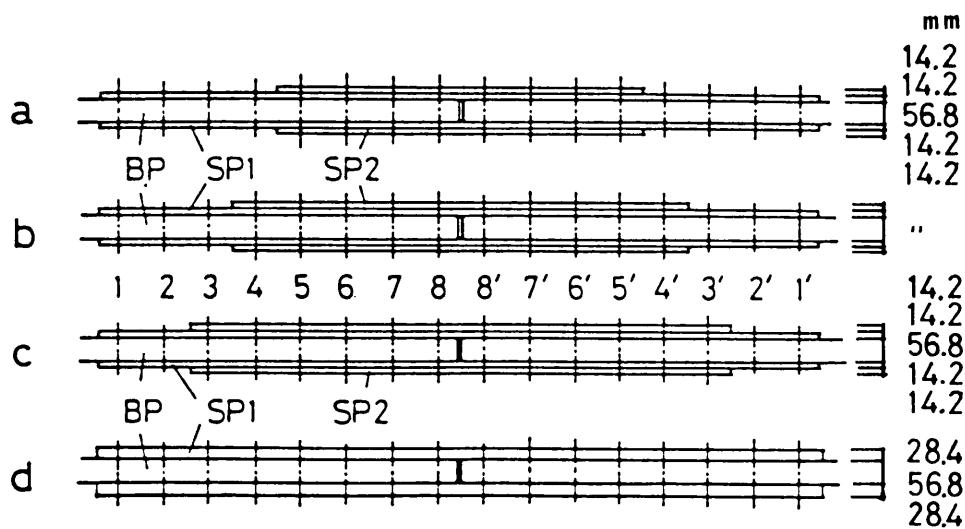


図 6-3-10 (a) 外側添接板の長さの影響を調べるための供試体
(F10T-M22, SM50, $n=8$, $\rho=0.8$, $N_{in}=20.48$ ton, $\eta=1.0$, $\kappa=0.9$)

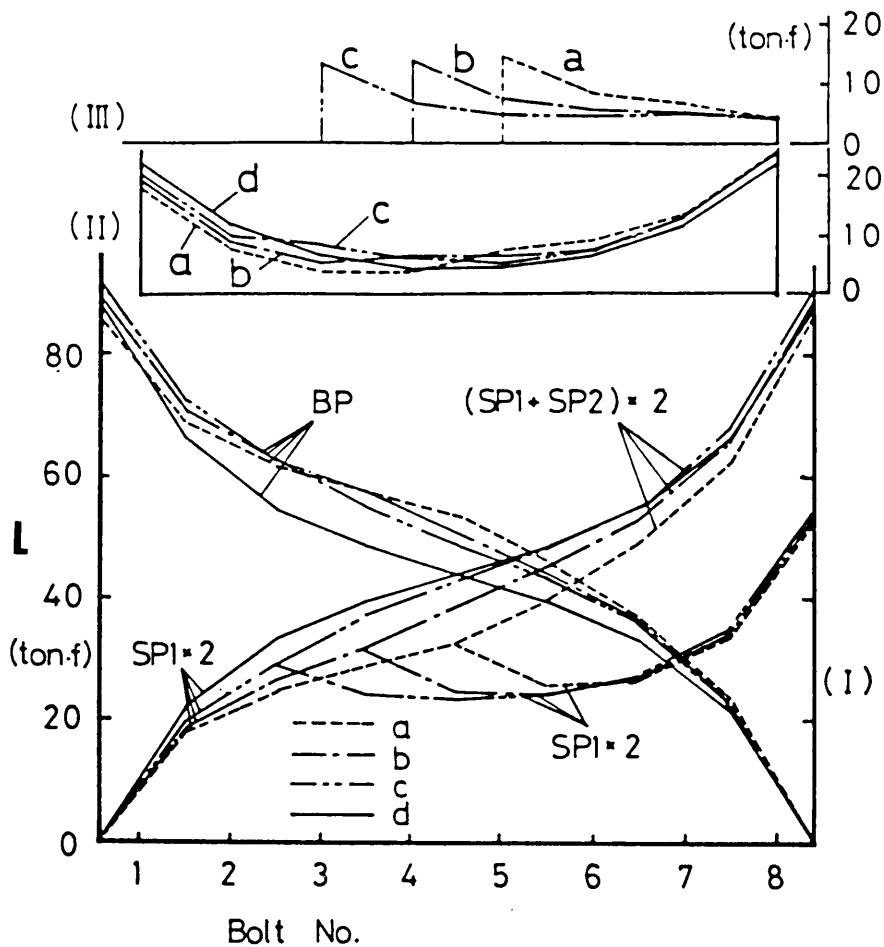


図 6-3-10 (b) 外側添接板の長さの影響 (内部応力分布と摩擦力分布の比較)

図 6-3-10 (b)の(I)は母材および添接板の内部応力分布を示したもので、2枚添接板継手の場合の添接板に関しては両添接板の内部応力を加算して示している。(II)と(III)はそれぞれ母材－内側添接板間、外側－内側添接板間に働く摩擦力の分布形状を示したものである。外側添接板の長さを $a \rightarrow b \rightarrow c$ のように延長すると、継手の内部応力を加算した分布曲線は通常の突合せ継手(ケースd)の場合に漸近し、母材の切れている所における内外側添接板相互の応力分担の不均衡も解消される方向に向かう。しかし、外側添接板を延長するのは2枚添接板継手の経済性を次第に損なうことになる。また、多列ボルト継手ではボルト数本分外側添接板を延長したとしても、この効果はあまり期待できない。

図 6-3-11 は1枚添接板と2枚添接板継手のすべり荷重を5種類のボルト列数(4、6、8、10、12列)について数値実験によって求めた結果を示したものである。2枚添接板継手の主すべり耐力 L_{ms} は1枚添接板の場合に対して若干低い(約0.9~1.4%低下)ものの両者には殆ど差が見られなかった。これは第4章で紹介した本四公団による継手の静的引張試験結果とも対応している。すなわち、そこではボルト列12列の継手に対して1枚添接板(供試体番号D-1, 2, 3)と2枚添接板継手(供試体番号E-1, 2, 3)のすべり荷重を得ているが、両者の値は非常に近く(平均で、2枚添接板継手の方が0.4%低い)、場合によっては2枚添接板継手の方が大きな値を示すことがあった。従って、主すべりに関しては同程度の耐荷力を有すると見て良いであろう。しかし、第1ボルト部の微小すべり荷重値 L_{ps} には明確に差が現れており、1枚添接板継手に対して1~2割程度低くなっている。

第5章では 200万回換算疲れ強さと第1ボルトのすべり発生限界応力との比較を行ない、相関式(5-2-2)または式(5-2-3)を求めている。試みに式(5-2-2)を用いて各ボルト列数(n)に対する疲労応力範囲 σ_r を計算したところ、下表のような結果が得られた。

n	4	6	8	10	12
1枚添接板継手	18.6	17.5	17.0	16.5	16.2
2枚添接板継手	17.4	16.8	16.4	16.1	15.8

表 6- 1 第1ボルトのすべり発生限界応力から相関式(5-2-2)を用いて推定した、
200万回換算疲れ強さ σ_r (単位 kg / mm²)

2枚添接板継手の疲労応力範囲 σ_r は1枚添接板継手の σ_r に対して低く、その差はボルト列数で2~3列分に相当する(横軸にボルト列数を取り、縦軸に σ_r をとったときに2枚添接板継手の関係曲線を1枚添接板継手の関係曲線に重ねるためにはボルト列数で2

～3列の平行移動が必要である)。

2枚添接板継手の疲れ強さはまだ明らかとなっておらず、今後の試験結果を待つ必要があるが、以上の計算結果から基本疲労許容応力範囲を定めるとするならば、例えば次のような式が考えられよう。

ボルト4本まで	$\sigma_{f0} = 1530$	kg/cm^2] (6- 3- 6)
5～13本	$\sigma_{f0} = 1530 - 53.3(n - 4)$		
13本以上	$\sigma_{f0} = 1050$		

上式はボルト本数4本で $\sigma_{f0} = 1530 \text{ kg/cm}^2$ を変えずに、13本 ($16 - 3 = 13$ 本) でCランクに落としたものである。

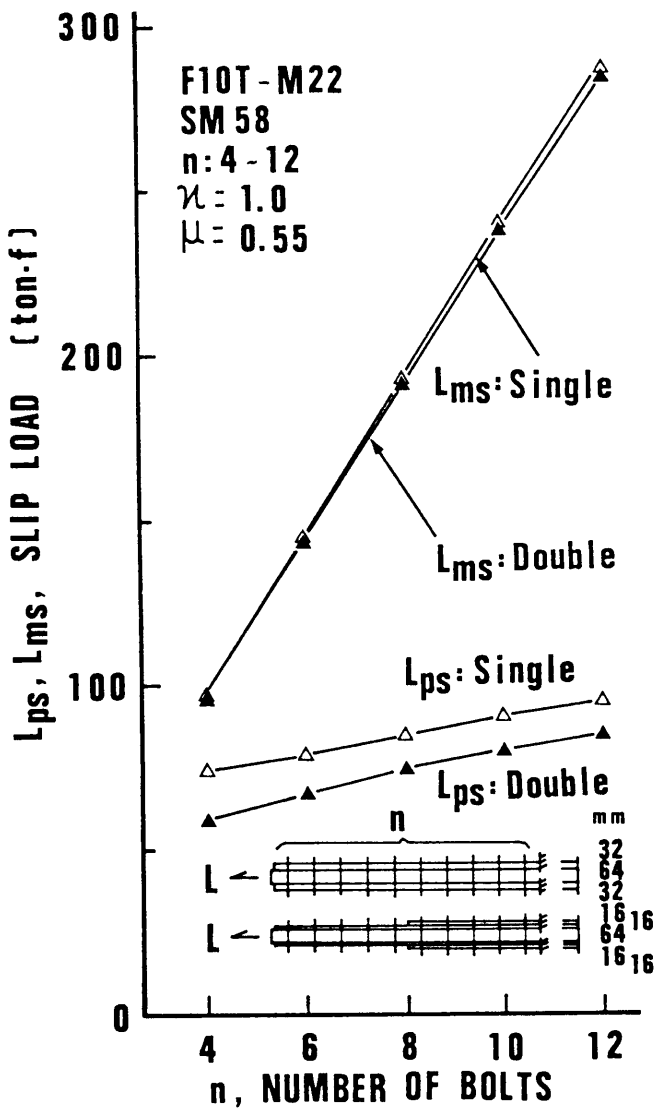


図 6-3-11 1枚添接板と2枚添接板継手のすべり荷重の比較

6・3・7 ボルト配置の影響

ボルト配置の影響、すなわちボルトを千鳥に配置した場合やコーナーカットなどを想定した変則的配置の場合の継手性能については既に第5章の「相対的疲れ強さの推定」で述べた。そこでは数値実験用供試体として、全て3ゲージラインを有する千鳥配置高力ボルト継手（図 5-3-1）を用い、P I F E Sモデルによる一連の解析を行なっている。これによってボルト配置が継手のすべり特性に及ぼす影響を明らかにし、さらに第1ボルトの微小すべり発生限界荷重から、片振り応力に対する相対的な疲れ強さを推定する試みを行なっている。この数値解析による検討結果をまとめると次のようになる。

- ・ ボルトを千鳥に配置するときの配置角度の影響は主すべり荷重には殆ど現われな
い。しかし、第1ボルトの微小すべり限界荷重に対してはその影響が見られ、配置角
度が多い（ピッチが小さい）ほど微小すべり限界荷重が上昇する。
- ・ 千鳥配置継手の主すべり荷重は1ゲージ当たりの単純平均ボルト列数 \bar{n} で整理する
と、単一ゲージ継手の主すべり荷重に非常に良く一致する。しかし、第1ボルトの微
小すべり限界荷重を \bar{n} で整理した場合には、単一ゲージ継手の微小すべり限界荷重よ
りも低くなる。
- ・ これは千鳥配置継手の端ボルト本数が少ない（今回の解析例では、ゲージライン数
3に対して端ボルト本数は2である）ため応力が集中することによるものであると思
われる。コーナーカットのある継手を想定して、端ボルト本数を1本としたケースC
の場合には、さらに微小すべり荷重が低下したことを考え併せると、やはり端ボルト
本数が微小すべり荷重に影響するのであろう。
- ・ 摩擦接合継手の疲れ強さについて国鉄標準ではボルト本数に応じて、A（1～4本）、
A'（5～15本）およびC（16本以上）の3ランクを設定し、漸次低減することになっ
ているが、千鳥配置継手の場合のボルト本数の数え方は明記されていない。この点に
ついて§5・2で論じた、第1ボルトの微小すべり発生限界応力と200万回換算疲れ
強さとの相関性に基づいて換算ボルト本数を求めたところ、千鳥配置の場合は1ゲ
ージラインに含まれるボルト本数の最大値で読み替えても一般に差し支えないと結論づ
けられる結果が得られた。

千鳥配置継手の疲労試験結果はボルト列が数列の場合のものはあるが、多列のものは試
験装置の容量もかなり大きなものを必要とするため、現在のところでは殆ど無い。今後こ
の方面の実証的研究が望まれるものである。

6・4 第6章 結語

高力ボルト摩擦接合継手の内部応力分布性状や局所的な微小すべり特性については、過去においては支圧型継手の場合ほど重要視されてはいなかった。しかし、より合理的な継手の設計には主すべり以前のこれらの特性を明らかにする必要がある、さらに継手に高度の応力が繰返し作用する場合に対する疲れ強さとの因果関係を究明する必要もあると考えられる。

本章では突合せ型摩擦接合継手に対して、ボルト配置間隔、すべり応力比、断面の充実率、ボルト軸力分布、ボルト列数、変断面継手およびボルト配置などの形状因子が主すべり以前の継手特性に与える影響を剛体－ばねモデルあるいは有限要素－せん断ばねモデルを用いた数値実験により明らかにすることを試みた。

一連の解析により、継手片の形状効果は主すべり荷重には殆ど影響しないのに対して微小すべり特性および内部応力伝達性状に種々の影響を与えることが明らかとなった。

”ボルト列数の影響（§ 6・3・5）”においては限界最大ボルト列数に関する考察を行なった。まず始めに微小すべりによってボルト軸中心が移動してボルトが支圧状態になる場合を限界とする方法により推定を行なった。ボルト列数22列までの解析の結果、ボルト軸中心の移動量は僅かであり、最大でも1mm弱であることが判った。従って、この判定方法では限界最大ボルト列数が非常に多くなることになり、今回の解析範囲内では限界値を定めることができなかった。これはまた、ボルト孔のクリアランスが適切であることをも意味するものである。

次に、第5章で述べた第1ボルトの微小すべり発生限界荷重と疲れ強さとの相関を仮に認めた場合の極めて大雑把な限界最大ボルト列数の推定を行なった。この推定法方は摩擦面の劣化現象に関するものであり、すべりに対する許容許容力いっぱいまでの片振り応力作用下において逆すべりが発生しないようなボルト列数を限界最大ボルト列数とするものである。これによれば限界最大ボルト列数はおよそ14～18列であることが判った。しかし、この限界列数は作用応力を小さくすればいくらかでも多くできるものである。例えば、国鉄設計標準ではボルト列16列以上の継手に対する基本疲労許容応力範囲としてはCランク（ $\sigma_{fo} = 1050 \text{ kg/cm}^2$ ）としており、上記の限界ボルト列数である14～18列では基本許容応力が抑えられることになる。Cランクの基本疲労許容応力範囲は、主すべり荷重と純断面降伏荷重を一致させるバランスド・デザインを考えると、41キロ鋼で約 2/3、50キロ鋼では約 1/2に相当するので、限界最大ボルト列数はさらに増えることになる（22列以上）。

§ 6・3・6では添接板を2枚重ねとして変断面としたときの影響について検討した。RBSMを用いた解析を行なったところ、主すべり荷重値は一般の突合せ継手と殆ど変わらなかったが、端ボルトの微小すべり荷重は幾分早く起きることが判った。また、2枚添接板継手では母材の切れているところの継手中央部における母材－内側添接板間に最も大きな応力集中が生じることが明かとなった。従って、最初の微小すべりもこの箇所で起きる。さらに、内側添接板は外側添接板よりも分担応力が大きいことが判った。2枚添接板継手の設計に於いてはこれらの点に留意する必要がある。この応力分担の不均衡量は微小すべり発生以前の弾性状態で最も大きく（例えば、ボルト列12列の場合の試算では、内側添接板、外側添接板の応力分担率はそれぞれ 59.5%、40.5%である）、端部ボルトから微小すべりが生じるに連れて徐々に小さくなる傾向がある（同継手のすべりに対する許容力と同レベルの荷重下において、それぞれ 57.5%、42.5%）。応力分担の不均衡を改善するための方法、例えば添接板の総重量を一定として内外の添接板の板厚を調整する方法、について検討したが、妙案を探し出すことはできなかった。従って、あとは外側添接板の長さをボルト数本分延長することが考えられるが、これではせつかくの2枚添接板継手のメリットを損なうことになり、また多列ボルト継手ではこの効果が少ないことなどからあまり得策であるとは言い難い。しかし、静的引張荷重に対しては2枚添接板継手の主すべり荷重値は一般の突合せ継手と殆ど変わらない訳であるから、内側添接板の応力分担の問題を解決しさえすれば（これは分担応力に対して内側添接板の純断面が降伏しないように設計すればいいことであり、極く簡単なことである）、合理的な継手であると言える。2枚添接板継手の疲労設計に関する考察も行なったが、一般の突合せ継手の疲れ強さよりも幾分低下することが予測される結果が得られた。これに基づいて2枚添接板継手の基本疲労許容応力範囲を与える式を試みに作成した。

第7章 純曲げ応力場におけるプレートガーダー継手のすべり挙動解析

7・1 序

プレートガーダーのウェブの高力ボルト摩擦接合継手の設計は、昭和55年の道路橋示方書の改訂および昭和58年の国鉄建造物設計標準の改訂に伴い、若干改められた。すなわち、ボルト周縁に働く摩擦力は作用応力の反作用として生じるものであるので、ボルト配置は作用応力に比例したものとするのが良いとする考え方に基づいた改訂がなされた。この改定によって、ウェブの繊維応力分布に応じて各水平方向ボルト列を定めることになり、幾分合理的と思われる方法が採られるようになった。しかし、プレートガーダーの継手には未だ議論されなければならない問題が残されている。

例えば、曲げモーメントはフランジ継手で負担させ、またせん断力はウェブ継手で負担させれば良いとする考え方（これは、ウェブに等級の低い鋼種を使い、その両縁端部は一部分降伏を許して経済効果を考える、ハイブリッド桁の考え方と共通する）があり、この点については十分な検討がなされていない。また、プレートガーダー継手の設計は一般のものに比べて非常に安全性が高いとする意見もある¹⁸⁾。さらに、曲げを受けるプレートガーダーの主すべり限界荷重についても明らかにされていない部分があり、将来、限界状態設計法へ移行するような場合があるとしたら、これに対する検討は未だ不足している。本論文においては、摩擦接合継手の限界状態を主すべり発生時としている。これは摩擦接合継手本来の設計思想である、「摩擦力を用いて作用外力に抵抗する」という考え方が成立しなくなる限界でもあるが、同時に、主すべりを起こしたときの橋桁の垂直方向たわみによって角折れが生じ、走行車両の走行性に悪影響を及ぼす恐れのある、いわゆる使用限界でもあると考えている。

プレートガーダー継手に関する種々の問題はフランジ継手およびウェブ継手の組み合わせ効果の問題やボルトの微小すべりの問題、さらには継手疲労の問題などを総合的に考察した上で解決されなければならない。この種の実験的研究は建築工学における梁の継手を扱ったもの〔例えば、67)～69)〕や、土木工学においてはプレートガーダー継手を扱ったもの〔例えば、1), 5), 9)〕などがあり、引張応力場のすべり強度試験に比べればはるかに少ないものの、その報告例は少なくはない。しかし、数値解析例は全く見受けられず、このために実験結果を活かしきれていないように思われる。数値解析が行なわれていない理由は、継手の摩擦面上に不連続に発生するすべりの取り扱いが面倒であること、またボルト位置付近における複雑な境界条件の定式化が困難であるためである。

前章までは引張応力場でのすべり挙動解析を扱って来たが、本章では、そこで用いられた有限要素－ばねモデルを曲げ応力場、すなわち引張応力と圧縮応力が混在している場合にも適用できるように発展させ、これを用いて上記のような問題を解析的に明らかにする。

§ 7・2 では、基礎的な検討を行っており、まずプレートガーダーのウェブ部分のみを取り出して考え、面内純曲げ応力場における摩擦継手のすべり問題を扱う。そこでは最初に、継手のボルト付近の複雑な境界条件に対して、連続した2枚の板（母材と添接板）とそれらをせん断ばねで連結した、簡略モデルを用いた場合の解析精度を文献 9) の純曲げ試験結果との比較により吟味した結果について述べる。さらに純曲げ応力場におけるプレートガーダーのウェブ継手の形状効果について、4種類の供試体を用いた数値解析を通して明らかにする。

§ 7・3 ではプレートガーダー継手全体系のすべり特性について論じる。昭和55年および昭和58年に相次いで改定された、プレートガーダー継手に関する現行規準は弾性変形状態における設計法であり、まだ摩擦接合の特性を十分に考慮したものとなっていない。すなわち、一つはボルト群全体としての効果を考慮すべき点、また一つはウェブ継手とフランジ継手の組み合わせ効果を考えるべき点が残されている。このような問題に対して § 7・3 では、2種類のウェブ継手と3種類のフランジ継手およびそれらの組み合わせの計11種類の継手に対してすべり強度試験を行なった結果を示し、さらに疑似立体解析の手法を用いて継手内部の応力の流れやフランジ継手とウェブ継手の組み合わせ効果などを検討した結果について述べ、より合理的な、しかも現行のものよりも簡易な設計法を提案する。

7・2 ウェブ継手のすべり挙動解析

ウェブ継手には一般にモーメントとせん断力が作用する。このうち、作用モーメントに対してはウェブ端部（上下フランジに近い所）に生じる応力が大きいため、必然的にその部分の必要ボルト本数が多くなる。一方、中立軸付近の応力は殆ど無いので、この部分の必要ボルト本数はせん断力で決定される。大型のはりの継手ではせん断力に対して余裕があるため、ボルト配置はモーメントの大きさにほぼ比例した形となる。従って、端ボルトの最大縁端距離を考慮すれば、添接板の形状もモーメントにほぼ比例した形となる。このことから、添接板は、主としてモーメントを伝達するためのモーメントプレートと、主としてせん断力を伝達するためのシェアプレートに分けて設計される場合が多い。

このような2種類の添接板を設ける設計方法に対して、最近ではモーメントプレート部のボルト列のうち、シェアプレート部のボルト列よりも多いボルトに対して、これをフランジに肩代わりさせることによって省き、これによってウェブ部のボルト列数を同一とし、添接板を一枚とするような設計をする事例が出て来ている。この設計法は、モーメントはフランジで分担させ、せん断力はウェブ部で分担させれば良いとする考え方に基づいたのもであるが、このような設計の良否の判断はフランジとウェブの境界付近応力の連続性やすべり強度の変化などについてももう少し詳しく検討する必要があるように思われる。フランジとウェブの相互作用を考慮した検討結果については§7・3で述べ、またせん断力と曲げモーメントが同時に作用する場合については§8で述べることにし、ここでは純曲げを受けるウェブ継手の基本的なすべり特性について詳述する。

ウェブ継手においては、ボルト配置がすべり強度に及ぼす影響を調べる必要がある。この検討は同時に、添接板をモーメントプレートとシェアプレートに分割したときの効果についても調べることになる。また、ウェブ継手では通常の設計法によって必要ボルト本数を算出した場合には、フランジに近いウェブ端部ボルト列のボルト本数を1列程度減らしても、中立軸付近のボルトに応力的な余裕があるので全ボルト群のすべり強度は設計すべり強度を満足するはずであるという考え方がある。この点についても二三の解析例に基づいて説明する。

7・2・1 ウェブ継手のすべり挙動解析モデルと解析手法

ここで扱う継手は理想化されたものであり、図 7-2-1 (a)に示すようにプレートガーダーのウェブ継手を取り出して考え、純粹に板の面内曲げ応力場を扱うことにする。このような理想化によってフランジとの組み合わせ効果のない、基礎的な問題の検討を行なう。

継手の離散化手法は基本的には2章で述べたものと同じである。対称条件により薄墨で示された全体の1/4部分を取り出し、図 7-2-1 (b)に示すように、継手片は有限要素でモデル化する。

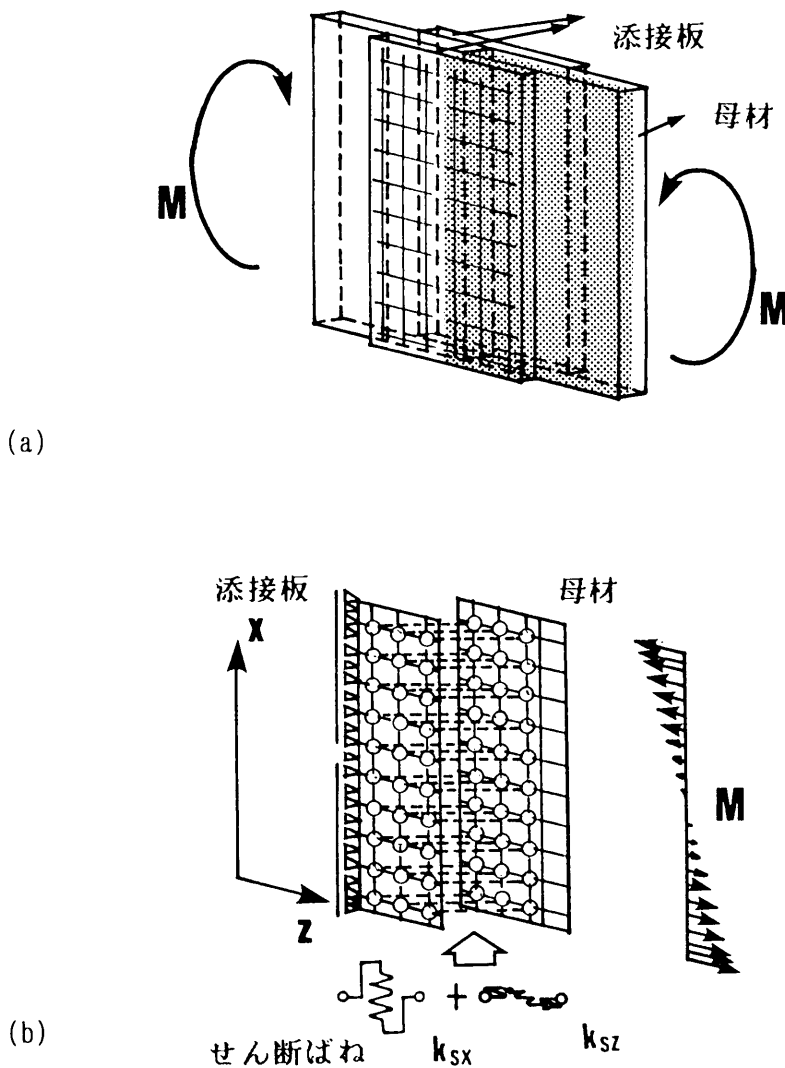


図 7-2-1 ウェブ継手のすべり解析における離散化方法

ボルトの締付け効果はせん断ばねで表現することにし、これを x 、 z 両軸に平行に取り付けた解析モデルを用いることにする。ただし、作用力が曲げモーメントであることにより、以下に示すような計算精度に関する検討と、圧縮力が作用した時のボルト軸力変化に関する処理方法などについていくつかの変更が必要である。

形状関数に双1次形を用いた一般の長方形有限要素では、計8個の変形モードの中に曲げ変形モードが無いため、要素メッシュをかなり細かくする必要がある。これに対しては、非適合要素や高次要素を使用することが考えられている。非適合要素は数種類考案されているが^{56), 70)}、長方形双1次要素と梁理論の歪みエネルギーの比を、できるだけ1〔実際には $1/(1 - \nu^2)$ 、ここで ν はポアソン比〕に近づけるように工夫したものが良く使われている (Appendix - 10. 参照)。

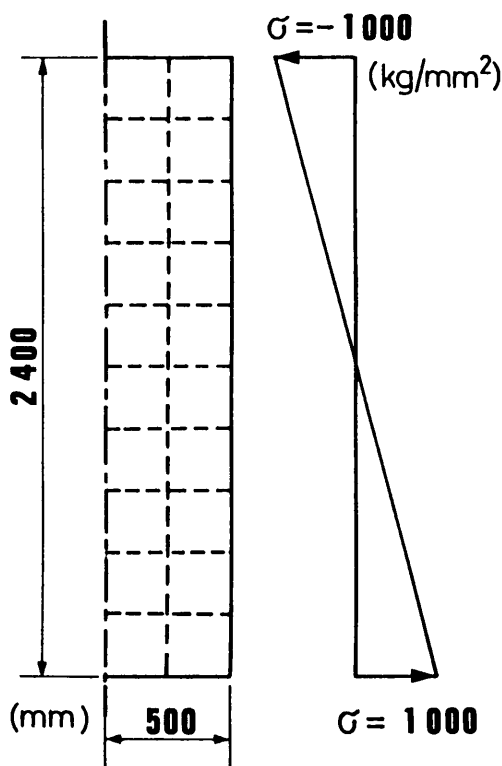
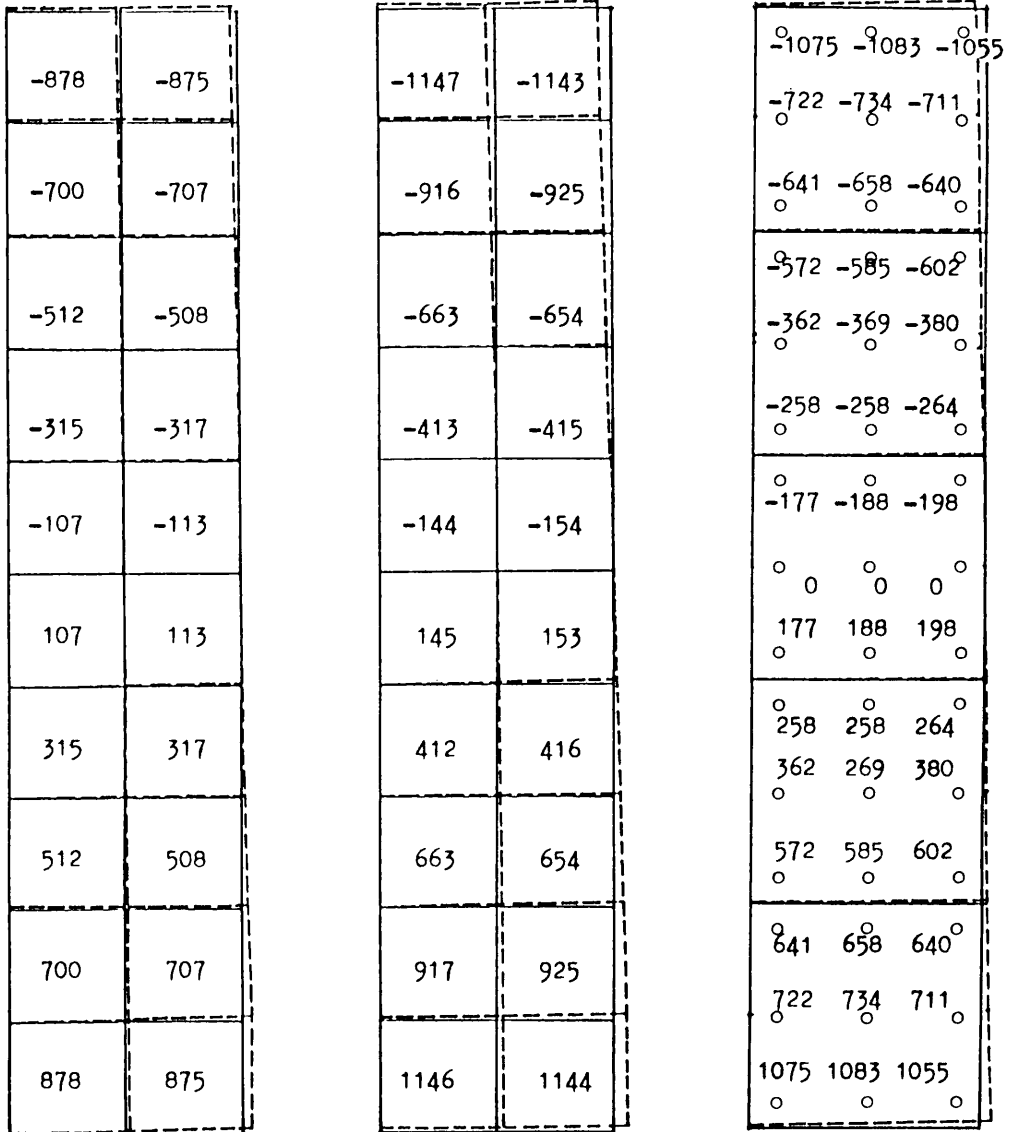


図 7-2-2 解析精度確認のための供試体モデル (板厚13mm)

一方、高次要素としては8節点アイソパラメトリック要素（Parabolic Isoparametric Finite Element：PIFE）が一般に良く使われている。これら3種類の有限要素を用いて、図 7-2-2に示すような面内の純曲げを受ける板の解析を試みた。図 7-2-3にはメッシュ分割方法と計算結果（変形および応力度）を示した。



長方形双1次要素

長方形非適合要素

PIFE

図 7-2-3 面内曲げ問題解析結果

非適合要素は長方形双1次要素に比べて曲げに敏感であり、その内部応力は幾分大きめの値となっている。PIFEによる結果は他の長方形要素の中間的なものとなっている。応力値もほぼ理論値（Appendix - 11. 参照）に近い結果が得られており、しかも他の要素に比べて、中央節点を省くことができるため計算自由度を少なくできる利点がある。以上の検討結果より、継手の離散化にPIFEを用いれば良好な結果が得られるものと判断された。

初期ばね定数はすでに第2章で展開したものと同一ものを用いる。しかし、すべり限界せん断力については、圧縮場に対して新たに設定する必要がある。

本解析においては、ポアソン比 ν によって継手が痩せたり太ったりすることを考慮し、これに伴ってボルト軸力 N は導入軸力 N_{in} よりも減少または増加すると仮定する。すなわち、任意の応力状態（ $\sigma_z^{BP}, \sigma_z^{SP}$ ）におけるボルト軸力の一般式は、第2章で既に記したように、次のように表わされる。

$$N = N_{in} + (A_{Be} E \Delta t) / t_0 \quad \dots\dots\dots (2-3-37)$$

ここで、 $A_{Be}E$ はボルトの伸び剛性、 t_0 は初期板厚であり、また板厚の変化量 Δt は次式となる。

$$\Delta t = - \nu (\sigma_z^{BP} t_{BP} + 2 \sigma_z^{SP} t_{SP}) / E \quad \dots\dots\dots (2-3-38)$$

このような仮定の妥当性は、引張応力場における継手の痩せについて、第4章で検証した。しかし、圧縮応力場での検討はまだ行なっておらず、本解析を通して明らかにする必要がある。

解析手法は基本的には第3章で述べたものと同じである。すなわち、解析系は微小すべりが発生した後は非線形となるので、これを直接繰返し法で解くことにした。また、主すべり近傍では非線形性が特に強くなるため、解が安定した状態で求められるように、強制変位による計算を行なうことにした。

強制変位は図 7-2-4に示すように、まず初期曲率を与え、これを実数倍した増分曲率を加え合わせて行く方法を探った。また、拘束条件として、対称性によって添接板の中央部の各節点を z 方向について拘束し、さらに外的安定性を保つために、中間の1節点を x 方向に拘束した。

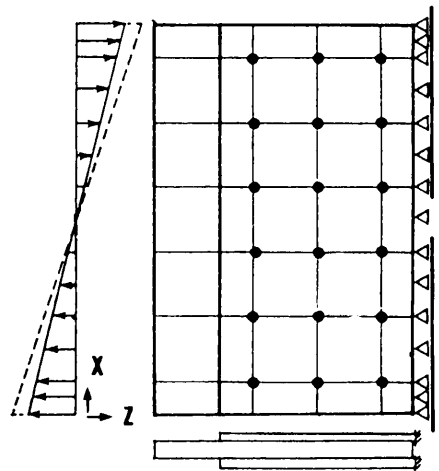


図 7-2-4 ウェブのすべり挙動解析における拘束条件と強制変位の与え方

7・2・2 純曲げ試験結果との比較

解析モデルの精度を調べるために、文献 3) の純曲げ試験結果との比較を行なった。図 7-2-5 に文献 3) で用いられた試験体の略図を示す。試験体は単純支持されたプレートガーダーであり、その中央継手部の一部はフランジがはずされている。試験はそのウェブのみの継手部分に対して、繊維応力分布にすべり抵抗力を比例させるようにボルトを不規則配列した (a) 供試体と、繊維応力分布にとらわれず、規則配列した (b) 供試体の 2 体で行なった。

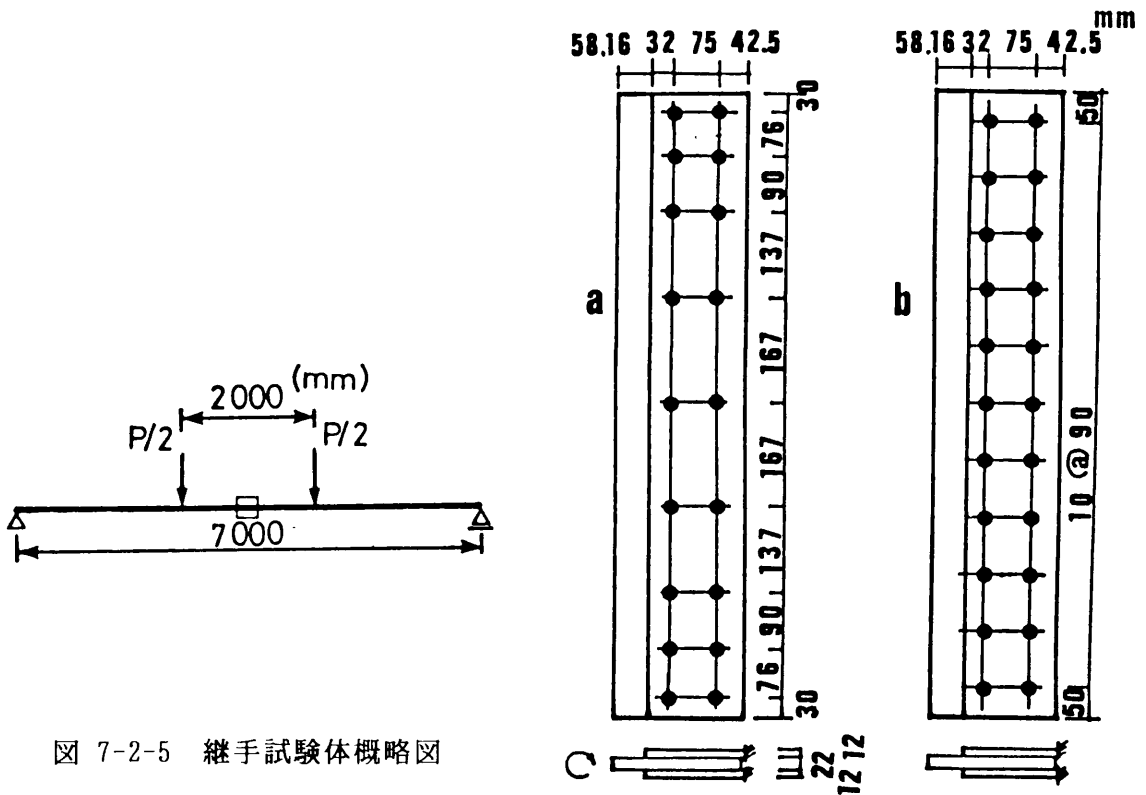


図 7-2-5 継手試験体概略図

母材及び添接板の材料はSS41であり、高力ボルトは F9T、W7/8 が用いられている。

数値解析は対称性を考慮して、継手中央の垂直対称面から半分を取り出して行なうことにした。また、表 7-1 に示すような諸係数を用いた。ここで、 ϕ および ψ は第 2 章で述べた、初期せん断ばね定数を定めるために必要な補正係数である。またこの中で継手のすべり強度に大きな影響を及ぼすのは摩擦係数 μ と初期ボルト軸力 N_{in} であるが、実験ではこれらの量を直接測定しておらず、したがって予備試験の結果を参考にした。すなわち、摩

擦係数は通常すべり係数よりも数パーセント高い値となることから、予備試験（ボルト列2列の引張試験）によって得られたすべり係数(0.617, 0.635)のうち大きい方の値を用いた。

また初期ボルト軸力は、実験で設計ボルト軸力の約80%の14 ton を導入しており、この値をそのまま用いている。

高 力 ボ ル ト	$N_{in} = 14.0 \text{ ton}$ $l_G = 46.0 \text{ mm}$ $l_B = 41.0 \text{ mm}$ $n = 2$ $\sigma_y = 0.090 \text{ t/mm}^2$
継 手 片	$E = 21 \text{ t/mm}^2$ $\nu = 0.3$ $\mu = 0.635$ $\phi = 0.40$ $\psi = 1.30$

表 7-1 すべり強度解析に用いた諸係数

図 7-2-6は (a)タイプ継手の要素分割方法とモーメント $M=34.7 \text{ tm}$ が作用したときのガウスポイントにおける主応力を示したものである。ここで主応力の矢印はそれぞれ $\leftarrow\rightarrow$ が引張応力、 $\rightarrow\leftarrow$ が圧縮応力を示している。

ここに示した応力分布形態は実験結果と良く合致した。

1000kg/cm²

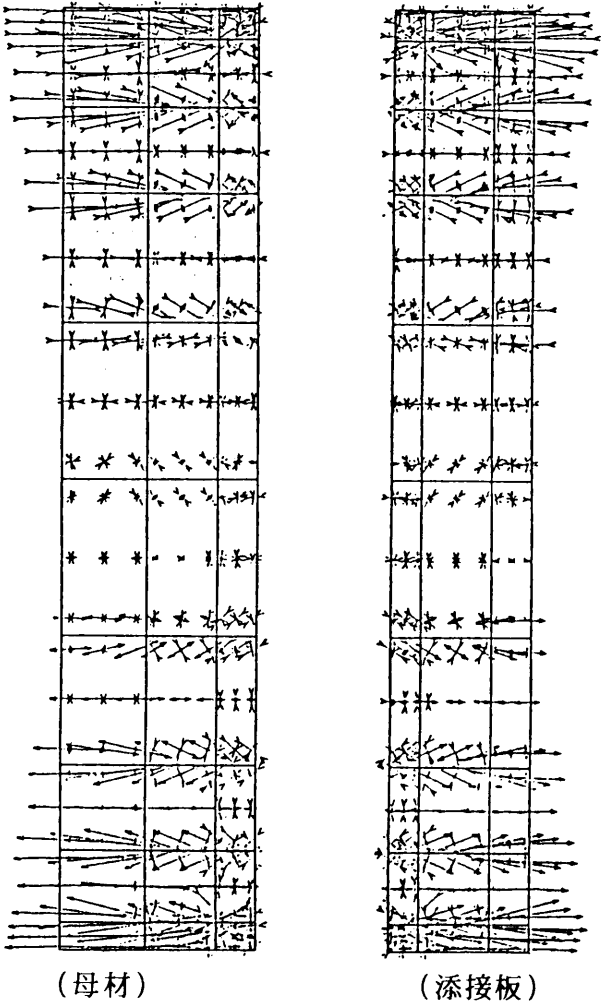
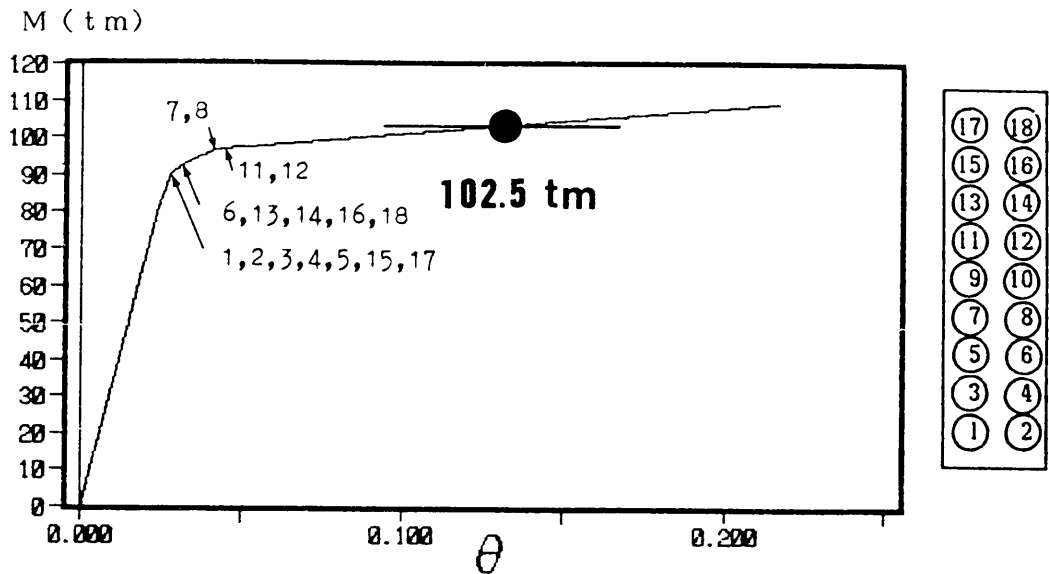
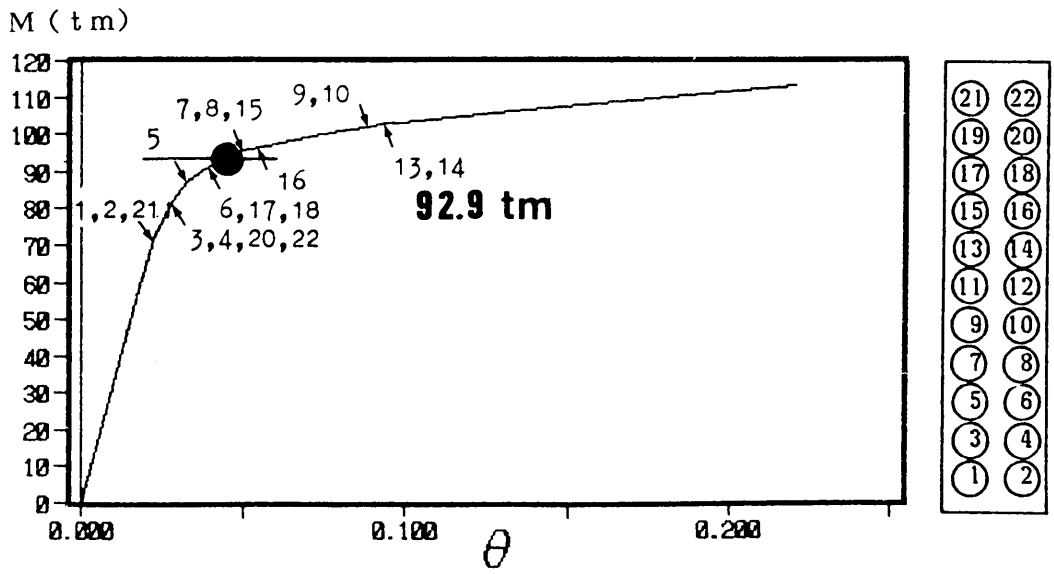


図 7-2-6 要素分割例と内部応力分布図
(不規則配置継手(a) ; $M=34.7 \text{ tm}$)

図 7-2-7にすべり強度解析で得られたモーメント (M) - 曲率 (θ : degree 単位)関係と各ボルトの微小すべり発生時期を示した。ただし、図中の数字は右図に示すボルト番号である。(a)、(b) 両タイプの継手ともウェブの上下縁のボルトのすべり量がボルト孔のクリアランスの 1/2以上となった所で計算を打ち切っている。



(a) 不規則配置継手



(b) 規則配置継手

図 7-2-7 純曲げ試験結果との比較 (M - θ 曲線)

繊維応力分布に比例したボルト配置の (a) タイプは殆どのボルトがほぼ同じ荷重段階で微小すべりを起こしている。このため $M-\theta$ 曲線はバイリニア型に近いものとなっている。

一方、規則配置された (b) タイプ継手は荷重段階の広い範囲に渡って微小すべりが起こっており、微小すべりと応力の再分配が次々に生じていることが分かる。

純曲げ試験では、主すべり発生時点の荷重値はそれぞれ $P = 82.0 \text{ ton}$ (a タイプ)、 $P = 74.3 \text{ ton}$ (b タイプ) と報告されている。これを接合位置の曲げモーメントに換算すると、それぞれ $M = 102.5 \text{ tm}$ (a)、 $M = 92.9 \text{ tm}$ (b) となる [図中黒丸印で示した]。

解析結果の $M-\theta$ 曲線は折れ曲がった後も、モーメントが漸増している。そこで図 7-2-8 に示すように、弾性変形状態における曲線の接線と、殆どのボルトに微小すべりが発生した後の曲線の接線との交点を実用上のすべり強度と見做すことにするならば、a タイプでは実験値がやや大きく、また b タイプでは実験値がやや小さいが、解析結果と実験結果は良く合致していると思われる。

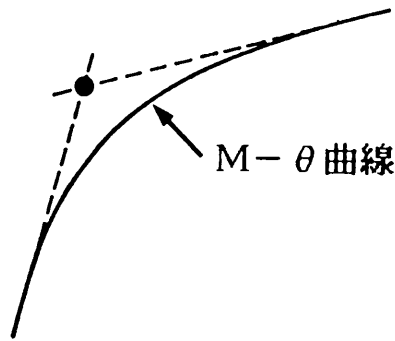


図 7-2-8 $M-\theta$ 曲線によるすべり強度の推定方法

純曲げモーメント作用下でのすべり強度は、引張応力域と圧縮応力域が存在するため、初期ボルト軸力そのままの値に摩擦係数とせん断面の数を乗じたすべり抵抗力に中立軸からの距離を乗じて計算される全抵抗モーメント (軸力 14 ton 、すべり係数を摩擦係数の 95% 、すなわち 0.603 としたとき、a タイプは 90.2 tm 、b タイプは 91.2 tm となる) に近い値となっている。

演算打ち切り時の最終的なすべり強度が実験値よりも幾分高いのは、すべり現象を静的に解析しているためと、微小すべりの方向が水平 (z 軸) 方向と多少角度を持つのに対して、本解析ではせん断ばねを座標軸方向に固定しているためであると思われる。曲げモーメントとせん断力が複合して作用する場合には、すべりの方向は座標軸に対して相当傾くことが予想されるので、ばねの軸とすべりの方向を一致させる工夫が必要になると思われる。

図 7-2-9に、規則配置 (bタイ°) 継手の載荷側ボルト位置 (図 7-3-3参照) におけるせん断力分布を示した。横軸はボルト番号である。

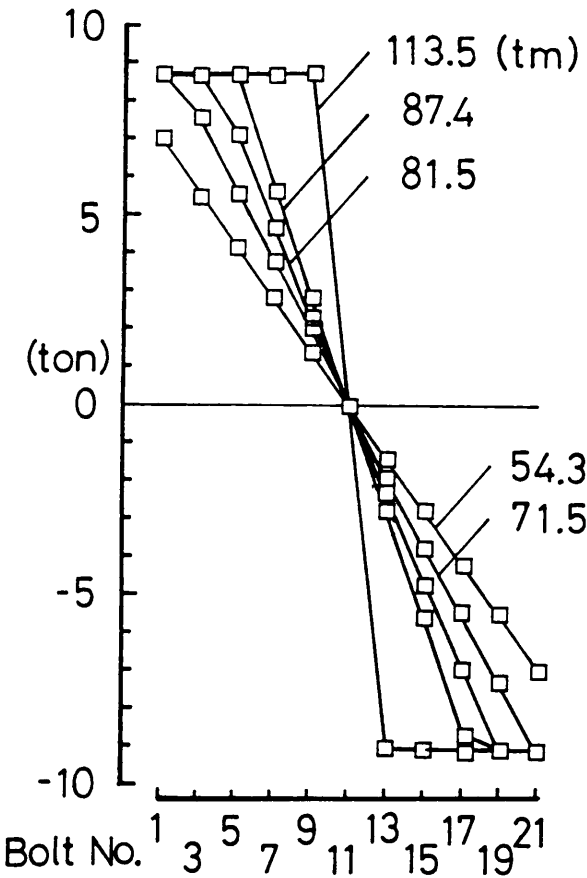


図 7-2-9 載荷側ボルトのせん断力分布

初期導入軸力を14.0 ton、摩擦係数を 0.635としたので無載荷時のすべり限界せん断力 S_o^* は約 8.9 tonである。圧縮側、引張側のすべり限界はそれぞれ S_o^* よりも、荷重の大きさに応じて、数パーセント増減している。ウェブの上下縁ボルトから順にすべり限界に達し、いわば弾塑性的な挙動を示していることが分かる。また、微小すべりは圧縮側よりも引張側の方でやや早い時期に生じている。

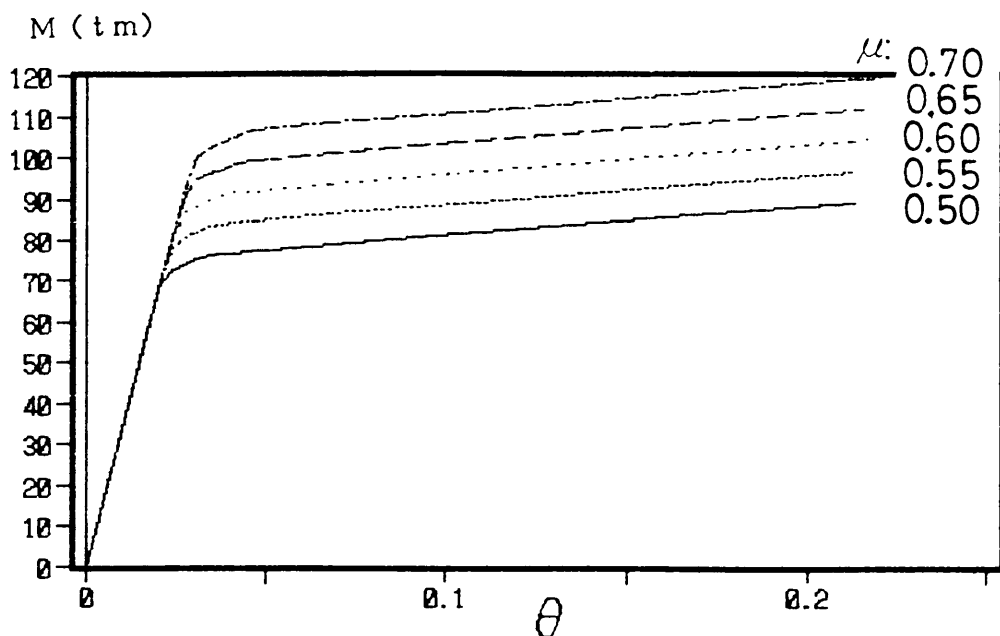


図 7-2-10 摩擦係数をパラメータとしたときの $M-\theta$ 曲線 (aタイプ)

図 7-2-10 は a タイプの継手に対して、摩擦係数 μ がすべり強度特性に及ぼす影響を解析により調べたものである。摩擦係数は 0.50~0.70 まで 0.05 刻みで変化させている。微小すべり発生以前の $M-\theta$ 曲線の傾きは摩擦係数に影響されなが、殆どのボルトがすべつて $M-\theta$ 曲線が折れ曲がる位置、すなわちすべり強度は摩擦係数とほぼ線形関係にある。

これまでに示した純曲げ試験結果と解析結果との比較から、摩擦係数さえ実験によって精確に把握することができれば、曲げ試験を数値解析により再現することができ、かなりの精度ですべり強度を推定することが可能であることが分かる。次節ではこの結果に基づき、ボルト配置がすべり強度に及ぼす影響について検討した結果について述べる。

7・2・3 ウェブ継手の数値解析例と考察

本解析手法を用いてウェブ継手のすべり強度に関する簡単な数値実験を試み、継手形状およびボルト配置によるすべり特性について検討した。供試体はウェブ高さ 480mm、設計曲げモーメント20 tm、高力ボルトはF10T-M22、ゲージは80mm、ボルト行は6行に固定という条件に基づいて設計することにした。

現行の設計によれば、必要ボルト本数はウェブの部材端から中立軸に向かうボルト行に対して、4本、3本、2本である。このように必要ボルト本数はほぼ繊維応力分布に比例することになるので、一般には添接板を2種類（モーメントプレートとシェアプレート）用意し、それぞれの添接板においてはボルト列数を揃えるようにしている。しかし、ここではボルト列数が繊維応力分布に比例するような配置をした継手を基本形とし、この基本形に対してボルト配置や添接板枚数を変えたときの影響を調べることにした。

数値実験供試体の寸法図を図 7-4-1に示す。供試体は4種類であり、

1) ボルト配置を繊維応力に比例するように定めた c432（片側添接板枚数 3枚）

... 基本形、

2) モーメントプレートのボルト列数を同数とした c442（同、3枚）、

3) ボルト列数を全て同数としたc333（同、1枚）、及び、

4) そのときの片側添接板枚数が3枚の場合のd333

とした。また、母材の寸法は全て同一とし、ボルト導入軸力は14.0 ton、摩擦係数は文献

3) を参照して、0.635 とした。

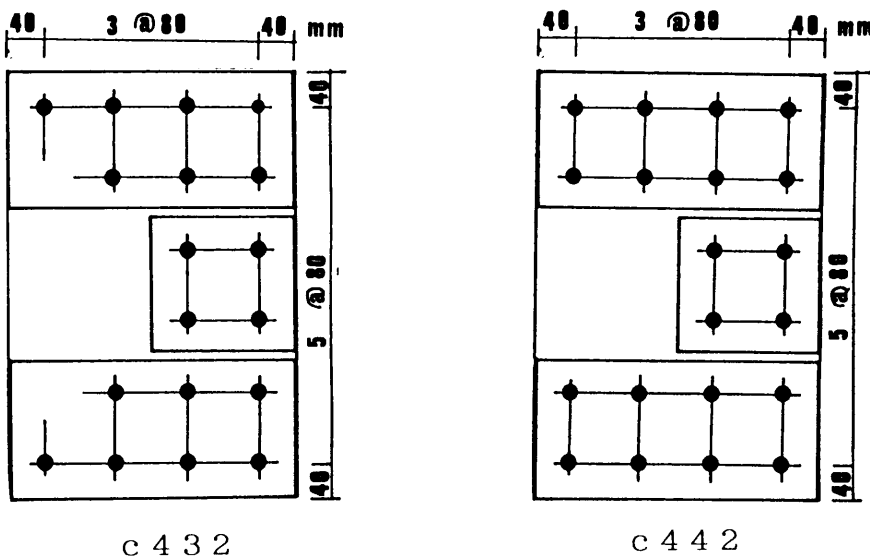


図 7-2-11 数値実験供試体寸法図

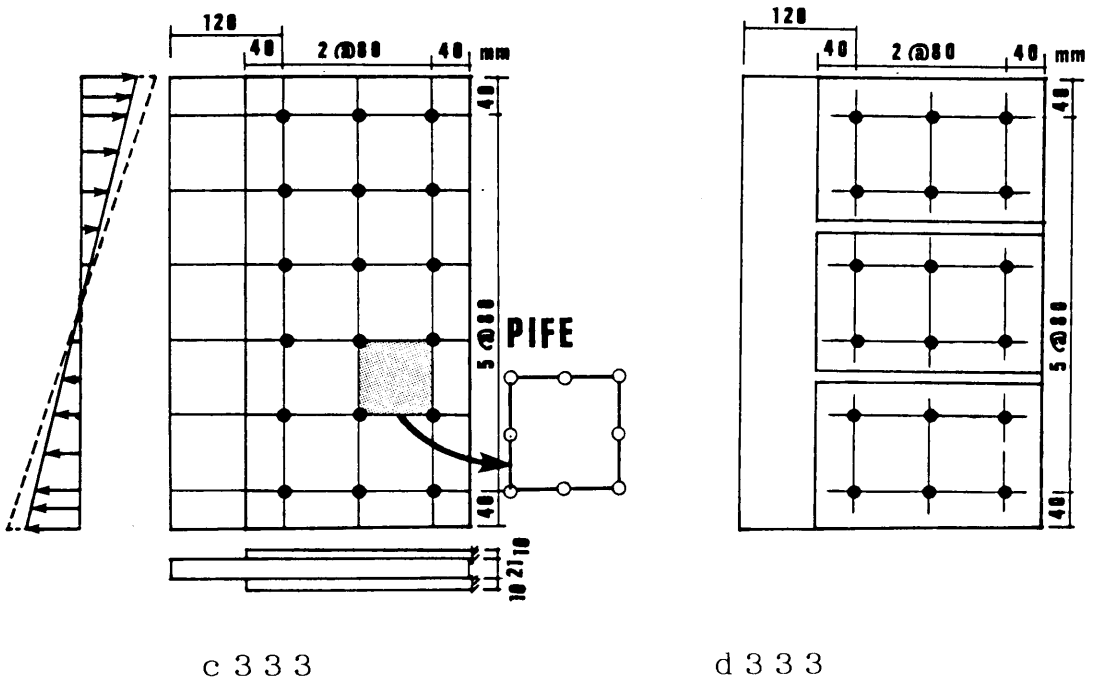


図 7-2-11 数値実験供試体寸法図

図7-2-12に解析の結果得られた、 $M-\theta$ 曲線および各ボルトの微小すべり発生順序とすべり荷重位置を示す。図の右側には添接板の形状を破線で示し、またボルト番号を示した。

微小すべりは分担応力の大きい順に発生しており、継手の縁端部から中立軸部へ、端部ボルトから内部ボルトへと進展している様子が分かる。また、圧縮側よりも引張側のボルトのすべりが先に生じている。

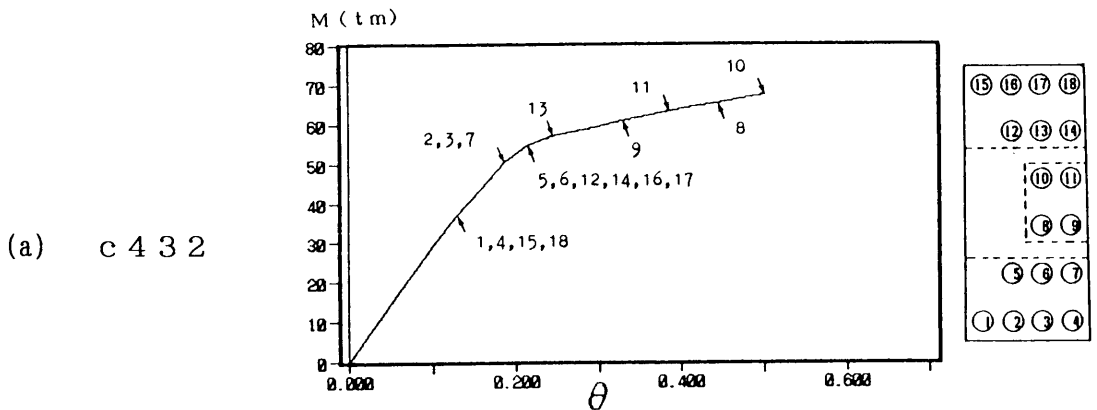
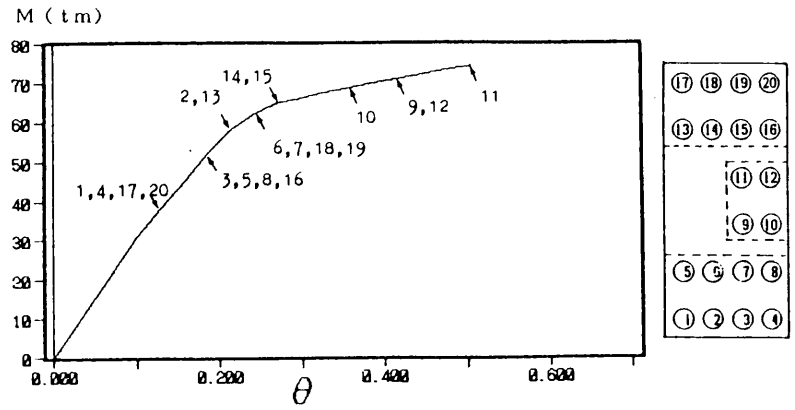
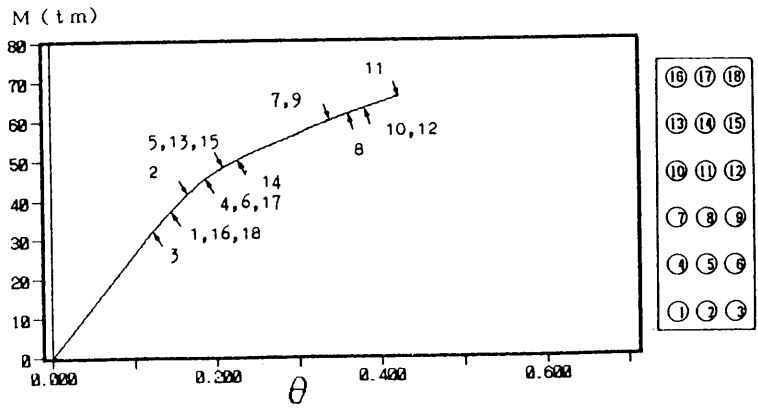


図 7-2-12 数値実験結果 ($M-\theta$ 曲線と微小すべり発生荷重)

(b) c 4 4 2



(c) c 3 3 3



(d) d 3 3 3

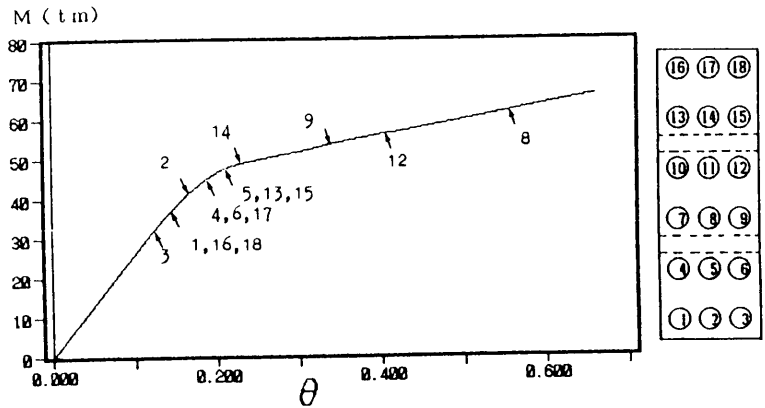


図 7-2-12 数値実験結果 (M-θ 曲線と微小すべり発生荷重)

d333は主すべりに達する前にボルトが支圧状態となる恐れのあるようなすべり量となったので計算をそこで打ち切ったが、その他は主すべりが生じている。

図 7-2-13 (a)～(d)に4タイプのM- θ 曲線の比較を示す。c432とc333は総ボルト本数が同じであるが、繊維応力分布に比例した配置としたc432の方がすべり強度がやや高く、前節で論じた不規則配置継手と同じようにバイリニア型のM- θ 曲線となっている。ただし、両者ともに設計荷重である20tmにおいては微小すべりも発生せず、弾性変形状態である。

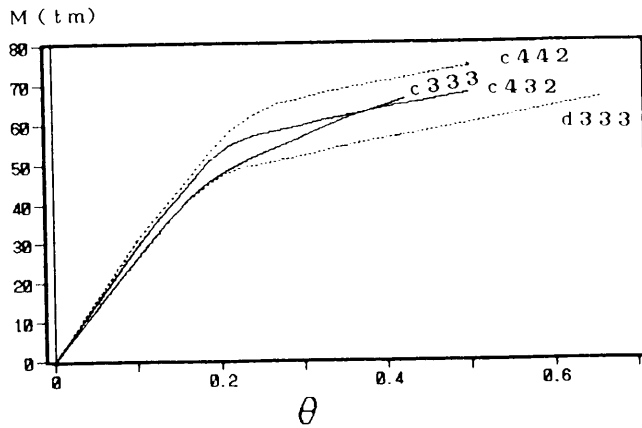


図 7-2-13 数値実験結果（4タイプの比較）

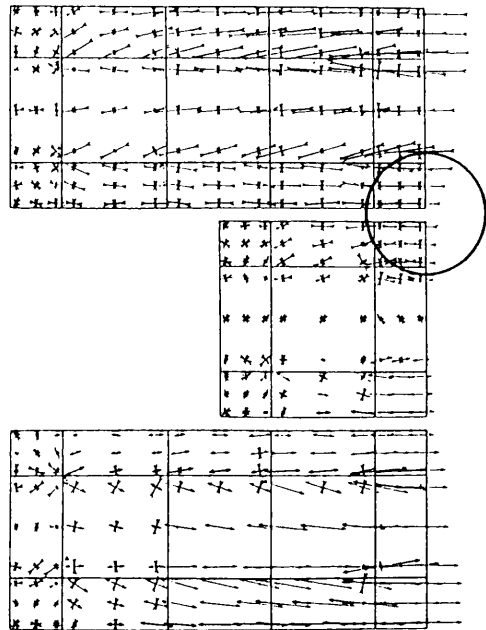
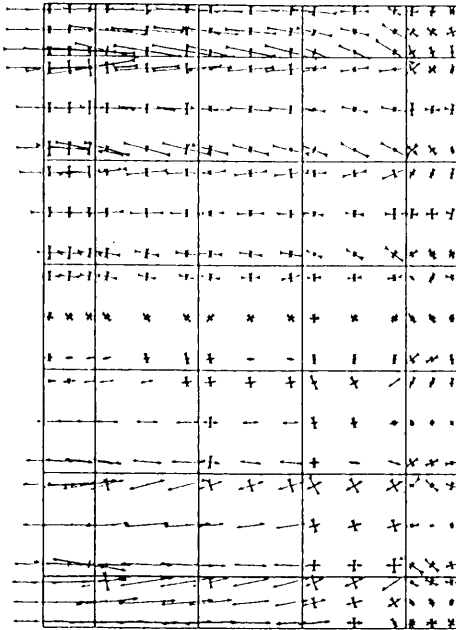
添接板枚数を1枚としたc333は添接板を3枚とした他の3タイプに対して、M- θ 曲線が折れた後の傾きが異なっている。すなわち、c333は図 7-2-12(c)に示されるように、引張側および圧縮側それぞれ2行のボルトが微小すべりを起こして折れ曲がりが生じているが、その後もモーメントに対する抵抗力が残存していることを示している。従って、c333の場合のすべり強度は、図 7-2-8に示したように、単純に、M- θ 曲線の接線の交点と見做すことはできないように思われる。この点については継手試験による確認が必要である。

c333とd333は総ボルト本数およびその配置は全く同じであるが、片側添接板枚数だけが異なっており、両者の比較から添接板枚数の影響のみを検討することができる。

添接板枚数を3枚としたd333は上下添接板のボルトが殆ど全て微小すべりを発生したところで急激にすべり強度が変化しており、繊維応力分布に比例したボルト配置ではないにも拘らず、バイリニア型のM- θ 曲線となっている。d333の15番ボルトはM- θ 曲線の折れ曲がったところで一時的に徐荷状態となったが、ここで継手内部の応力の変動があったことを示している。このような応力変動の傾向は、添接板枚数を3枚とした他の供試体

に共通して現われている。

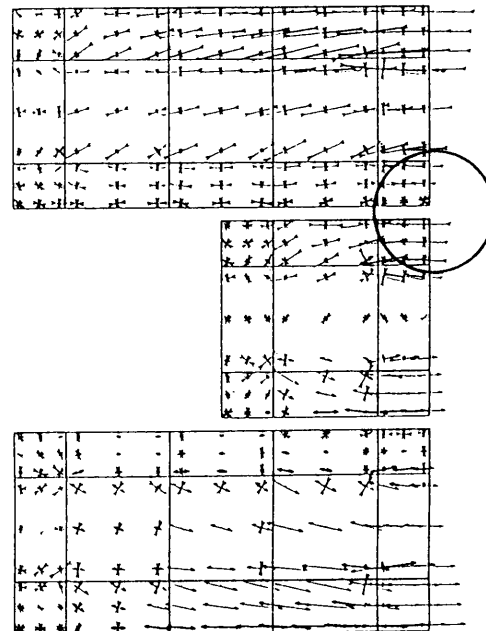
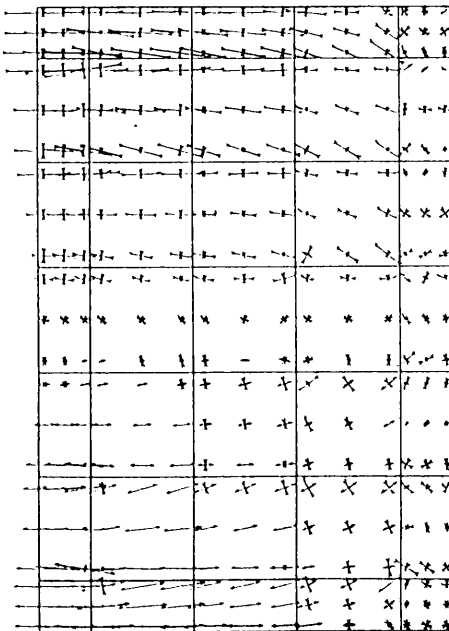
800 kg/cm²



(a) $M = 62.3 \text{ tm}$ 母材

添接板

1000 kg/cm²



(b) $M = 73.0 \text{ tm}$ 母材

添接板

図 7-2-14 C442供試体添接板の主応力分布の比較

図 7-2-14 はC442供試体添接板の、(a) $M=62.3 \text{ tm}$ と(b) $M=73.0 \text{ tm}$ の各荷重段階における主応力分布図の比較を示したものである。両荷重の間にモーメントプレートがすべりを起こしているが、このために添接板の中央部（対称軸付近、図中に円で囲んだ箇所）の応力が、変動しているのが認められる。添接板枚数の影響は主すべりに近づき、非線形性が強くなってから現われる。従って、主すべりに至るまで応力を円滑に伝達するには、添接板は分割せずに1枚板とした方が良い。また、1枚板とした方が施工性も良くなると思われる。しかし、一方では「ボルト配置は繊維応力に比例するようにした方が良い」とする前出の結果があり、ボルトの縁端距離の制限を考慮すると、両者を同時に満足させるのは難しい。この点に関して、最近フランジに近いウェブ縁端部のボルト本数を減らし、ウェブのボルト列数を揃えて1枚添接板とし、ウェブで不足している摩擦抵抗力をフランジに期待する設計が行なわれつつある。このウェブとフランジの組み合わせ効果については次節で述べる。

7・3 プレートガーダー継手のすべり挙動解析

ウェブ継手については、その純曲げ応力場におけるすべり挙動特性について前節で述べた。本節ではウェブ継手とフランジ継手の連成作用を考慮した、プレートガーダー継手全体系のすべり特性について論じる。この種の検討例は解析的研究は全くなく、実験的研究においても供試体や実験装置が大がかりになるなど扱いにくいいため、数例あるに過ぎない。

文献 5) は数少ない実験的研究の内の一つであり、ウェブ継手とフランジ継手の相対的なすべり強度が異なる 5 種類の供試体を用いて組み合わせ効果を考察している。しかし、この実験は外力としてせん断力と曲げ力が同時に加わる複合力を考えたため、問題が複雑になり、組み合わせ効果を明確にするに至っていない。ここでは基本的な組み合わせ効果を詳しく調べることを意図して、問題を純曲げ応力場の問題に限定している。尚、複合応力場の問題は次章で論じる。

プレートガーダーの断面は I 型をしており、すべり面の方向が立体的に直交することになるので、ここでは 3 次元問題を扱う必要がある。しかし、プレートガーダーおよび継手片を立体要素で離散化した場合、計算自由度が膨大なものになり、ケーススタディを行なうことは實際上困難になる。従って、ここでは 2 次元要素を疑似立体的に組み合わせ、ウェブとフランジ間の連続条件を満足させたモデルを用いて解析を行なっている。

また、前節までの解析結果から以下に示すような 2 つの点が明らかになったので、これらの点について再検討し、新たに汎用性が有り、また精度の高い解析手法を開発し、これを用いて解析を行なっている。

すなわち、前節で用いた解析モデルは、せん断ばねの取り付け方向を、繊維方向とその直角方向に固定したために実際のすべり方向に合わせることができず、このためにすべり耐荷力が幾分高めに出るといった傾向が見られた。純曲げ応力場といえども、微小すべり方向は繊維方向に対して若干傾きが生じるので、より精確な解析を行なうためにはせん断ばねの方向をすべり方向に合わせる必要がある。また、せん断力と曲げ力が同時に作用する場合などでは、微小すべりの方向は部材軸方向に対して相当傾くことになるので、そのような応力状態の解析を可能にするために、任意方向に生じる微小すべりを扱うことのできる解析モデルを考える必要がある。

また、解析値が実験値より高めに出た原因の一つに考えられるのは、圧縮応力場の継手部材厚がボアソン比の分だけ増加するとした仮定である。すなわち、この仮定によって圧縮側のボルト軸力が漸増し、その結果、摩擦抵抗力を高めに評価することになったのではないかと考えられる。実際には拘束力の強いボルト周縁部では引張応力が作用することに

よって部材厚が減少することはあっても、圧縮応力による増加は殆ど無いのかもしれない。この点について文献 18) は圧縮応力域のボルト軸力変化はポアソン比では説明することができないと報告している。この点については § 7・3・2 において継手の圧縮試験結果に基づいて検討している。

§ 7・3・3 では著者の行なったプレートガーダー継手のすべり耐荷力試験について述べる。さらに、新しい解析モデルによってシミュレートした結果と試験結果を比較検討することによって、本章で提案する解析モデルおよび疑似立体的な解析手法の精度について述べる。

§ 7・3・4 では、フランジ継手とウェブ継手の連成効果について、二三の解析例に基づいて検討した結果を示す。

7・3・1 任意方向の微小すべりを考慮したすべり挙動解析手法

§ 7・2 では面内の純曲げを受ける摩擦継手のすべり問題を扱った。そこでは図 7-3-1 に示すように、母材と添接板を有限要素でモデル化し、さらにボルトの締付け効果を x , z 両軸方向に平行に取り付けた 1 対のせん断ばねで表現する解析モデルを用いた。

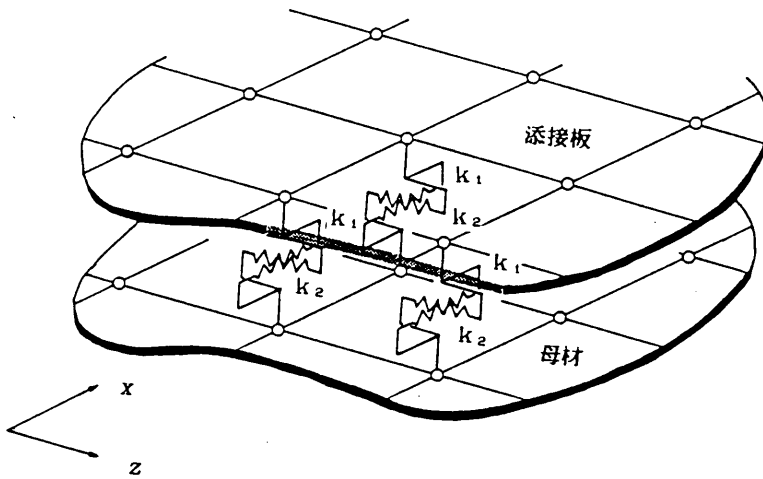


図 7-3-1 有限要素-ばねモデル

ボルト位置付近の複雑な境界条件に対して、これを連続体として扱った簡略モデルであっても実験結果と比較的良く合致する結果が得られることが分かった。ただし、殆どのボルトが微小すべりを生じた後、主すべりに至るまでの間にも摩擦抵抗力が漸増し、限界強度は実験値よりも幾分大きくなるといった結果が得られた。その原因の一つとして、せん断ばねをすべり方向に一致させなかったためにせん断剛性が見かけ上高くなったことが考えられた。この問題を解決するには、せん断ばねを微小すべりの方向に自動的に回転させる必要がある。この処理によって曲げとせん断力が同時に加わる、複合応力場の解析が可能となる。

一般に、すべりは座標軸に対して角度 θ をもって生じる（図 - 7-3-2）。また、方向 θ は弾性域では一定と見做されるが、微小すべりが生じ、応力の再配分が行なわれると次々に変化することになる。従って、厳密には角度 θ をも未知数とした増分法による非線形解析を行なう必要がある。しかし簡単のためにここでは、 θ は荷重段階毎に変化させるが、現釣合位置からの角度変化ではなく、無載荷状態からの角度とする。

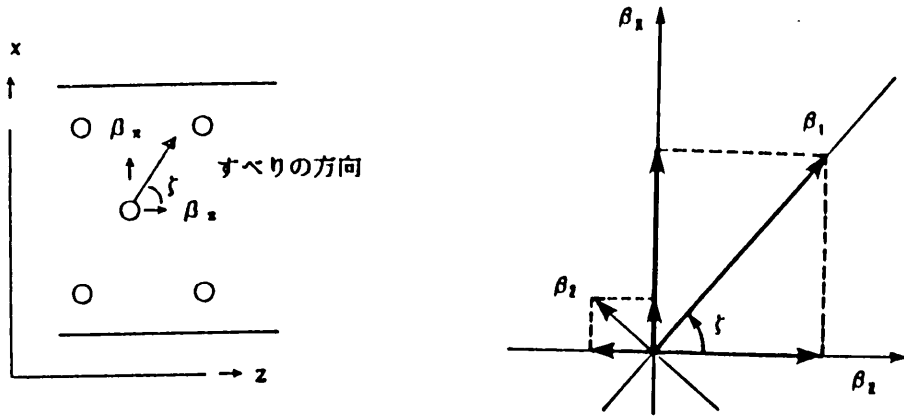


図 - 7-3-2 任意方向に生じる微小すべり

β_z, β_x をそれぞれ、 z 軸、 x 軸方向の母材－添接板相対変位とし、この相対変位に対するせん断力をそれぞれ S_z, S_x とする。また、 β_1, β_2 をそれぞれ、微小すべり方向、微小すべりと直角方向の母材－添接板相対変位とし、これに対するせん断力をそれぞれ S_1, S_2 とする。すべり方向角 ξ (角度の範囲は $-\pi < \text{角度} \leq \pi$) は次式で求められる。

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \tan^{-1}(\beta_x / \beta_z) & [\beta_z \neq 0, \beta_x \neq 0 \text{ のとき}] \\ \xi &= \pi / 2 & [\beta_z = 0, \beta_x \geq 0 \text{ のとき}] \\ \xi &= -\pi / 2 & [\beta_z = 0, \beta_x < 0 \text{ のとき}] \\ \xi &= 0 & [\beta_x = 0, \beta_z > 0 \text{ のとき}] \\ \xi &= \pi & [\beta_x = 0, \beta_z < 0 \text{ のとき}] \end{aligned} \right\} \dots\dots (7-3-1)$$

上式中の β_z, β_x は平衡方程式の解からただちに計算できる。次の荷重段階におけるせん断ばねは新たに得られた角度 ξ の方向に取り付けることになる。ただし、平衡方程式は x, z 両座標軸方向に対するものであるから、せん断ばねによる復元力もこれらの方向に分解する必要がある。

x, z 両座標軸方向のせん断力は次式で示される。

$$\begin{bmatrix} S_z \\ S_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \xi & -\sin \xi \\ \sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (7-3-2)$$

また、上式と全く同様な関係が変位についても成立する。

$$\begin{bmatrix} \beta_z \\ \beta_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \xi & -\sin \xi \\ \sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (7-3-3)$$

ところで、微小すべり発生以前は S_1, S_2 とともに、

$$S_i = k_{so} \beta_i \quad \dots\dots\dots (7-3-4)$$

という関係（ここで $i=1$ or 2 ）があるから、式(7-3-2)を用いて x, z 方向に分解すると、

$$\begin{aligned} S_z &= k_{so} (\beta_1 \cos \xi - \beta_2 \sin \xi) \\ S_x &= k_{so} (\beta_1 \sin \xi + \beta_2 \cos \xi) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (7-3-5)$$

となり、式(7-3-3)から結局、

$$\begin{aligned} S_z &= k_{so} \beta_z \\ S_x &= k_{so} \beta_x \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (7-3-6)$$

となることが分かる。すなわち、微小すべり発生以前においてはばねの取り付け角度を任意にしても計算結果は変わらないことになる。

これに対して、微小すべり発生後は β_1 方向の変形量とせん断力の線形関係[式(7-3-4)]が成立しなくなるため、ばね取り付け角度 ξ の影響を受けることになる。

微小すべり発生後の釣合式は座標変換マトリックスを $[T]$ とすると次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} S_z \\ S_x \end{bmatrix} &= [T] \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} \\ &= [T] \left[\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -k_{so} \sin \xi & k_{so} \cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_z \\ \beta_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S^* \\ 0 \end{bmatrix} \right] \\ &= \begin{bmatrix} S^* \cos \xi \\ S^* \sin \xi \end{bmatrix} + k_{so} \begin{bmatrix} \sin^2 \xi & -\sin \xi \cos \xi \\ -\sin \xi \cos \xi & \cos^2 \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_z \\ \beta_x \end{bmatrix} \\ &\quad \dots\dots\dots (7-3-7) \end{aligned}$$

ここで、

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos \xi & -\sin \xi \\ \sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (7-3-8)$$

また、 S^* 、 k_{so} はそれぞれ、すべり限界せん断力、初期せん断ばね定数である。

式(7-3-7)の右辺第1項は外力項に移項することによって一般の線形方程式の形とすることができる。角度の初期値 ξ_{in} は、微小すべり発生以前の状態からの演算を行なうので、

$$\xi_{in} = 0 \quad \dots\dots\dots (7-3-9)$$

としておけばよい。

7・3・2 圧縮応力場のすべり試験

圧縮応力場の継手片板厚がポアソン比の分だけ増加し、それがボルト軸力を変動させるのかかどうかを確認するために図 7-3-3に示すような実験装置を作製し、図 7-3-4に示すような板厚の異なった2種類の試験体について圧縮試験を行なった結果を示す。

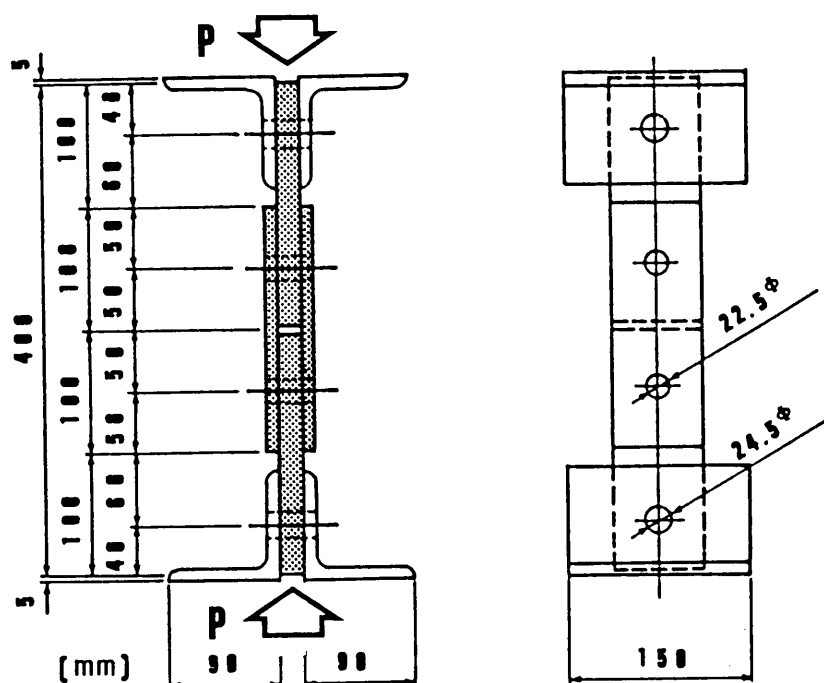


図 7-3-3 継手の圧縮試験装置図

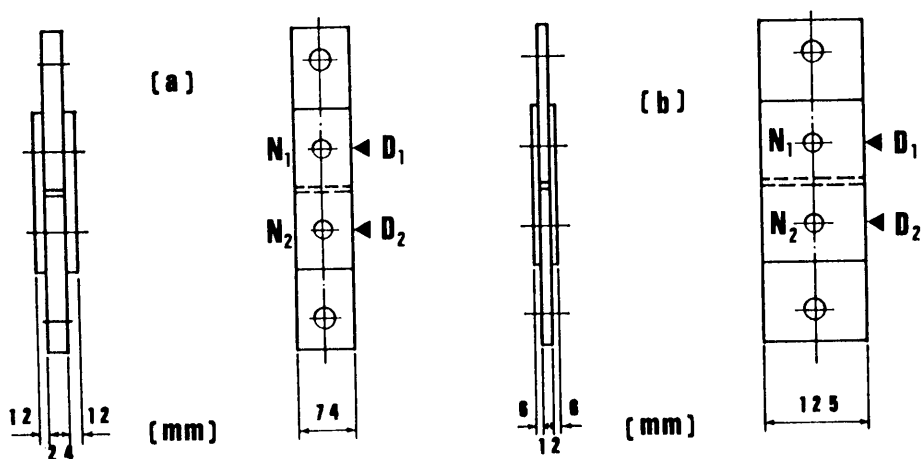


図 7-3-4 供試体寸法図

(a)の供試体は厚板（母材板厚24mm；25mm板から削り出したもの）であり、(b)は(a)の板厚の1/2の薄板（母材板厚12mm）であるが、両者の純断面は等しくしてある。従って、ケース(b)の試験片の板幅はケース(a)よりも広がっている。また、供試体の鋼種はいずれも SM50Y材であり、摩擦面は軽いブラスト処理はしてあるものの、殆ど無処理に近い状態である。高力ボルトは F8T-M20（メッキボルト）を用い、片側1列配置とした。ボルト軸力はボルト円筒部に貼付けた2枚の歪みゲージ（2アクティブゲージ・3ワイヤー方式）により計測した。また、ボルト孔壁の板厚方向歪み、および母材-添接板間の相対変位 (D_1 , D_2) も同時に計測した。ボルト軸力はボルトの引張試験を予め行なってもらえた、荷重とボルト円筒部の歪みの関係曲線を用いて導入した。ボルト軸力の設定目標値は13.3 tonである。

図 7-3-5, (a), (b)に実験で得られた、ボルト中心位置の相対変位 D_1 , D_2 と圧縮荷重の関係を示す。また、図 7-3-6にはボルト軸力 (N) と相対変位の関係を示す。

(a)が厚板のものであり、(b)が薄板のものである。両試験片ともに上側 (N_1) のボルトが先にすべり出したが、図はその時点までを示したものである。図中の薄墨は主すべり発生位置を示したものである。主すべり荷重は、ケース(a)では 7.0 ton、ケース(b)では 7.9 ton程度であった。ケース(a)が多少低いのは摩擦係数の違いの他に、導入軸力が少し低かったためと思われる。継手片が圧縮されているにもかかわらず、ボルト軸力が増加するのは相対変位が小さい所で見受けられるだけであり、主すべりを起こす少し前から、わずかに減少するような非線形性状が見られる。主すべり発生時のボルト軸力は導入軸力に対して、それぞれ98.4%（厚板）、97.6%（薄板）に減少している。

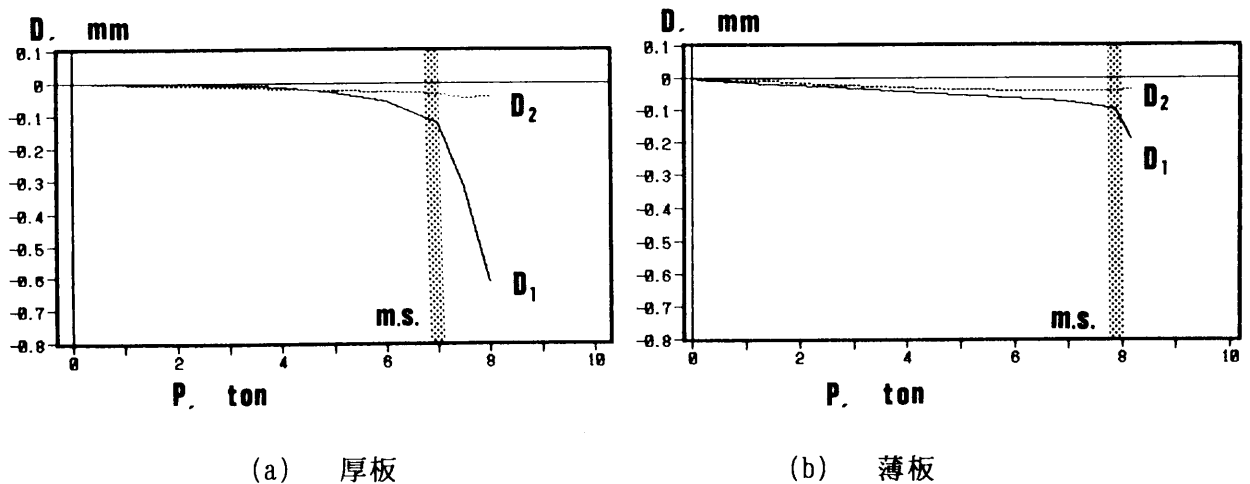
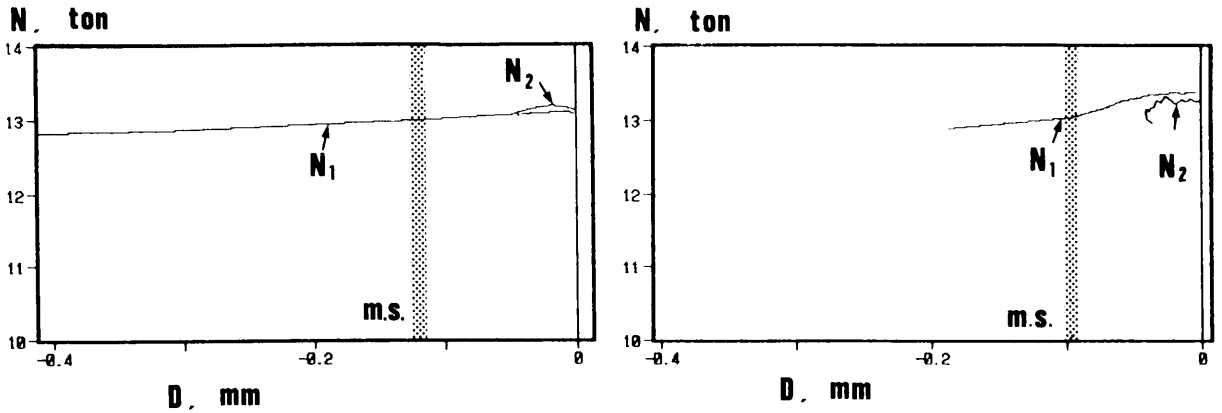


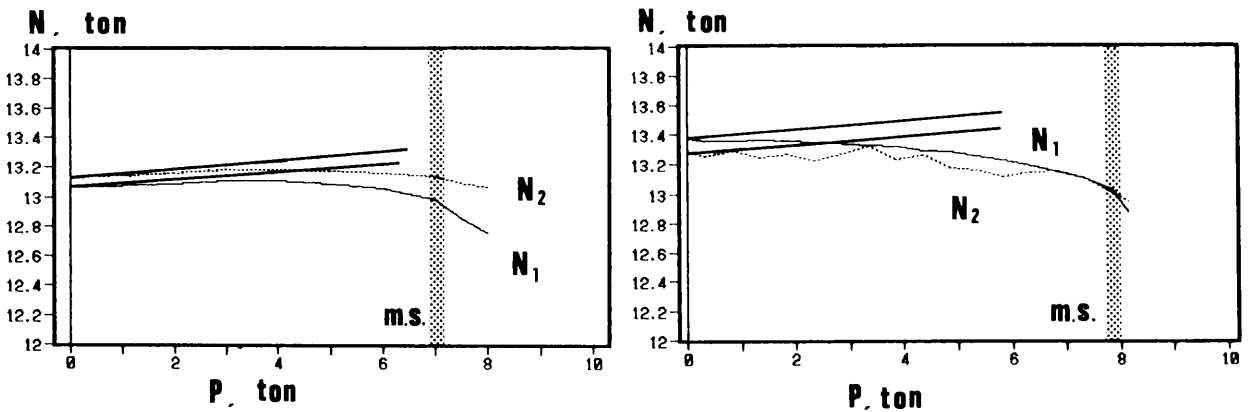
図 7-3-5 ボルト中心位置の相対変位 (D) - 圧縮荷重 (P) 関係曲線



(a) 厚板

(b) 薄板

図 7-3-6 ボルト軸力-相対変位関係曲線



(a) 厚板

(b) 薄板

図 7-3-7 ボルト軸力(N)-圧縮荷重(P) 関係曲線

減少量は少ないものの、このようなボルト軸力変化は圧縮応力場の継手片板厚がポアソン比の分だけ増加すればボルト軸力が幾分増加するであろうと思われた予想に反したものであり、母材-添接板間のずれに伴ってボルト孔周辺の応力状態が非常に複雑になっているのではないかと推測される。ボルトは円筒部の応力はもちろん、ねじ部応力もまだ弾性域にあるので、ボルトの塑性性状による説明はこの場合できない。

図 7-3-7はボルト軸力と圧縮荷重の関係を示したものである。ボルト軸力の変化を詳しく調べるために、ボルト軸力(縦軸)の目盛りを拡大して表示してある。今試みに引張応

力場において用いた仮定、すなわち、ポアソン比による板厚変化があり、これによって線形にボルト軸力が変動するという仮定を圧縮応力場にあてはめて考えてみる。ボルト軸力およびポアソン比による板厚変化は前出の式(2-3-37),(2-3-38)で表わされる。

$$N = N_{in} + (A_{Be} E \Delta t) / t_0 \quad \cdots \cdots \cdots (2-3-37)$$

$$\Delta t = - \nu (\sigma_z^{BP} t_{BP} + 2 \sigma_z^{SP} t_{SP}) / E \quad \cdots \cdots \cdots (2-3-38)$$

式(2-3-37)の第2項がボルト軸力の変動 ΔN を与える項である。母材と添接板がそれぞれ荷重を半分ずつ分担していると仮定すると、内部応力度は次のようになる。

$$\sigma_z^{BP} = \sigma_z^{SP} = (P / 2) / A_n \quad \cdots \cdots \cdots (7-3-10)$$

ここで、 A_n は母材または添接板の純断面積 [1224 mm²] である。式(7-3-10)を式(2-3-38)に代入すると、

$$\Delta t = - \nu t_0 P / (2 A_n E) \quad \cdots \cdots \cdots (7-3-11)$$

となり、これを式(2-3-37)の第2項に代入してボルト軸力の変動 ΔN の式を求めると次式が得られる。

$$\Delta N = - \nu A_{Be} P / (2 A_n) \quad \cdots \cdots \cdots (7-3-12)$$

上式に、 $\nu = 0.3$, $A_{Be}=244.8$ などを用いてボルト軸力の変動と圧縮荷重の関係を概算する式を求めると下式が得られる。

$$\Delta N = - 0.03 P \quad \cdots \cdots \cdots (7-3-13)$$

図 7-3-7中に式(2-3-37)および式(7-3-13)で示される、ボルト軸力－圧縮荷重関係を示した。これらの直線は、薄板の場合は対応が悪いが、厚板においてはボルト軸力－圧縮荷重関係曲線の初期接線勾配に近いものとなっている。このことから、母材－添接板間のずれが生じていない時にはポアソン比による板厚の増加量に対応するようなボルト軸力の増加が起こっていると判断される。しかし、母材－添接板間のずれが生じ、これが次第に大きくなるに連れてボルト軸力は次第に減少するようになるのである。ケース (a)の母材－添接板間のずれはケース (b)の場合と比べて、初期の荷重段階では幾分少ないが、ボルト軸力はこれに対応するように変動している。

図 7-3-8は (a)の供試体のボルト孔壁表面の板厚 (y軸) 方向の応力度変化 $\Delta \sigma_y$ を示したのものである。ここで応力度変化とは、ボルト軸力を導入したときの初期圧縮応力度を基準にし、そこに圧縮荷重 Pが作用したときの孔壁の応力度変化量を示す。測点は純断面積が最小となる位置に、母材中央面 (対称面) から半分、図中の a-a' に6点設けた。応力度変化は圧縮荷重 Pが加わると引張側の応力が現われ、圧縮荷重が増加するに連れて増えている。すなわち、ボルト軸力による板厚方向の圧縮応力は荷重 Pが作用することによって減少している。

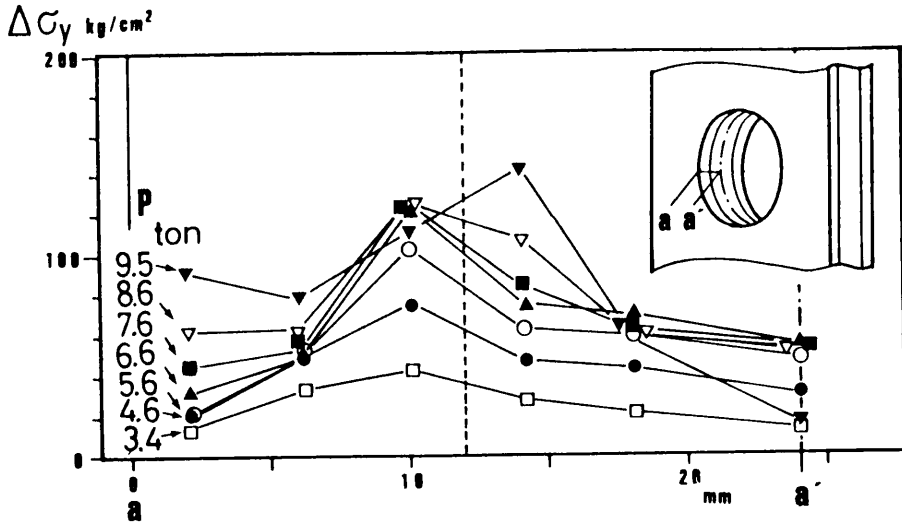


図 7-3-8 圧縮応力場におけるボルト孔壁の応力度変化

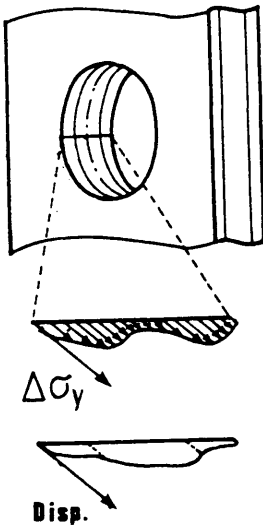


図 7-3-9 ボルト孔壁の応力変化と予想される変形（膨らみ）

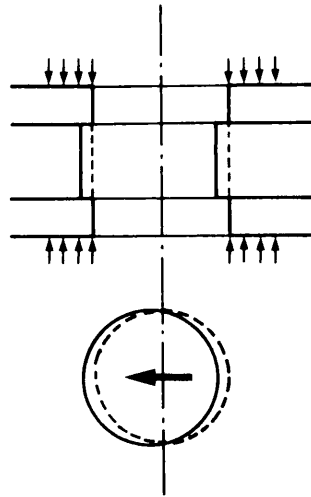


図 7-3-10 母材－添接板間のずれ

継手片のボルト孔壁の板厚方向にはほぼ作用荷重に比例するような引張方向の応力変動が起きていることが確認されたが、それに比例してなぜ軸力が増加しないのか理解し難い。あえて説明を試みれば、「板厚方向にはボルトの締付けによってポアソン比による板厚変動が拘束され、図 7-3-9に示すようなボルト孔壁の膨らみが生じているに過ぎない」と考えられなくはない。圧縮応力場におけるボルト軸力低下の問題は板厚、板幅などの継手片

形状や、図 7-3-10 に示すように、母材－添接板間のずれに伴う複雑な応力変化などが影響すると考えられ、これを数学モデルに取り込むにはなお多くの実験的研究の成果を待たなくてはならない。ただし、このボルト軸力低下量は引張応力場の場合に比べて小量であることから、厳密な扱いを必要とするかどうかという問題はある。これまでの考察とモデルの簡略化のために、本解析においては、「圧縮場のボルト軸力は一定」と見做すことにしている。

以上、§ 7・3・1 では任意方向に発生する微小すべりを扱う解析モデルについて述べ、§ 7・3・2 では圧縮応力場におけるボルト軸力変動をどのように考えたら良いかについて述べた。これらを加味した新しい解析手法の有効性を調べるために、§ 7・2 で扱った純曲げを受けるウェブ継手（図 7-3-11）のすべり強度解析を行なった結果を示す。

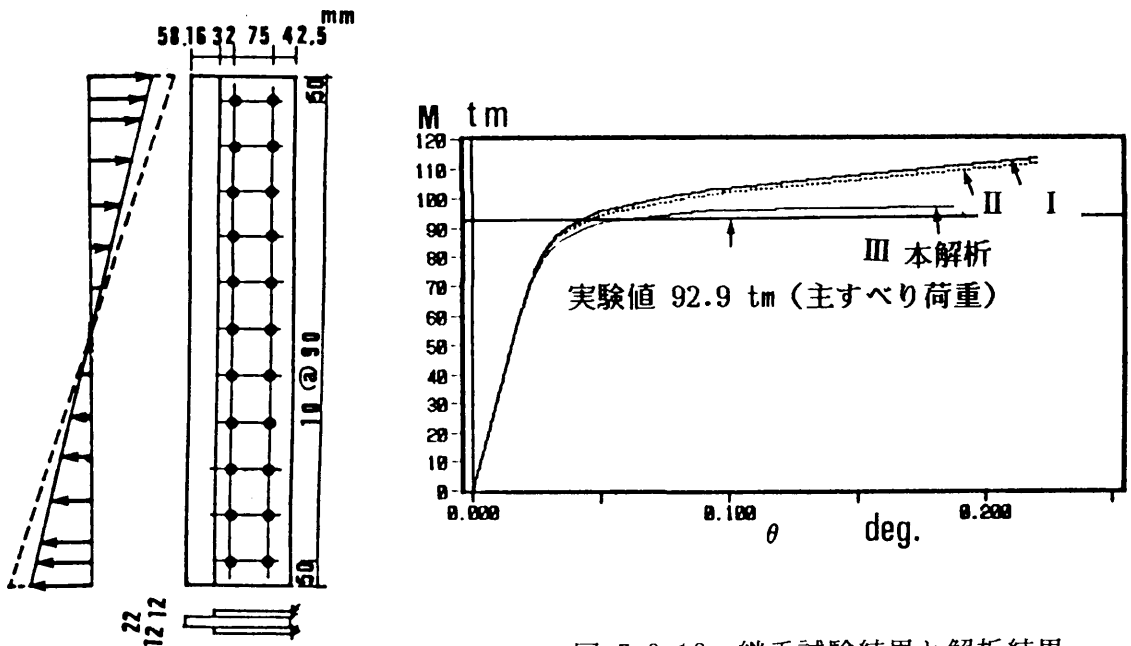


図 7-3-12 継手試験結果と解析結果
との比較

図 7-3-11 純曲げを受けるウェブ継手

図 7-3-12 は解析で得られたモーメント(M)－回転角(θ)関係曲線を示したものである。すべり試験によるすべり強度は 92.9 ton であった。I の曲線は従来の解法によるもの、II の曲線は従来の解法を用いたものであるが、圧縮応力場のボルト軸力変動を § 7・3・2 で検討したように、一定と仮定したもの、さらに III の曲線は § 7・3・1 と § 7・3・2 で述べた新しい解析手法によるものである。従来法は圧縮応力場のボルト軸力をポアソン比による板厚の増加を見込んで線形に変化させたものであるが、これを一定にした場合

の $M-\theta$ 関係曲線は従来法による曲線をわずかに平行移動して低下させたものとなっている。さらに任意方向に発生する微小すべりを考慮した場合（Ⅲの曲線）には、従来法による曲線が殆どのボルトが微小すべりを起こして折れ曲がった後も漸増していたが、これに対して曲線が折れ曲がってからの増加は僅かであり、実験結果に非常に近いすべり強度が得られた。

次節ではフランジ継手とウェブ継手の連成効果について、この新手法による解を試験結果と比較しながら解明する。

7・3・3 プレートガーダー継手のすべり強度試験

プレートガーダー継手のすべり強度試験はいくつか報告されているが、ウェブ継手とフランジ継手の組み合わせ効果の問題を扱った報告例は非常に少ない。本章の序文でものべたように、ウェブの添接において昨今は”モーメントプレート+シェアプレート”の構成を採らずに、1枚添接板を使用する例が現われている。このような設計は施工性の上から、また美観上も望ましいものと思われるが、すべり強度についての検討はまだ充分に行なわれていない。この問題を解明するためには、フランジ継手も含めた継手全体系のすべり強度特性について調べる必要がある。

文献 5) では曲げモーメントとせん断力が同時に加わる、実際の応力場について検討されているが、それだけに問題が複雑となり過ぎている。また、ウェブ継手のすべり強度に対するフランジ継手のすべり強度が一般の継手に比べて低い範囲（フランジのボルト列は2列）の試験結果であった。

一方、従来から、この種の問題は解析するのが困難であったため解析による検討がなされておらず、試験結果を十分に活かし切れない面があった。

上記の問題の解決のために行なったプレートガーダー継手のすべり強度試験の概要と試験結果について示す。

(a) すべり強度試験の概要

当すべり試験では、ウェブ継手とフランジ継手の基本的な組み合わせ効果を調べるために、純曲げ応力場におけるすべり問題を扱っている。すなわち、せん断力の影響は加味していないが、一般にプレートガーダー継手はせん断力に対して充分余裕のある設計となる場合が多い。また、せん断力はウェブ継手のみが負担すると考えると、ウェブ継手とフランジ継手の組み合わせ効果を調べる場合には純曲げ応力場の問題に限定でき、このことにより問題を明確化できる。

図 7-3-13 に载荷装置と供試体の概略図を示す。载荷装置は最大荷重 100 ton の万能試験機を用い、油圧装置で昇降するテーブル①に载荷ビーム②を設置し、さらに反力受けビーム④をクロスヘッド⑤に固定して反力を受ける構造となっている。従って、力学的には図 7-3-14 に示すようにモデル化され、供試体中央の継手部に純曲げモーメントを発生させる構造となっている。

供試体③の支点には安全のために”かまぼこ形 ($r = 1000 \text{ mm}$)”のシューを用いている

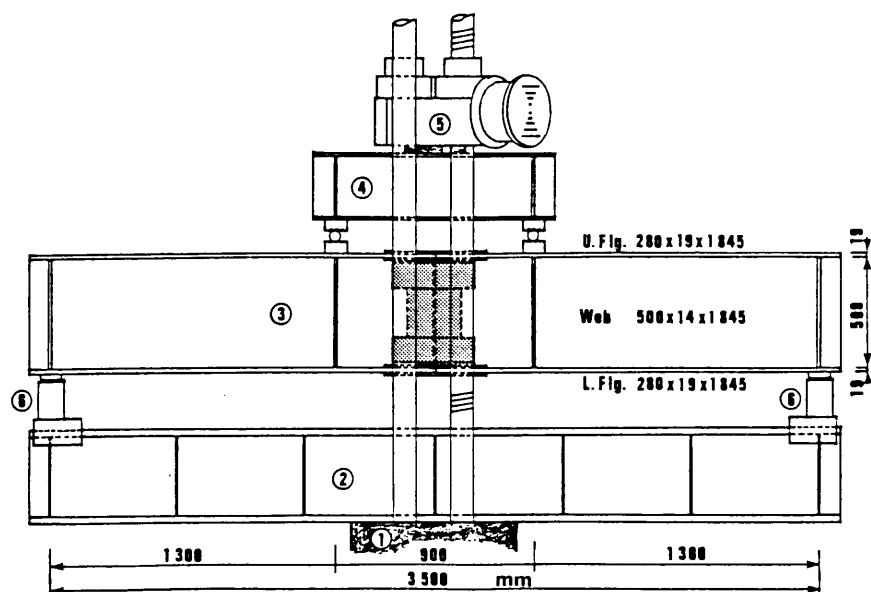


図 7-3-13 載荷装置と供試体の概略図

が、支持台⑥との接触部には油を塗布して極力摩擦の影響を取り除くようにしている。

支間は 3500 mmであり、その断面は図 7-3-15 に示すような寸法の、2 軸対称断面であ

る。鋼材は最大荷重 ($P=100 \text{ ton}$) 時においても引張側フランジの孔引きを考慮した応力度が降伏応力度に対して幾分余裕があるように (降伏に対する安全係数は 1.27 程度) するため、SM 50Y 材を用いた。

ウェブの断面2次モーメント I_w の、
フランジの断面2次モーメント I_f に
対する比は $(I_w/I_f =) 0.2$ である。

高力ボルトは載荷能力を考慮して、

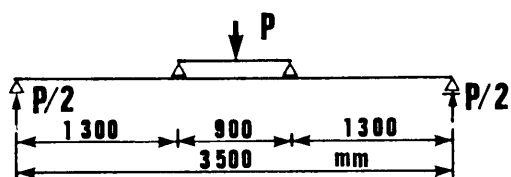


図 7-3-14 力学モデル

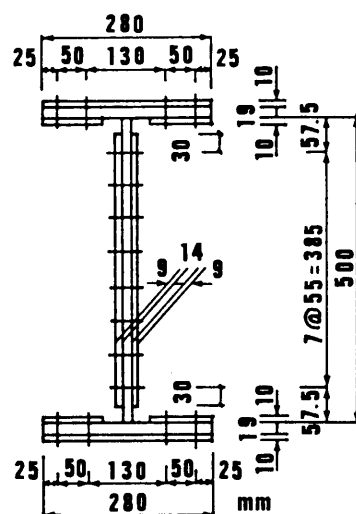


図 7-3-15 供試体断面図

継手はブラスト処理を行なったものを用いた。しかし、同じ供試体およびボルト・座金セットを何度も使って上記のような種々の試験を行なう都合上、予め主すべりを繰返し生じさせ、すべり係数にある程度安定させた後、本試験を行なっている。このため、摩擦面は特に座金外周の内側において劣化が著しく、すべり係数は通常のものより低くなっている。

測定項目は支間中央の垂直変位 δ 、継手中央の母材フランジ間の開閉変位 Δd_1 、 Δd_3 、フランジ継手部の母材－添接板間相対変位（片側上下左右、計4点）、ボルト軸力（計10点）および添接板中央の歪み（上下フランジとウェブ部で計30点）である。垂直変位は高感度変位計（測定範囲25mm）を用い、開閉変位と相対変位はPI型変位計（測定範囲 $\pm 5\text{mm}$ ， $\pm 2\text{mm}$ ）を用いて計測した。

プレートガーダー継手試験はウェブ継手に関して2ケース（WMS，WS）、フランジ継手に関して3ケース（F2，F3および F4 ）およびこれらを組み合わせた6ケース、計11ケースについて行なった。各試験の継手形状、試験名および各試験間の関係を図 7-3-17 に示す。

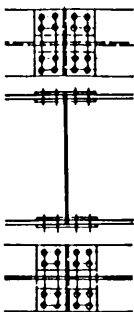


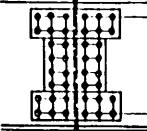
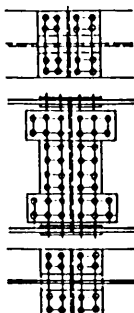
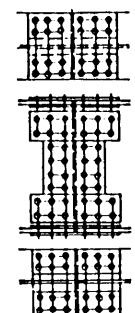
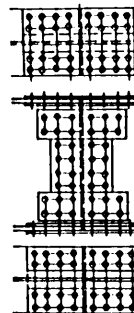
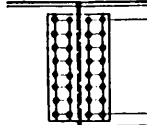
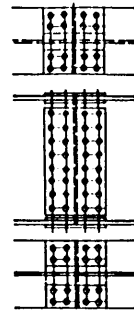
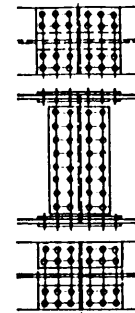
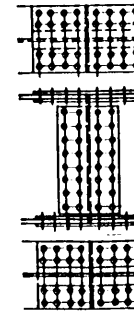
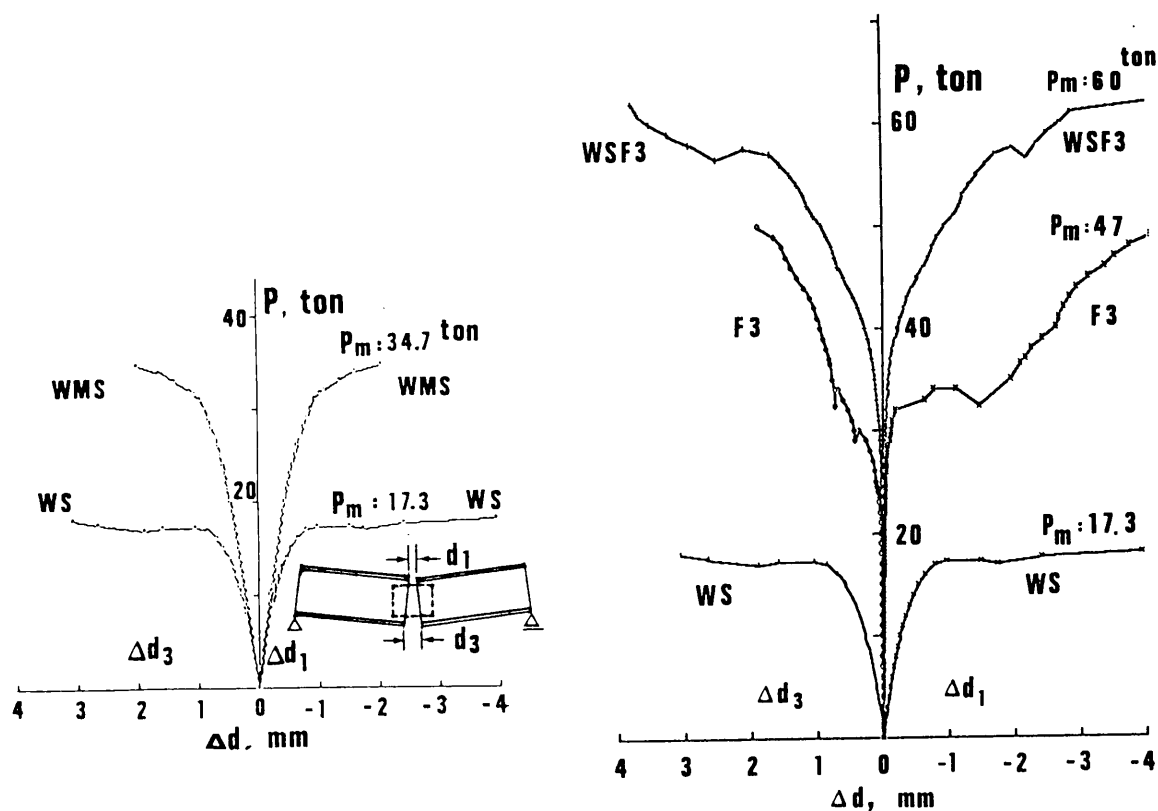
	F 2	F 3	F 4
			
WMS	WMS - F 2	WMS - F 3	WMS - F 4
			
WS	WS - F 2	WS - F 3	WS - F 4
			

図 7-3-17 継手試験項目一覧

(b) プレートガーダー継手のすべり試験結果

図 7-3-18 (a), (b) に荷重 (P) - フランジ母材間の開閉変位 (無荷荷時を d_0 としたときの、その後の変位量 Δd_1 [圧縮側], Δd_3 [引張側]; $d_1 = d_0 + \Delta d_1$, $d_3 = d_0 + \Delta d_3$) 関係を示す。ここで、(a) はウェブのみ添接した 2 タイプ (WS, WMS) について示したものであるが、ウェブのみ添接した場合は、荷重 - 開閉変位関係に明瞭な変化が現われ、これによって主すべり荷重 P_m を読み取ることができる。また、(b) は WS タイプ (ウェブのみ添接) F3 タイプ (フランジのみ添接) およびこれらを組み合わせた WSF3 タイプについて示したものである。WS, WSF3 両タイプの $P - \Delta d$ 曲線が荷重軸に対してほぼ対称 (開閉変位が圧縮側と引張側においてほぼ同量) となっているのに対して、F3 タイプは非対称となっている。フランジの添接箇所は引張側と圧縮側さらに右側と左側の 4 箇所にあるため、導入ボルト軸力のばらつきや接合後の桁の不整などによって 4 箇所それぞれのすべり荷重に差違が生じる。

さらに、微小すべり発生後の応力の再配分により上下フランジが交互に微小すべりを繰り返す現象が見られる。例えば、F3 タイプでは、 $P = 23$ ton 付近で下フランジ側において



(a) ウェブのみ添接したもの (WS, WMS) (b) WSタイプ, F3タイプ, WS+F3 タイプ

図 7-3-18 荷重 - 開閉変位関係

先に微小すべりが発生し、その後 $P = 27$ ton 付近で上フランジ側に微小すべりが生じた。このとき上フランジ側のすべり量は、既に漸増している下フランジのすべり量に追い付こうとする性質があり、従って $P = 32 \sim 33$ ton 付近ですべりが急激に増えるようになっている。

図 7-3-19 に、フランジのみ添接した、F2, F3, F4 の3タイプの荷重－スパン中央垂直変位(δ)関係を示す。ここで、F3タイプの $P - \delta$ 曲線の $P = 33$ ton 付近で極大値があるのは、圧縮側の片側の継手にすべりが生じたために荷重が一時的に抜けたものである。

F2タイプの $P - \delta$ 曲線において、 $P = 30$ ton 以後曲線が立ち上がっているのは（主すべり発生後）、ボルトが支圧状態になり継手剛性が高くなったためである。

すべり試験によつては、このように微小すべりが漸増し、明確な主すべり現象を示さないまま、連続的に支圧状態に移行するものもある。

一般にフランジのみを添接した場合の $P - \Delta d$, $P - \delta$ 関係はウェブのみを添接した場合に比べて複雑であり、最大すべり荷重値 P_m のおおよそ $2/3$ の荷重段階で片側フランジにやや大きな微小すべりが発生し、桁には徐荷後も残留するような垂直変位が生じる。

桁の垂直変位には弾性変形によるたわみと継手部に生じるすべりによる変位が混在している。これらの変位成分を分離

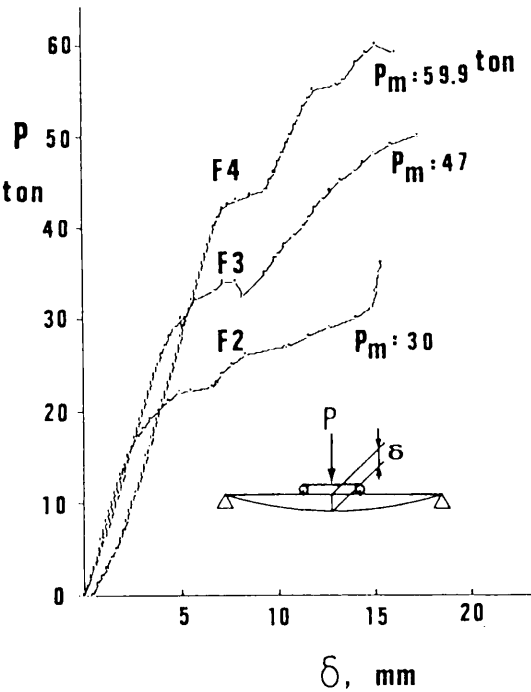


図 7-3-19 荷重－支間中央垂直変位関係

単位: mm	最大荷重時 垂直変位	除荷時残留 垂直変位
F2	15.4	11.2
F3	17.3	11.4
F4	16.2	8.7
WS	12.4	8.7
WMS	18.9	11.9
WSF2	13.7	7.7
WSF3	18.5	10.2
WSF4	19.6	10.0
WMSF2	19.0	11.4
WMSF3	19.5	10.1
WMSF4	21.7	10.1

表 7-2 支間中央垂直変位（実験値）

するために、載荷して主すべりを起こさせた後、荷重を全て取り除いた時の残留変位を計測した。表 7-2 に各タイプの最大荷重時変位 (δ_{\max} : 弾性たわみ + すべりによる垂直変位) および徐荷時に残留した変位 (δ_s : すべりによる垂直変位) を示す。主すべりを起こした後に残留する垂直変位は幾分ばらつきはあるが、その最大値は 12mm 程度である。

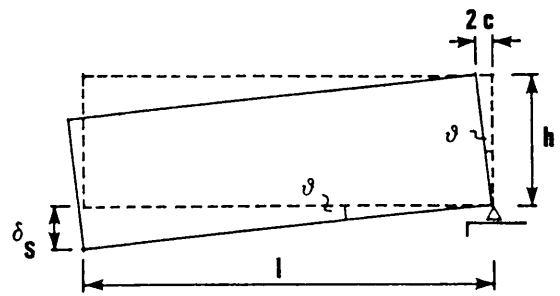


図 7-3-20 主すべり後の垂直変位 δ_s の推定法

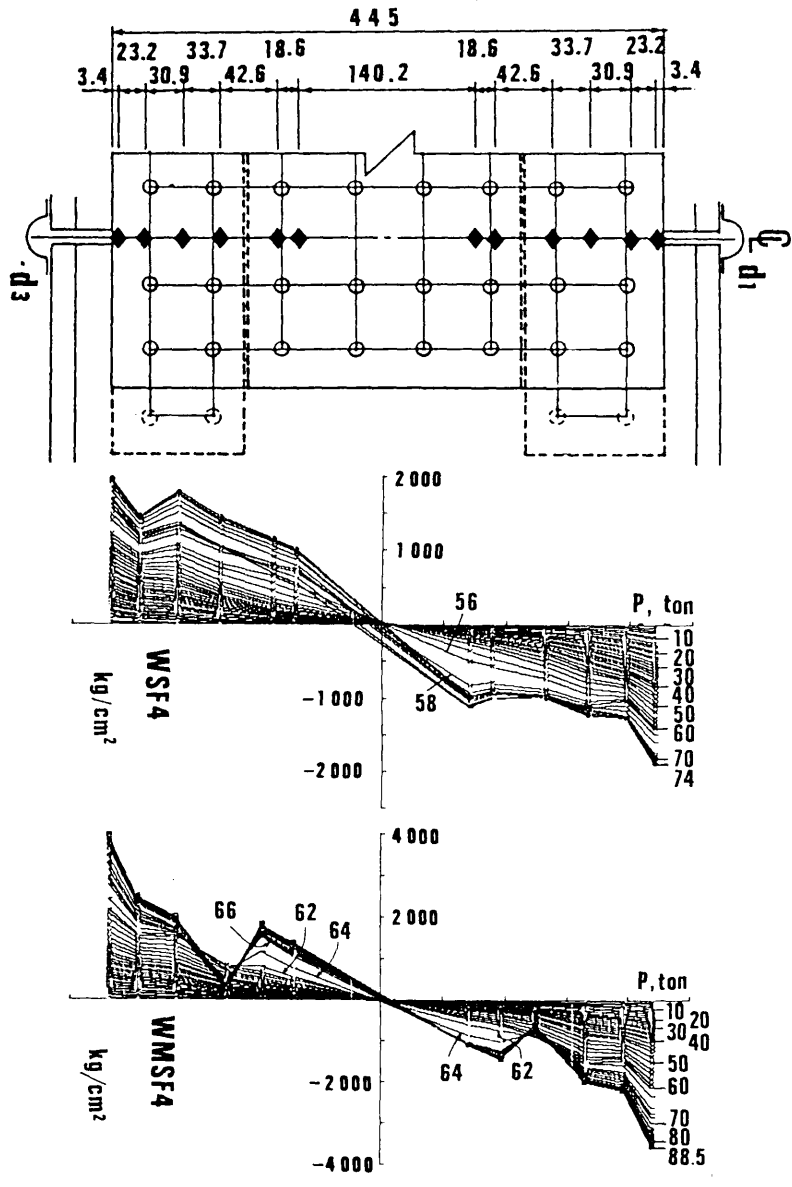
これは、図 7-3-20 に示すように、桁の半分を剛体と仮定して、角度 θ だけ支点まわりに回転させたときの垂直変位 δ_s でおおよそ近似できる。

$$\delta_s = \ell \sin \theta \approx 2c \ell / h \quad \dots\dots\dots (7-3-14)$$

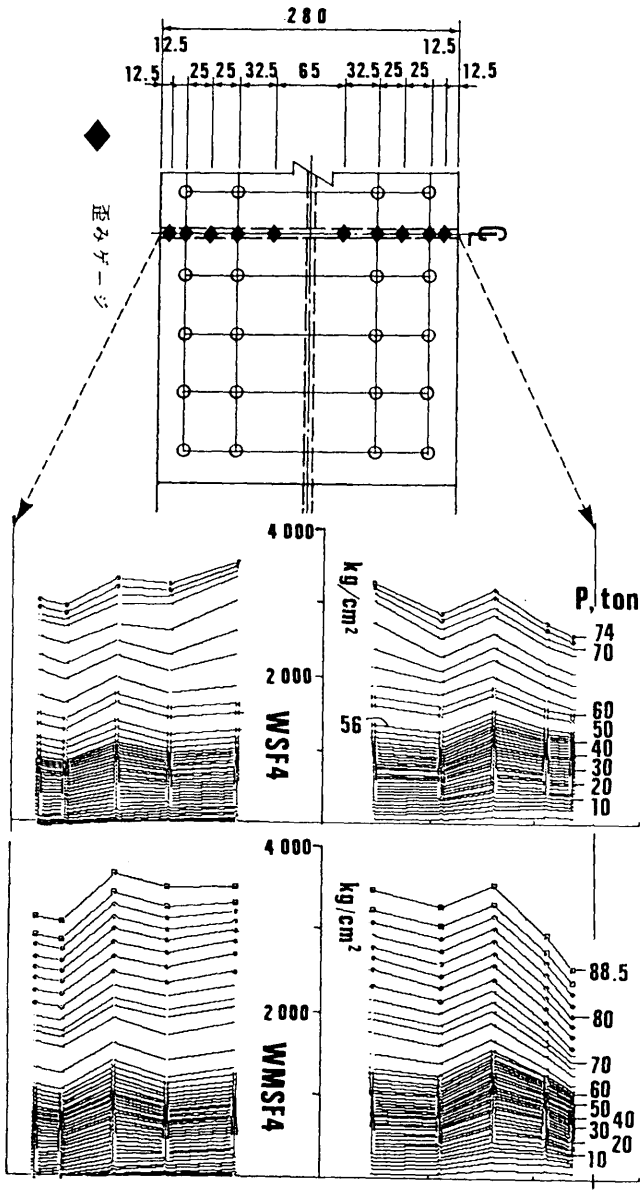
ここで、 c はボルト孔とボルトの間のクリアランスであり、 ℓ 、 h はそれぞれ桁半分の長さ、桁高である。式(7-3-14)の分子に“ $2c$ ”を用いたのは、上下フランジに逆方向に生じるすべりを考慮したためである。

当試験においては、 $c=2$ mm、 $\ell=1700$ mm、 $h=519$ mm であるから、 $\delta_s = 13.1$ mm となり、試験結果に近いが、幾分大きめの値となっている。この原因として、施行誤差によってボルトとボルト孔の間のクリアランスが所定の値よりも幾分狭くなっていることが考えられる。式(7-3-14)で示される主すべり発生後の垂直変位は決して小さいものではなく、従って継手の破壊強度を規準に設計するよりは、主すべり発生時を使用限界とする設計法が合理的であると考えられる。

図 7-3-21 に、ウェブとフランジを組み合わせた WSF4、WMSF4 タイプの、ほぼ 2 ton 刻みの荷重における、ウェブ添接板の応力度分布 [a] と下フランジ添接板の応力度分布 [b] を例示した。上下フランジの母材－添接板間相対変位（せん断変形 + すべり変位）から判断すると、フランジの端部ボルトに微小すべりが発生するのは WS・F4 タイプでは $P=40$ ton、WMS・F4 タイプでは $P=44$ ton 付近である。各応力増分を詳細に観察すると、WS・F4 タイプにおいては $P=40$ ton、 $P=52$ ton 付近、また WMS・F4 タイプにおいては $P=44$ ton、 $P=60$ ton 付近を境に応力分布状態に変化が見られる。すなわち、初期の荷重段階ではフランジ継手の方が幾分大目に荷重を受け持ち、それぞれ $P=40$ 、 44 ton 付近でフランジ端ボルトに微小すべりが発生すると、ウェブ継手に幾分大目に力が流れ、さらにウェブ継手の大部分のボルトにすべりが生じると、ウェブ継手がそれ以上分担できなくなり、その後の増



(b) ウェブ応力度分布



(a) 下フランジ応力度分布

図 7-3-21 添接板応力度分布 (WSF4, WMSF4タイプ)

加力はフランジ継手が主に受け持つことになる。このようにウェブ継手とフランジ継手は有機的に、そして相補的に機能することが分かった。

WS・F4タイプ継手は $P=66 \text{ ton}$ で引張側フランジ継手にすべりが生じており、圧縮側がすべりに達するのは少し後の $P=74 \text{ ton}$ 付近であった。これに対してWMS・F4タイプは引張側、圧縮側フランジ継手とも殆ど同じすべり量が同時に生じ、 $P=88.5 \text{ ton}$ で主すべりに至っている。WS・F4タイプは引張側フランジ継手が圧縮側に比べて幾分早目にすべりを生じた。この結果はウェブ、フランジの双方を添接した試験体の中では例外的であり、他の継手は殆ど同じ時期に上下フランジにすべりが発生している。このように、ウェブ継手は、フランジのみ添接した継手において上下左右の接合部分がばらばらにすべっていた(図7-3-18 (b)参照)ものを、全ての接合部分が殆ど同時にすべり出すようにまとめる働きを有する。

ウェブ継手の微小すべりは両縁端部に先に起こり、次第に中立軸方向に向かって広がり、それぞれ $P=58 \text{ ton}$ (WS・F4), $P=66 \text{ ton}$ (WMS・F4) 付近でウェブ部の殆どのボルトにすべりが起こっている。以後、ウェブ継手の分担力は殆ど増えず、全体すべり発生直前には一部で除荷現象も見られるようになる。WMS・F4タイプのウェブ継手は、ボルト本数の多いモーメントプレート部の分担が大きく、全体すべり直前の発生応力度も一部で降伏応力度を超える値となっている。また、すべり発生以後、モーメントプレートとシェアプレートの間で応力が不連続となる現象が見られる。これは、既に本章の第2節でウェブ継手単独のすべり特性についてシミュレーション解析による検討を加えたときに予測したものと全く同じ現象であり、WMSタイプの継手は主すべり付近で添接板間応力の不連続現象が起こり得ることを実験的にも確認することができた。

一方、WSタイプの添接板における応力分布は、当然のことながら、微小すべり発生以前の弾性状態においては母材の応力分布形状と同じ三角形分布を示している。また、弾性状態から主すべりに至るまで応力分布は連続し、主すべり時においても発生応力度はWMSタイプの50%程度である。

これはWMS・F4タイプに対するWS・F4タイプのすべり強度の比が50%程度(この差は両者のすべり係数とボルト配置の違いによるすべり強度の差である)であることに対応している。すなわち、WS・F4タイプに発生する応力度が小さいのはウェブ部のすべり強度が違うからであり、ウェブ継手を強くするとそれに応じて力がウェブ継手に流れることになる。

従って、ウェブ継手のすべり強度を必要以上に強くした場合には微小すべり発生後に応力分担の割合が変化することに注意する必要がある。また、添接板の応力分布の連続性という点だけから見れば、WSタイプ(1枚添接板)の方が合理的であると言える。

表 7-3に全11ケースの主すべり荷重 P_m を示す。太線わく内は2タイプのウェブ(行)

と3タイプのフランジ（列）を組み合わせた継手の P_m である。例えば、1行1列はWMS・F2の P_m を示す。主すべり荷重は、図 7-3-18～19 および図 7-3-21 に例示した、荷重－開閉変位関係、荷重－支間中央の垂直変位関係および添接板中央部応力度分布の変化などから総合的に読み取った。しかし、前述のように、主すべりの徴候が明確に現われず、連続的に支圧状態に移行する場合や複雑な荷重－変位関係を示す場合があったため、主すべりに達する前に除荷したケースもあった。表中に*印を付けたものはデータ整理後に、まだ主すべりに達していないことが判明したもので、実際の主すべり荷重はもう少し高かったものと思われる。

P_m , ton		F 2	F 3	F 4
		30	47	59.9
WMS	34.7	58 [64.7]	72* [81.7]	88.5 [94.6]
WS	17.3	45 [47.3]	60 [64.3]	74 [77.2]

表 7-3 すべり試験による主すべり荷重値 (P_m)

フランジとウェブを添接したときの主すべり強度はそれぞれ単独に添接したときの主すべり強度を加算した強度（表中に[]で記した値）よりも平均で6.5%（*印を付けたものを除いた場合）～7.4%程度低い値となっている。しかし、組み合わせ継手試験はウェブ継手とフランジ継手それぞれ単独の継手試験の後に同じ試験体を用いて行なっており、これによって摩擦係数が多少低くなっている可能性があることを考えれば、組み合わせ継手の主すべり荷重はそれぞれ単独に添接したときの主すべり強度を加算した強度に近い。

ウェブのみ添接したときのWS, WMS両タイプの主すべり荷重の比($P_{m, WMS} / P_{m, WS}$)は、摩擦係数を等しいと仮定したときのボルト群の重心周りの総モーメントの比として計算される理論値1.4よりも大きく、2.0となっているが、これは主に添接板のすべり面の状態によって摩擦係数が違ったためである。

当試験においては、ウェブに1枚接板を用い、ウェブの曲げモーメントに対する分担率を低くしても、応力伝達に関する問題は特に見当たらなかった。また、プレートガーダー継手のすべり耐力は、ウェブ継手とフランジ継手の相互のすべり耐力の単純な和よりも7%程度低かったが、両者の和に近いという結果が得られた。

7・3・4 プレートガーダーのすべり強度解析およびフランジ継手と

ウェブ継手の組み合わせ効果

ここで用いた解析モデルは §7・3・1 で述べたものと全く同じものであり、図 7-3-22 に示すように、2 次（8 節点）のアイソパラメトリック有限要素で母材と添接板を離散化し、さらに相互をボルト位置で、任意のすべり方向に自動的に回転する 1 対のせん断ばね (k_1 , k_2) で連結した PIFESM である。ただし、立体問題を 2 次元モデルで解析するために次のような疑似立体手法を用いた。

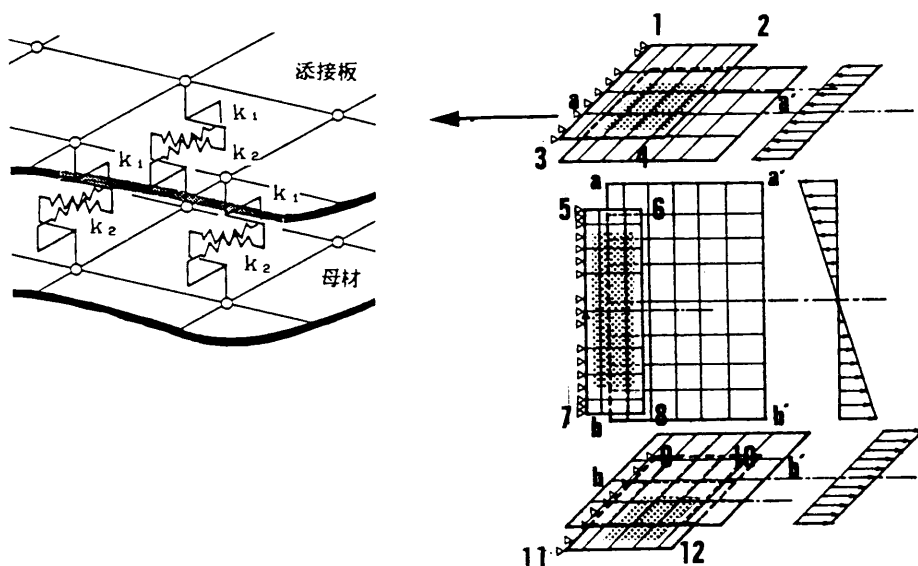


図 7-3-22 プレートガーダー継手の疑似立体解析モデル

すなわち、フランジとウェブの境界 a-a' または b-b' の節点に対して水平方向にのみ連続性を与えることにした。具体的な処理としては、この境界上の節点番号はそれぞれ別々にふり、節点間を水平方向に剛性の高いばねで連結している。また、純曲げモーメントは母材端部に強制変位として与えた。

解析において重要なファクターである摩擦係数 μ はウェブとフランジについて、すべり試験から得られた主すべり荷重を基にして次のように求めた。まずウェブ単独の場合の主すべりモーメント ($M_{ws} = P_{m,ws} \times 1.3 / 2 = 11.25 \text{ tm}$) に対して、図 7-3-23 (a) に示すようなボルトの総すべり抵抗モーメント、

$$\sum r_i \cdot \rho \dots\dots\dots (7-3-15)$$

を等置する。ここで、 r_i は回転中心（ここでは純曲げ応力場の問題であるからボルト群の重心と等しい）から各ボルト中心までの距離であり、また、 ρ は 2 摩擦面の場合のボルト 1 本のすべり強度であり、次式で表わされる。

$$\rho = 2 \mu' N_o \quad \dots\dots (7-3-16)$$

ここで、 μ' 、 N_o はそれぞれ、すべり係数、ボルト初期軸力である。

これからすべり係数 $\mu' = 0.288$ を求め、実験で得られたボルト軸力変化を考慮して、この 5% 増しの値をウェブの摩擦係数($\mu_w = 0.30$)とした。

同様に WMS タイプのすべり係数を求めたところ、 $\mu_{wms}' = 0.414$ となり、WS タイプのすべり係数よりも 1.44 倍大きな値が得られた。母材が同一であるにもかかわらず、すべり係数に差が現われたのは、主に添接板の摩擦面の状態が両タイプで少し違っていたためと思われる。

他方、フランジについては、フランジ継手のみの場合の 3 種類($n = 2, 3, 4$ 列)における主すべりモーメント($M_m = P_m \ell' / 2$)に対して、図 7-3-23 (b) に示すようなすべり抵抗モーメントを考え、表 7-4 に示す手順により摩擦係数 $\mu_F = 0.23$ を得た。

ここで、 ℓ' は支点から純曲げモーメント発生点までの距離、 $\ell' = 1.3 \text{ m}$ である。 h' は桁高であり、ここでは上下フランジの板厚の中心間距離、 $h' = 0.519 \text{ m}$ を用いた。また、 N_o はボルトの初期軸力であり、 $N_o = 10.58 \text{ ton}$ とした。

数値計算は極力自由度を少なくするために、対称性を利用し、半断面について、さらに継手中央から半分について行なったが、図 7-3-22 のようなメッシュ分割に対して総節点

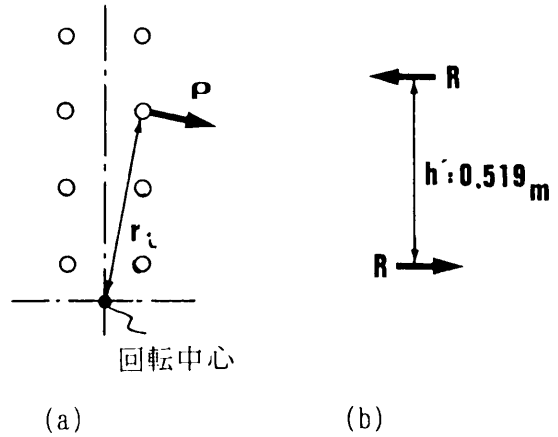
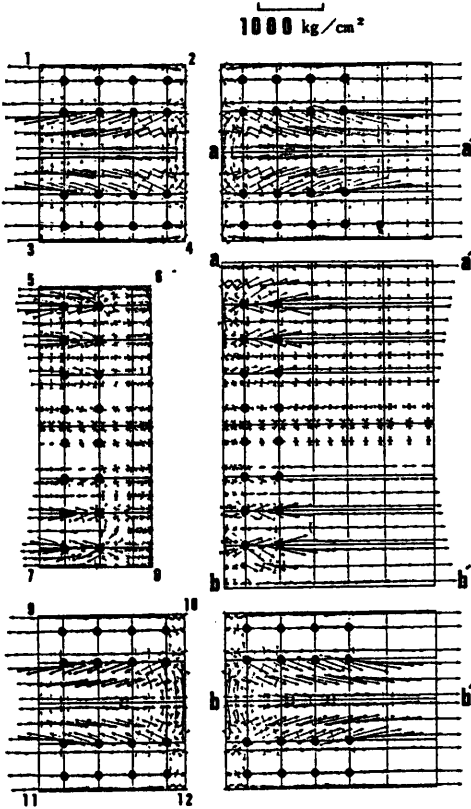
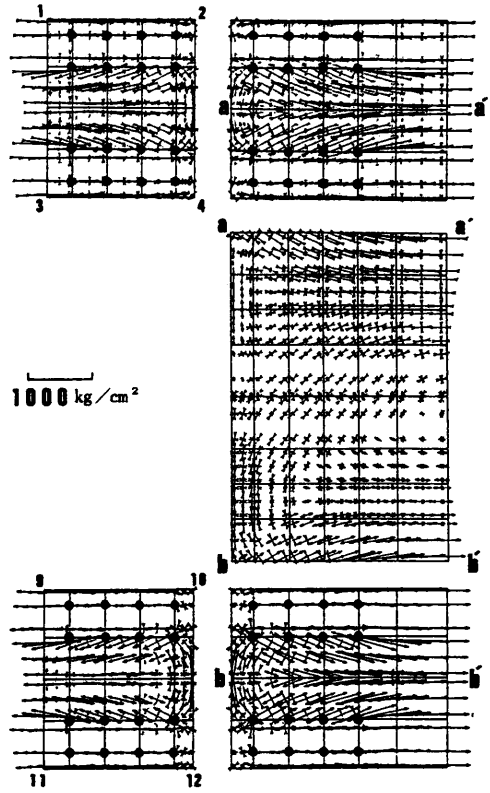


図 7-3-23 摩擦係数の推定法に関する説明

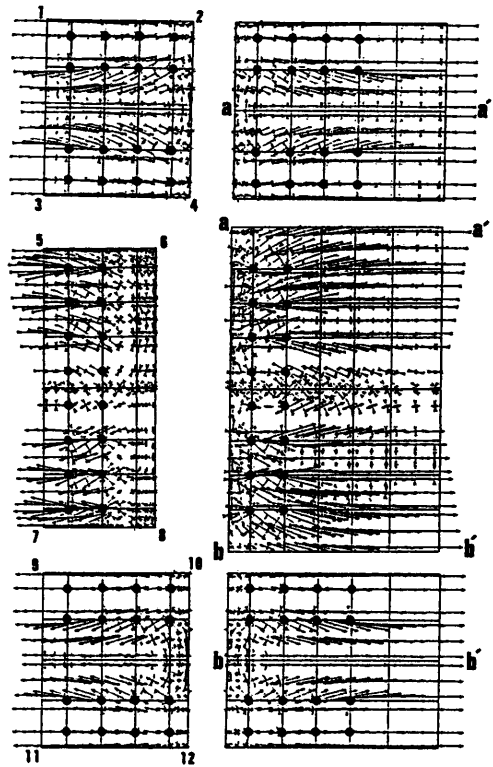
	F 2 (n=2)	F 3 (n=3)	F 4 (n=4)
主すべり荷重 [P, ton]	30.0	47.0	59.9
主すべり時の モーメント[M =P/2* ℓ' , tm]	19.5	30.6	38.9
主すべり時摩 擦面せん断力 [R=M/h', ton]	37.6	59.0	75.0
すべり係数 [R/(2N _o *4n)]	0.22	0.23	0.22
摩擦係数: μ (推定値)	0.23		

表 7-4 フランジ継手部の摩擦係数計算手順

(a) F 4 (フランジ継手のみ)
;P=43.7 ton)



(b) W F S 4 (P=47.6 ton)



(c) W F S 4 (P=78.3 ton)

図 7-3-24 プレートガ-ター継手部の主応力図および実験結果（添接板中央部応力）との比較

数は 638 となり、演算時間は 7MIPS 程度の汎用機で、50 分（25 ステップ + 21 回の収束計算）程度必要とした。

解析により得られた、主応力図を図 7-3-24 に示す。(a) はフランジのみの継手で、ボルト列が 4 列の場合 [F4 タイプ]、(b)、(c) はともに継手全体系 [WSF4 タイプ] のものであるが、(b) は微小すべり直後、(c) は主すべり発生直前におけるものである。各主応力図の左側が添接板、右側が母材である。図中、黒丸はボルト位置を示し、 \rightarrow と \leftarrow はそれぞれ圧縮応力、引張応力を示す。

フランジのみ接合した場合 (F4 タイプ) であっても、ウェブの応力がフランジ母材を通して添接板に円滑に流れることが主応力図によって確認できる。ただしこのとき、主応力はウェブの繊維方向に対して傾きを持ち、繊維方向直角方向の分力が生じることになる。

WSF4 タイプの応力図、(b)、(c) は、実験で得られた応力分布図 (図 7-3-21) と比較して、分布形状、応力値とも良く合致している。荷重が大きくなると実験値の方が幾分高くなっているが、この主な理由は、実験では桁の変形が大きくなるにしたがって純粋な純曲げ応力場を形成することができなくなったためである。

図 7-3-25 は WS・F3 タイプの継手におけるボルト軸力の変化を、導入軸力を 100% として示したものである。ここで示したものは図中に黒丸を付けた、上フランジ [a]、ウェブ圧縮側 [b]、ウェブ引張側 [c]、下フランジ [d] の各 1 本、計 4 本のボルトであり、太線が実験結果、細線が解析結果である。

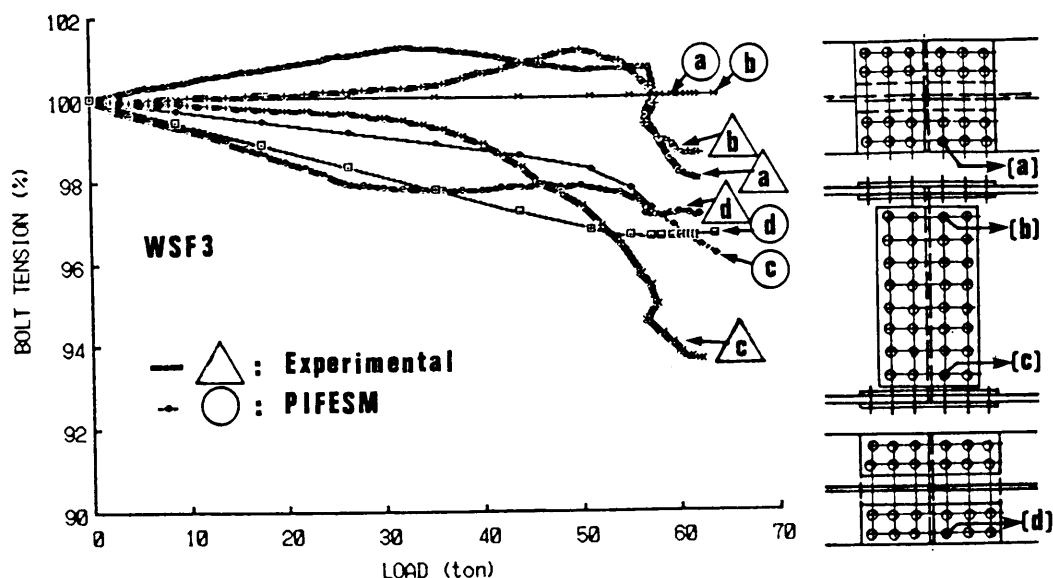


図 7-3-25 ボルト軸力 (%) - 荷重関係曲線 (実験値と解析値の比較)

圧縮側のボルト軸力 [a], [b] は非常に複雑な変化をすることが実験結果からわかる。すなわち、微小すべり発生以前の弾性範囲においてはポアソン比に起因すると思われる軸力の微増が認められるが、その後は漸減し、主すべり発生時に 3% 程度急減し、導入軸力よりも 2% 程度減少している。圧縮側ボルトのこのような複雑な変化を解析に取り入れるのは難しく、従って本解析においては、近似的に圧縮側のボルト軸力は一定と仮定して解いている。引張側のボルト軸力 [c], [d] についてはポアソン比による軸力を考慮しているため、実験結果と解析結果は良く対応している。

表 7-5 に、実験と解析による主すべり荷重の比較を示した。両者は良く合致している。解析においてもウェブ継手とフランジ継手を組み合わせたときのすべり強度は、それぞれ単独のすべり強度を単純に加算したものよりも全ケースにおいて低くなるという結果が得られた。しかし、その差は極めて僅か (0.2% ~ 0.6%) であり、ほぼウェブ継とフランジ継手単独のすべり強度を加算した値になっている。

F 2	解析値	30.7	W S F 2	解析値	48.4
	実験値	30		実験値	45
F 3	解析値	46.2	W S F 3	解析値	63.6
	実験値	47		実験値	60
F 4	解析値	61.2	W S F 4	解析値	78.6
	実験値	59.9		実験値	74
W S	解析値	17.8	P : 単位 : ton		
	実験値	17.3			

表 7- 5 実験と解析による主すべり荷重の比較

解析結果が実験結果と良く合致したことから、摩擦係数の算出方法を含めた本解析法の妥当性が確認され、同時に実験結果の解析的裏付けが可能となった。また本解析法を用いれば、実験では測定することが難しい母材内の応力を含めた、継手全体の応力の流れを把握することができる。ここでは純曲げ応力場の解析を行なったが、一般の複合応力場の問題も梁の効果をウェブに含ませることにすれば同様な手法を用いて解析することができる。

プレートガーダー継手のすべり強度特性に関する以上の試験結果および解析結果から明らかとなった事柄をまとめると次のようになる。

1。プレートガーダー継手の曲げモーメントに関するすべり強度 M_m は、ウェブ継手とフランジ継手の有機的・相補的な働きが期待できるため、相互のすべり強度を単純に加算したものより僅かに低くなるが、殆どそれに近いと考えてよい。

2。ウェブ継手において、繊維応力に比例するようにボルトを配置した場合には弾性域は広がるので、弾性理論に基づく現在の設計法から見れば一見合理的と思えるが、ウェブ継手のすべり強度は回転中心周りの総すべりモーメント（ボルト群としての強度）で決定されるという性質、また微小すべりを許すことにすれば、強いてボルト配置を繊維応力に比例させる必要はない。ウェブ継手の曲げモーメントに対するすべり強度は、式(7-3-15)、(7-3-16)および図 7-3-23 に示すように、回転中心周りの総すべりモーメントで計算される。せん断力も同時に加わる一般的な複合応力場においては同時回転中心を求め、この点周りの総すべりモーメントを計算すればよい。同時回転中心を求めるためには計算機を使った収束演算が必要であり、設計者にとっては幾分扱いにくい点がある。しかし、一般によく使われるピッチやゲージについてあらかじめ計算し、これを図化したり、表にまとめておくことによって従来よりもむしろ設計時間を短縮できる。

3。ウェブ継手は上下フランジ継手が個々にすべり出そうとするのを殆ど同時にすべり出すようにまとめる重要な働きを有する。

4。ウェブ継手の曲げに対するすべり強度を、フランジとの曲げ剛性の比 (I_w / I_F) 以上に強くした場合は、微小すべり発生以後応力分担の割合が変化し、それだけウェブ添接板に多くの応力が伝達されることになる。この場合、特にモーメントプレートのフランジよりの端部に応力が集中する。従って、ウェブ継手の曲げに対するすべり強度は全すべり強度に対する比を $I_w / (I_w + I_F)$ 程度か、あるいはそれ以下として、不足分はフランジ継手に預けるような設計をした方がむしろよいといえる。

すなわち、現行の設計規準では曲げ応力に比例して多くなる縁端部のボルト列数を減らして、全ての水平方向接合線におけるボルト列数を揃えて1枚添接板を用いてもフランジ継手とウェブ継手各々のすべり強度の和が必要すべり強度以上であれば良い。

5。このとき、試験と解析の両方で確認された、組み合わせ効果（組み合わせたときの主すべり荷重はウェブ継手とフランジ継手のすべり荷重の単純な和よりも試験においては7%程度、解析においては1%弱減少する）を考慮すべきかもしれない。しかし、当試験においては同じ供試体を何回も使用したので、後半に試験した組み合わせ継手の摩擦係数が幾分低下している可能性があり、このことから推定すれば、組み合わせ継手のすべり強

度は試験で得られたような、7%程には減少しないように思われる。また、この程度の減少はフランジ継手の設計時における必要ボルト本数と、それよりも多く配置される実際のボルト本数の差に吸収されると考え、特別に安全率を設けて設計を複雑にすることを避けるのも一案である。しかし、この点に関しては、もう少し実験データの蓄積が必要である。

6。上記の4。のような設計法の限界を強いて挙げれば、ウェブ部で不足した応力がフランジ継手に流れる時、ウェブの上下端部に発生する繊維応力に直交する圧縮または引張分力が存在するが、これとせん断力との合力によってウェブに局部的な座屈あるいは破断を起こす場合である。しかし、ウェブには、せん断力に対する継手が設けられ、さらにボルト配置に関する種々の規定によって、相当数のボルトが締められるので、上記のような限界に達することはないと思われる。

7・4 第7章 結語

本章ではプレートガーダーにおける継手特性を、解析・実験の両方面から明らかにした。

解析においては曲げ応力場の問題に対しても、パラボリック・アイソパラメトリック有限要素-ばねモデル (PIFESM) が有効であり、非適合要素などよりも計算精度の面や自由度を低減できる点で優れていることを示した。当初、座標軸方向に固定していたばねを、文献 9) で行なわれた純曲げ試験結果との比較・検討により、任意のすべり方向へ自動的に回転するように手直した。また、圧縮場におけるボルト軸力変化についても、筆者の行った実験を通して修正することによって、非常によく実験結果を再現できる解析モデルを完成させた。この解析モデルは本来 2 次元のすべり問題を扱うものであるが、境界条件を適当に与えれば、疑似立体解析が可能であり、プレートガーダー継手のすべり強度試験結果とよく合致する結果が得られることを示した。従来、摩擦接合継手のすべり問題は殆どが実験的手段を用いて解明する方法が採られてきたが、本解析モデルの完成により、全ての問題を解析的に扱うことが可能となった。

曲げ応力場における高力ボルト摩擦接合継手のすべり強度試験に関しては、例えば文献 1), 5), 9), 67)~69) などの報告例がある。しかし、ウェブ継手とフランジ継手の組み合わせ効果を含めた、すべり限界状態に関する詳細な検討をした例は非常に少なかった。従って、曲げ応力場におけるすべり強度をどのように算定すればよいかについては良く分かっていなかった。このような問題に対して、ウェブ継手において 2 種類 (WS, WMS タイプ)、フランジ継手において 3 種類 (ボルト列を 2、3、4 列に変化したもの) およびこれらを組み合わせた合計 11 種類の継手試験を行ない、プレートガーダー継手のすべり強度に関する種々の特性を実験的にも解明した。また当実験により、プレートガーダー継手が主すべりを起こした時に生じる垂直変位 δ_s は、式 (7-3-14) で近似的に計算できることが判った。昨今、主すべり発生以後の支圧状態を考慮した終局設計法が一部で提案されている。しかし、この垂直変位がもたらす折れ角は決して小さな量ではなく、従って、主すべり発生時を使用限界として許容力を定める、従来の設計法がむしろ合理的であるという結論を得た。

プレートガーダーの継手特性を、ウェブ継手、フランジ継手および両者を組み合わせた継手全体のそれぞれについてまとめると次のようになる。

ウェブ継手において、ボルト配置を不規則とするか、WMS タイプとして繊維応力に比例するようにした場合のモーメント-曲率 ($M-\theta$) 関係は、同一荷重レベルで殆どのボルトがすべりを生じるため、バイリニア型に近い曲線となる。従って、弾性域は広がり、

一見合理的と思えるが、ウェブ継手のすべり強度は回転中心周りの総すべりモーメントで決定されるという性質と、すべり強度を基本として安全性を考慮する設計法に基づけば、さらにまた端部ボルトの微小すべりを許すことにすれば（微小すべりを許してもなんら問題はないので）、強いてボルト配置を繊維応力に比例させる必要はない。すなわち、ボルト群としての全体的なすべり抵抗力を期待してもよい。

せん断力と曲げモーメントが同時に作用するような、一般的な複合応力場におけるウェブ継手のすべり強度は、等価偏心距離を用い、第8章で詳述する、同時回転中心周りの総すべり抵抗モーメントによって正確に算定することができる。モーメントプレートとシェアプレートを用いたWMSタイプの継手は主すべり発生直前に応力が不連続となる。このような現象は設計荷重の範囲ではなんら問題にはならないが、応力の流れを主すべりに至るまで円滑に保つには、1枚添接板（WSタイプ）を用いた方がよい。WSタイプは施行性の面あるいは美観の面においても優れているので、ウェブ継手においては今後、WSタイプの継手へ移行して行くものと思われる。

フランジ継手のすべり強度は、摩擦面のすべり抵抗力が作り出す総抵抗モーメントによっておおよそ計算できる。ただし、これには圧縮側と引張側のフランジ継手において同時にすべりが発生する場合においてはという条件が必要であり、ウェブ継手を設けることによって初めてこの条件が満たされることになる。

ウェブ継手とフランジ継手を組み合わせたプレートガーダー継手全体のすべり強度については、両者の有機的・相補的効果が期待できる。すなわち、ウェブ継手が仮にフランジ継手より先にすべりを起こしたとしても、その後の荷重はフランジ継手が負担することになり、また全く逆の場合も成立する。しかし、プレートガーダー継手全体の最終的なすべり強度は両者の単純な和よりも試験においては7%程度、解析においては1%弱減少するので、これに対する安全を考慮すべきかもしれない。この点に関してはもう少しデータの蓄積が必要である。

ウェブ継手を曲げ剛性の比 I_w / I_f 以上に強くした場合は応力分担の割合が変化し、それだけウェブ添接板に多くの応力が伝達されることになる。このとき、添接板のフランジよりの端部に応力が集中する。従って、ウェブ継手の曲げに対するすべり強度は全すべり強度に対する比を I_w / I_f か、あるいはそれ以下として、不足分はフランジ継手に預けるような設計をした方がむしろよいといえる。

第8章 複合応力場における継手のすべり挙動解析

8・1 序

ここで言う複合応力場とは、継手にせん断力と曲げモーメントが同時に加わっている応力場である。このような応力場の例として最も一般的なものはガセットプレートの継手であるが、柱と梁、梁と梁の継手など偏心荷重が作用する場合や、プレートガーダーのウェブ継手もこれに含まれる。

偏心荷重作用下の継手のすべり強度に関しては米国において詳しく検討されている。Crawford とKulak は偏心継手に関する論文³⁵⁾を1971年に発表した。これに基づいてAISC⁶⁵⁾では従来からの弾性理論による設計法とCrawford, Kulakの論じた終局強度設計法(終局強度設計法と述べられているが、摩擦接合継手に対しては主すべり強度を終局と考えており、従って実際には主すべり状態を限界と考えた、限界状態設計法である)を併記しており、どちらを使うかは設計者の判断に任されている。また、SalmonとJohnsonはその著書、Steel Structures⁶⁶⁾で偏心力を受ける継手の設計について18頁余を費やして説明している。

これに対して日本の鋼構造に関する参考書には殆どこの種の問題が扱われておらず、従って日本人設計者の多くは偏心力を受ける継手のすべり強度に関する知識がやや欠乏しているように思われる。従って現在も伝統的な弾性ベクトル解析に基づいた手法で設計しており、このために多くのボルトを用いなければならないことになっている。このような弾性解析は安全側の設計となるが、設計法が限界状態設計法へ移行しつつある現在、継手設計においても、実際のすべり挙動に即した設計法を検討しておく必要がある。

本章では第7章の後半で用いた新しい解析手法を用いた複合応力場の継手のすべり強度解析を通してCrawford とKulak の算定法の内容を吟味し、より一般的な複合応力場における摩擦接合継手の設計へ適用する試みについて述べる。さらに、日本で用いられているメートル単位系ボルト継手の、限界状態設計法の考え方に基づいた新しい設計法を提案する。

8・2 複合応力場の継手に関する現行設計方法と問題点

複合応力が作用するときの摩擦接合継手の解析法は、今までに3種類提示されている。それらは提示された順に示すと、

- (1) 伝統的な弾性解析法
- (2) 経験に基づいて (1) の手法を修正した解析法
- (3) 終局強度解析法

であり、文献 66) に詳しく説明されている。日本における現行の設計方法とその問題点を明らかにするために、文献 66) を参照して上記の3手法について簡単にまとめると次のようになる。

(1) の解析法は、図 8-2-1 (a) に示すような偏心距離 e を有する荷重 Q を受ける継手を例に挙げて説明することができる。このような応力状態の継手は静的には (b) 純曲げモーメント $M = Q e$ と (c) せん断力 Q を同時に受ける継手と等価である。従って、(b) と (c) の場合についてそれぞれ算定し、後で最縁端ボルトの合力が許容力以内になることを検証すれば良いことになる。

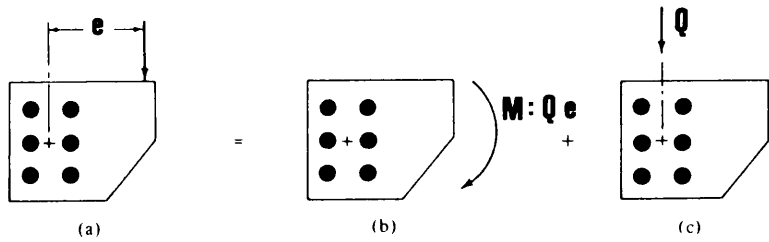


図 8-2-1 伝統的な弾性解析の考え方 [文献 66) より転載]

純曲げモーメント $M = Q e$ が加わったときの各ボルトの分担力（ベクトル）を ρ_{mi} とし、ボルト（リベット）群の中心 C.G. (Centroid of fastener group) からの距離を d_i (図 8-2-2) とすると、モーメントに関する釣合い式は、

$$M = \sum_{i=1}^n \rho_{mi} d_i \quad \dots\dots\dots (8-2-1)$$

となる。ここで、 n は総ボルト本数である。

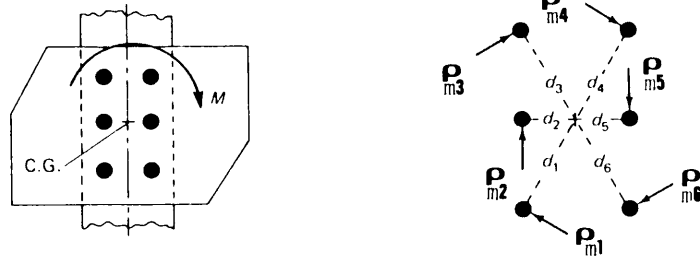


図 8-2-2 純曲げモーメントを受ける継手 [文献 66) より転載]

式 (8-2-1)において、各ボルトの分担応力はボルト群の中心 C.G. からの距離に比例すると仮定した場合、次式が成立する。

$$\rho_{mi} = k d_i \quad \dots\dots\dots (8-2-2)$$

ここで、 k は比例定数である。式 (8-2-1)、(8-2-1) の関係から次の2式が得られる。

$$M = k \sum_{i=1}^n d_i^2 \quad \dots\dots\dots (8-2-3)$$

または、

$$k = M / I_P \quad \dots\dots\dots (8-2-3')$$

$$\rho_{mi} = M d_i / I_P \quad \dots\dots\dots (8-2-4)$$

ここで、

$$I_P = \sum_{i=1}^n d_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 + \sum_{i=1}^n y_i^2 \quad \dots\dots\dots (8-2-5)$$

であり、また、 x_i 、 y_i はそれぞれ C.G. を座標原点としたときの i 番目ボルトの x 、 y 座標である。

式 (8-2-4)は x 、 y 方向成分に分解して表わすと次式となる。

$$\rho_{mxi} = M y_i / I_P, \quad \rho_{myi} = M x_i / I_P \quad \dots\dots\dots (8-2-4')$$

次に、せん断力が加わる図 8-2-1 (c) の場合の分担力応力度 ρ_s を考えると、

$$\rho_s = Q / n \quad \dots\dots\dots (8-2-6)$$

となり、結局純曲げモーメントとせん断力が同時に作用するときの分担力 ρ_i は次式で示される。

$$\rho_i = \sqrt{(\rho_{myi} + \rho_{si})^2 + \rho_{mxi}^2} \quad \dots\dots\dots (8-2-7)$$

最端ボルトの分担力が最大となるので、この分担力 ρ_{max} が1本あたりのすべり許容耐力 ρ_a 以内になるように設計すればよい。このとき、ボルトが矩形配置であれば、 I_P と

x_{max} , y_{max} は図 8-2-3に示すような任意のボルト配置間隔 g , p と水平行数 m に対して次式で与えられる。

・ 垂直列が2列の場合

$$I_p = (1/2)mg^2 + (1/6)(m-1)m(m+1)p^2 \quad \dots\dots\dots (8-2-8)$$

$$x_{max} = g/2, \quad y_{max} = (m-1)p/2$$

・ 垂直列が3列の場合

$$I_p = 2mg^2 + (1/4)(m-1)m(m+1)p^2 \quad \dots\dots\dots (8-2-9)$$

$$x_{max} = g, \quad y_{max} = (m-1)p/2$$

従って、矩形配置の場合は上式を用いた、多少効率の良い設計が可能である。

以上が(1)の「伝統的な弾性設計法」の概要であるが、この手法は、各ボルトの分担応力はボルト群の中心 C.G. からの距離に比例するとした仮定に基づいたものであることを考えれば明らかのように、本来は支圧接合継手の解析法である。この算定法を直接、摩擦接合継手に適用する場合、作用力と分担力の関係が線形である範囲に限定される。すなわち(1)の手法は微小すべり発生以前の弾性状態における設計法と考えるべきである。

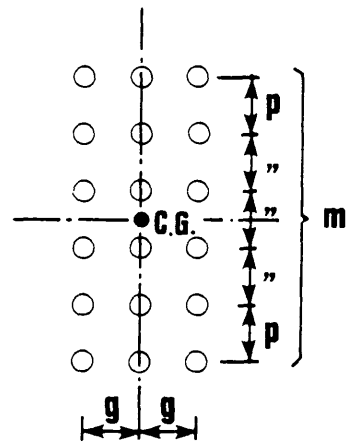


図 8-2-3 矩形配置 (3 ゲージラインの場合)

さらに、その後の実験などによって、弾性設計法を用いて設計された継手は安全過ぎるということが判った。そこで、(2)の解析手法が考案された。

(2)の解析法はAISCがスポンサーとなつて行なつたいくつかの継手試験に基づき、実際の偏心距離を少し低減させた、有効偏心距離 e_{eff} を用いるものである。この有効偏心距離は式(8-2-10)または式(8-2-11)で示される。

・ 単一ゲージラインに対して、

$$e_{eff} = e - (1 + 2n) / 4 \quad \dots\dots\dots (8-2-10)$$

・ 複数ゲージラインに対して、

$$e_{eff} = e - (1 + n) / 2 \quad \dots\dots\dots (8-2-11)$$

ここで、 n はボルト列数である。

しかし、上記の算定手法はその後の、より高張力なボルトに関する継手試験によって、場合によっては危険側の算定になることが判明し、現在は殆ど使われていない。

(3)の解析法は終局強度解析法
または塑性解析法とも呼ばれ、前
記の2つの算定手法に比べて合理
的なものである。一般に偏心力を
受ける継手は回転と並進運動を同
時に起こす(図 8-2-4)。

従って、これらの変位はボルト
群の中心 C.G. から少し離れた位
置にある、同時回転中心 (I.C. ;
Instantaneous center of rota-
tion) 周りに生じることになる。

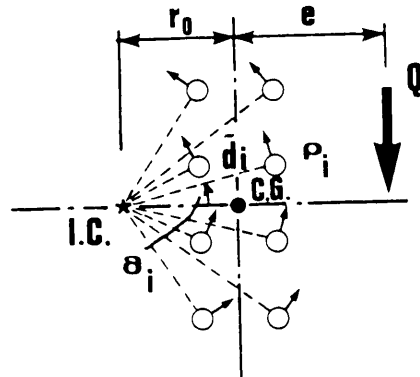


図 8-2-4 偏心継手

この同時回転中心は力の釣合式、

$$\left. \begin{aligned} \Sigma F_H &= 0; \quad \sum_{i=1}^n \rho_i \sin \theta_i &= 0 \\ \Sigma F_V &= 0; \quad \sum_{i=1}^n \rho_i \cos \theta_i - Q &= 0 \\ \Sigma M &= 0; \quad \sum_{i=1}^n \rho_i \bar{d}_i - Q (e + r_0) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8-2-12)$$

から求められる。ここで、

$$\left. \begin{aligned} \bar{d}_i &= \sqrt{y_i^2 + (x_i + r_0)^2} \\ \theta_i &= \tan^{-1} \left(\frac{y_i}{x_i + r_0} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8-2-13)$$

また、\$r_0\$はボルト群の重心C.G.から同時回転中心I.C.までの距離である。式(8-2-12)の最初の式は、座標原点をC.G.に置き、さらに \$y\$軸を偏心荷重の作用線と平行に設定したとき、自動的に満足する。

式(8-2-12), (8-2-13)において弾性範囲の計算を行なえば、すなわち、各ボルトの分担力 \$\rho_i\$は同時回転中心からの距離 \$\bar{d}_i\$ に比例する、

$$\rho_i = k' \bar{d}_i \dots\dots\dots (8-2-14)$$

と仮定して解くと(ここで \$k'\$は比例定数)、\$r_0\$が次式のように求められ、

$$r_0 = I_P / (e n) \dots\dots\dots (8-2-15)$$

これから得られる ρ_i の x, y 方向成分、 ρ_{xi} 、 ρ_{yi} は当然のことながら第 (1) の計算結果と全く等しくなる。

$$\begin{aligned}\rho_{xi} &= Q (e+r_0) y_i / (I_P + nr_0^2) = \rho_{mxi} \\ \rho_{yi} &= Q (e+r_0) (x_i+r_0) / (I_P + nr_0^2) = \rho_{myi} + \rho_s \quad \cdots \cdots (8-2-16)\end{aligned}$$

一方、Crawford と Kulak は支圧継手におけるボルトの抵抗力和変形との関係を 6 個の供試体 (2 面せん断、単一ボルト継手) の圧縮試験から求め、終局強度 ρ_u を式 (8-2-12) の ρ_i に当てはめて、すなわち $\rho_i = \rho_u$ (一定値) として、継手全体の終局強度を得る方法を提案した。また、摩擦接合継手の場合は、ボルトの摩擦抵抗力として一定値 ρ_L ($\rho_i = \rho_L$) を用いればよいとした。両者ともボルトの抵抗力 ρ_i を回転中心からの距離に関係なく一定とするものであるので、それぞれの限界強度 Q_u 、 Q_L の、1 本のボルトの限界強度に対する比は等しくなる。

$$c = Q_u / \rho_u = Q_L / \rho_L \quad \cdots \cdots (8-2-17)$$

継手全体の限界強度 Q_u 、 Q_L はそれぞれ適当な安全係数で除して許容強度とすることができる。主すべりを限界とする設計において、その安全係数が ν であるとき、許容力 Q_{La} は次式で求められる。

$$Q_{La} = Q_L / \nu = c \rho_L / \nu = c \rho_{La} \quad \cdots \cdots (8-2-18)$$

ここで、 ρ_{La} はボルト 1 本当たりの許容すべり耐力である (終局強度とすべり限界強度を区別するために添字 L を用いたが、 ρ_{La} は現行の示方書における ρ_a と同じものである)。

従って、係数 c が与えられれば、許容力 Q_{La} は式 (2-8-18) から簡単に求められることになる。また、設計偏心力を Q とすれば、次式が成立するように設計すればよいことになる。

$$Q < c \rho_{La} \quad \cdots \cdots (8-2-19)$$

係数 c は各ボルトの座標および偏心距離によって決定される。しかし、 ρ_i を一定とした場合に式 (8-2-12) は無理式となるため、係数 c に対する陽な形の解を得ることができず、電算機による近似計算が必要になる。

AISC のマニュアルには、この第 (3) の解法が第 (1) の解法と並列に記載されており、いずれの解法を用いてもよいとしている。また、第 (3) の解法については、本来、電子計算機による演算が必要であるが、設計者の便を計って代表的なピッチとゲージを有する継手にいくつかの偏心荷重が作用する場合の耐荷力を図表にまとめて示している。

図 8-2-5 はその抜粋であるが、表の値は「1 本のボルトの許容すべり耐力 (r_v : ここでは ρ_s)」に対する「許容すべり耐力 (P : ここでは Q)」の比、

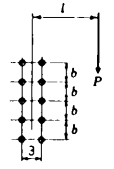
$$c = P / r_v = Q / \rho_s \quad \cdots \cdots (8-2-20)$$

を示したものである。従って、許容すべり耐力は $P = c r_v$ ($Q = c \rho_s$) と、簡単に計

算することができる。同時に表から、必要ボルト本数も簡単に分かることになる。

ECCENTRIC LOADS ON FASTENER GROUPS
TABLE XI Coefficients C

Required minimum $C = \frac{P}{r_v}$
 $P = C \times r_v$
 n = Total number of fasteners in one vertical row
 P = Permissible load acting with lever arm l , inches
 r_v = Permissible load on one fastener by Specification
 C = Coefficients tabulated below.



	l Inches	n											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$b = 3 \text{ in.}$	3	0.65	2.03	3.68	5.67	7.77	9.91	12.0	14.2	16.3	18.3	20.4	22.5
	4	0.54	1.67	3.06	4.86	6.84	8.93	11.1	13.2	15.4	17.5	19.6	21.7
	5	0.45	1.42	2.59	4.21	6.01	8.00	10.1	12.2	14.4	16.5	18.7	20.8
	6	0.39	1.22	2.25	3.69	5.32	7.17	9.16	11.2	13.4	15.5	17.7	19.8
	7	0.35	1.08	1.99	3.27	4.74	6.46	8.33	10.3	12.4	14.5	16.7	18.8
	8	0.31	0.96	1.78	2.93	4.27	5.86	7.60	9.49	11.5	13.6	15.7	17.8
	9	0.28	0.86	1.60	2.65	3.87	5.34	6.97	8.75	10.7	12.6	14.7	16.8
	10	0.26	0.78	1.46	2.42	3.53	4.90	6.42	8.10	9.91	11.8	13.8	15.9
	12	0.22	0.66	1.24	2.06	3.01	4.19	5.51	7.01	8.63	10.4	12.2	14.1
	16	0.17	0.51	0.95	1.57	2.32	3.24	4.27	5.47	6.79	8.23	9.78	11.4
	20	0.14	0.41	0.77	1.27	1.88	2.63	3.48	4.47	5.55	6.76	8.07	9.48
	24	0.12	0.34	0.65	1.07	1.58	2.21	2.93	3.77	4.69	5.72	6.85	8.06
	30	0.09	0.27	0.52	0.86	1.27	1.78	2.36	3.04	3.79	4.64	5.56	6.56
	36	0.08	0.23	0.43	0.72	1.06	1.49	1.98	2.55	3.18	3.90	4.67	5.52

図 8-2-5 偏心荷重が作用する継手の設計に用いる係数C
[Manual of Steel Construction より転記]

以上、複合応力を受ける摩擦接合継手のすべり強度の解法について述べた。設計法が限界状態設計の考え方へ移行しつつある現在、第 (3) の解法が最も合理的であることは明白である。また、第 (3) の解法は、設計者への負担を、図表などを用意することによって軽減することが可能であり、この場合第 (1) の解法と同程度の負担になると思われる。

一方、道路橋示方書は昭和55年に、また国鉄建造物設計標準は昭和58年に改定されたが、改定以前は式(8-2-4)，(8-2-5)，(8-2-7) に準じて作った次式を用いて算定を行っていた。

$$\rho_{mx i} = M y_i / \sum_{i=1}^n y_i^2, \quad \rho_{mvi} = 0,$$
$$\rho_i = \sqrt{\rho_s^2 + \rho_{mx i}^2} < \rho_{La}$$

}

$\dots\dots\dots (8-2-21)$

これは、純曲げモーメントによって垂直方向に生じる抵抗力 ρ_{mvi} を無視し、そのかわりに抵抗モーメントにかかわる、式(2-8-5) の右辺第 2 項、 $\sum y_i^2$ のみ考慮したものである。これに対して現行の設計手法は、基本的には式(2-8-21)であるが、この中で $\rho_{mx i}$ の求め方が異なり、純曲げモーメントを受ける継手の繊維応力方向に並ぶ各ボルト列はそれ

そのボルト列が分担する力 P_j に対して抵抗できればよいと考え、次式で算定することになっている。

$$\rho_{mxj} = P_j / n_j \quad \dots\dots\dots (8-2-22)$$

ここで、 n_j は j 番目の水平列のボルト本数である。この改定により、ボルトは母材の応力分布に比例する配置とすることになった。このような配置が理想的に行なわれるならば、繊維応力方向に並ぶ各ボルト列において殆ど同時にすべりが生じることになり、非弾性状態を示す範囲を狭くすることができる。すなわち、主すべりを起こす直前にまで弾性範囲を拡大することになり、弾性解析法を用いることの意味が出てくる。また安全率も、理論的には単一応力場の継手に近づくことになる。

しかし、摩擦接合継手においては、ボルトの微小すべりによる応力の再分配が行なわれるという基本的な、また重要な特性がある。これはボルト群としてのすべり強度が期待できることを示しており、現行規準はこの特性を活かしていないように思われる。また、ボルト配置を応力分布に忠実に比例させるように務めた場合、縁端部に近づくに連れて水平列のボルト本数が必然的に多くなるので、添接板を複数（モーメントプレートとシェアプレートなど）用意しなければならなくなる。これは製作性および施行性の面からみて歓迎されるものではなく、また美観的にも望ましいものではない。そこで1枚添接板を用いるとすると、全ての水平列のボルトは最縁端部のボルト本数で統一されることになり、隣接の水平列に対して平均化してボルトを1本程度減らすにしても、数多くのボルトを必要とすることになろう。さらに、これは「母材の応力分布に比例させる」という所期の目的に反した配置となってしまう。それにもかかわらず昨今は矩形配置として1枚添接板を用いる設計例が増えており、このような設計に対応できるような規準を考える必要がある。

前述の解法のうち、第(3)の解法が合理的であろう。しかし、第(3)の解法は終局強度解析法とは言っても、本質的には純粹に幾何学的な力の釣合式に基づいた解析であり、ボルト軸力の変動や継手部材の変形を考慮した場合、本当に同時回転中心周りに主すべりが生じるかは疑問である。次節では第7章の後半で述べた、任意方向に生じる微小すべりを考慮できる解析モデルを用いてシミュレーション解析を行ない、第(3)の解法を吟味してみる。

8・3 複合応力場の継手のすべり強度解析

Crawfordと Kulak³⁵⁾は摩擦接合型偏心継手の主すべり荷重は、主すべり時の各ボルトの摩擦抵抗 ρ_i は一定(ρ_s)であるという仮定に基づき、静的な力の釣合によって求められるとした。すなわち、主すべり時には、各ボルトの抵抗力は同時回転中心周りに作用し、それらは総べて等しいと仮定した。しかし、一般に ρ_i は、主すべり時の抵抗力であっても、継手部材の内部応力状態によって多少異なることは第7章で述べた通りである。このような文献³⁵⁾の仮定と実際の現象との相違が主すべり荷重にどのように影響するかは、実験による確認が難しいこともあって明らかにされていない。そこで本節では、第7章の後半で示した PIFESモデルによる解析を通して、文献³⁵⁾における仮定が主すべり荷重に及ぼす影響などについて調べることにする。

(a) 偏心応力場におけるすべり強度解析と実験結果との比較

摩擦接合型の偏心継手に関する最近の実験的研究は国鉄構造物設計事務所で行なわれている⁹⁾。そこで用いられた試験体を参照し、PIFESMによる解析法が偏心継手の解析に対しても有効であるかを検討してみる。

図 8-3-1はその試験体の一つであり、片側6本の F9T-W7/8 ボルト群に対して、60 mm の偏心距離を有する荷重 Q が加わる突合せ継手である。

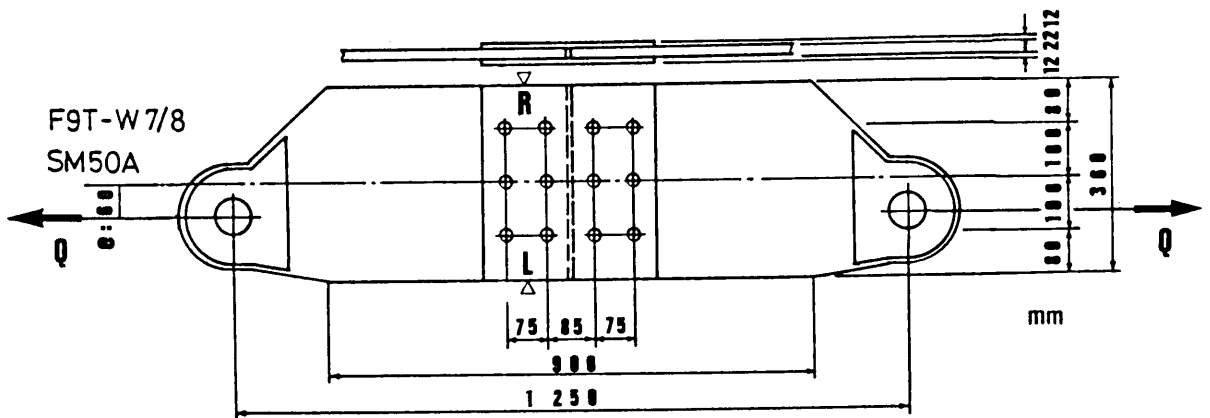


図 8-3-1 摩擦接合型の偏心継手の試験体 [文献 9) より]

継手の鋼種は SM50Aであり、板厚は母材が 22 mm、添接板が 12 mmである。試験では荷重の他に、図中に△印で示した2箇所(R, L点)において、母材と添接板の相対変位量が計測された。

予備試験によりすべり係数が得られており、その値は 0.617 または 0.635 であった。本試験結果によれば、主すべり荷重 Q_u は 73.5 ton であった。

図 8-3-2 に PIFESM のメッシュ分割の図を示す。全要素数および節点数はそれぞれ 36、142 である。解析に用いた摩擦係数は、予備試験で得られたすべり係数のうち大きいものを摩擦係数として用いることにした。すなわち、すべり係数と摩擦係数の間には式 (4-4-6) で示されるような関係があり、摩擦係数の方が数パーセント程度大きい。予備試験では摩擦係数を求めておらず、不明であるため取りあえずすべり係数のうち大きいものを摩擦係数として用いた。ボルト初期導入軸力 N_0 は試験と同じ、14.0 ton とした。またボルト番号を図の左下から順に①～⑥と付けることにした。

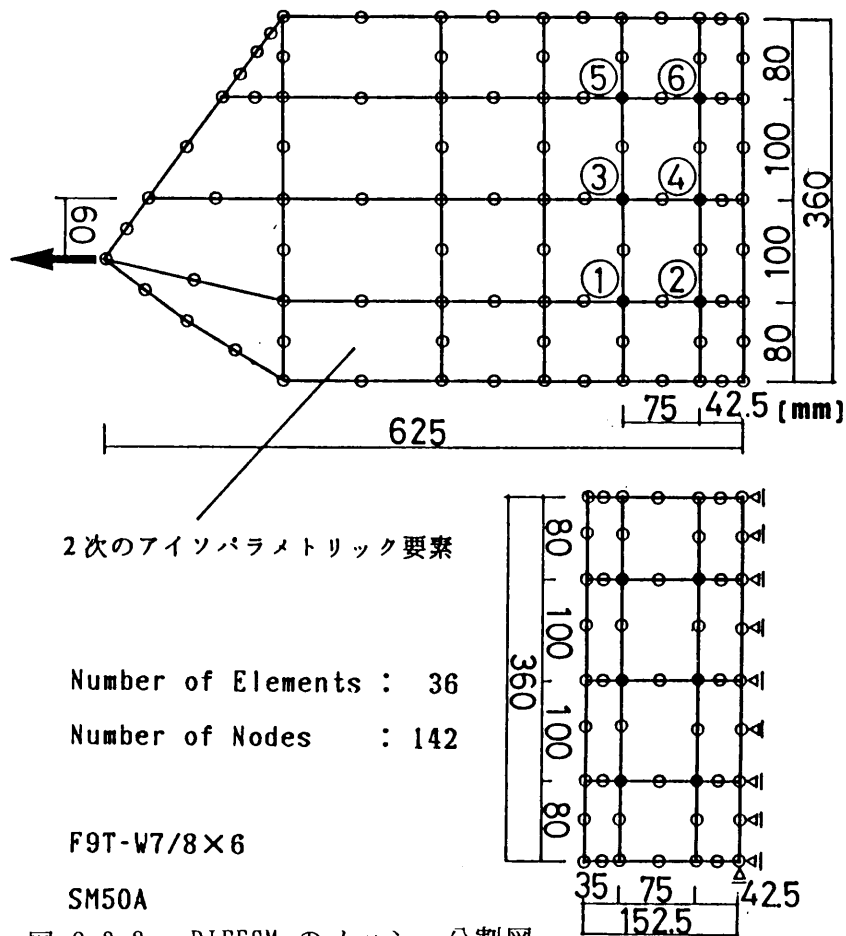


図 8-3-2 PIFESM のメッシュ分割図

図 8-3-3 は R、L 点における荷重と母材－添接板間の相対変位の関係を示したものであり、実線が PIFESM による解析結果、破線が試験結果である。解析結果の曲線には各ボルトが微小すべりを起こした箇所が記入してある。偏心荷重の作用線に近い、①、②のボルトが先にすべり出し、その影響が次第に他のボルトに伝達し、ついには⑤、⑥のボルトが

すべて主すべりに至っている。試験結果と解析結果の、R点とL点における荷重－相対変位関係は非常に良く似ており、PIFESMによる解析精度が良いことを証明している。

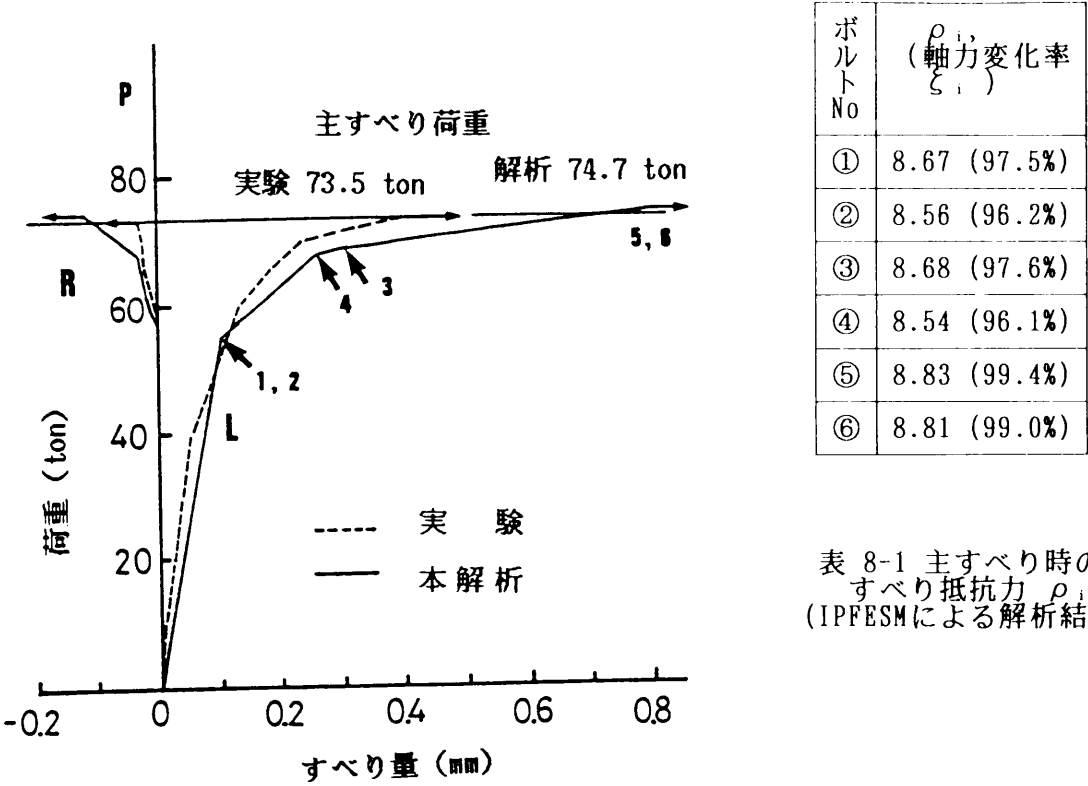


表 8-1 主すべり時のすべり抵抗 ρ_i (IPFESMによる解析結果)

図 8-3-3 荷重－相対変位関係曲線の比較

PIFESMによる解析によれば、主すべり荷重は 74.7 ton であった。実験値(73.5 ton)に対する誤差は+1.6 %であり、良く合致している。

図 8-3-4は解析によって得られた弾性変形時の母材－添接板間の相対変位方向(長針)と主すべり時の方向(短針)を示したものである。従って、各ボルトの摩擦抵抗はこのすべり方向と逆方向に働いていることになる。図中の破線と実線はそれぞれ、弾性変形時および主すべり時の相対

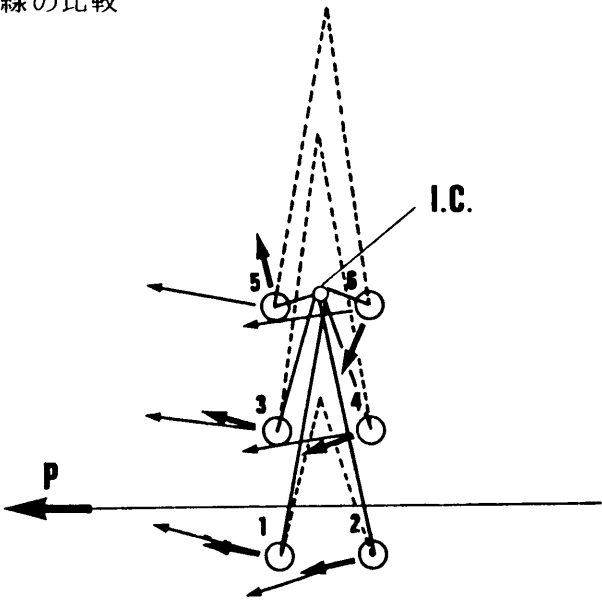


図 8-3-4 弾性変形時および主すべり時の相対変位方向

変位方向または摩擦抵抗力（ベクトル）の向きに対して直角に引いた補助線であり、その交点是一对のボルト（①と②、③と④、⑤と⑥）の摩擦抵抗力の回転中心を示す。弾性変形時の回転中心はばらばらに離れていたものが、主すべり時には、全く一致するというわけではないが、一箇所に近づくようになっている。このときの摩擦抵抗力の角度変化を荷重 Q に対して示したのが図 8-3-5である。荷重軸には各ボルトの微小すべり発生位置を示してある。

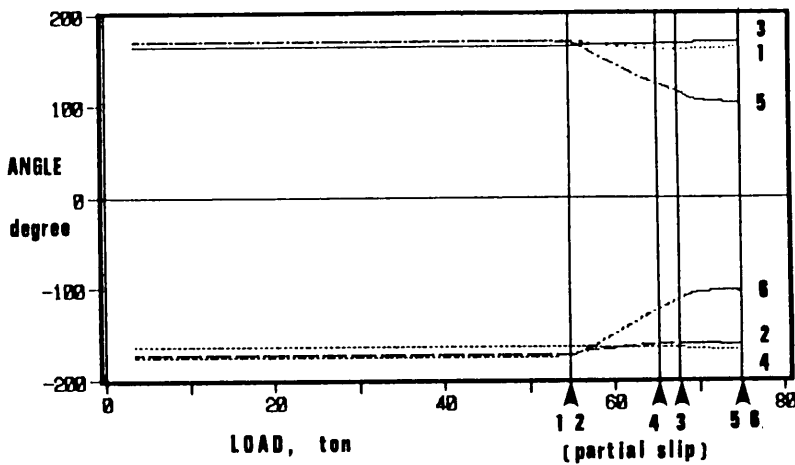


図 8-3-5 荷重－摩擦抵抗力作用方向関係（IPFESMによる解析結果）

摩擦抵抗力の作用方向は微小すべり発生直後変化し始め、主すべり発生直前に収束する傾向がある。

表 8-1に、主すべり時の各ボルト部における摩擦抵抗力（解析結果）を示す。また、括弧内には主すべり時のボルト軸力が初期導入軸力に対してどのように変化したかをパーセント表示したものを示す。継手片の内部応力は②および③のボルト付近で幾分大きいため、ボルト軸力変化も大きくなっている。このボルト軸力変化の影響を受け、摩擦抵抗力は多少異なった値となっている。さらに摩擦抵抗力の差によって、各一对のボルトの回転中心がややずれることになる。次に、この回転中心のずれが全摩擦抵抗力に及ぼす影響を調べてみる。

表 8-1に示した摩擦抵抗力の平均値 $\bar{\rho}_s = 8.68$ と主すべり荷重 $Q_u = 74.7$ ton（解析値）を用いて係数 $C (= Q_u / \bar{\rho}_s)$ を計算すると 4.30 となる。一方、前節の(3)の解析法によって同時回転中心I.C.を求めると、 $r_o = 109$ mmとなり、そのときの係数 C は 4.32

となる。従って本算定例の場合、係数 C の理論値は解析値に対して若干大きいものの、非常に良く合っている。図 8-3-4 にこの同時回転中心 I.C. を示した。

以上のように、IPFESM を用いた解析は偏心継手のすべり強度解析にも有効であり、非常に精度の良い結果が得られることが確認された。

次に、当解析モデルを用いて、数種類の偏心継手のすべり強度解析を試み、「各ボルトのすべり抵抗力は一定」と仮定した (3) の解法の問題点について述べる。

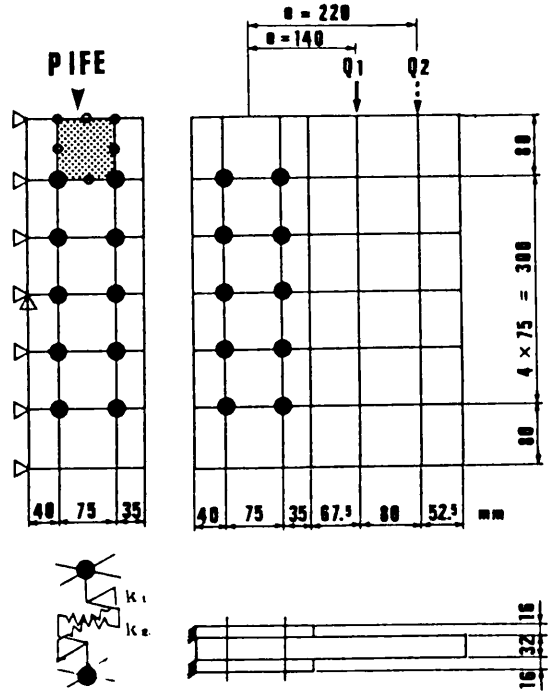


図 8-3-6 偏心継手のすべり解析モデル ($m=5$)

(b) 偏心応力場における二、三の解析例

解析モデルとして、図 8-3-6 に示すようなゲージライン 2 列 (ゲージ 75 mm, ピッチ 75 mm) の継手を考え、これに対して 3 種類のボルト列数 ($m=4, 5, 6$)、さらに 2 種類の偏心量 ($e=140$ mm, 220 mm) の各ケースについてのすべり解析を試みた。ボルトは F10T-M 22 (ボルト軸力 20.48 ton) とし、摩擦係数は 0.55 とした。図 8-3-7 はボルト 4 列 ($m=4$) における各ボルトのすべり方向を示したものであるが、長針が弾性時、また短針が主すべり発生時のものである。前述の図 8-3-1 に示した供試体に対する解析結果と同様に、各ボルトの抵抗力にバラツキがあることから、全く同一の回転中心を持つことはない。

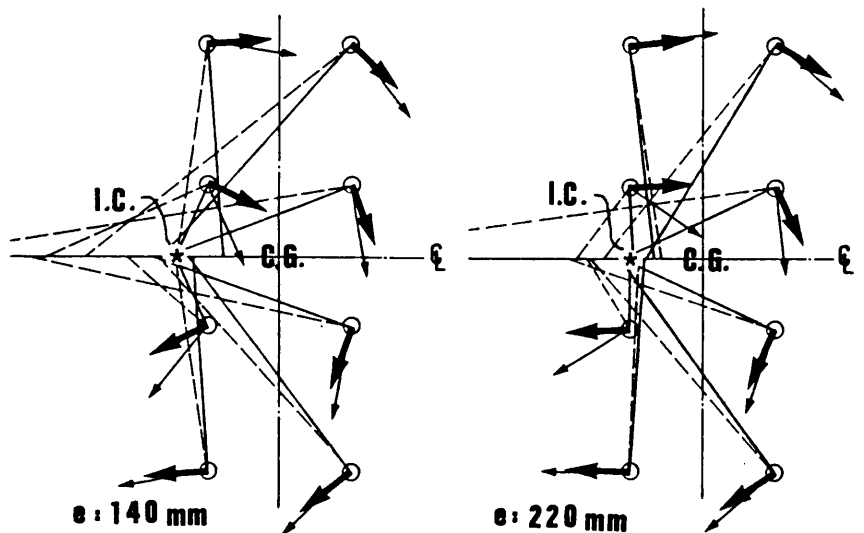


図 8-3-7 すべり変位方向 (弾性時と主すべり時)

しかし、また同様に、弾性時にはばらばらであった回転中心が主すべり時には1点に集中する傾向にある。図 8-3-7の中に、I.C. の理論値を星印で示した。

表 8-2は本解析で得られた係数 Cを理論値と比較したものである。ここですべり抵抗値には解析で得られた、主すべり時の各ボルトの軸力変化率の平均 $\bar{\xi}$ (%)と摩擦係数 μ 、初期ボルト軸力 N_0 から計算される、平均すべり抵抗値 $\rho (= 2\bar{\xi} \mu N_0 / 100)$ を用いた。すべり解析から得られた Cは、図 8-3-7 に示したように、個々のボルトの回転中心が多少ずれているにもかかわらず理論値と非常に良く合っており、理論値の合理性を確認することができる。

主すべり時軸力変化率 (%)		e = 140 mm			e = 220 mm		
		m = 4	m = 5	m = 6	m = 4	m = 5	m = 6
ボルト番号	1	96.28	95.50	94.50	95.86	95.18	94.26
	2	98.74	98.88	98.66	97.46	97.10	95.82
	3	97.86	96.82	96.09	97.31	95.95	95.16
	4	99.33	99.28	100	98.69	97.96	97.42
	5	100	100	98.69	100	99.50	97.46
	6	100	100	100	100	100	99.24
	7	100	100	100	100	100	100
	8	100	100	100	100	100	100
	9	—	100	100	—	100	100
	10	—	100	100	—	100	100
	11	—	—	100	—	—	100
	12	—	—	100	—	—	100
平均($\bar{\xi}$)		99.03	99.05	99.00	98.67	98.57	98.28
$\bar{\rho} : 2\bar{\xi} \mu * N_0 / 100$		22.31	22.31	22.30	22.23	22.21	22.14
Q		91.52	131.9	177.4	63.58	92.12	128.6
C : 解析 ($Q / \bar{\rho}$)		4.10	5.91	7.96	2.86	4.15	5.81
C : 理論 " (3%減)		4.11 3.99	5.91 5.73	7.93 7.69	2.87 2.78	4.17 4.04	5.80 5.63

表 8 - 2 係数 Cに関する解析値と理論値の比較

ただし、解析値が理論値を僅かに下回る場合がある。すべり解析モデルの精度を実験結果と比較した、図 8-3-1の継手の場合にも同様の傾向が見られたことから係数 Cの値は、安全をみて、理論値を数パーセント程度減じて設計に用いる方が良いように思われる結果が得られた。

8・4 複合応力場における摩擦接合継手の簡易設計法

パラボリック・アイソパラメトリック有限要素－ばねモデル（PIFESM）を用いた複合応力場における摩擦継手のすべり強度解析により、§ 8・2 の第(3) の解析法（終局強度解析法：この解析法は終局強度解析法と呼ばれているが、摩擦接合継手においては摩擦が切れる限界を求めているので、限界状態解析法と呼ぶのが正しい）の考え方は合理的であることが確認された。すなわち、主すべり時の各ボルトのすべり抵抗力の回転中心は理論で求められる I.C. 付近に集中しており、また係数 C の値も (3) の解析法による値とほぼ合致することが明かとなった。また、この解析結果から、(3) の理論による係数 C は実際の値よりも少し大きくなる可能性があるが、この点を考慮して数パーセント程度割り引くことにしさえすれば、安全側で、しかも非常に精度の良い偏心継手の主すべり強度を推定できることが分かった。

式(8-2-12)において $\rho_i = \rho_L$ （一定）とすると、結局 C.G. から I.C. までの距離 r_o を未知量とする、次式を解けばよいことになる。

$$\left(\sum_{i=1}^n \bar{d}_i \right) / (e + r_o) - \sum_{i=1}^n \cos \theta_i = 0 \quad \dots\dots\dots (8-4-1)$$

ここで、 \bar{d}_i, θ_i は既に式(8-2-13)で示してある。上式の左辺第 1 項または第 2 項が係数 c となる。

$$c = \left(\sum_{i=1}^n \bar{d}_i \right) / (e + r_o) = \sum_{i=1}^n \cos \theta_i \quad \dots\dots\dots (8-4-2)$$

表 8-2 は筆者が作成したプログラムを用いて計算をしたときの係数 C（理論値、式(8-4-1)、(8-4-2)）と AISC のマニュアルにある数値を比較したものである。

	ボルト行の数										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
(a) 理論値 式(8-4-2)	2.15	3.86	5.96	8.13	10.3	12.4	14.6	16.7	18.8	20.9	23.0
(b) AISC マニュアル	2.03	3.68	5.67	7.77	9.91	12.0	14.2	16.3	18.3	20.4	22.5
両者の比較 (b)/(a)	0.94	0.95	0.95	0.96	0.96	0.96	0.97	0.97	0.97	0.97	0.96

表 8 - 2 AISC マニュアル (TABLE XI) における係数 C と筆者の計算結果との比較

表 8-2はゲージ、ピッチともに3インチであり、偏心距離も3インチの場合である。AISCマニュアルの係数 C の値はいずれも筆者の計算結果よりも数パーセント低くなっており、安全側の値となっている。他のケースについても比較を行なったが、筆者の計算値と一致しているものもあり、この両者の差は繰返し計算における刻み幅の違いに基づく単純な数値計算誤差であると思われる。従って、筆者の計算結果と一致しているところは多少危険側の値となっている可能性がある。この点は改める必要があり、またAISCマニュアルの数表はピッチ、ゲージの単位がインチであるため、当設計法を利用するためには、日本で一般に行なわれているメートル単位系のピッチ、ゲージにおける係数 C の数表を新たに作成する必要がある。

前節での PIFESM による解析結果を参考して、第(3)の解析法の数値を3%割り引きし、安全側の値とした場合の係数 C を、メートル単位系のピッチ、ゲージについて求めた結果を図 8-4-1、表 8-3 (a), (b), (c), (d), (e)に示す。これらはいずれも、ゲージが 75 mm、ピッチが 100 mm で、ゲージラインが2本の場合であり、表 8-3の(a)~(e)の各表はそれぞれ偏心距離の範囲が、20mm~500 mm (20 mm 刻み), 500 mm~1000 mm (50 mm 刻み), 1000 mm~8000 mm (100 mm 刻み) の場合である。ここで、記号 Q は偏心荷重であり、 e は偏心距離、また“ m ”はボルトの行数である。

AISC マニュアルでは、偏心距離の範囲が 3インチ (76.2 mm)~36 インチ (950 mm) であるが、ここではプレートガーダーのウェブ継手の設計もできるように、8000 mm まで範囲を広げて計算を行なっている。すなわち、偏心距離が1000 mm 以内の場合は主に偏心荷重を受けるガセットプレートの設計のために用意したものであり、偏心距離が1000 mm 以上の場合はウェブ継手の設計のために用意したものである。ウェブ継手の設計においては、偏心荷重としてせん断力を用いれば良く、またその偏心距離は曲げモーメントから換算すれば良い。

係数 C の表は、ゲージとピッチがともに 75 mmの場合と、それぞれ 75 mm, 100 mmの場合について、さらにゲージラインが2本または3本の場合について、Appendix. 12 に示した。

図 8-4-1は係数 C とボルトの行数 m との関係を、偏心距離 e をパラメータとして描いたものである。継手の設計は、このような図または表から係数 C を求め、次式が成立するように必要列数を決定すれば良い。

$$Q < C \rho_a \quad \dots\dots\dots (8-4-3)$$

ここで、 ρ_a はボルト1本当たりのすべりに対する許容力 (ton/本) である。

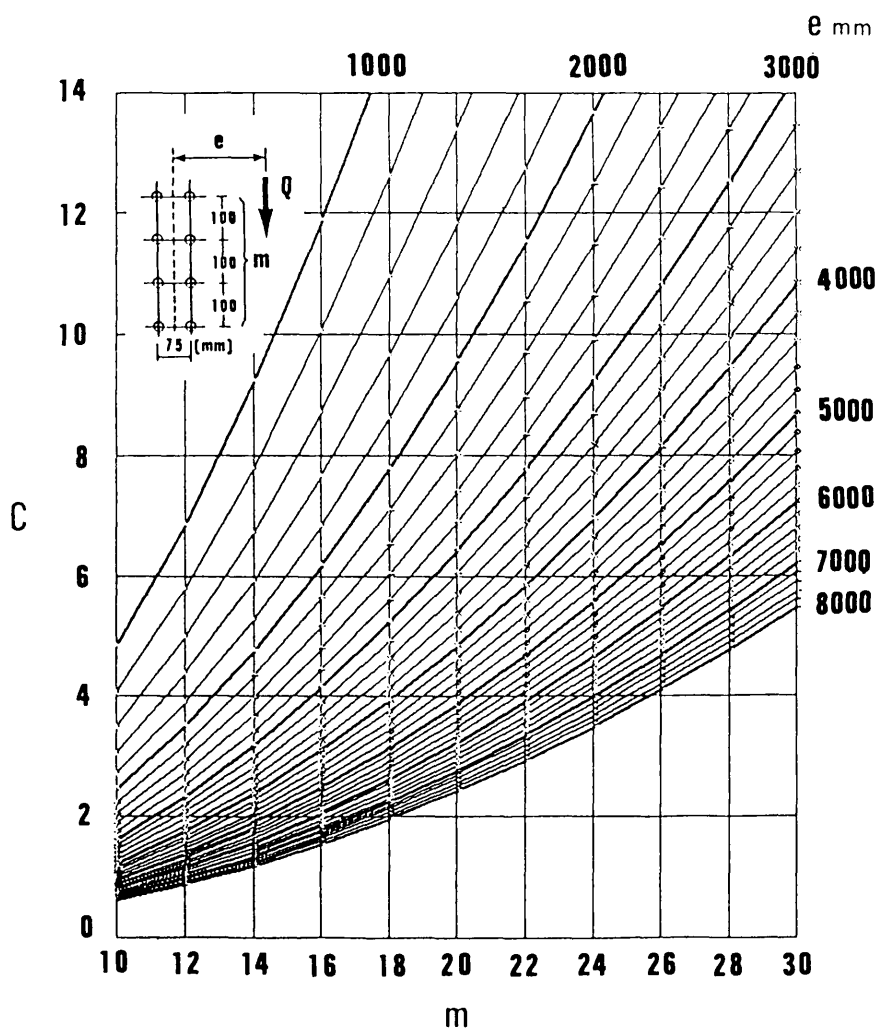
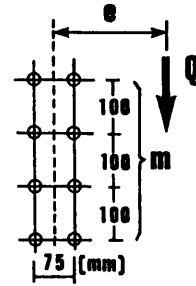


図 8- 4- 1 ボルトの行数と係数 C の関係

Sec. 8. JOINTS UNDER COMPOSITE LOADS

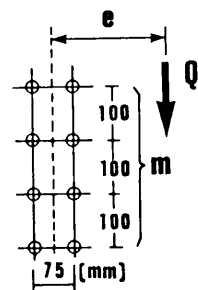


2 列 (75*100 mm)

e : 20~500 mm

	e (mm)	m													
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
100 mm	20	3.62	5.65	7.64	9.60	11.6	13.5	15.5	17.4	19.4	21.3	23.2	25.2	27.1	29.1
	40	3.12	5.23	7.30	9.33	11.3	13.3	15.3	17.3	19.2	21.2	23.1	25.1	27.0	29.0
	60	2.66	4.70	6.83	8.92	11.0	13.0	15.0	17.0	19.0	21.0	22.9	24.9	26.9	28.8
	80	2.27	4.16	6.28	8.41	10.5	12.6	14.6	16.7	18.7	20.7	22.7	24.7	26.6	28.6
	100	1.97	3.66	5.78	7.86	10.0	12.1	14.2	16.3	18.4	20.4	22.4	24.4	26.4	28.3
	120	1.73	3.23	5.22	7.30	9.44	11.6	13.7	15.8	17.9	19.9	22.0	24.0	26.0	28.0
	140	1.53	2.87	4.76	6.77	8.88	11.0	13.2	15.3	17.4	19.5	21.5	23.6	25.6	27.7
	160	1.37	2.58	4.35	6.27	8.33	10.5	12.6	14.7	16.9	19.0	21.1	23.1	25.2	27.3
	180	1.24	2.34	4.00	5.81	7.81	9.90	12.0	14.2	16.3	18.4	20.6	22.6	24.7	26.8
	200	1.13	2.15	3.69	5.40	7.33	9.37	11.5	13.6	15.7	17.9	20.0	22.1	24.2	26.3
	220	1.04	1.98	3.42	5.03	6.88	8.86	10.9	13.0	15.2	17.3	19.5	21.6	23.7	25.8
	240	0.96	1.84	3.19	4.69	6.47	8.39	10.4	12.5	14.6	16.8	18.9	21.0	23.2	25.3
	260	0.89	1.71	2.98	4.40	6.10	7.95	9.92	12.0	14.1	16.2	18.3	20.5	22.6	24.7
	280	0.84	1.61	2.80	4.13	5.76	7.54	9.45	11.5	13.5	15.6	17.8	19.9	22.1	24.2
	300	0.78	1.51	2.63	3.89	5.46	7.18	8.92	11.0	13.0	15.1	17.2	19.3	21.5	23.6
	320	0.74	1.43	2.48	3.67	5.17	6.81	8.61	10.5	12.5	14.6	16.7	18.8	20.9	23.1
	340	0.70	1.35	2.35	3.47	4.92	6.49	8.23	10.1	12.0	14.1	16.1	18.2	20.4	22.5
	360	0.66	1.28	2.23	3.30	4.69	6.19	7.87	9.68	11.6	13.6	15.6	17.7	19.8	21.9
	380	0.63	1.22	2.13	3.14	4.47	5.91	7.54	9.29	11.2	13.1	15.1	17.2	19.3	21.4
	400	0.60	1.17	2.03	3.00	4.27	5.66	7.24	8.93	10.8	12.7	14.6	16.7	18.7	20.8
	420	0.57	1.11	1.94	2.87	4.09	5.42	6.95	8.60	10.4	12.2	14.2	16.2	18.2	20.3
	440	0.54	1.07	1.85	2.75	3.93	5.21	6.68	8.28	10.0	11.8	13.7	15.7	17.7	19.8
	460	0.52	1.02	1.78	2.64	3.77	5.00	6.43	7.98	9.66	11.4	13.3	15.2	17.2	19.3
	480	0.50	0.98	1.71	2.54	3.63	4.81	6.20	7.70	9.33	11.1	12.9	14.8	16.8	18.8
	500	0.48	0.95	1.64	2.44	3.49	4.64	5.98	7.44	9.03	10.7	12.5	14.4	16.3	18.3

表 8- 3 (a) 係数 C [2 列 - 75 mm * 100 mm, e:20~500 mm]



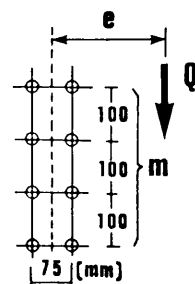
2 列 (75*100 mm)

e : 500~1000 mm

	e (mm)	m													
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
100 mm	500	0.48	0.95	1.64	2.44	3.49	4.64	5.98	7.44	9.03	10.7	12.5	14.4	16.3	18.3
	550	0.44	0.86	1.50	2.23	3.20	4.24	5.50	6.84	8.33	9.92	11.6	13.4	15.2	17.1
	600	0.40	0.80	1.38	2.06	2.95	3.91	5.08	6.33	7.73	9.22	10.8	12.5	14.3	16.1
	650	0.37	0.74	1.28	1.91	2.73	3.63	4.72	5.89	7.20	8.60	10.1	11.7	13.4	15.2
	700	0.34	0.69	1.19	1.78	2.55	3.38	4.40	5.50	6.73	8.06	9.49	11.0	12.6	14.3
	750	0.32	0.64	1.11	1.67	2.38	3.17	4.13	5.15	6.32	7.57	8.93	10.4	11.9	13.5
	800	0.30	0.60	1.04	1.57	2.24	2.98	3.88	4.85	5.95	7.14	8.43	9.80	11.3	12.8
	850	0.28	0.57	0.98	1.48	2.11	2.81	3.67	4.57	5.63	6.75	7.97	9.28	10.7	12.2
	900	0.27	0.54	0.93	1.40	2.00	2.66	3.47	4.33	5.33	6.39	7.57	8.81	10.2	11.6
	950	0.25	0.51	0.88	1.33	1.90	2.53	3.29	4.11	5.07	6.08	7.20	8.39	9.66	11.0
	1000	0.24	0.48	0.84	1.26	1.80	2.40	3.13	3.91	4.82	5.79	6.86	8.00	9.22	10.5

表 8- 3 (b) 係数C [2列－ 75 mm * 100 mm, e:500~1000 mm]

Sec. 8. JOINTS UNDER COMPOSITE LOADS

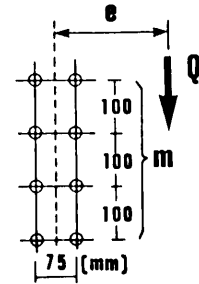


2列 (75*100 mm)

$e : 1000 \sim 8000 \text{ mm } (1/3)$

	e (mm)	m										
		10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
100 mm	1000	4.82	6.86	9.22	11.9	14.8	18.0	21.4	25.0	28.7	32.6	36.5
	1100	4.40	6.27	8.44	10.9	13.6	16.6	19.8	23.2	26.7	30.4	34.3
	1200	4.05	5.77	7.78	10.1	12.6	15.4	18.4	21.6	25.0	28.5	32.2
	1300	3.75	5.34	7.21	9.34	11.7	14.3	17.2	20.2	23.4	26.8	30.3
	1400	3.49	4.97	6.72	8.71	10.9	13.4	16.1	18.9	22.0	25.2	28.6
	1500	3.26	4.65	6.29	8.16	10.3	12.6	15.1	17.8	20.7	23.8	27.0
	1600	3.06	4.37	5.91	7.67	9.65	11.8	14.2	16.8	19.6	22.5	25.6
	1700	2.88	4.12	5.57	7.23	9.10	11.2	13.4	15.9	18.5	21.3	24.3
	1800	2.72	3.89	5.27	6.84	8.62	10.6	12.7	15.1	17.6	20.3	23.1
	1900	2.58	3.69	5.00	6.50	8.18	10.1	12.1	14.3	16.7	19.3	22.0
	2000	2.46	3.51	4.75	6.18	7.79	9.57	11.5	13.7	16.0	18.4	21.0
	2100	2.34	3.35	4.53	5.89	7.43	9.13	11.0	13.0	15.2	17.6	20.1
	2200	2.23	3.20	4.33	5.63	7.10	8.73	10.5	12.5	14.6	16.8	19.2
	2300	2.14	3.06	4.14	5.39	6.80	8.36	10.1	12.0	14.0	16.1	18.5
	2400	2.05	2.93	3.97	5.17	6.52	8.02	9.68	11.5	13.4	15.5	17.7
	2500	1.97	2.82	3.82	4.97	6.26	7.71	9.30	11.0	12.9	14.9	17.1
	2600	1.89	2.71	3.67	4.78	6.03	7.42	8.95	10.6	12.4	14.4	16.4
	2700	1.82	2.61	3.54	4.60	5.81	7.15	8.63	10.2	12.0	13.9	15.9
	2800	1.76	2.52	3.41	4.44	5.60	6.90	8.33	9.89	11.6	13.4	15.3
	2900	1.70	2.43	3.30	4.29	5.41	6.67	8.05	9.55	11.2	12.9	14.8
	3000	1.64	2.35	3.19	4.15	5.24	6.45	7.78	9.24	10.8	12.5	14.3
mm	3100	1.59	2.28	3.09	4.02	5.07	6.24	7.54	8.95	10.5	12.1	13.9
	3200	1.54	2.21	2.99	3.89	4.91	6.05	7.31	8.68	10.2	11.8	13.5
	3300	1.49	2.14	2.90	3.78	4.77	5.87	7.09	8.42	9.86	11.4	13.1
	3400	1.45	2.08	2.81	3.67	4.63	5.70	6.88	8.18	9.58	11.1	12.7
	3500	1.41	2.02	2.74	3.56	4.50	5.54	6.69	7.95	9.31	10.8	12.4

表 8- 3 (c) 係数C [2列- 75 mm * 100 mm, $e : 1000 \sim 8000 \text{ mm } (その1)$]

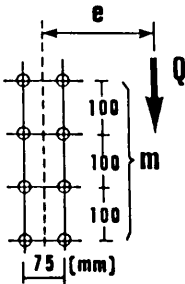


2列 (75*100 mm)

$e : 1000 \sim 8000 \text{ mm (2/3)}$

	e (mm)	m										
		10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
100 mm	3600	1.37	1.96	2.66	3.46	4.37	5.39	6.51	7.73	9.06	10.5	12.0
	3700	1.33	1.91	2.59	3.37	4.26	5.24	6.33	7.52	8.82	10.2	11.7
	3800	1.30	1.86	2.52	3.28	4.14	5.11	6.17	7.33	8.59	9.94	11.4
	3900	1.26	1.81	2.46	3.20	4.04	4.98	6.01	7.14	8.37	9.69	11.1
	4000	1.23	1.77	2.40	3.12	3.94	4.85	5.86	6.97	8.16	9.46	10.8
	4100	1.20	1.72	2.34	3.04	3.84	4.74	5.72	6.80	7.97	9.23	10.6
	4200	1.17	1.68	2.28	2.97	3.75	4.63	5.59	6.64	7.78	9.01	10.3
	4300	1.15	1.64	2.23	2.90	3.67	4.52	5.46	6.49	7.60	8.81	10.1
	4400	1.12	1.61	2.18	2.84	3.58	4.42	5.34	6.34	7.43	8.61	9.87
	4500	1.10	1.57	2.13	2.77	3.50	4.32	5.22	6.20	7.27	8.42	9.65
	4600	1.07	1.54	2.08	2.71	3.43	4.23	5.11	6.07	7.11	8.24	9.45
	4700	1.05	1.50	2.04	2.66	3.36	4.14	5.00	5.94	6.96	8.07	9.25
	4800	1.03	1.47	2.00	2.60	3.29	4.05	4.89	5.82	6.82	7.90	9.06
	4900	1.01	1.44	1.96	2.55	3.22	3.97	4.80	5.70	6.68	7.74	8.88
	5000	0.99	1.41	1.92	2.50	3.16	3.89	4.70	5.59	6.55	7.59	8.70
	5100	0.97	1.39	1.88	2.45	3.09	3.81	4.61	5.48	6.42	7.44	8.53
	5200	0.95	1.36	1.84	2.40	3.04	3.74	4.52	5.37	6.30	7.30	8.37
	5300	0.93	1.33	1.81	2.36	2.98	3.67	4.44	5.27	6.18	7.16	8.21
	5400	0.91	1.31	1.78	2.31	2.92	3.60	4.35	5.18	6.07	7.03	8.06
	5500	0.90	1.29	1.74	2.27	2.87	3.54	4.28	5.08	5.96	6.90	7.92
	5600	0.88	1.26	1.71	2.23	2.82	3.48	4.20	4.99	5.85	6.78	7.78
	5700	0.87	1.24	1.68	2.19	2.77	3.41	4.13	4.91	5.75	6.66	7.64
	5800	0.85	1.22	1.65	2.16	2.72	3.36	4.06	4.82	5.65	6.55	7.51
	5900	0.84	1.20	1.63	2.12	2.68	3.30	3.99	4.74	5.56	6.44	7.39
	6000	0.82	1.18	1.60	2.08	2.63	3.24	3.92	4.66	5.47	6.33	7.26

表 8- 3 (d) 係数C [2列 - 75 mm * 100 mm, $e : 1000 \sim 8000 \text{ mm}$ (その2)]



2 列 (75*100 mm)

e : 1000~8000 mm (3/3)

	e (mm)	m										
		10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
100 mm	6100	0.81	1.16	1.57	2.05	2.59	3.19	3.86	4.59	5.38	6.23	7.15
	6200	0.80	1.14	1.55	2.02	2.55	3.14	3.80	4.51	5.29	6.13	7.03
	6300	0.78	1.12	1.52	1.98	2.51	3.09	3.74	4.44	5.21	6.03	6.92
	6400	0.77	1.11	1.50	1.95	2.47	3.04	3.68	4.37	5.13	5.94	6.81
	6500	0.76	1.09	1.48	1.92	2.43	3.00	3.62	4.30	5.05	5.85	6.71
	6600	0.75	1.07	1.45	1.89	2.39	2.95	3.57	4.24	4.97	5.76	6.61
	6700	0.74	1.06	1.43	1.87	2.36	2.91	3.51	4.18	4.90	5.68	6.51
	6800	0.73	1.04	1.41	1.84	2.32	2.86	3.46	4.12	4.83	5.59	6.42
	6900	0.72	1.03	1.39	1.81	2.29	2.82	3.41	4.06	4.76	5.51	6.32
	7000	0.71	1.01	1.37	1.79	2.26	2.78	3.36	4.00	4.69	5.43	6.23
	7100	0.70	1.00	1.35	1.76	2.23	2.74	3.32	3.94	4.62	5.36	6.15
	7200	0.69	0.98	1.33	1.74	2.19	2.71	3.27	3.89	4.56	5.28	6.06
	7300	0.68	0.97	1.31	1.71	2.16	2.67	3.23	3.84	4.50	5.21	5.98
	7400	0.67	0.96	1.30	1.69	2.14	2.63	3.18	3.78	4.44	5.14	5.90
	7500	0.66	0.94	1.28	1.67	2.11	2.60	3.14	3.73	4.38	5.07	5.82
	7600	0.65	0.93	1.26	1.65	2.08	2.56	3.10	3.68	4.32	5.01	5.74
	7700	0.64	0.92	1.25	1.62	2.05	2.53	3.06	3.64	4.26	4.94	5.67
	7800	0.63	0.91	1.23	1.60	2.03	2.50	3.02	3.59	4.21	4.88	5.60
	7900	0.63	0.90	1.22	1.58	2.00	2.47	2.98	3.54	4.16	4.82	5.53
	8000	0.62	0.88	1.20	1.56	1.98	2.44	2.94	3.50	4.11	4.76	5.46

表 8- 3 (e) 係数C [2 列－ 75 mm * 100 mm, e:1000~8000 mm (その 3)]

ここで提案する設計法と現行の設計法の違いおよび算定結果について一つの実設計例を例に挙げて示す。設計例は、支間 31.5 m の鋼鉄道橋下路桁（KS-18 荷重、単線、開床式、直線軌道、SM41材）におけるウェブ継手である。主桁断面は図 8-4-2に示すような形状をしており、設計荷重はせん断力が $S = 51.1 \text{ t}$ 、曲げモーメントが $M = 873.3 \text{ t}\cdot\text{m}$ である。実設計においては昭和58年の改定以前の規準に基づいて設計されており、図中に示すようにモーメントプレートとシェアプレートを用いたボルト配置となっている。ボルトは F8T-M22（すべりに対する許容力は2面せん断で、 $\rho_a = 7.8 \text{ t / 本}$ ）が使われているので、比較の都合上これをそのまま用いて計算する。

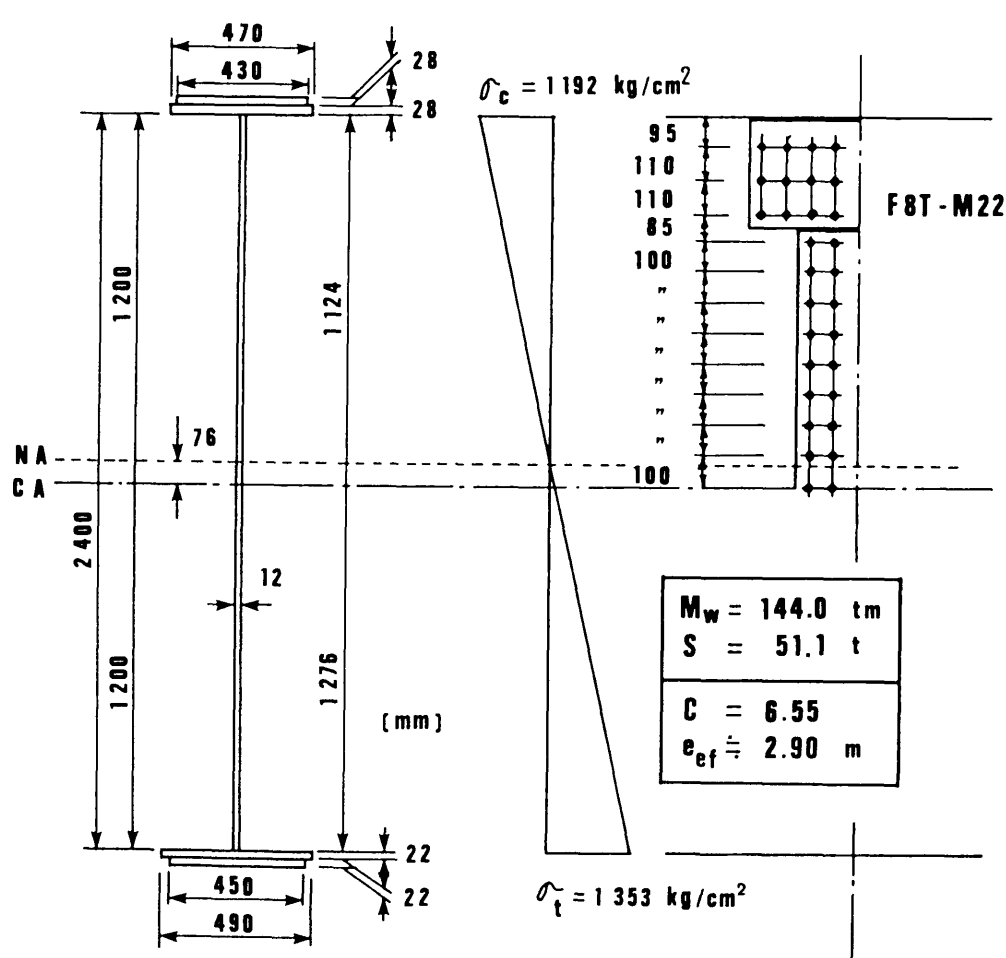


図 8- 4- 2 ウェブ継手の実設計例（鋼鉄道橋下路桁、支間 31.5 m ）

(a) 現行規準による設計

まず、繊維応力度分布を求め、各ボルト列が負担する荷重を計算する。断面 2 次モーメント I 、中立軸からウェブ上端または下端までの距離を y_c , y_t とすると、繊維応力度は

$$\sigma_c = M y_c / I = 87330000 \cdot 112.4 / 8234000 = 1192 \quad (\text{kg/cm}^2)$$

$$\sigma_t = M y_t / I = 87330000 \cdot 127.6 / 8234000 = 1353 \quad (\text{kg/cm}^2)$$

となる。ボルト配置を設計例と同じにすると、繊維方向の必要ボルト本数 n_i は次のように計算される。

ボルト 行番号	分担幅 b_i	中立軸か らの距離	繊維応力度 σ_i	負担力 ΔQ_i	必要本数 n_i	必要本数 n_i
i	(cm)	h_i (cm)	(kg/cm ²)	(kg)	$\Delta Q_i / \rho_a$	(本)
0	—	—	1192	—		
1	15.0	97.4	1033	20030	2.6	3
2	11.0	86.4	916	12860	1.6	2
3	9.75	76.65	813	10110	1.3	2
4	9.25	67.4	715	8480	1.1	2
5	10.0	57.4	609	7940	1.0	2
6	10.0	47.4	503	6670	0.9	2
7	10.0	37.4	397	5400	0.7	2
8	10.0	27.4	291	4128	0.5	2
9	10.0	17.4	185	2856	0.4	2
10	10.0	7.4	79	1584	0.2	2
11	10.0	2.6	28	642	0.1	2
			中立軸			
12	10.0	12.6	134	636	0.1	2
13	10.0	22.6	240	2244	0.3	2
14	10.0	32.6	346	3516	0.5	2
15	10.0	42.6	453	4794	0.6	2
16	10.0	52.6	558	6066	0.8	2
17	10.0	62.6	664	7332	0.9	2
18	10.0	72.6	770	8600	1.2	2
19	10.0	82.6	876	9880	1.3	2
20	9.25	91.85	974	10270	1.3	2
21	9.75	101.6	1078	12000	1.5	2
22	11.0	112.6	1194	15000	1.9	2
23	15.0	—	1353	22920	2.9	3

計算の結果、殆どの必要ボルト本数は 2 本で良く、ただ、端部だけが 3 本必要であることになる。尚、せん断力との合成力についてはせん断力が小さいことから、上に示すボルト本数で充分である。昭和 58 年改定規準で計算しても上記の結果と殆ど同じ結果が得られる。実設計においては端部の必要ボルト本数を充分満足させるためにモーメントプレートを用いて両端部から 3 行についてボルトを 4 本配置している。現行の設計規準の解説によれば、「相隣れるボルト行程度は一緒にまとめて計算しても事実上支障はないと思われる」としている。この設計例の場合、端部と 1 行内側のボルト行についてこのような考え方を

適用しても必要本数は2本を上回り、3本必要になるため、やはり実設計のようにモーメントプレートとシェアプレートを用いた設計とするか、すべての行を3本に統一して1枚添接板を用いるかのどちらかになる。

(b) 提案設計法による簡易設計

現行の設計法は繊維応力分布に比例するようにボルトを配置するために、端部ボルトの必要本数が必然的に多くなり、これを幾分緩和する考え方が解説に述べられているにしても、モーメントプレート+シェアプレートの形態を採るか、ボルト本数を必要以上に増やして1枚添接板とするかのどちらかを選択することになる。しかし、すべりは端部ボルトだけが起こすのではなく、主すべり時にはすべてのボルトが殆ど等しく荷重を分担することを考えると、端部ボルトだけ本数を増やすような設計は不要と思われる。このような考え方に基づけば、次に示すような非常に簡易な設計法が採れる。

等価偏心距離 e_{ef} はウェブが分担する曲げモーメント M_w から換算する。

$$e_{ef} = M_w / Q \quad \dots\dots\dots (8-4-4)$$

このとき、せん断力 Q がボルト群の重心位置回りに発生するモーメント M_{CG} 、

$$M_{CG} = e_{CG} Q \quad \dots\dots\dots (8-4-5)$$

を考慮するならば（ここで、 e_{CG} は接合線からボルト群の重心までの距離）、 e_{ef} は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} e_{ef} &= (M_w + M_{CG}) / Q \\ &= M_w / Q + e_{CG} \quad \dots\dots\dots (8-4-6) \end{aligned}$$

設計例はせん断力 $S = 51.1 \text{ ton}$ 、ウェブが分担するモーメント $M_w = M I_w / I = 144.0 \text{ tm}$ （ここで、 I_w, I はそれぞれ、ウェブおよび桁全断面の断面2次モーメント）であるので、 $Q = 51.1 \text{ t}$ 、等価偏心距離 $e_{ef} = M_w / Q + e_{CG} = 2901 \text{ mm}$ （ $e_{CG} = 83 \text{ mm}$ とした場合）と換算できる。すなわち、鋼桁においては一般に中立軸の、断面中心からの移動量は少ないので、このような置換が可能である。

また、必要とされる C の値は $Q / \rho_a = 6.55$ 以上である。ゲージラインを2列、さらにボルト配置を $75 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$ とすると、図 8-4-1 または表 8-3 (c) から必要ボルト行数 m を決定することができる。

図 8-4-3 は $c-m$ 曲線の使い方を示したものである。図中の曲線は安全限界線であるから、この曲線より下側が安全域となる。必要とされる C の値をとり、それを x 軸に平行に延長した時の $e = 2901 \text{ mm}$ の曲線（図 8-4-1 には $e = 2901 \text{ mm}$ の曲線がないので適当に補間して読む必要がある）との交点を求め、さらに交点から x 軸に垂線をおろした時の x 軸

の読みが必要ボルト行数である。これによれば、設計例における必要ボルト行数 m は20行である。桁高は 2400 mmであるから、最大縁短距離を考慮して（最大縁短距離は板厚の8倍ないしは 150 mm 以下）、桁の上下端からボルト位置までの間隔を 100 mm 程度ずつとることにすれば、 $m = 22 \sim 24$ とすれば良い。このボルト行数は実設計例と殆ど同じである。ただし、提案設計法では、ボルトはすべて2列であるのに対して、実設計ではモーメントプレートにおいて4列となっている点が異なっている。

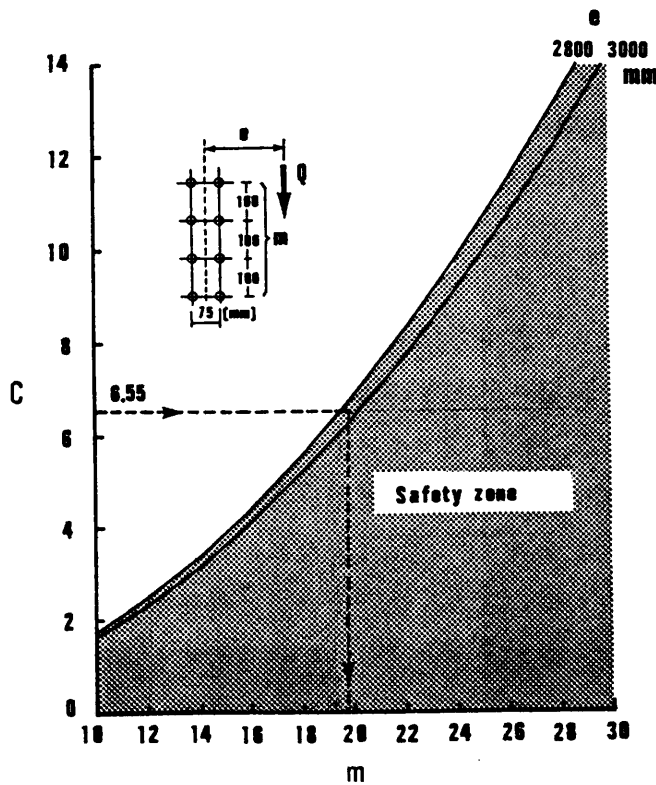


図 8-4-3 図表による簡易設計法（ウェブ継手の設計）

他方、表 8-3(c) の $e = 2900$ mm の行を横に見てゆくと、必要とされる C の値を超えるのは $m = 20$ 行からであることが読み取れる。このように、ここで提案する設計法を用いれば、図または表で簡単に必要ボルト行数が求められる。少なくともこの簡易設計法は現行の設計法に比べて設計時間を短縮することができるが、より大切なことは、設計者に対して合理的な設計法を提示することができる点にあり、これによって設計者の理解が深まる

ことになると思われる。現行のウェブ継手の設計においては、通常の設計ではボルト配置は殆どが規格化されているといっても良い程統一されているので、本論文で示した2種類のボルト列間隔または行間隔で相当量の設計について適用できるものと思われる。

一方、Fisherらの著書 "Guide to Design Criteria for Bolted and Riveted Joints"(1974年)では1列または2列のゲージラインにおける係数 C の値を与える、次に示すような近似関数を提案している。

$$C = \alpha' I^\beta \dots\dots\dots (8-4-7)$$

ここで、 α' , β は次式で求める係数であり、 I は、ボルト面積 A_B を単位としたとき ($A_B=1$) のボルト群の重心を通る x, y 座標軸周りの断面1次モーメントの総和 ($I = I_x + I_y$: インチ単位) である。

[ボルトのゲージラインが2列の場合]

$$\alpha' = 0.0125 + \frac{0.814}{e} + \frac{5.550}{e^2} - \frac{8.220}{e^3} \dots\dots\dots (8-4-8)$$

$$\beta = 0.651 - \frac{0.183}{e} - \frac{3.13}{e^2} + \frac{6.25}{e^3} \dots\dots\dots (8-4-9)$$

しかし、この提案式は式の形から見ても明らかなように、偏心距離 e が小さい範囲では精度が極端に悪く、また逆に e が大きい範囲においても精度が劣っている。ちなみに、ゲージライン2列、 $e = 2901 \text{ mm}$ (110インチ)、ボルト配置 $75\text{mm} \times 100\text{mm}$ (2.95×3.94 インチ)、 $m = 20$ の場合、式(8-4-7)を用いると、 $\alpha' = 0.02006$, $\beta = 0.6492$ となり、 $I = 20690$ 平方インチであるから、 $C = 12.71$ となる。これは表 8-3(c) の $C = 6.67$ に対して約2倍である。近似関数を種々試みたが、良い式は結局得られなかった。小型計算機の普及している現在は計算法(またはプログラム)を明示することも一つの方法であると思われる。Appendix.13には、参考のために BASIC 言語で書いたプログラムを示した。

提案設計法において設計者が知っておかなければならない基本的な事柄として次の5点を挙げる。ただし、これらは殆どが一般の設計者にとっては常識的なものであろう。

- i) プレートガーダーのウェブ継手に本簡易設計法を応用するときの使用条件は、ウェブ両縁端部の繊維応力値の絶対値が殆ど等しい場合に限られる。これはモーメント M_w とせん断力 Q から等価偏心距離 e_{eff} を換算するために必要である。ただし、経済的に設計された一般の鋼桁であればこの条件は満足すると思われる。
 - ii) 偏心距離を計算するときのモーメントはウェブが分担するモーメント M_w を使

う。これは桁全断面に対するウェブ断面の断面 2 次モーメントの比 ($M_w = M \cdot I_w / I$) で計算する。

- iii) 図表から得られる m は必要最小限の値であるから、小数部分を切り上げた整数値以上のボルト行が必要である。
- iv) この整数化した m の値を基にして、ボルトの最大縁端距離の条件を満足させるように m の値を増やす。
- v) ボルトの最大縁端距離の条件を満足させるために、ボルト行の間隔を少し長くすることも可能であり、このときには安全側の設計となる。ただし、最大中心間隔の条件を満足させる必要がある。

一般の偏心継手の設計も、もちろん全く同様な手順で行なうことができる。図 8-4-4 にボルト配置 75 mm x 75 mm, ゲージライン 2 列の場合の $C - m$ 関係曲線を例示する。偏心がない時の $C - m$ 関係は $C = 2m$ である。

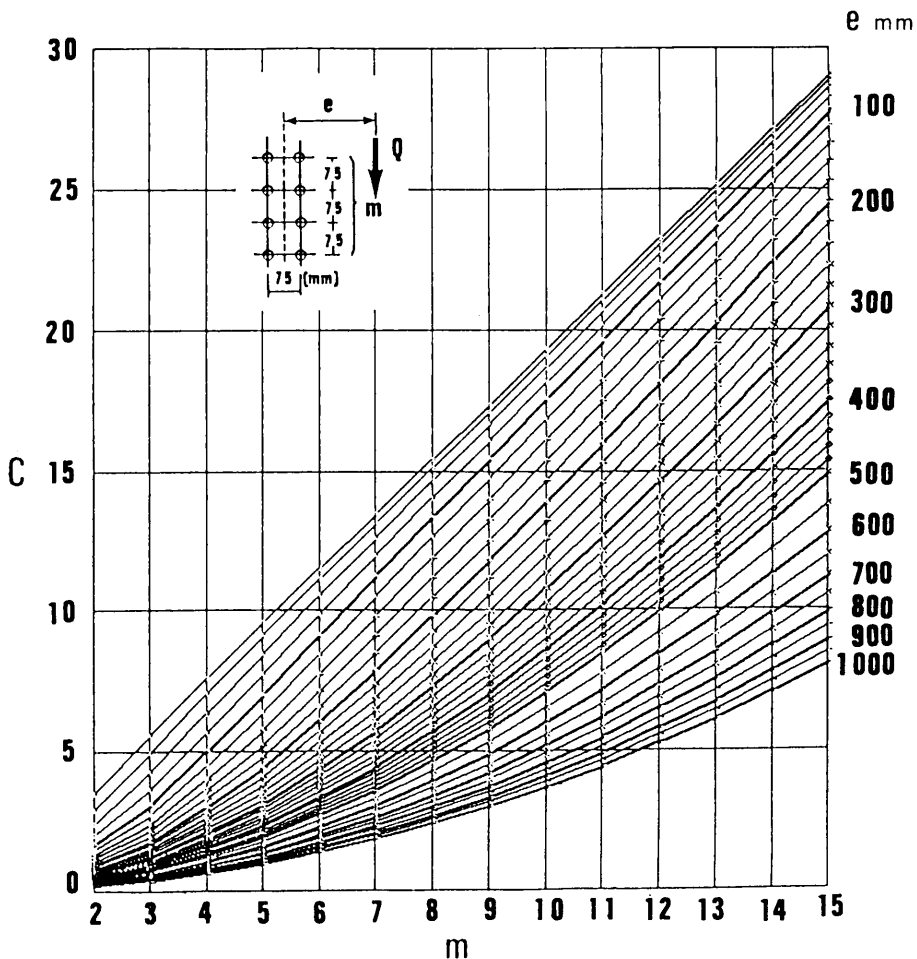


図 8-4-4 図表による簡易設計法 (偏心継手の設計)

8・5 第8章 結語

複合応力場の継手は、主すべり時においては一般に回転と移動が連成して同時に生じるので、全体の回転中心（同時回転中心）は必ずボルト群の中心より隔たったところに位置することになる。現行の設計法はいわゆる弾性設計法であり、作用力を回転成分と軸方向成分に分離し、これらの成分は総べてボルト群の重心周りに生じると仮定して算定を行っており、実際のすべり挙動を考慮していない。日本ではこの点に関する検討が詳しくなされておらず、設計実務者に対して十分な情報を伝えられているとは言い難い。近い将来に限界設計法への移行を考える機会があるならば、現実的なすべり挙動特性を加味した解析法についての知識が必要となる。

本章では Crawford と Kulak の解析法について、有限要素－ばねモデルを用いたすべり挙動解析を通して、その合理性および妥当性を検証した。ただし、本章で示したすべり挙動解析によって、Crawford と Kulak が「主すべり時においてはボルト部における摩擦抵抗力は一定である」とした仮定は僅かながら危険側の設計になる可能性があることが明らかとなった。すなわち、継手片に生じる内部応力分布に応じてボルト軸力が変化するために、主すべり時においても各ボルトに若干の摩擦抵抗力の違いが出てくる。この摩擦抵抗力のばらつきにより、個々のボルトの回転中心が同時回転中心から幾分ずれることになり、すべり抵抗が多少低くなる場合がある。これらを考慮して、本論文ではすべり強度を3%減じた設計法を提案した。

継手のすべり強度 Q は、ボルトの配置と偏心量が与えられればボルトの種類に関係なく、“1本のボルトの許容すべり耐力 ρ_a の係数倍” で表わされる。すなわち、この係数を C とすると、すべり強度は $Q = C \rho_a$ で計算される。AISC ではこの係数 C の表が用意されているが、そこではボルト配置の単位としてインチが用いられているため、日本ではこれを直接利用できない。そこで、新たにプログラムを作成し、日本で用いられている代表的なピッチおよびゲージの組み合わせ2種類（75 x 75 mm, 75 x 100 mm）と、2種類のゲージライン数（2列、3列）について計算し直した。このプログラムを用いて AISC が示した係数 C の値を確認したところ、計算値は AISC の値と同じものもあったが、数パーセント高めの値となり、AISC の係数 C は安全側の値となっていた。この違いは、単に計算精度の問題であり、AISC の計算には比較的粗い刻み幅が用いられたものと考えられる。

前述の通り、本論文では、有限要素－ばねモデルを用いたすべり挙動解析を通して明らかにした、各ボルトの摩擦抵抗力のばらつきを考慮して、算定された生の値を3%減じた

係数Cの値を表に示した（ゲージ 75 mm、ピッチ 100 mm、ゲージライン2列の場合は本章の中に示したが、Appendix. 12にはこれを含めて、ゲージ、ピッチおよびゲージライン数の異なる4種類をまとめて示した）が、この補正によりここで示した値はAISCの係数とほぼ同程度安全側の値となっている。また、設計者が容易に利用できるように、一部については係数Cと偏心量との関係を図化して示した。これによって設計実務者は現在よりも設計時間を短縮することができるであろう。

さらに、Crawford と Kulakは偏心継手についてのみ考察したが、ここではより一般的な複合応力場の問題にまで発展させ、例えば、曲げモーメントとせん断力を同時に受ける鋼桁のウェブ添接の設計などに応用できることを示した。このウェブ継手の設計法については、「(b) 提案設計法による簡易設計」の所で詳しく説明した。ここで提案したウェブの簡易設計法など、係数Cを用いた設計法は安全係数が通常の値に近くなる。

このような複合応力場の継手設計に対する合理的設計法の提示は実務者の理解を深め、設計の自由度が増すものと思われる。

第9章 結 論

9・1 本論文のまとめ

高力ボルト摩擦接合継手の設計は、接合原理がリベット継手とは異なるにもかかわらず、リベット継手の設計で用いられている伝統的な弾性ベクトル解法に基づいて行なわれている。このような摩擦接合継手の実際の挙動と現設計法との整合性の欠如に関しては従来より指摘のあったところである。

近年の構造物の長大化、多様化に伴う作用力の増大化、複雑化に対応した設計ならびに施行の合理化は高力ボルト摩擦接合継手についても強く求められるようになってきた。さらに、構造設計理念の推移に伴って、許容応力度設計法から終局強度設計法を通して限界状態設計法へと変遷しており、この流れの中で、継手設計においても新たな対応を迫られてきている。

以上のような背景のもとに、近年各方面において摩擦接合継手に関する実験的研究が集中的に行なわれてきた。しかし、実験的研究だけでは、力学的性状を決定づける要因の数が多いため、結果との因果関係の立証が不十分であった。また、大型化、多様化した継手を包括的に体系化し、これを実設計に持ち込むためには多大の時間・労力・経費を必要とし、事実上不可能であった。この問題を解決するためにはどうしても解析的な研究が必要であり、実験で得られる現象を説明づけるための解析モデルの開発が切望されていた。

本論文は、高力ボルト摩擦接合継手のすべり挙動および内部応力伝達特性等の力学的性状を実験および離散化モデルを用いた非線形解析の両面から明らかにし、前述の諸問題の解決および摩擦接合継手本来の特性を活かした、より合理的な設計法の確立を目的としたものである。ここで提案する解析手法を用いれば、種々の荷重を受ける継手の、摩擦面上に不連続に発生する微小すべり挙動をシミュレートすることが可能である。従って、従来のような実験的研究だけでは解明することが困難であった、継手の形状因子が継手特性に及ぼす効果の問題、プレートガーダー継手におけるウェブ継手とフランジ継手の組み合わせ効果、偏心荷重作用下のすべり問題、さらには疲労強度特性の検討などへの応用ができる。本研究成果は整理して、なるべく設計規準の形態に近い形にまとめるようにしており、そのまま実務設計に活用できるよう工夫した。

主な検討内容、またそれから導き出された結論、および、新しい設計法の提案などを各章毎にまとめると次のようになる。

$$\nu = \bar{\rho} / [2 \{ \tan^{-1} \sqrt{(1+\bar{\rho})/(1-\bar{\rho})} \} / \sqrt{1-\bar{\rho}^2} - \pi/2] \dots (9-1-2)$$

他方、等価断面係数 ν の値を図からも簡単に求められるように、図 2-3-4 を作成した。
初期せん断ばね定数 k_{s0} を与える式として次式を考えた。

$$\begin{aligned} k_{s0} &= G A_s i \phi / t^2 \\ &= G [\pi \{ (\psi d_w)^2 - d_H^2 \} / 4] i \phi / t^2 \dots\dots\dots (9-1-3) \end{aligned}$$

ここで、 ϕ は純せん断歪みエネルギーによる規準化定数であり、第 1 補正係数と呼称した。
また、 A_s は有効せん断面積である。上式には有効せん断面積に関する補正係数 ψ が含まれており、これを第 2 補正係数と呼称することにした。

第 1 補正係数 ϕ については、まず継手の微小幅 Δb に対するせん断歪みエネルギーを検討し、これを板厚方向に積分する方法を採った。微小幅 Δb における第 1 補正係数 ϕ を数種類の板厚比 η ($\eta = 2t_{SP} / t_{BP}$) について求めたところ図 2-3-23 が得られた。これにより ϕ の概略的な値を読み取ることができる。全せん断歪みエネルギーに対する第 1 補正係数 ϕ は Δb 毎の直方体について求められた ϕ を、 2ℓ を重みとして有効せん断領域全体について平均することによって得られる。このとき 2ℓ の値はおおよそ $0 \leq 2\ell \leq \bar{d}_w$ の範囲に有る。 \bar{d}_w が座金外径程度の値であれば、通常の設計では $\lambda = 1.5$ 程度以下と考えられるので、板厚比 η が 1.0 程度であれば、この範囲における ϕ の λ に対する変動は僅かであり、殆ど $\phi \approx 0.4$ と見做せる。

従って、全有効せん断領域に関する第 1 補正係数 ϕ も、

$$\phi_{\eta=1.0} \approx 0.4 \dots\dots\dots (9-1-4)$$

と見做すことができる。すなわち、第 1 補正係数 ϕ の値は一般的な継手断面に対して 0.4 を用いて差し支えないことが分かった。

歪みエネルギーを算定する際にはせん断変形領域を特定する必要がある、これが重要な課題となる。このためには摩擦面上の垂直圧縮応力分布状況を把握する必要がある。§ 2・3・7 では軸対称回転体有限要素（三角形リング要素）を用いた、ボルト孔周縁の詳細な解析を行なうことによって、垂直圧縮応力が有効である範囲を求め、これを座金外径で規準化して表わす方法について述べている。この規準化係数が第 2 補正係数 ψ である。

有効せん断領域 A_s に関する第 2 補正係数 ψ は次式によって与えられる。

$$\psi = \{ (1/\chi) - (1/\chi - 1.0)(d_H/d_w)^2 \}^{1/2} \dots\dots\dots (9-1-5)$$

ここで、 χ は継手の全板厚 $2t$ と座金有効半径 a_w との関係から図 2-3-34 を用いて近似

的に求められる。この第2補正係数 ψ の値は板厚によって異なるが、1.0～1.3程度である。

摩擦面上のせん断力 S がすべり限界せん断力 S^* を超える場合には微小すべりが生じ、以後のせん断力はすべり限界せん断力の値で頭打ちとなるであろうから、これを考慮して次式で表わされる非線形のせん断ばね特性を提案した。

$$\begin{array}{ll}
 \text{弾性変形} & \text{区間: } S = k_{s0} \beta \\
 \text{微小すべり} & \text{": } S = S^* \\
 \text{除荷} & \text{": } S = S^*_{rev1} - k_{s0} (\beta^*_{rev1} - \beta) \\
 \text{逆方向すべり} & \text{": } S = -S^* \\
 \text{再加荷} & \text{": } S = S^*_{rev2} - k_{s0} (\beta^*_{rev2} - \beta)
 \end{array} \quad \dots\dots (9-1-6)$$

すなわち、除荷または再加荷時にも、初期せん断ばね定数と同じ剛性を持たせた。この履歴型せん断ばね特性の考え方は、第4章での実験結果（繰返し荷重を受ける継手の荷重－すべり関係）との比較を通して、正しいことを確認した。

§2・3・8では2枚添接板継手の初期せん断ばね定数における補正係数について論じた。2枚添接板継手では2種類の異なる断面が有り、それぞれについて補正係数を定める必要がある。継手の前半（1枚添接部分）は1枚添接板継手で検討した結果をそのまま用いることができる。ただし、板厚比 η の値が0.5程度となり、この場合には第1補正係数は形状比 λ のとり範囲に対して一定と見做すことができない。例題をもとに検討した結果、 λ の中央値に対応する ϕ を ϕ としても差し支えないことが判った。継手の後半部分では、内側添接板の板厚中央面から上部と下部に分割してせん断歪みエネルギーを計算し、これと外側添接板－内側添接板間あるいは内側添接板－母材間に設置されるせん断ばねの歪みエネルギーが一致するようにばね定数を定めることにした。その結果、微小幅における第1補正係数のグラフ（図2-3-40(a)～(g)）が得られた。

従来の解析モデルに、ポアソン比による板厚の変化に起因するボルト軸力変動の影響が考慮されていなかった。この効果は特に大型の継手においては決して無視できるような量ではないと思われる。新離散化モデルにはこの軸力変動の影響を加味している。高力ボルトの荷重－変形性状については§2・3・4にまとめた。ここでは引張力とトルクが同時に加わったときの性状を塑性域に至るまで検討しており、従って、継手に圧縮力が加わった場合、すなわち高力ボルトには導入軸力以上の応力が加わるが、このような場合に対応することのできる高力ボルトの荷重－変形性状について述べた。

第3章ではコンピュータによる継手のすべり挙動解析手法、またコンピュータプログラミングに関する技術的な問題についてまとめた。ここではまず、継手を構成する一単位として「継手ユニット」というものを考えた。この継手ユニットとは、継手を端部境界とボルト軸を含む仮想垂直面とで板幅方向に分割したときにできる継手の最小単位であり、一般の有限要素法における有限要素に相当するものである。継手ユニットは剛体－ばねモデルにおいては複数の半剛体（剛体の半分）とこれらを連結する伸びばね、せん断ばねで構成される。このユニット剛性マトリックスに関しては§3・2で述べており、1枚添接板継手と2枚添接板継手の両方について示した。

§3・3では平衡方程式の作成法と解法について述べた。全体剛性マトリックスの作成法として、継手ユニットという考え方を導入し、一般の有限要素法で行なわれているようにユニット（要素）剛性マトリックスとインデックスを用いて組織的に組み込む方法を示した。

平衡方程式は変位増分法で解くようにしているが、ここで変位増分法としたのは荷重増分法では全ての摩擦力が切れて主すべりが発生するときに系が不安定となり、主すべり荷重が求められなくなるためである。

継手内では局部的なすべりが発生するが、このとき摩擦力は限界値を越すことはできない。すなわちこの段階でせん断ばねに関する線形の関係が成立し得なくなる。さらにすべり限界摩擦力は継手部材の内部応力とポアソン比による板厚変動に基づくボルト軸力の変化に影響され、またその内部応力も摩擦力によって変化することになるため、せん断ばねも非線形となるが、平衡方程式そのものも非線形となる。非線形ばねに対しては基本的にはせん断ばねによる復元力項を外力項に移項することによって処理する方法を示した。しかし、繰返し荷重の作用下における解析（除荷状態および再加荷状態も計算可能な解析）では履歴型のせん断ばね特性を考える必要があるので、このときには線形ばねによる項と外力項を同時に用いて、復元力項を表わすことになる。

第4章では、第2章および第3章で提示した、高力ボルト摩擦接合継手のすべり挙動解析用新離散化モデル「剛体－ばねモデル（RBSM）」および「パラボリック・アイソパラメトリック有限要素－せん断ばねモデル（PIFESM）」の実際問題への適応性能を、静的引張試験結果との比較により検討した。また、これらの検討から波及的に得られた摩擦接合継手のすべり特性についても二三考察した。

本章で比較および検討を行った項目は、主すべり荷重値、ボルト軸力減少率、荷重－相対すべり関係および内部応力分布形状などであった。

解析結果を文献 8) に示される M24, M30 ボルトで接合された計 21 体の継手引張り試験結果と比較したところ、非常によい一致がみられ、本手法の有効性が確認された。

解析に必要なデータは形状寸法のほかに摩擦係数 μ 、伸びばね定数 k_e と初期せん断ばね定数 k_{s0} があるが、これらのデータは摩擦係数を除いて図または簡略式によって求められる。摩擦係数は実験的に得られた値を用いるべきであろう。

当モデルは繰返し荷重下のすべり挙動も追跡できるように、せん断ばねに履歴特性をもたせ、さらにすべり限界せん断力にはポアソン比による板厚減少に起因するボルト軸力抜けの影響を加味してある。その結果、数学モデルは非線形となり、繰返し法による収束計算が必要になったが、RBSM の場合は自由度がボルト本数の 2 倍で足りるので、計算所要時間はきわめて短く、CPU time (FACOM M-180 II AD) はわずか 1 ~ 3 秒であった。

従って、現在普及している 16 ビットのマイクロコンピュータでも十分解析可能であるから、継手試験の補助として、試験と平行して数値解析を行なうといった使い方もできるであろう。

実験結果と解析結果の一連の比較および検討によって継手板のポアソン比に起因するボルト軸力の低下が摩擦係数とともに、継手の主すべり荷重にかなり大きな影響をもつことが明らかになった。これに基づいて真のすべり係数と摩擦係数の関係式を求めたところ、主すべり発生時におけるボルト軸力減少率 ξ について次式が得られた。

$$\xi = \frac{\Delta \bar{N}_{ms}}{\bar{N}_{in}} = - \frac{\mu \kappa \rho}{a} \frac{A_B}{A_{Be}} \frac{A_{BP}}{A_{BP} + 2 A_{SP}} \frac{\sigma_{ZY}}{\sigma_{BY}} \dots\dots\dots (9-1-7)$$

すなわち、ボルト軸力の減少率は継手の断面形状、鋼種および応力比によって定まることがわかる。 $\nu = 0.3$, $A_{BP} \approx 2 A_{SP}$ のとき、F10T ボルトでは、次式となる。

$$\xi = - \kappa \rho A_B \sigma_{ZY} / (450 A_{Be}) \dots\dots\dots (9-1-8)$$

初期ボルト軸力 \bar{N}_{in} に対する主すべり発生時のボルト軸力 \bar{N}_{ms} の比 $\theta = \bar{N}_{ms} / \bar{N}_{in}$ が真のすべり係数 $\tilde{\mu}'$ と摩擦係数 μ を関係付け、次式で示される。

$$\tilde{\mu}' \approx (1 + \xi) \mu = \theta \mu \dots\dots\dots (9-1-9)$$

ボルト列数とすべり係数との直接的相関はなく、これまで知られてきた両者の相関は主

として継手の大型化に伴う試験体断面寸法の変化（断面の充実率 ρ 等）によるものと判断される結果が得られた。これらの式は継手実験供試体の断面設計に必要なすべり係数の値に関して参考になると思われる。

継手のすべり挙動に関して、実験結果と解析結果が非常に良く合ったことを根拠に、ボルト中心軸の移動量を解析によって求めてみたところ、ボルト列数18列までの全ての継手において、ボルト中心軸が予めボルト孔中心にセットされているならば、ボルトのボルト孔内壁への接触は無いという結果が得られた。

第5章では継手の疲れ強さとすべり特性との相関性について検討し、端ボルトのすべり限界応力を用いて間接的に応力集中の影響を評価する試みを行なった。

過去に行なわれた高力ボルト摩擦接合継手の疲労試験において、疲労亀裂の発生場所は必ずしもボルト孔内壁付近に限るものではなく、高い接触圧のもとで微小なすべりが繰り返し起こることによって生じるフレッチングの近傍である場合も有り得ることが数例報告されている。また、疲れ強さと平均すべり応力との関係を検討した事例もある。

試みに最近本四公団で行なわれた実物大の供試体による 200万回換算疲労応力範囲 σ_r と端ボルトのすべり限界応力 σ_{ps} との相関性を調べたところ、非常に直線性の強い相関が現われ、次に示すような相関式が得られた。

$$\sigma_r = 12.8 + 0.339 \sigma_{ps} \quad (\text{相関係数 : } 0.962)$$
$$\sigma_r = 11.5 + 0.376 \sigma_{ps} \quad (\text{相関係数 : } 0.919)$$

..... (9- 1-10)

通常の継手では添接板の総断面積の方が母材の断面積よりも多いので、§ 4・3で述べたように、端ボルトの方が母材の切れている所の端ボルトよりも幾分早くすべり限界に達する。また、当然端ボルトの応力分担が一番大きい。従って、平均的なすべり応力との相関よりも、端ボルトとの相関関係が鮮明に現われる可能性がある。

疲れ強さは応力集中に密接な関係があるが、応力集中の大きいところですべり量も大きくなることを考慮すれば、疲れ強さとすべり限界応力との間には何等かの相関が存在しても良さそうである。

このような考え方にに基づき、ボルト列とボルト配置を変えた継手に対して P I F E S M によるすべり挙動解析を行ない、端ボルトのすべり限界応力から相対的な疲れ強さの推定を行なった。この結果、次のような結論を導き出すことができた。

- ・ ボルト配置ピッチは疲れ強さに対しても小さい方が良い。
- ・ 千鳥配置の場合には端ボルト本数が少なくなるような配置は避ける方が望ましい。
- ・ 疲労設計における千鳥配置のときの換算ボルト本数は、列数（千鳥配置のときのピッチを単位としたときの数）をそのままボルト本数に読み替えるのは多過ぎることになり、また単純平均ボルト本数 \bar{n} ではやや少ない。
- ・ 換算ボルト本数は「1 ゲージラインに含まれる本数の最大値」で読み替えても差し支えない。
- ・ ただし、端ボルト本数が少ない場合や、配置角度が小さくて継手が長くなるような場合にはこれに数本加えるべきである。

以上の結論は千鳥配置継手の疲労試験結果が殆ど無いので確認するに至っていない。従って、これらは今後の実証的研究の成果を待つ必要がある。

第6章では突合せ型摩擦接合継手に対して、ボルト配置間隔、すべり応力比、断面の充実率、ボルト軸力分布、ボルト列数、変断面継手およびボルト配置等の形状因子が主すべり以前の継手特性に与える影響を剛体－ばねモデルあるいは有限要素－せん断ばねモデルを用いた数値実験により明らかにすることを試みた。

一連の解析により、継手片の形状効果は主すべり荷重には殆ど影響しないのに対して微小すべり特性および内部応力伝達性状に種々の影響を与えることが明らかとなった。

継手の内部応力伝達性状は疲れ強さと密接に関係するものであり、さらに内部応力伝達性状は微小すべり特性と密接に関係することから、主すべりに至るまでの微小すべり挙動を把握することの重要性を再認識するものである。

§ 6・3・5の「ボルト列数の影響」においては限界最大ボルト列数に関する考察を行なった。まず始めに微小すべりによってボルト軸中心が移動してボルトが支圧状態になる場合を限界とする方法により推定を行なった。ボルト列数22列までの解析の結果、ボルト軸中心の移動量は僅かであり、最大でも1 mm弱であることがわかった。従って、この判定方法では限界最大ボルト列数が非常に多くなることになり、今回の解析範囲内では限界値を定めることができなかった。これはまた、ボルト孔のクリアランスに関する現規定が適切であることをも意味するものである。

次に、第5章で述べた第1ボルトの微小すべり発生限界荷重と疲れ強さとの相関を仮に認めた場合の極めて大雑把な限界最大ボルト列数の推定を行なった。この推定法方は摩擦面の劣化現象に関するものであり、すべりに対する許容許容力いっぱいまでの片振り応力作用下において逆すべりが発生しないようなボルト列数を限界最大ボルト列数とするもので

ある。これによれば限界最大ボルト列数はおよそ14～18列である。しかし、この限界列数は作用応力を小さくすればいくらかでも多くなるものである。例えば、国鉄設計標準ではボルト列16列以上の継手に対する基本疲労許容応力範囲としてはCランク（ $\sigma_{f0} = 1050 \text{ kg/cm}^2$ ）としており、上記の限界ボルト列数である14～18列では基本許容応力が抑えられることになる。Cランクの基本疲労許容応力範囲は、主すべり荷重と純断面降伏荷重を一致させるバランスド・デザインを考えると、41キロ鋼で約 2/3、50キロ鋼では約 1/2に相当するので、限界最大ボルト列数はさらに増えることになる（22列以上）。

§ 6・3・6では添接板を2枚重ねとして変断面としたときの影響について検討した。RBSMを用いた解析を行ったところ、主すべり荷重値は一般の突合せ継手と殆ど変わらなかったが、端ボルトの微小すべり荷重は幾分早く起きることがわかった。また、2枚添接板継手では母材の切れているところの継手中央部における母材－内側添接板間に最も大きな応力集中が生じることが明かとなった。従って、最初の微小すべりもこの箇所で起きる。さらに、内側添接板は外側添接板よりも分担応力が大きいことが判った。2枚添接板継手の設計に於いてはこれらの点に留意する必要がある。この応力分担の不均衡量は微小すべり発生以前の弾性状態で最も大きく（例えば、ボルト列12列の場合の試算では、内側添接板、外側添接板の応力分担率はそれぞれ 59.5%、40.5%である）、端部ボルトから微小すべりが生じるに連れて徐々に小さくなる傾向がある（同継手のすべりに対する許容力と同レベルの荷重下において、それぞれ 57.5%、42.5%）。応力分担の不均衡を改善するための方法、例えば添接板の総重量を一定として内外の添接板の板厚を調整する方法、について検討したが、妙案を探し出すことはできなかった。従って、あとは外側添接板の長さをボルト数本分延長することが考えられるが、これではせつかくの2枚添接板継手のメリットを損なうことになり、また多列ボルト継手ではこの効果が少ないことなどからあまり得策であるとは言い難い。しかし、静的引張荷重に対しては2枚添接板継手の主すべり荷重値は一般の突合せ継手と殆ど変わらない訳であるから、内側添接板の応力分担の問題を解決しさえすれば、非常に合理的な継手であると言えよう。

2枚添接板継手の疲労設計に関する考察も行なったが、一般の突合せ継手の疲れ強さよりも幾分低下することが予測される結果が得られた。これに基づいて2枚添接板継手の基本疲労許容応力範囲を与える式を試みに作成したところ次式が得られた。

ボルト 4 本まで	$\sigma_{f0} = 1530$	kg/cm ²
5 ～ 13 本	$\sigma_{f0} = 1530 - 53.3(n - 4)$ (9- 1-11)
13 本以上	$\sigma_{f0} = 1050$	

上式はボルト本数4本で $\sigma_{f0} = 1530 \text{ kg/cm}^2$ を変えずに、13本（ $16 - 3 = 13$ 本）でCランクに落としたものである。

第7章ではプレートガーダーにおける継手特性を、ウェブ継手、フランジ継手さらに両者を連成させた継手に分けて、それぞれについて解析的にあるいは実験的に明らかにした。

本章における論点はプレートガーダー継手の限界状態設計法に関する検討であり、これにはウェブ継手とフランジ継手の連成効果に対する検討が不可欠であった。摩擦接合継手の設計における基本的な考え方は、主すべり時を（使用）限界状態と見做し、それに安全性を加味するものであり、限界状態設計法そのものであると言える。しかし、現行の規定で設計した場合は、ウェブ継手では弾性理論に基づいた規定となっているため、必然的にすべり強度が高くなる傾向がある。これが、プレートガーダーの継手は他の継手に比べて安全性が高過ぎるのではないかという意見が一部で見受けられる原因の一つとなっている。

このような問題に対して、§ 7・2ではウェブ継手のすべり挙動を詳細に検討した。その第1項においては面内の曲げを受ける継手の解析モデルについて述べた。一般の長方形有限要素は形状関数に双1次形を用いているために、変形モードの中に曲げ変形モードが存在しない。従って、一般の長方形要素を用いて曲げ問題を精度良く解析するにはメッシュを非常に細かくする必要がある。これに対して、現在は非適合要素または高次要素などを使用することが考えられている。両者と理論値を比較検討したところ、非適合要素は曲げに対して敏感過ぎる傾向があり、2次のアイソパラメトリック要素（P I F E）の方がむしろ精度の面で優れているという結果が得られた。

第2項においてはP I F E S Mの解析精度を文献 9) におけるウェブ継手の純曲げ試験結果と比較しながら検討し、摩擦係数さえあらかじめ分かれば、かなりの精度ですべり強度を推定できることを示した。

第3項では、ウェブ継手のボルト配置がすべり強度に与える影響について解析的に検討した結果について述べた。ボルト配置を繊維応力に比例するように配置した継手の場合は、曲げに対する剛性が高くなり、弾性的変形をする範囲が広がるが、主すべり強度は総ボルト本数が等しくて、規則配置された継手と殆ど変わらないことが分かった。また添接板は、モーメントプレートとシェアプレートに分割するよりも、1枚板を用いる方が、主すべりに至るまで応力の流れが円滑であることを示した。

§ 7・3ではプレートガーダー継手全体のすべり強度に関して解析的・実験的両方面から詳しく検討を加えた。§ 7・2においては座標軸方向に固定していたばねを、任意のすべり方向へ自動的に回転するように手直した。また、圧縮場におけるボルト軸力変化 ΔN

についても、実験結果により修正することによって、非常によく実験結果を再現できる解析モデルを完成させた。圧縮場における ΔN はポアソン比による板厚の増加量 Δt に対して初期状態のみ線形関係にあるが、一般には微小すべりなどにより非常に複雑な挙動を示すことがわかった。

しかし、主すべりに至るまでのボルト軸力変化は僅かであることから、解析モデルを簡略化するために、「圧縮場のボルト軸力は一定である」と仮定できることを示した。

この解析モデルは本来2次元のすべり問題を扱うものであるが、境界条件を適当に与えれば、疑似立体解析が可能であり、プレートガーダー継手のすべり強度試験結果とよく合致する結果が得られる。従来、摩擦接合継手のすべり問題は殆どが実験的手段を用いて説明する方法が採られてきたが、本解析モデルの完成により、全ての問題を解析的に扱うことが可能となった。

プレートガーダー継手のすべり強度特性に関する解析結果および試験結果から次のような結論を導き出すことができた。

1. プレートガーダー継手の曲げモーメントに関するすべり強度は、ウェブ継手とフランジ継手の有機的・相補的な働きが期待できるため、相互のすべり強度を単純に加算したものより僅かに低くなるが、殆どそれに近いと考えてよい。
2. ウェブ継手の曲げモーメントに対するすべり強度は次式で計算できる。

$$\sum r_i \cdot \rho \quad \dots\dots\dots (9-1-12)$$

ここで、 r_i は回転中心（ここでは純曲げ応力場の問題であるからボルト群の重心と等しい）から各ボルト中心までの距離であり、また、

$$\rho = 2 \mu' N_0 \quad \dots\dots\dots (9-1-13)$$

であり、 μ' 、 N_0 はそれぞれ、すべり係数、ボルト初期軸力である。

せん断力も同時に加わる一般的な複合応力場においても同様に計算できるが、このときには第8章で述べた、同時回転中心 (Instantaneous center of rotation) を求め、この点周りの総すべりモーメントを計算すればよい。同時回転中心周りの総すべりモーメントを求めるためには計算機を使った収束演算が必要であり、設計者にとっては幾分扱いにくい点がある。しかし、一般によく使われるピッチやゲージについてあらかじめ計算し、これを図化したり、表にまとめておくことによって従来よりもむしろ設計時間を短縮できる。これらの表は Appendix. 12 に示してある。またプログラムも参考までに、Appendix. 13に示した。

3. フランジ継手のすべり強度（モーメント）は、フランジの摩擦面のすべり抵抗力 R による抵抗モーメントに等しい。上下フランジのすべり抵抗力が等しい場合は、桁高を h'

とすると、 Rh' で計算される。

4. ウェブ継手の曲げに対するすべり強度を、フランジとの曲げ剛性の比 (I_w / I_f) 以上に強くした場合は、応力分担の割合が変化し、それだけウェブ添接板に多くの応力が伝達されることになる。この場合、特にモーメントプレートのフランジよりの端部に応力が集中する。従って、ウェブ継手の曲げに対するすべり強度は全すべり強度に対する比を I_w / I_f か、あるいはそれ以下として、不足分はフランジ継手に預けるような設計をした方がむしろよいといえる。フランジのみ接合した継手であっても、ウェブに生じている応力が円滑にフランジ継手へ流れるので、「曲げモーメントはフランジ継手だけに負担させる」という設計法も考えられる。このような設計法の限界を強いて挙げれば、ウェブからフランジ継手に応力が流れる時、ウェブの上下端部に発生する繊維応力に直交する圧縮または引張分力が存在するが、これとせん断力との合力によってウェブに局部的な座屈、疲労あるいは降伏を起こす場合である。しかし、ウェブには、せん断力に対する継手が設けられ、さらにボルト配置に関する種々の規定によって、相当数のボルトが締められるので、上記のような限界に達することはないと思われる。

5. ウェブ継手は上下フランジ継手が個々にすべり出そうとするのを殆ど同時にすべり出すようにまとめる重要な働きを有する。

6. 試験と解析の両方で確認された、組み合わせ効果（組み合わせたときの主すべり荷重はウェブ継手とフランジ継手のすべり荷重の単純な和よりも試験においては 7% 程度、解析においては 1% 弱減少する）を考慮すべきかもしれない。しかし、当試験においては同じ供試体を何回も使用したので、後半に試験した組み合わせ継手の摩擦係数が幾分低下している可能性があり、このことから推定すれば、組み合わせ継手のすべり強度は試験で得られたような、7% 程には減少しないように思われる。また、この程度の減少はフランジ継手の設計時における必要ボルト本数と、それよりも多く配置される実際のボルト本数の差に吸収されると考え、特別に安全率を設けて設計を複雑にすることを避けるのも一案である。しかし、この点に関しては、もう少し実験データの蓄積が必要である。

7. プレートガーダー継手が主すべりを起こした時に生じる垂直変位 δ_s は、次式で近似的に計算できる。

$$\delta_s = \ell \sin \theta \approx 2c\ell / h \quad \dots\dots\dots (9-1-14)$$

ここで、 c はボルト孔のクリアランスであり、 ℓ , h はそれぞれ桁半分の長さ、桁高である。昨今、主すべり発生以後の支圧状態を考慮した終局設計法が一部で提案されている。しかし、この垂直変位がもたらす折れ角は決して小さな量ではなく、従って、主

すべり発生時を使用限界として許容力を定める、従来の設計法がむしろ合理的であるという結論を得た。

ウェブ継手において、ボルト配置を不規則とするか、WMSタイプとして繊維応力に比例するようにした場合は曲げ剛性が高くなり、さらに弾性域は広がるので一見合理的と思えるが、ウェブ継手のすべり強度は回転中心周りの総すべりモーメントで決定されるという性質と、すべり強度を基本として安全性を考慮する設計法に基づけば、さらにまた端部ボルトの微小すべりを許すことにすれば（微小すべりを許してもなんら問題はないので）、強いてボルト配置を繊維応力に比例させる必要はない。せん断力と曲げモーメントが同時に作用するような、一般的な複合応力場におけるウェブ継手のすべり強度は、等価偏心距離を用い、同時回転中心周りの総すべり抵抗モーメントによって計算できる。モーメントプレートとシアプレートを用いたWMSタイプの継手は主すべり発生直前に応力が不連続となる。このような現象は設計荷重の範囲ではなんら問題にはならないが、応力の流れを主すべりに至るまで円滑に保つには、1枚添接板（WSタイプ）を用いた方がよい。WSタイプは施行性の面あるいは美観の面においても優れているので、ウェブ継手においては今後、WSタイプの継手へ移行することになると思われる。

第8章ではせん断力と曲げモーメントが同時に作用するような、複合応力場における摩擦接合継手のすべり特性について論じた。複合応力場の継手として代表的なものは偏心継手（偏心力を受ける継手）であるが、本章ではプレートガーダーのウェブ継手を含めた、より一般的な応力場を対象とした。

§ 8・2では複合応力が作用するときの摩擦接合継手の設計法について、その歴史を、文献 66)を参照しながら振り返り、日本における現行設計法における問題点を明らかにした。複合応力場の継手は、主すべり時においては一般に回転と移動が連成して同時に生じるので、全体の回転中心（同時回転中心 ; Instantaneous center of rotation）は必ずボルト群の中心より隔たったところに位置することになる。現行の設計法はいわゆる弾性設計法であり、作用力を回転成分と軸方向成分に分離し、これらの成分は総べてボルト群の重心周りに生じると仮定して算定を行っており、実際のすべり挙動を考慮していない。

近い将来に限界設計法への移行を考える機会があるならば、現実的なすべり挙動特性を加味した設計法について検討する必要がある。

ここでは、Crawford と Kulakが提案した、偏心継手に関する終局強度設計法³⁵⁾に注

目した。彼等は、同時回転中心はボルト配置と偏心力が与えられれば、平面座標内における唯一の点として静的な釣合条件式から求められるとし、この同時回転中心周りの終局強度を、実験的に得られた支圧接合継手の荷重－変形曲線式に基づいて算定する方法を提案した。また、摩擦接合継手については、ボルトの摩擦抵抗力として一定値 ρ_s を用いれば良いと考えた。すなわち、主すべり時には、各ボルトの抵抗力は同時回転中心周りに作用し、それらは総べて等しいと仮定した。しかし、一般に ρ_s は、主すべり時の抵抗力であっても、継手部材の内部応力状態によって多少異なることは第7章で述べた通りである。このような文献(35)の仮定と実際の現象との相違が主すべり荷重にどのように影響するかは、実験による確認が難しいこともあって明らかにされていなかった。

そこで、§8・3では、第7章の後半で示した PIFESモデルによるすべり強度解析を通して、Crawford と Kulakの摩擦接合継手に対する仮定が主すべり荷重に及ぼす影響について調べた。その結果、彼等が「主すべり時においてはボルト部における摩擦抵抗力は一定である」とした仮定は僅かながら危険側の設計になる可能性があることが明かとなった。すなわち、摩擦抵抗力のばらつきにより、個々のボルトの回転中心が同時回転中心から幾分ずれることになり、すべり抵抗が多少低くなる場合がある。これらを考慮して、すべり強度を3%減じた設計法を提案した。

上記の安全策を考慮しさえすれば、安全側で、しかも非常に精度の良い継手のすべり強度を算定することができる。ここで、すべり強度 Q はボルト配置と偏心量によって、ボルトの種類に関係なく、“1本のボルトの許容すべり耐力 ρ_a の係数倍”で表わされると考えて差し支えない。このときの係数を C とすると、すべり強度は $Q = C \rho_a$ で計算される。

§8・4では、この係数 C について論じ、さらにプレートガーダーのウェブ継手の設計に応用する試みについて述べた。AISC では係数 C の表が用意されているが、ボルト配置の単位としてインチが用いられているため、日本ではこれを直接利用できなかった。そこで、日本で用いられている代表的なピッチおよびゲージの組み合わせ2種類(75 x 75 mm, 75 x 100 mm)と、2種類のゲージライン数(2列、3列)について係数 C を計算し直した。このプログラムを用いて AISC が示した係数 C の値を確認したところ、計算値は AISC の値と同じものもあったが、数パーセント高めの値となり、AISC の係数 C は安全側の値となっていた。この違いは、単に計算精度の問題であり、AISC の計算には比較的粗い刻み幅が用いられたものと考えられた。

本論文では、有限要素－ばねモデルを用いたすべり挙動解析を通して明らかになった各ボルトの摩擦抵抗力のばらつきを考慮して、算定された生の値を3%減じた係数 C の値を表に示した(ゲージ 75 mm, ピッチ 100 mm、ゲージライン2列の場合は本章の中に示し

たが、Appendix. 12にはこれを含めて、ゲージ、ピッチおよびゲージライン数の異なる4種類をまとめて示した)が、この補正によりここで示した値は AISC の係数とほぼ同程度安全側の値となっている。また、設計者が容易に利用できるように、一部については係数Cと偏心量との関係を図化して示した。これによって設計実務者は現在よりも設計時間を短縮することができる。

さらに、Crawford と Kulakは偏心継手についてのみ考察したが、ここではより一般的な複合応力場の問題にまで発展させ、例えば、曲げモーメントとせん断力を同時に受ける鋼桁のウェブ添接の設計などに応用できることを示した。このウェブ継手の設計法については、「(b) 提案設計法による簡易設計」の所で詳しく説明した。ここで提案したウェブの簡易設計法など、係数Cを用いた設計法は安全係数が通常値と等しくなると考えてよく、合理的な設計となる。このような複合応力場の継手設計に対する合理的設計法の提示は実務者の理解を深め、設計の自由度が増すものと思われる。

9・2 結論

本論文で得られた主な結論を以下に箇条書きで示す。

〔解析モデルについて〕

- 1) 本州四国連絡橋公団による実物大寸法の供試体を用いた試験結果と、ここで提案する、R B S Mを用いた解析結果との比較および検討を行った結果、非常によい一致がみられ、解析モデルの妥当性と解析手法の有効性を検証した。
- 2) 伸びばね定数にボルト孔による断面欠損の効果を加味する式を得た。
- 3) せん断ばねの初期ばね定数は、せん断歪みエネルギーに関する考察により、2種類の補正係数を用いて算定できることを示した。
- 4) 第1補正係数は、 $\phi=0.4$ と見做すことができることを示した。
- 5) 第2補正係数は、 $\psi=1.0 \sim 1.3$ 程度であることを示した。
- 6) ボルト締め付けによる、摩擦面上の圧縮応力分布を与える式を提案した。
- 7) 曲げ問題の解析においては、継手板をアイソパラメトリック要素で離散化の方が非適合要素よりも経済的にも精度の面からもむしろ良いことが分かった。
- 8) 圧縮応力場のボルト軸力は、初期においてはポアソン比による継手片板厚増加に比例して漸増するが、その後、漸減し、主すべり発生付近では導入軸力よりわずかに減少するといった、複雑な変化を示すことがわかった。しかし、圧縮応力場の解析においては、ボルト軸力を一定と仮定しても比較的良好な結果が得られることを示した。
- 9) 純曲げ応力場の問題であっても、すべりは座標軸に対して角度を持つことになるため、せん断ばねの取り付け方向とすべりの方向を一致させる工夫が必要であることがわかった。

〔継手のすべり特性について〕

- 10) ボルト締め付けが伸び特性に与える効果は、応力集中係数を 1.5~2 程度に低減させる働きをすることがわかった。
- 11) ボルト中心軸の移動量に関する考察を行なった結果、ボルト孔におけるクリアランスは適切であることが確認できた。
- 12) 実験結果と解析結果の一連の比較および検討によって継手板のポアソン比に起因するボルト軸力の低下が摩擦係数とともに、継手の主すべり荷重にかなり大きな影響をもつことが明らかになった。
- 13) 真のすべり係数と摩擦係数の関係式を得た。その結果、ボルト列数とすべり係数との直接的相関はなく、これまで知られてきた両者の相関は主として継手の大型化に伴う試験体断面寸法の変化によるものと判断される結果が得られた。

- 14) 提案式によれば、すべり係数の変化は母材の降伏応力度に比例することになる。しかし、この問題はボルト軸力のクリープの問題や形状効果の問題を含んでおり、これらを総合して判断すべきである。
- 15) 継手片の形状効果は主すべり荷重には殆ど影響しないのに対して微小すべり特性および内部応力伝達性状に種々の影響を与えることが明らかとなった。
- 16) 微小すべりによってボルト軸中心が移動してボルトが支圧状態になる場合を限界とする方法により限界最大ボルト列数の推定を行なう場合は、ボルト軸中心の移動量は僅かであり、この判定方法では限界最大ボルト列数が多くなることになることが分かった。
- 17) 第1ボルトの微小すべり発生限界荷重と疲れ強さとの相関性により、大雑把な限界最大ボルト列数の推定を行なった結果、限界最大ボルト列数はおよそ14～18列となった。
- 18) 添接板を2枚重ねとして変断面とした継手においては、主すべり荷重値は一般の突合せ継手と殆ど変わらないが、端ボルトの微小すべり荷重は幾分早く起きることが判った。
- 19) また、内側添接板は外側添接板よりも分担応力が大きいことが判った。2枚添接板継手の設計に於いてはこれらの点に留意する必要がある。
- 20) 応力分担の不均衡を改善するための方法、例えば添接板の総重量を一定として内外の添接板の板厚を調整する方法、について検討したが、妙案を探し出すことはできなかった。
- 21) プレートガーダー継手の曲げモーメントに関するすべり強度は、ウェブ継手とフランジ継手の有機的・相補的な働きが期待できることがわかった。
- 22) ウェブ継手において、繊維応力に比例するようにボルトを配置した場合には弾性域は広がるので、弾性理論に基づく現在の設計法から見れば一見合理的と思えるが、ウェブ継手のすべり強度は回転中心周りの総すべりモーメント（ボルト群としての強度）で決定されるという性質、また微小すべりを許すことにすれば、強いてボルト配置を繊維応力に比例させる必要はないことがわかった。
- 23) ウェブ継手のように、曲げとせん断力が同時に加わる複合応力場の継手においては、同時回転中心を求め、この点周りの総すべりモーメントを計算すればよい。
- 24) ウェブ継手は上下フランジ継手が個々にすべり出そうとするのを殆ど同時にすべり出すようにまとめる重要な働きを有することがわかった。
- 25) ウェブ継手の曲げに対するすべり強度を、フランジとの曲げ剛性の比（ I_w / I_F ）以上に強くした場合は、微小すべり発生以後応力分担の割合が変化し、それだけウェブ添接板に多くの応力が伝達されることになる。従って、ウェブ継手の曲げに対するすべり強度は全すべり強度に対する比を $I_w / (I_w + I_F)$ 程度か、あるいはそれ以下として、不足分はフランジ継手に預けるような設計をした方がむしろよい。

26) 現行の設計規準では曲げ応力に比例して多くなる縁端部のボルト列数を減らして、全ての水平方向接合線におけるボルト列数を揃えて1枚添接板を用いてもフランジ継手とウェブ継手各々のすべり強度の和が必要すべり強度以上であれば良いことがわかった。

27) 複合応力場における摩擦継手のすべり強度に関する Crawford と Kulakの解析法について、有限要素－ばねモデルを用いた解析を通して、その合理性および妥当性を検証した。

28) 継手片に生じる内部応力分布に応じてボルト軸力が変化するために、主すべり時においても各ボルトに若干の摩擦抵抗力の違いが出てくる。この摩擦抵抗力のばらつきにより、個々のボルトの回転中心が同時回転中心から幾分ずれることになり、すべり抵抗が多少低くなる場合がある。これらを考慮して、すべり強度を3%減じた設計法を提案した。

29) Crawford と Kulakは偏心継手についてのみ考察したが、ここではより一般的な複合応力場の問題にまで発展させ、ウェブ添接の設計などに応用できることを示した。

〔継手の疲れ強さについて〕

30) 本四公団で行なわれた実物大の供試体による疲労試験結果と第1ボルトのすべり限界応力との相関性を調べたところ、非常に直線性の強い相関が現われ、その相関式を得た。

31) ボルト列とボルト配置を変えた継手に対してP I F E S Mによるすべり挙動解析を行ない、第1ボルトのすべり限界応力から相対的な疲れ強さの推定を行なった。この結果、次のような結論を導き出すことができた。

- ・ボルト配置ピッチは疲れ強さに対しても小さくする方が良い。
- ・千鳥配置の場合には端ボルト本数が少なくなるような配置は避ける方が望ましい。
- ・疲労設計における千鳥配置のときの換算ボルト本数は、「1ゲージラインに含まれる本数の最大値」で読み替えても差し支えない。
- ・ただし、端ボルト本数が少ない場合や、配置角度が小さくて継手が長くなるような場合にはこれに1～2本加えるべきであろう。
- ・2枚添接板継手の疲労設計における換算ボルト本数は「1枚添接板継手よりも2本程度多く数える」のが良いように思われる。
- ・マンホールのある継手の換算ボルト本数は、マンホールの手前までに必要ボルト本数を配置するにしても、「1ゲージラインに含まれる本数の最大値」とした方が良い。
- ・2枚添接板継手の疲れ強さは、一般の突合せ継手の疲れ強さよりも幾分低下することが予測される結果が得られた。これに基づいて2枚添接板継手の基本疲労許容応力範囲を与える式を得た。

9・3 あとがき

筆者が初めて摩擦接合継手の存在を知ったのは鋼構造の授業に於いてであり、そのとき受けたインパクトは今でも忘れられない。すなわち、リベットのような支圧型ではなく、摩擦でもたせるという継手形式が非常に斬新に感じられたのである。そのとき以来、摩擦接合継手に関心を持つようになり、関連論文が発表される毎に興味深く目を通していった。

しかし、本論文が曲りなりにもこのようにしてまとめられたのは種々の要因が殆ど偶然に近い状況で重なりあったためであるという思いが多分にする。勿論第一の要因は最良の師と友人、さらに、環境に恵まれたことであって、これは謝辞の紙面で改めて述べることにする。

第2の要因は時代の要求ということである。これは序論でも述べたように構造物の長大化によって新たに生じてきた、太径多列高力ボルト継手や変断面継手の耐荷性能の検討の動き、リベット時代の規程に準拠した従来の規程に対して摩擦接合本来の優れた特性を活かした設計を目指そうとする動きがあることである。また、継手の疲労強度に対する関心が強まったこともこの要因の一つとして考えられる。これは道路橋においても欧米と同様に疲労を考慮した設計をすべきであるとする意見が出てきていることにも影響されている。

また、設計法が従来の許容応力度設計法から限界状態設計法へ移行する過渡期であったことも一因である。

要因として考えられるもう一つのものは、今まで軽く扱われがちであった剛体－ばねモデルが川井博士を中心とする固体力学諸問題の離散化極限解析研究グループの努力によっていわば市民権を得られるようになったことである。さらに考えれば、継手試験の測定精度が格段に向上し、また結果の情報量が豊富になったことも要因の一つといえるであろう。これは a) 実物大およびそれに近い実験ができるようになったこと、b) 高性能のセンサーが開発されたこと、c) 多点同時（記録）観測が可能となったことなどに裏付けされるものである。

本論文で摩擦接合継手の受ける全ての応力状態、すなわち引張応力場、圧縮応力場、曲げ応力場、複合応力場を解析的に扱うことが可能となった。また、プレートガーダーの継手のような I 型断面をした立体的な構造も扱うことができるようになった。継手片の形状効果に関しては、ボルト配置間隔、すべり応力比、断面の充実率、ボルト軸力分布、ボルト列数、変断面継手およびボルト配置などの形状因子が主すべりに至るまでの継手特性に与える影響を解析的に明らかにした。さらに種々の解析結果および試験結果から二三の新しい

い設計手法を提案することができた。

しかし、ここでは扱わなかったが、すべり挙動に及ぼす因子として他に考えられるものが有り、これらを列挙すると、

- i) 摩擦面の凹凸（マクロな範囲におけるもの）
- ii) 摩擦面に塗布された防錆塗料の影響
- iii) ボルト中心軸のボルト孔内壁への片寄り
- iv) 経年効果
- v) 繰返し荷重による「なじみ」の問題
- vi) その他的人為的誤差などを含む確率的な要因

などがある。これらについては今後の課題として残されている。

ボルトの締付けによるボルト孔周辺の応力分布解析によれば一番高い応力を示すのがボルト孔内壁（図 2-3-33 の黒丸印）であるが、継手の疲労による破断位置はボルト孔を通る最小断面とは限らず、ボルト孔から少し離れた位置から亀裂が発生し、継手側縁に向かって進展する場合もあるようである。このことは応力が急変する、座金外周と添接板表面が接する部分でフレッチングが生じ、これが疲労亀裂発生点になり得ることを示すものである。応力レベルが低い、長寿命域でフレッチングが生じるといった最近の報告例⁷⁴⁾もある。継手が疲労によって破断するときのメカニズムは未だ明らかにされているとは言い難く、この方面の実証的研究も今後の課題として残されている。ただし、このときの供試体は第6章で述べたようにバランスドデザインされたものでなければ意味がないように思われる。

謝 辞

本研究に対しまして懇切なる御指導と多くの貴重な御教示を賜りました東京都立大学土木工学科教授成田信之博士に深く感謝申し上げます。また、本論文の審査にあたり御指導・御鞭撻を賜りました、東京都立大学精密機械工学科教授児玉昭太郎博士、同土木工学科教授今田徹博士に深く感謝申し上げます。

本研究は恩師、故伊藤文人博士（元東京都立大学土木工学科教授）の御指導のもとに開始したものであり、伊藤文人博士の存在なくしては本研究は有り得なかった。伊藤文人博士には「工学における研究のありかた」について貴重な御教示を賜わった。また、夜遅くまで研究に打ち込まれている博士の姿は、筆者にとって偉大な手本であり、鑑であった。伊藤文人博士への御恩は数限りなく、ここに深く深く感謝申し上げます。

本研究を遂行するにあたり田島二郎博士（元埼玉大学教授）から暖かい励ましのお言葉を賜りました。また、博士の著書「高力ボルト摩擦接合概説」は本研究を進める途中で何度となく繰返し読ませていただいたが、その都度新しい発見をする思いがし、本研究の方向付けに対して非常に参考になりました。さらに、博士には本四公団委託の「本州四国連絡橋の列車走行に関する研究、走行分科会」において実務側からの研究に対する厳しい観点を御教示賜わった。これらも合わせて田島二郎博士に厚く感謝申し上げます。

参考文献「太径高力ボルト摩擦接合継手試験報告書」は本四公団第二建設局坂出工事事務所が石川島播磨重工業（株）に依頼し完成させた報告書であり、これを御好意によって利用させて頂いた。この精度の高い測定結果と詳しい報告は本研究における実証的資料としてまことに貴重なものであった。ここに、関係各位に対し深く御礼申し上げます。

本研究で新たに開発した数値解析モデルの特徴の一つである高力ボルト周辺の非線形せん断ばね特性には著者が建築工学科在学中に学んだ振動学非線形履歴型復元力特性の知識が直接役立った。これらを御教授下され、さらに研究に対する研究者の姿勢をお教え下しました故東京都立大学名誉教授田治目辰男博士に心からの感謝を申し上げます。

末筆ながら、本研究に対して御理解と御協力を戴いた諸先輩、土木構造学研究室の卒業生の皆様に深く感謝申し上げます。

本研究に関する既発表論文

- * 長嶋・伊藤：すべりを考慮した高力ボルト摩擦接合継手のシミュレーションモデル、土木学会第38回年次講概集（I- 166）、昭和58年 9月。
- * Nagashima, F. and Itoh, F.: Application of RBMS to Slipping Problem of Friction-Type Joints, Memoirs of Faculty of Technology Tokyo Metropolitan University No.33, 1983.
- * 長嶋・伊藤：剛体－ばねモデルを用いた高力ボルト摩擦接合継手のすべり挙動解析、土木学会論文集、第 350号／I－2, 1984年 10 月。
- * 長嶋・伊藤：剛体－ばねモデルによる高力ボルト摩擦接合継手の形状効果に関する一考察、土木学会第39回年次講概集（I- 158）、昭和59年10月。
- * 長嶋・伊藤：千鳥配置多列高力ボルト摩擦接合継手の疲労設計における列数、土木学会第40回年次講概集（I- 469）、昭和60年 9月。
- * 川井 編（伊藤・長嶋分筆分）：生研セミナーテキスト・コース116（離散化極限解析法に関する最近の話題、昭和61年 1月。
- * Nagashima, F.: Analytical Study on Shape Effect of Friction-Type Bolted Joints Structural Eng. / Earthquake Eng. Vol. 3. No.2, 395s-405s. October 1986 Japan Society of Civil Engineers (Proc. of JSCE No.374 / I - 6).
- * 長嶋：摩擦接合継手の局部すべり応力と疲労応力範囲との相関性に関する一考察、構造工学論文集、Vol.34A, 1988年 3月。
- * 長嶋・野木：純曲げ応力場における摩擦接合継手のすべり挙動解析、土木学会第43回年次講概集（I- 255）、昭和63年10月。
- * 長嶋・野木：面内純曲げモーメント作用下の摩擦接合継手のすべり強度解析、構造工学論文集、Vol.35A, 1989年 3月。
- * 長嶋・山田：任意方向の微小すべりを考慮した摩擦継手のすべり強度解析、土木学会第44回年次講概集（I- 214）、平成元年10月。
- * 長嶋・長島・山田：純曲げ応力場におけるプレートガーダー継手のすべり強度試験、土木学会第45回年次講概集（I- 124）、平成 2年 9月。
- * 長嶋・山田・三塚：有限要素－ばねモデルによるプレートガーダー継手のすべり強度解析、木学会第45回年次講概集（I- 125）、平成 2年 9月。
- * 長嶋：複合応力場における摩擦接合継手のすべり強度について、木学会第45回年次講概集（I- 126）、平成 2年 9月。
- * 長嶋・山田・長島・成田：プレートガーダー継手のすべり強度試験および解析、構造工学論文集、Vol.37A, 1991年 3月。

参考文献

- 1) 内田：プレートガーダー腹板摩擦接合添接部の力学的特性、土木学会第36回年次講概集（I- 100）、昭和56年10月。
- 2) 一条・高木：高力ボルト継手の疲労試験、国鉄構設資料 No.70, 1982-6。
- 3) 建設省土木研究所：高力ボルト摩擦接合継手に関する試験調査（I）、引張荷重を受ける継手のすべり耐力、土研資料第1871号、昭和57年 9月。
- 4) 高木・阿部：繰返し荷重をうける高力ボルト継手の有効断面積（第2報）、土木学会第37回年次講概集（I- 95）、昭和57年10月。
- 5) 寺田・名取：プレートガーダーの高力ボルト摩擦接合部の力学的特性、土木学会第37回年次講概集（I- 98）、昭和57年10月。
- 6) 植村・下川・奥川：吊橋主塔現場水平継手の応力・変形挙動、土木学会第37回年次講概集（I-99）、昭和57年10月。
- 7) 中野：接合面を塗布した摩擦接合継手の性能、土木学会第37回年次講概集（I-102）、昭和57年10月。
- 8) 本四公団第二建設局：太径高力ボルト摩擦接合継手試験報告書、昭和57年11月。
- 9) 日高・高木・寺田：プレートガーダー腹板の高力ボルト継手試験、日本国有鉄道構造物設計資料、No. 72, 1982-12。
- 10) 土木学会・本四連絡橋鋼上部構研究小委員会：本州四国連絡橋鋼上部構造に関する調査研究報告書、昭和58年 3月。
- 11) 田島・馬場・小林：太径多列高力ボルト摩擦継手の静的引張試験、土木学会第38回年次講概集（I- 165）昭和58年 9月。
- 12) 本四公団上部構研究小委員会：昭和58年度報告書、疲れに関する検討、昭和59年 3月。
- 13) 坂本・田島・伊藤・飯野：多列高力ボルト摩擦継手の疲労試験、土木学会第39回年次講概集（I- 121）昭和59年10月。
- 14) 金多・西沢・今木：高力ボルト摩擦接合継手を有する架構の地震応答解析、日本建築学会論文報告集、第330号、昭和58年 8月。
- 15) 沼田：すべり荷重を上回る動的繰返し荷重を受ける高力ボルト摩擦接合部の摩擦係数変動特性、日本建築学会論文報告集、第341号、昭和59年 7月。

- 16) 金多・西沢：高力ボルト摩擦接合部を有する架構の地震応答解析（第2報エネルギー応答に関する考察）、日本建築学会論文報告集、第346号、昭和59年12月。
- 17) 田中・高梨：保有耐力接合された高力ボルト接合はり継手の挙動、日本建築学会論文報告集、第346号、昭和59年12月。
- 18) 小泉・新延・村上：曲げを受ける高力ボルト摩擦接合に関する実験的研究、東洋大学工学部研究報告、第19号、1984年、pp. 69～81。
- 19) Miki, C., Goto, Y., Yoshida, H. and Mori, T. :Computer Simulation Studies on the Fatigue Load and Fatigue Design of Highway Bridges, Proc. of JSCE Structural Eng./Earthquake Eng. Vol. 2, No.1, April 1985.
- 20) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説（鋼橋編）、昭和55年 2月。
- 21) 土木学会：国鉄建造物設計標準解説（鋼鉄道橋・鋼とコンクリートとの合成鉄道橋）、昭和58年 5月。
- 22) 土木学会：鋼鉄道橋設計標準解説（1974年改訂版）、昭和55年 4月。
- 23) 鋼材倶楽部・日本鋼構造協会接合小委員会編：鋼構造接合資料集成ーリベット接合・高力ボルト接合、昭和52年、技報堂。
- 24) 日本建築学会：鋼構造塑性設計指針、昭和50年11月、技報堂。
- 25) 日本建築学会：鋼構造設計規準、昭和46年10月、技報堂。
- 26) 日本建築学会：高力ボルト接合設計施工指針、1983年改定版、丸善。
- 27) 田島：高力ボルト摩擦接合概説、技報堂。
- 28) 岡本 編：鋼構造の研究（田島分筆分）、pp.251～286、技報堂。
- 29) Fisher, J. W. et al.:Analysis of Butt Joints, Jour. of the ST div.,Proc. of the ASCE, pp.181～203, 1965-10.
- 30) Fisher, J. W. :Behavior of Fasteners and Plates with Holes, Jour. of the ST div., Proc. of the ASCE, pp.256～286, 1965-12.
- 31) Lee, J. H., O'Connor, C. and Fisher, J. W. : Effect of Surface Coatings and Exposure on Slip, Jour. of the ST div., Proc. of the ASCE, pp 2371 - 2383, 1969 - 11.
- 32) Fisher, J. W. and Struik, J. H. A. : Guide to Design Criteria for Bolted and Riveted Joint, John Wiley & Sons, 1974.
- 33) 倉西：鋼構造、技報堂。
- 34) Cramer, C. O. : Load Distribution in Multiple - Bolt Tension Joints, Jour. of the ST div., Proc. of the ASCE, pp 1101～1117, 1968 - 5.

- 35) Crawford, S. F. and Kulak, G. L. : Eccentrically Loaded Bolted Connections, Journal of the Structural Div., ASCE, Vol. 97, ST3, March 1971, pp. 765～783.
- 36) Wilkinson, T. L. : Load Distribution among Bolts Parallel to Load, Jour. of the SE div., Proc. of the ASCE, pp 835 - 852, 1986 - 4.
- 37) 森口：初等力学、pp 169～188、培風館。
- 38) Encyclopaedic Dictionary of Physics : Pergamon Press, 1961.
- 39) Bleich, F. : Buckling Strength of Metal Structures, pp16～21, McGraw-hill, 1952.
- 40) Shanley, F. R. : Inelastic Column Theory, J. Aeron. Sci., Vol. 14, No. 5 May, 1947.
- 41) Johnston, B. G. : Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, 3rd Ed. John Wiley & Sons, Inc., 1976.
- 42) 川井 編：生研セミナーテキスト・コース76（固体力学諸問題の離散化極限解析）、昭和57年 1月。
- 43) 川井 編：生研セミナーテキスト・コース116（離散化極限解析法に関する最近の話題、昭和61年 1月。
- 44) 橋本：F10T 高力ボルト単純引張り時の荷重・変形状、建築学会論文報告集、第 309号、昭和56年11月。
- 45) 建設物価：財団法人建設物価調査会、1986年。
- 46) 積算資料：財団法人経済調査会、1986年。
- 47) 建設用資材ハンドブック：新日本製鉄株式会社、1986年。
- 48) 日本規格協会：JIS B 1186～1979、摩擦接合用高力六角ボルト・六角ナット・平座金のセット。
- 49) Timoshenko, S. P. and Goodier, J. N.: Theory of Elasticity - 3rd Edition, pp. 53～ 60, McGraw-Hill.
- 50) 光永：ねじ継手の被締付材の応力分布（特にばね定数について）、日本機械学会論文集、31巻（第 3部）、231号、昭和40年11月。
- 51) 藤本・橋本：高力ボルト引張り接合に関する研究（第 1 部・板のバネ常数設定の為の軸対称三次元弾性理論解析（その 1））、日本建築学会論文報告集、第 165号、昭和44年10月。

- 52) 藤本・橋本：高力ボルト引張り接合に関する研究（第1部・板のバネ常数設定の為の軸対称三次元弾性理論解析（その2））、日本建築学会論文報告集、第165号、昭和44年11月。
- 53) 数学ハンドブック編集委員会：理工学のための数学ハンドブック、昭和49年9月、丸善。
- 54) Zienkiewicz, O. C. and Cheung, Y. K.: The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics, Sec. 4, McGraw-Hill.
- 55) 小堀・吉田：有限要素法による構造解析プログラム、pp. 89～98, 丸善。
- 56) 鷺津他共編：有限要素ハンドブック（基礎編）、昭和56年9月、倍風館。
- 57) Zienkiewicz, O. C.: The Finite Element Method (Third Edition), McGraw-Hill 1977.
- 58) Hinton, E. and Owen, D. R. J., 川井監訳：有限要素プログラミング、昭和54年11月、丸善。
- 59) 日本鋼構造協会編：有限要素法による構造解析プログラム、倍風館。
- 60) 成瀬・遠田：80 kg/mm² 高張力鋼板の高力ボルト摩擦継手の実験的研究、石川島播磨技報、第11巻、第2号、昭和46年3月。
- 61) 成瀬・遠田：60 kg/mm² 高張力鋼板の高力ボルト摩擦継手に関する実験的研究、石川島播磨技報、第13巻、第3号、昭和48年5月。
- 62) Allan, R. N. and Fisher, J. W. : Bolted Joints with Oversized or Slotted Holes, Jour. of the ST div., Proc. of the ASCE, pp 2061 - 2080, 1968 - 9.
- 63) 脇山・平井：高力ボルトの疲労に関する研究、日本建築学会論文報告集、第288号、昭和55年2月。
- 64) BSI(British Standards Institution) : Steel, Concrete and Composite Bridges , Part 10, Code of Practice for Fatigue, BS 5400, 1980.
- 65) AISC(American Institute of Steel Construction. Inc.) : Steel Construction Manual (Eighth Edition).
- 66) Charles G. Salmon and John, e. Johnson : Steel Structures [Design and behavior, Second Edition], 1980, Harper & Row Publishers.
- 67) 北後・藤本・橋本・平野：高張力ボルト摩擦接合梁継手の繰返し荷重試験（その1、F11Tボルト摩擦接合実験）、日本建築学会論文報告集、第103号、昭和39年10月。

- 68) 北後・藤本・橋本・平野：高張力ボルト摩擦接合梁継手の繰返し荷重試験（その2、梁継手の実験）、日本建築学会論文報告集、第 103号、昭和39年10月。
- 69) 北後・橋本：高力ボルト摩擦接合ならびに同接合法による梁継手の弾塑性性状とその安全性に関する研究（2）－梁継手の繰返し荷重試験（続）－、日本建築学会論文報告集、第 103号、昭和39年10月。
- 70) 武田：有限要素と補間関数、有限要素法入門講習会テキスト、日本鋼構造協会、1978年。
- 71) 池内・小松：高力ボルトの孔径が現場継手の耐力に及ぼす影響、土木学会第37回年次講概集（I-209）、平成元年10月。

Appendix 1. 高力ボルト摩擦接合継手設計に対する現行基準の基本的な考え方

高力ボルト摩擦接合継手の設計はボルト 1 本 1 摩擦面あたりのすべりに対する許容力に基づいて行なわれている。道路橋示方書では明らかにこの方法が採られており、また鉄道橋設計標準においても、この許容力をボルトの有効断面積 A_e で除した値が示されているが、表現方法が異なるだけで基本的には同じ方法が採られている。すなわち、作用応力を L とし、許容力を P_a 、ボルト本数を n 、摩擦面の数を m とすると次の不等式が成り立つように設計するのである。

$$L < P_a n m \quad \dots\dots\dots (A-1-1)$$

ここで、すべりに対する許容力 P_a は次のようにして求められる。

「主すべり荷重： L_{ms} 」を設計上の耐荷力と考え、これに「すべりに対する安全率： ν_s 」を乗じてすべりに対する許容値を定めることにしている。すなわち、主すべりに対する許容力 P_a は次式で示され、作用荷重がこれを超えないように設計することになる。

$$P_a = L_{ms} / (n m \nu_s) \quad \dots\dots\dots (A-1-2)$$

ここで、すべりに対する安全率 ν_s は、母材に対して継手部分だけを強くしても意味がないわけであるから、主すべり荷重と母材断面降伏荷重を一致させたとき経済的な設計となるという考え方により、部材の降伏点に対する安全率と同じ値を用いている。従って、国鉄建造物設計標準ではその前身である鋼鉄道橋設計標準に対して、部材の降伏点に対する安全率を 1.7 から 1.6 に改訂したため、この安全率 ν_s もまた 1.6 に変更している。また、主すべり荷重はすべり係数を μ' 、設計ボルト軸力を N' 、ボルト本数を n 、さらに摩擦面の数を m とすると次式で表わされる。

$$L_{ms} = \mu' N' n m \quad \dots\dots\dots (A-1-3)$$

ここで、すべり係数 μ' は実験で得られる $L_{ms} / (N n m)$ の値、約 0.5 に、導入ボルト軸力のバラツキ、継手のクリープやリラクゼーションによる軸力の変動さらにボルト配置による応力分担の不均衡等を考慮して、その 80%、すなわち 0.4 が用いられている。また、設計ボルト軸力はボルトの材質や断面積等によって定められ、ボルトの引張試験における降伏点を σ_y 、この降伏点に対してトルクが引張力と同時に加わったときの合成応力を加味したり、施工誤差さらに遅れ破壊に対する安全性などを考慮し、F8T のボルトに対し 0.85、F10T ボルトに対し 0.75 の割引係数が用いられている。この割引係数を α_s とし、さらにボルトねじ部の有効断面積を A_e とすると、設計ボルト軸力は次のようになる。

$$N' = \alpha_s \sigma_y A_e \quad \dots\dots\dots (A-1-4)$$

式(A-1-2)(A-1-3),(A-1-4)より、すべりに対する許容力 P_a が次式のように得られる。

$$P_a = \mu' N' / \nu_s = \mu' \alpha_s \sigma_y A_e / \nu_s \quad \dots\dots\dots (A-1-5)$$

従って、 P_a には総じて $1.25 \times 1.6 = 2.0$ 程度の安全率が考慮されていることになる。

次頁のAppendix 2. には F10T ボルトに関するデータの一覧表を示したが、ここには各ボルト種の「すべりに対する許容力 P_a 」も示した。

Appendix 2. 高力ボルトに関するデータ一覧表

	ボルトの種類 (メートルねじ)			
項目	M20	M22	M24	M30
ボルト径 (mm)	20	22	24	30
ボルト孔径 (mm)	23	25	27	34
ボルト断面積 (mm ²)	314.2	380.1	452.4	706.9
ボルト有効断面積 A _e	244.8	303.4	352.4	561.0
座金内径 (mm)	22	24	26	31
座金外径 (mm)	40	44	48	60
標準軸力 (ton)	18.17	22.53	26.17	41.6
設計軸力 (ton) $N^* = \alpha_s \sigma_y A_e$	16.52	20.48	23.79	37.8
すべりに対する 許容力 (ton), N' $P_a = (1/\nu_s) \mu N^*$	単 4.13	5.12	5.95	9.45
	複 8.26	10.24	11.90	18.90
最小中心間隔 (mm)	65	75	85	(105)
最大中心間隔 (mm) 12t* 24t	p 130 g 300	150 300	170 300	— —
最小縁端距離 (mm) (仕上げ縁)	28	32	37	(55)
最大縁端距離 (mm) 8t	150	150	150	—

ここで、 $\alpha_s = 0.75$ (F10T), $\sigma_y = 90 \text{ kg/mm}^2$ (F10T), t : 外側の板厚
* 千鳥の場合は 15t - 3g/8 ただし 12t 以下。

Appendix 3. 日本建築学会：鋼構造塑性設計指針

日本建築学会の鋼構造塑性設計指針（昭和50年11月）で定めた高力ボルトの許容耐力を表 A-3-1に示す。

高力ボルトの許容耐力表									
高力ボルトの種類	ボルト呼び径	ボルト軸径 (mm)	ボルト穴径 (mm)	ボルト軸断面積 (cm ²)	ボルト有効断面積 (cm ²)	ナット平行部間距離 (mm)	許容せん断力 (t)		許容引張力 (t)
							1面せん断	2面せん断	
F 8 T	M 16	16	17	2.01	1.57	27	3.62	7.24	7.54
	M 20	20	21.5	3.14	2.45	32	5.65	11.3	11.8
	M 22	22	23.5	3.80	3.03	36	6.84	13.7	14.3
	M 24	24	25.5	4.52	3.53	41	8.14	16.3	17.0
F 10 T	M 16	16	17	2.01	1.57	27	4.52	9.05	9.35
	M 20	20	21.5	3.14	2.45	32	7.07	14.1	14.6
	M 22	22	23.5	3.80	3.03	36	8.55	17.1	17.7
	M 24	24	25.5	4.52	3.53	41	10.2	20.3	21.0
F 11 T	M 16	16	17	2.01	1.57	27	4.82	9.65	9.95
	M 20	20	21.5	3.14	2.45	32	7.54	15.1	15.5
	M 22	22	23.5	3.80	3.03	36	9.12	18.2	18.8
	M 24	24	25.5	4.52	3.53	41	10.8	21.7	22.4

(3) 高力ボルトの設計ボルト張力 (t)

高力ボルトの種類	呼び径				
		M 16	M 20	M 22	M 24
F 8 T		8.52	13.3	16.5	19.2
F 10 T		10.6	16.5	20.5	23.8
F 11 T		11.2	17.4	21.6	25.1

表 A-3-1 塑性設計における高力ボルトの許容耐力表
(日本建築学会、鋼構造塑性設計指針、昭和50年11月)

塑性設計における高力ボルトの許容耐力は、次頁の表 A-3-2に示す「高力ボルト接合設計施工指針（1983年改定）」で定めた許容耐力（長期許容耐力）の50%増し、すなわち、短期許容耐力と同じ値となっている。

ここで荷重係数を1.65とすると、F10T-M22ボルトで1面せん断の場合を例に挙げれば、表 A-3-1より、8.55 ton であるから、

8.55 ton / 1.65 =

5.18 ton

となる。

一方、「高力ボルト接合設計施工指針」による長期許容耐力は表 A-3-2より、

5.70 ton

であるから、「鋼構造塑性設計指針」における高力ボルトの許容耐力は、「高力ボルト接合設計施工指針」によるものよりも逆に小さくなる。

1 高力ボルトの許容耐力表

高力ボルトの種類	ボルト呼び	ボルト軸径 (mm)	ボルト穴径 (mm)	ボルト軸断面積 (cm²)	ボルト有効断面積 (cm²)	設計ボルト張力 (t)	許容せん断力 (t)		許容引張力 (t)
							1面摩擦	2面摩擦	
F 8 T	M 16	16	17.0	2.01	1.57	8.52	2.41	4.82	5.03
	M 20	20	21.5	3.14	2.45	13.3	3.77	7.54	7.85
	M 22	22	23.5	3.80	3.03	16.5	4.56	9.12	9.50
	M 24	24	25.5	4.52	3.53	19.2	5.42	10.8	11.3
F 10 T	M 16	16	17.0	2.01	1.57	10.6	3.02	6.03	6.23
	M 20	20	21.5	3.14	2.45	16.5	4.71	9.42	9.73
	M 22	22	23.5	3.80	3.03	20.5	5.70	11.4	11.8
	M 24	24	25.5	4.52	3.53	23.8	6.78	13.6	14.0
(F11T)	M 16	16	17.0	2.01	1.57	11.2	3.22	6.43	6.63
	M 20	20	21.5	3.14	2.45	17.4	5.02	10.0	10.4
	M 22	22	23.5	3.80	3.03	21.6	6.08	12.2	12.5
	M 24	24	25.5	4.52	3.53	25.1	7.23	14.5	14.9

表 A-3-2 高力ボルトの長期許容耐力表

「日本建築学会、高力ボルト接合設計施工指針（1983年改定、設計資料、付 4より）」

Appendix 4 摩擦抵抗力に関する既往の研究

摩擦接合継手の基本原理である摩擦抵抗力の性質についてはかなり古くから知られていた。例えば Leonardo da Vinci [1452～1519] の手記の中に見出されている²⁷⁾ が、静止のすべり摩擦 (sliding friction at rest: 物体がまさにすべり出さんとするときの摩擦) について Coulombが1781年に二大法則、すなわち、

- i) 摩擦力 S の最大値は垂直圧力 N に比例する ($S \leq \mu N$)、
- ii) 比例の係数 μ は両物体の材料ならびに接触面の状態には関係するが、接触面積には無関係である。

を発表して以来数多くの人々によって Coulombと同様な実験が行なわれ、上記の法則に従って結果が整理された³⁷⁾。

Coulombの法則と呼ばれる、この有名な法則は実は Coulombよりも80年前にAmontonsが同様の法則を見出していた。文献38) の"FRICTION"に関する記述の抄訳を脚注* に示すが、Amontonsは当時の研究者の注目を集められなかったため、通常、Coulombの法則と呼ばれている。

摩擦の正体については色々な説があるようである。文献 37) ではこれについて以下のようにまとめている。「表面にある凹凸がその原因で、一方の物体の凸が他方の物体の凹に

* [Encyclopaedic Dictionary of Physics, Pergamon Press, 1961. の"FRICTION"に関する記述の抄訳]

摩擦に関するいくつかの法則は通常、クーロンの法則と呼ばれている。フランスの軍事技術者であるクーロンは乾燥した2つの表面間に生じる摩擦に関する広範囲で、しかも系統的な試験を行なった初期の数少ない研究者の内の一人である。その結果は1785年に報告されている。

乾燥摩擦に関してクーロンの名前を用いるのは、おそらく適切ではないであろう。というのは、この法則は明らかに80年余り前(1699年)に他のフランス技術者であるAmontonsによって見出されているからです(しかし、実際、彼の研究は他の研究者の注目を集めるのに失敗した)。すなわち、クーロンは新たに、その法則を発見しなおしたことになります。

はまりこんでいるとき、これをすべり動かそうとすると凸がこわれるか、または凸が凹から出るまで2物体が離れる必要がある。いずれにしても、ある程度の力を要するわけで、それが摩擦力であるとする説明はわかりやすい。けれども、極めてなめらかな表面にも摩擦力は生ずるという事実は、別の説明を要求する。これに対しては凝着 (adhesion) または凝集 (cohesion) の力であるとする説明がある。どちらも分子または原子の相互間の力であるが、前者は異なる材料のとき、後者は同じ材料のときに用いる言葉である。接触面がでこぼこしているときには本当にくっつきあう面積はごくわずかであるが、そこにはこの種の力がやはり作用すると思われる。」

これらの説は Coulombの二大法則のうちの ii) に一見相反するように思われる。すなわち、この場合は接触面積が大きければ大きいほど摩擦抵抗も大きくなるようであるが、真の接触面積は見掛けの接触面積に比例しないこと、接触面上の凹凸部分に対して塑性変形と塑性流動を考えることによって説明づけられるようである。

摩擦接合継手の場合も当然文献37) に述べられているような接触面の凹凸による抵抗力と凝集による力に起因する摩擦力が存在するものと思われるが、特に摩擦面に防錆塗料を塗布した時には後者による説明が必要であろう。しかし、いずれにしても Coulombの二大法則によって実験結果を整理することは可能であり、摩擦抵抗を生み出す接触面上の種々の要因のばらつきは摩擦係数のばらつきとして処理すればよいことになる。工学で要求される、摩擦力に関する精度としては Coulombによる扱いで十分であると思われ、本論文もこれに従っている。

Appendix 5 断面欠損比 $\bar{\rho}$ と等価断面係数 ν の関係

式(2- 3-25) :

$$\nu = \bar{\rho} / [2\{\tan^{-1} \sqrt{(1+\bar{\rho})/(1-\bar{\rho})}\} / \sqrt{1-\bar{\rho}^2} - \pi/2]$$

に基づいて、 $\bar{\rho}$ と ν の関係を計算した結果を下表に示す。ただし、 $\bar{\rho} = d_H / b$ (ここで、 d_H : ボルト孔径、 b : 板幅) である。

$\bar{\rho}$	ν	$\bar{\rho}$	ν	$\bar{\rho}$	ν
0.010	0.992	0.340	0.726	0.670	0.437
0.020	0.984	0.350	0.718	0.680	0.427
0.030	0.976	0.360	0.709	0.690	0.418
0.040	0.969	0.370	0.701	0.700	0.408
0.050	0.961	0.380	0.692	0.710	0.399
0.060	0.953	0.390	0.684	0.720	0.389
0.070	0.945	0.400	0.676	0.730	0.379
0.080	0.937	0.410	0.667	0.740	0.369
0.090	0.929	0.420	0.659	0.750	0.360
0.100	0.921	0.430	0.650	0.760	0.350
0.110	0.913	0.440	0.642	0.770	0.339
0.120	0.905	0.450	0.633	0.780	0.329
0.130	0.897	0.460	0.624	0.790	0.319
0.140	0.889	0.470	0.616	0.800	0.309
0.150	0.881	0.480	0.607	0.810	0.298
0.160	0.873	0.490	0.599	0.820	0.287
0.170	0.865	0.500	0.590	0.830	0.277
0.180	0.857	0.510	0.581	0.840	0.266
0.190	0.849	0.520	0.572	0.850	0.255
0.200	0.841	0.530	0.564	0.860	0.243
0.210	0.833	0.540	0.555	0.870	0.232
0.220	0.824	0.550	0.546	0.880	0.220
0.230	0.816	0.560	0.537	0.890	0.208
0.240	0.808	0.570	0.528	0.900	0.196
0.250	0.800	0.580	0.519	0.910	0.183
0.260	0.792	0.590	0.510	0.920	0.170
0.270	0.784	0.600	0.501	0.930	0.156
0.280	0.775	0.610	0.492	0.940	0.142
0.290	0.767	0.620	0.483	0.950	0.127
0.300	0.759	0.630	0.474	0.960	0.111
0.310	0.751	0.640	0.465	0.970	0.094
0.320	0.742	0.650	0.455	0.980	0.074
0.330	0.734	0.660	0.446	0.990	0.050

Appendix 6- 2 -1 単純引張り時の高力ボルトの初期剛性と最大荷重時の伸び量および
降伏時の伸び量の表、式(2-3-31-2)～式(2-3-33)に基づいたもの

k_{BO} : 高力ボルトの初期剛性

δ_y : 最大荷重時の伸び量

δ_{max} : 降伏時の伸び量

n : 遊びねじ部の山数

m : 有効ボルト長 L_G をボルト径の
整数倍で表すときのパラメータ

m	n	k_{BO} (ton/mm)			δ_y (mm)			δ_{max} (mm)		
		M20	M22	M24	M20	M22	M24	M20	M22	M24
2	1	109.2	120.4	131.0	0.239	0.269	0.287	0.942	0.963	1.130
	2	106.0	117.3	127.2	0.237	0.265	0.284	0.986	1.006	1.183
	3	102.4	113.8	122.9	0.235	0.263	0.282	1.031	1.051	1.237
	4	98.2	109.8	117.8	0.238	0.264	0.286	1.078	1.097	1.293
	5	93.2	105.1	111.8	0.245	0.270	0.294	1.125	1.144	1.350
	6	87.2	99.7	104.7	0.258	0.280	0.310	1.174	1.192	1.409
	7	79.9	93.2	95.9	0.279	0.296	0.335	1.223	1.241	1.467
	8	70.8	85.4	84.9	0.313	0.321	0.375	1.272	1.290	1.526
3	1	83.0	91.3	99.5	0.315	0.354	0.377	1.029	1.062	1.235
	2	82.1	90.5	98.5	0.306	0.344	0.367	1.070	1.102	1.284
	3	81.1	89.6	97.4	0.297	0.334	0.356	1.113	1.144	1.336
	4	80.1	88.5	96.1	0.292	0.327	0.350	1.158	1.188	1.390
	5	78.9	87.4	94.7	0.290	0.324	0.348	1.205	1.234	1.446
	6	77.7	86.2	93.2	0.290	0.324	0.348	1.253	1.281	1.503
	7	76.2	84.9	91.5	0.292	0.326	0.351	1.301	1.329	1.562
	8	74.6	83.4	89.6	0.296	0.329	0.356	1.350	1.378	1.620

Appendix 6- 2 -2 (続き)

m	n	k ₀ (ton/mm)			δ _y (mm)			δ _{max} (mm)		
		M20	M22	M24	M20	M22	M24	M20	M22	M24
4	1	65.9	72.5	79.1	0.396	0.446	0.475	1.117	1.160	1.340
	2	65.6	72.2	78.7	0.383	0.431	0.459	1.155	1.197	1.386
	3	65.2	71.8	78.2	0.370	0.416	0.444	1.196	1.236	1.435
	4	64.8	71.4	77.7	0.361	0.406	0.433	1.239	1.279	1.487
	5	64.3	71.0	77.2	0.356	0.399	0.427	1.285	1.324	1.542
	6	63.9	70.5	76.6	0.353	0.396	0.423	1.332	1.370	1.598
	7	63.4	70.1	76.0	0.352	0.394	0.422	1.380	1.418	1.656
	8	62.8	69.5	75.4	0.352	0.394	0.422	1.428	1.466	1.714
5	1	54.5	59.9	65.4	0.479	0.540	0.575	1.204	1.259	1.445
	2	54.3	59.8	65.2	0.462	0.520	0.554	1.240	1.293	1.488
	3	54.1	59.6	64.9	0.446	0.502	0.534	1.278	1.329	1.534
	4	53.9	59.4	64.7	0.434	0.488	0.520	1.320	1.370	1.584
	5	53.7	59.2	64.4	0.426	0.479	0.511	1.365	1.414	1.637
	6	53.5	59.0	64.2	0.421	0.474	0.505	1.411	1.459	1.693
	7	53.2	58.7	63.9	0.419	0.470	0.502	1.458	1.506	1.750
	8	53.0	58.5	63.6	0.417	0.469	0.501	1.507	1.554	1.808

Appendix 6- 3 ねじりと引張りを同時に加えたときの高力ボルトの降伏荷重（応力度）と
最大荷重（応力度）の推定値表式(2-3-28)～式(2-3-30)に基づいたもの

N_y : 降伏荷重 σ_y : 降伏応力度
 N_{max} : 最大荷重 σ_{max} : 最大応力度

n	N_y (ton)			N_{max} (ton)			σ_y (kg/mm ²)			σ_{max} (kg/mm ²)		
	M20	M22	M24	M20	M22	M24	M20	M22	M24	M20	M22	M24
1	22.8	28.3	32.8	26.7	33.1	38.4	93.1			109.1		
2	21.9	27.2	31.5	25.9	32.1	37.3	89.5			105.7		
3	21.1	26.1	30.3	25.2	31.2	36.2	86.1			102.8		
4	20.4	25.3	29.4	24.7	30.6	35.5	83.5			100.8		
5	20.0	24.8	28.8	24.4	30.2	35.1	81.7			99.5		
6	19.7	24.4	28.3	24.1	29.9	34.8	80.4			98.6		
7	19.5	24.1	28.0	24.0	29.7	34.5	79.6			98.0		
8	19.3	24.0	27.8	23.9	29.6	34.3	78.9			97.6		

n : 遊びねじ部の山数
($p\sigma_y = 90 \text{ kg/mm}^2$ 、 $p\sigma_{max} = 100 \text{ kg/mm}^2$)

Appendix 6-4-1 ねじりと引張りを同時に加えたときの高力ボルトの初期剛性と最大荷重時の伸び量および降伏時の伸び量の推定値表、式(2-3-31-2)～式(2-3-33)に基づいたもの

k_{BO} : 高力ボルトの初期剛性

δ_y : 最大荷重時の伸び量

δ_{max} : 降伏時の伸び量

n : 遊びねじ部の山数

m : 有効ボルト長 L_G をボルト径の整数倍で表すときのパラメータ

m	n	k_{BO} (ton/mm)			δ_y (mm)			δ_{max} (mm)		
		M20	M22	M24	M20	M22	M24	M20	M22	M24
2	1	109.2	120.4	131.0	0.209	0.235	0.251	0.930	0.950	1.116
	2	106.0	117.3	127.2	0.207	0.232	0.248	0.976	0.995	1.171
	3	102.4	113.8	122.9	0.206	0.229	0.247	1.022	1.040	1.226
	4	98.2	109.8	117.8	0.208	0.231	0.250	1.069	1.087	1.283
	5	93.2	105.1	111.8	0.215	0.236	0.257	1.118	1.135	1.342
	6	87.2	99.7	104.7	0.226	0.245	0.271	1.167	1.184	1.401
	7	79.9	93.2	95.9	0.244	0.259	0.292	1.217	1.234	1.460
	8	70.8	85.4	84.9	0.273	0.281	0.328	1.267	1.283	1.520
3	1	83.0	91.3	99.5	0.275	0.309	0.330	1.011	1.042	1.214
	2	82.1	90.5	98.5	0.267	0.300	0.320	1.054	1.083	1.265
	3	81.1	89.5	97.4	0.260	0.292	0.312	1.098	1.126	1.318
	4	80.1	88.5	96.1	0.255	0.286	0.306	1.144	1.171	1.373
	5	78.9	87.4	94.7	0.253	0.283	0.304	1.192	1.219	1.430
	6	77.7	86.2	93.2	0.254	0.283	0.304	1.241	1.267	1.489
	7	76.2	84.9	91.5	0.256	0.284	0.307	1.290	1.316	1.548
	8	74.6	83.4	89.5	0.259	0.287	0.311	1.339	1.365	1.607

Appendix 6- 4 -2 (続き)

m	n	k _{BO} (ton/mm)			δ _y (mm)			δ _{max} (mm)		
		M20	M22	M24	M20	M22	M24	M20	M22	M24
4	1	65.9	72.5	79.1	0.346	0.390	0.415	1.092	1.133	1.311
	2	65.6	72.2	78.7	0.334	0.376	0.401	1.132	1.172	1.359
	3	65.2	71.8	78.2	0.323	0.364	0.388	1.174	1.212	1.409
	4	64.8	71.4	77.7	0.315	0.355	0.378	1.219	1.256	1.463
	5	64.3	71.0	77.2	0.311	0.349	0.373	1.266	1.302	1.519
	6	63.9	70.5	76.6	0.308	0.346	0.370	1.314	1.349	1.576
	7	63.4	70.1	76.0	0.307	0.345	0.369	1.362	1.398	1.635
	8	62.8	69.5	75.4	0.308	0.344	0.369	1.412	1.446	1.694
5	1	54.5	59.9	65.4	0.419	0.471	0.502	1.173	1.224	1.408
	2	54.3	59.8	65.2	0.404	0.455	0.484	1.211	1.260	1.453
	3	54.1	59.6	64.9	0.389	0.438	0.467	1.251	1.298	1.501
	4	53.9	59.4	64.7	0.379	0.427	0.455	1.294	1.340	1.552
	5	53.7	59.2	64.4	0.372	0.419	0.447	1.340	1.385	1.607
	6	53.5	59.0	64.2	0.368	0.414	0.442	1.387	1.432	1.664
	7	53.2	58.7	63.9	0.366	0.411	0.439	1.435	1.480	1.722
	8	53.0	58.5	63.6	0.365	0.409	0.437	1.484	1.528	1.781

Appendix 7. 軸対称回転体有限（三角形）要素

軸対称回転体有限要素は対称軸回りに任意平面を回転させてできる立体の軸対称性を利用し、2次元（平面）的な取り扱いを可能にするものである（図 A-7-1 参照）。

軸対称状態は半径方向変位 u があると必ず円周方向に歪み成分を有することになり、このことが一般の平面問題と異なるところである。

三角形リング要素の場合、節点変位ベクトル $\{\delta\}^e$ は節点番号を i, j, k とすると、次式で表される。

$$\{\delta\}^e = [\delta_i, \delta_j, \delta_k]^T \quad \dots\dots\dots (A-7-1)$$

ここで、各節点の変位ベクトルは半径方向変位を u 、対称軸方向変位を v とすると、例えば節点 i に関して次式で示されるものである。

$$\{\delta_i\} = [u_i \ v_i]^T \quad \dots\dots\dots (A-7-2)$$

三角形要素内の任意点の変位（ u, v ）は平面要素の場合に準じて、

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = [I N_i' \ I N_j' \ I N_m'] \{\delta\}^e \quad \dots\dots\dots (A-7-3)$$

ここで、 I は単位マトリックスであり、

$$N_i' = (a_i + b_i r + c_i y) / (2\Delta) \quad \dots\dots\dots (A-7-4)$$

である。また、

$$\left. \begin{aligned} a_i &= r_j y_m - r_m y_j \\ b_i &= y_j - y_m = y_{jm} \\ c_i &= r_m - r_j = r_{mj} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (A-7-5)$$

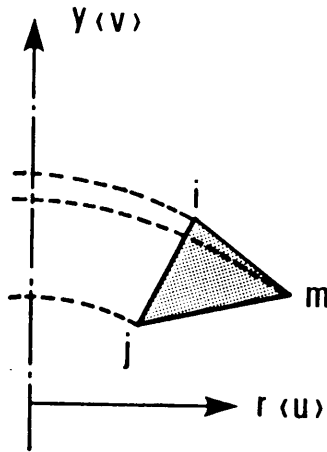


図 A-7-1 軸対称回転体有限要素

さらに、

$$2\Delta = \det \begin{vmatrix} 1 & r_i & y_i \\ 1 & r_j & y_j \\ 1 & r_m & y_m \end{vmatrix} = 2 \times (\text{三角形の面積}) \quad \dots (A-7-6)$$

である。また、式(A-7-4)、(A-7-5)は循環式である。

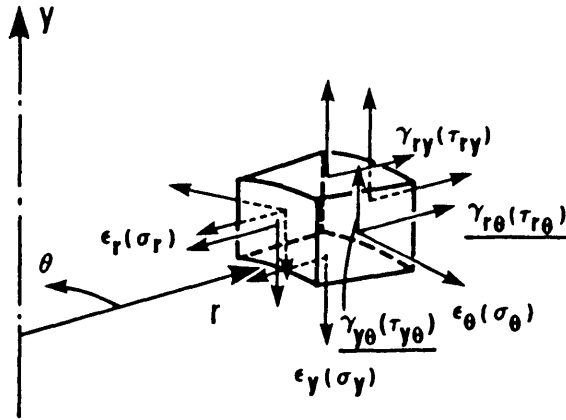


図 A-7-2 軸対称物体の応力と歪み

歪みベクトルは図 A-7-2を参照して、次式で定義できる。

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_y \\ \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{ry} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial v / \partial y \\ \partial u / \partial r \\ u / r \\ \partial u / \partial y + \partial v / \partial r \end{Bmatrix} \quad \dots (A-7-7)$$

すなわち、軸対称変形では2つのせん断力 $\tau_{y\theta}$, $\tau_{r\theta}$ は零である。

式 (A-7-7)に式 (A-7-3)を用いると、

$$\{\varepsilon\} = [B] \{\delta\}^e = [B_i \quad B_j \quad B_m] \{\delta\}^e \quad \dots (A-7-8)$$

と表すことができる。

ここで、[B]は歪みと変位を関係づけるマトリックスであり、そのサブマトリックスは次式で表される。

$$[B_i] = 1 / (2 \Delta) \begin{bmatrix} 0 & c_i \\ b_i & 0 \\ a_i/r + b_i + c_i y/r & 0 \\ c_i & b_i \end{bmatrix} \dots (A-7-9)$$

マトリックス[B]の中に変数 r, y (座標) が含まれているため、要素内の歪みは平面問題の場合とは異なり、一定ではなくなる。これが軸対称回転体の特徴である。

応力と歪みを関係づける、応力-歪みマトリックス[D]は定数マトリックスであるが、[B]マトリックスが内部に座標変数 r, y を含むため、式(A-7-10)で示すような回転体の体積分で表される要素剛性マトリックスは要素内歪みを一定とした通常の平面要素の場合のように簡単には計算ができない。

$$[k]^e = 2\pi \iint [B]^T [D] [B] r \, dA \dots (A-7-10)$$

ここで、 dA は三角形要素内の微小面積、また r は対称軸から dA までの距離である。

そこで、式(A-7-10)の体積分は数値積分によって行なうか、またはやや複雑な計算を通して解析的に陽な形の剛性マトリックスを求めるか、どちらかの方法が採られる。

解析的に体積分を行なう場合は式(A-7-9)で示される $[B_i]$ を三角形断面の重心点、

$$(\bar{r}, \bar{y}) = \{ (r_i + r_j + r_m) / 3, (y_i + y_j + y_m) / 3 \} \dots (A-7-11)$$

を用いることにより、下式のように定数マトリックスと変数を含むマトリックスの和の形に書き表わし、

$$[B_i] = [\bar{B}_i] + [B_i']$$

$$= \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} 0 & c_i \\ b_i & 0 \\ b_i + (a_i + c_i \bar{y}) / \bar{r} & 0 \\ c_i & b_i \end{bmatrix} + \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} [(a_i + c_i y) / r - (a_i + c_i \bar{y}) / \bar{r}]$$

$$\dots (A-7-12)$$

これを式(A-7-10)に代入することによって最終的に定数のみからなる部分の剛性マトリックス $[\bar{k}]^e$ と変数を含む剛性マトリックス $[k']^e$ の和で与えられる方法が考えられている^{53), 54)}。

$$[k]^e = [\bar{k}]^e + [k']^e \dots (A-7-13)$$

すなわち、上式の右辺第1項は三角形要素の重心点を用いた近似剛性マトリックスであり、第2項は補正剛性マトリックスである。この補正剛性マトリックスの要素内には、

$$\iint (1/r) \, dr \, dy, \quad \iint (y/r) \, dr \, dy, \quad \iint (y^2/r) \, dr \, dy$$

などが含まれており、 r が小さいとき、すなわち対称軸に近い要素に関する補正項の値が

大きくなる。従って、剛性マトリックスとして近似マトリックス $[\bar{k}]^e$ だけを用いた場合には対称軸に近い要素に関する体積分の精度が低下することになる。

しかし、ここで扱うボルト孔周縁の応力解析問題では、ボルト中心軸を対称軸にとり、さらにボルト孔を考慮すれば中空の円盤状のものを対象にすれば良いので、近似要素剛性マトリックス $[\bar{k}]^e$ を用いてもかなりの精度が期待できる。

Appendix 8. 平面問題解析のための剛体-ばね要素

右図に示すような、節点(1,1), (1,2), (2,1), (2,2)で囲まれる四辺形領域を考える。

これを通常の有限要素法で扱うものとし、三角形要素を用いるものとするれば、この領域は図中に破線で分割されるような、節点(1,1), (1,2), (2,1)で囲まれる三角形と節点(1,2), (2,1), (2,2)で囲まれる三角形にわけるか、または一点鎖線で分割されるような、節点(1,1), (1,2), (2,2)で囲まれる三角形と節点(1,1), (2,2), (2,1)で囲まれる三角形にわけることになる。

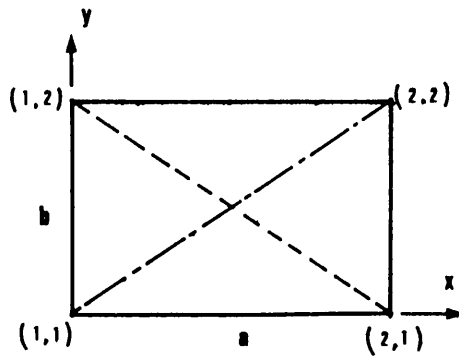


図 A - 8 - 1 四辺形剛体要素モデルに関する説明図

それぞれの三角形に蓄えられる歪みエネルギーについて考えてみることにする。

三角形(1,1), (1,2), (2,1)において、各節点の x 方向変位を u_{11} , u_{12} , u_{21} 、y 方向変位を v_{11} , v_{12} , v_{21} とする。要素内の変位は、

$$\begin{aligned} u &= u_{11} + (x/a)(u_{21} - u_{11}) + (y/b)(u_{21} - u_{11}) \\ v &= v_{11} + (x/a)(v_{21} - v_{11}) + (y/b)(v_{21} - v_{11}) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (A - 8 - 1)$$

と書ける。従って歪みは、

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/a, 0, 0, 0 \\ 0, 1/b, 0, 0 \\ 0, 0, 1/b, 1/a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{21} - u_{11} \\ v_{12} - v_{11} \\ u_{12} - u_{11} \\ v_{21} - v_{11} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (A - 8 - 2)$$

となる。

平面応力状態ならば、これより、この三角形要素に蓄えられる歪みエネルギーを V_{11}^{++} と書くことにし、板厚を t とすると、

$$V_{11}^{++} = \frac{E t}{4(1-\nu^2)} \{ (u_{21}-u_{11}), (v_{12}-v_{11}) \} \begin{bmatrix} b/a, \nu \\ \nu, a/b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{21}-u_{11} \\ v_{12}-v_{11} \end{bmatrix}$$

$$+ \frac{E t}{8(1-\nu)} \{(u_{12}-u_{11}), (v_{21}-v_{11})\} \begin{bmatrix} a/b, & 1 \\ 1, & b/a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{12}-u_{11} \\ v_{21}-v_{11} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (A - 8 - 3)$$

が得られる。

同様に、三角形(1,1), (1,2), (2,2) の要素に蓄えられる歪みエネルギー V_{12}^{+-} は、

$$V_{12}^{+-} = \frac{E t}{4(1-\nu^2)} \{(u_{22}-u_{12}), (v_{12}-v_{11})\} \begin{bmatrix} b/a, & \nu \\ \nu, & a/b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{22}-u_{12} \\ v_{12}-v_{11} \end{bmatrix} \\ + \frac{E t}{8(1-\nu)} \{(u_{12}-u_{11}), (v_{22}-v_{12})\} \begin{bmatrix} a/b, & 1 \\ 1, & b/a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{12}-u_{11} \\ v_{22}-v_{12} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (A - 8 - 4)$$

となる。

三角形(1,1), (2,2), (2,1) の要素に蓄えられる歪みエネルギー V_{21}^{-+} は、

$$V_{21}^{-+} = \frac{E t}{4(1-\nu^2)} \{(u_{21}-u_{11}), (v_{22}-v_{21})\} \begin{bmatrix} b/a, & \nu \\ \nu, & a/b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{21}-u_{11} \\ v_{22}-v_{21} \end{bmatrix} \\ + \frac{E t}{8(1-\nu)} \{(u_{22}-u_{21}), (v_{21}-v_{11})\} \begin{bmatrix} a/b, & 1 \\ 1, & b/a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{22}-u_{21} \\ v_{21}-v_{11} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (A - 8 - 5)$$

三角形(1,2), (2,1), (2,2) の要素に蓄えられる歪みエネルギー V_{22}^{--} は、

$$V_{22}^{--} = \frac{E t}{4(1-\nu^2)} \{(u_{22}-u_{12}), (v_{22}-v_{21})\} \begin{bmatrix} b/a, & \nu \\ \nu, & a/b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{22}-u_{12} \\ v_{22}-v_{21} \end{bmatrix} \\ + \frac{E t}{8(1-\nu)} \{(u_{22}-u_{21}), (v_{22}-v_{12})\} \begin{bmatrix} a/b, & 1 \\ 1, & b/a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{22}-u_{21} \\ v_{22}-v_{12} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (A - 8 - 6)$$

になる。

従って、四辺形(1,1), (1,2), (2,1), (2,2)の領域に蓄えられる歪みエネルギー V^e は、三角形の選び方により、

$$V^e = V_{11}^{++} + V_{22}^{--} \dots\dots\dots (A - 8 - 7)$$

または

$$V^e = V_{12}^{+-} + V_{21}^{-+} \dots\dots\dots (A - 8 - 8)$$

によって与えられる。この両式の右辺は等しくないが、いずれも有限要素法によって妥当性の認められる近似値であるから、ここでは両者の平均を採用して、

$$V^e = (1/2)(V_{11}^{++} + V_{12}^{+-} + V_{22}^{--} + V_{21}^{-+}) \dots\dots\dots (A - 8 - 9)$$

であると思っても良いであろう。

さらに、この四辺形の内部で、この歪みエネルギーがどのように分布しているかを考える。このようなことを考えるのは、有限要素法としては意味の無いことのように思われるが、全体系の歪みエネルギーの値に影響を与えない限り、差し支えない。

これらの歪みエネルギーを計算するときに対象にした三角形要素との関連から、ここでは式(A-8-9)の右辺の各項が、それぞれ右図のように、考えている四辺形の4等分された領域に蓄えられるものと見做すことにする。そのように考えても、全体としての歪みエネルギーに増減は無い。

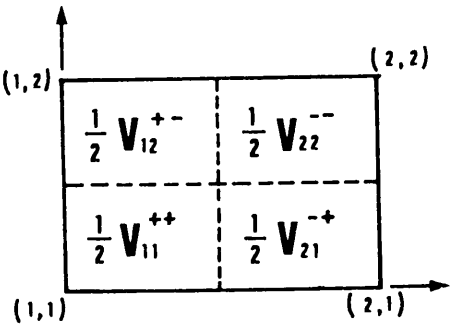


図 A - 8 - 2 四辺形要素内部の歪みエネルギー平均化の様子

次に、図 A-8-3に示すような、伸びばねとせん断ばねおよび四辺形剛体で構成される剛体要素の歪みエネルギーを考える。

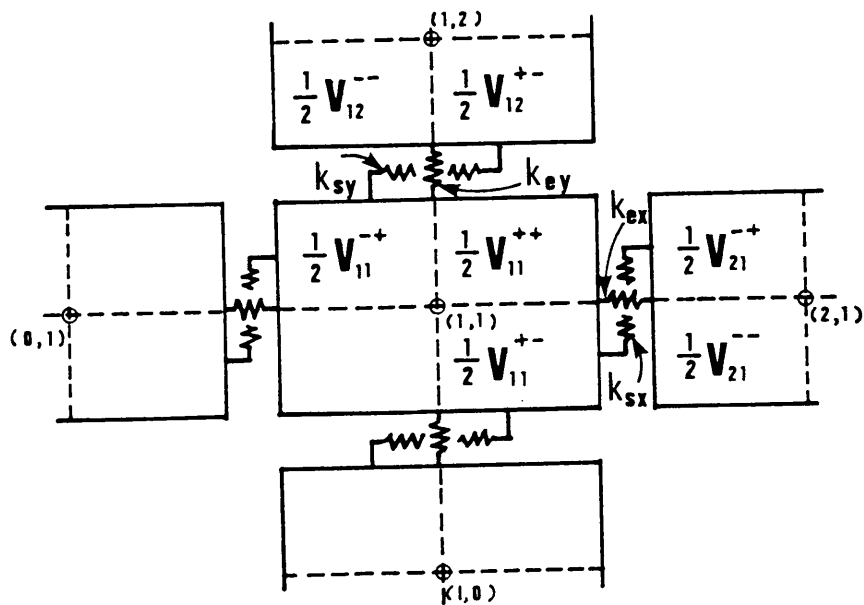


図 A - 8 - 3 四辺形剛体-ばね要素

剛体要素(1,1) と要素(2,1) の間の伸びばねに蓄えられる歪みエネルギー V_{ex}^R は、ばね定数を k_{ex} とすれば、

$$V_{ex}^R = (1/2) k_{ex} (u_{21} - u_{11})^2 \quad \dots\dots\dots (A - 8 -10)$$

と表わされる。同じく、せん断ばねに蓄えられる歪みエネルギー V_{sx}^R は、ばね定数を k_{sx} とすると、

$$V_{sx}^R = (1/2) k_{sx} (v_{21} - v_{11})^2 \quad \dots\dots\dots (A - 8 -11)$$

である。同様に、要素(1,1) と要素(1,2) の間の伸びばねに蓄えられる歪みエネルギー V_{ex}^U は、ばね定数を k_{ey} とすると、

$$V_{ex}^U = (1/2) k_{ey} (v_{12} - v_{11})^2, \quad \dots\dots\dots (A - 8 -12)$$

せん断ばねのばね定数を k_{sy} とすれば、その歪みエネルギー V_{sy}^U は、

$$V_{sy}^U = (1/2) k_{sy} (u_{12} - u_{11})^2 \quad \dots\dots\dots (A - 8 -13)$$

である。

これら全てのばねに蓄えられる歪みエネルギーが、有限要素法的に求められたものと一致するように、ばね定数を決定することができれば、剛体要素法の解の収束性が保証されることになる。そのためには $(1/2) V_{11}^{++}, \dots$ などが $(u_{21}-u_{11})^2$ 、 $(v_{21}-v_{11})^2$ 、 $(v_{12}-v_{11})^2$ 、 \dots 、に適当な係数を掛けて加え合わせた形をしていなければならない。

残念ながら、式(A-8-3)～(A-8-9)はそのような形をしていない。すなわち、剛体要素モデルによる解の収束性を厳密には保証できそうにない。そこで、できるだけ良い近似を与えるように、ばね定数を決定する方法を工夫する必要がある。

式(A-8-3) の右辺第1項を書き直すと、

$$\frac{E t}{4(1-\nu^2)} \{ (b/a)(u_{21}-u_{11})^2 + 2\nu(u_{21}-u_{11})(v_{12}-v_{11}) + (a/b)(v_{12}-v_{11})^2 \}$$

になり、{ }内の第2項の存在が邪魔なのである。従って、この項を何とか処理しなければならない。

処理の方法として、最も考え易いのは、この項を無視することである。しかし、 $(u_{21}-u_{11})(v_{12}-v_{11})$ が正なら、これはかなり歪みエネルギーを過小評価することになる。

第2の方法は、 $(u_{21}-u_{11})$ と $(v_{12}-v_{11})$ の幾何(相乗)平均を算術(相加)平均に置き換えることである。一般に、算術平均(a.m.)と幾何平均(g.m.)は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \text{a.m.}(x_i) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \\ \text{g.m.}(x_i) &= \left(\prod_{i=1}^n x_i \right)^{(1/n)} \end{aligned} \right\} \dots (A-8-14)$$

また、(a.m.)と(g.m.)の間には次のような不等式が成り立つ。

$$(\text{a.m.}) \geq (\text{g.m.}) \dots \dots \dots (A-8-15)$$

ここで、等号が成り立つのはすべての x_i が等しいときである。

$(u_{21}-u_{11})$ と $(v_{12}-v_{11})$ の(a.m.)の2乗は、

$$(\text{a.m.})^2 = (1/4) \{ (u_{21}-u_{11})^2 + 2 (v_{12}-v_{11})(v_{12}-v_{11}) + (v_{12}-v_{11})^2 \} \quad (A-8-16)$$

であるから、これを(g.m.)の2乗

$$(\text{g.m.})^2 = (u_{21}-u_{11})(v_{12}-v_{11}) \dots \dots \dots (A-8-17)$$

に等しいとする。すなわち、

$$2(u_{21}-u_{11})(v_{12}-v_{11}) \rightarrow (u_{21}-u_{11})^2 + (v_{12}-v_{11})^2$$

と置き換えることにすれば、式(A-8-3) は、

$$\begin{aligned} V_{11}^{++} &\approx \frac{E t}{4(1-\nu^2)} \left[\{(b/a)+\nu\} (u_{21}-u_{11})^2 + \{(a/b)+\nu\} (v_{12}-v_{11})^2 \right] \\ &+ \frac{E t}{8(1-\nu)} \left[\{(a/b)+1\} (u_{12}-u_{11})^2 + \{(b/a)+1\} (v_{21}-v_{11})^2 \right] \quad (A-8-18) \end{aligned}$$

と書くことができる(第2項にも同様の近似を行なった)。

同様にして書き直すと、

$$\begin{aligned} V_{11}^{++} &\approx \frac{E t}{4(1-\nu^2)} \left[\{(b/a)+\nu\} (u_{21}-u_{11})^2 + \{(a/b)+\nu\} (v_{11}-v_{10})^2 \right] \\ &+ \frac{E t}{8(1-\nu)} \left[\{(a/b)+1\} (u_{11}-u_{10})^2 + \{(b/a)+1\} (v_{21}-v_{11})^2 \right] \quad (A-8-19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{11}^{++} &\approx \frac{E t}{4(1-\nu^2)} \left[\{(b/a)+\nu\} (u_{21}-u_{11})^2 + \{(a/b)+\nu\} (v_{22}-v_{21})^2 \right] \\ &+ \frac{E t}{8(1-\nu)} \left[\{(a/b)+1\} (u_{22}-u_{21})^2 + \{(b/a)+1\} (v_{21}-v_{11})^2 \right] \quad (A-8-20) \end{aligned}$$

$$V_{11}^{++} \approx \frac{E t}{4(1-\nu^2)} \left[\{(b/a)+\nu\} (u_{21}-u_{11})^2 + \{(a/b)+\nu\} (v_{21}-v_{20})^2 \right]$$

$$+ \frac{E t}{8(1-\nu)} \left[\{(a/b) + 1\} (u_{21} - u_{20})^2 + \{(b/a) + 1\} (v_{21} - v_{11})^2 \right] \quad (A - 8 - 21)$$

になる。従って、式(A-8-18)～(A-8-21)の中の $(u_{21} - u_{11})^2$ の係数を総和して k_{ex} に等しいものとするば、

$$k_{ex} = \frac{E t}{(1-\nu^2)} \{(b/a) + \nu\} \dots\dots\dots (A - 8 - 22)$$

が得られ、 $(v_{21} - v_{11})^2$ の係数を総和することにより、

$$k_{sx} = \frac{E t}{2(1+\nu)} \{(b/a) + 1\} \dots\dots\dots (A - 8 - 23)$$

が得られる。同様に、

$$k_{ey} = \frac{E t}{(1-\nu^2)} \{(a/b) + \nu\} \dots\dots\dots (A - 8 - 24)$$

$$k_{sy} = \frac{E t}{2(1+\nu)} \{(a/b) + 1\} \dots\dots\dots (A - 8 - 25)$$

と書ける。

一般に、算術平均は幾何平均より小さくなることがない。その意味では、これらのばね定数は歪みエネルギーを過大評価する可能性を持っている。

もし、式(A-8-3)～(A-8-6)に現われる相互影響項を無視するものとする、式(A-8-22)～(A-8-25)は次のようになる。

$$k_{ex} = \frac{E t}{(1-\nu^2)} \frac{b}{a}$$

..... (A - 8 -26)

$$k_{sx} = \frac{E t}{2(1-\nu)} \frac{b}{a}$$

..... (A - 8 -27)

$$k_{ey} = \frac{E t}{(1-\nu^2)} \frac{a}{b}$$

..... (A - 8 -28)

$$k_{sy} = \frac{E t}{2(1-\nu)} \frac{a}{b}$$

..... (A - 8 -29)

この場合には、前述の条件では歪みエネルギーが過小評価される。おそらく正しい解は両方の解の間にあるものと考えられ、より正しい選択をするためには、有限要素法との比較検算、またはパッチテストが必要であろう。

Appendix 9. プログラム、HTBOLT-1の入力データ並び

図 A-9-1にHTBOLT-1の入力データ並びを示す。

1. TITLE : タイトル、
[FORMAT (18A4)]

2. NBOLT : ボルト本数
NBAND : 半バンド幅
NR : 荷重が反転する回数
IPRT : 出力モード

IPRT	LP1	LP2	XY
0	○	×	×
1	○	×	○
2	○	○	×
3	○	○	○

[FORMAT (16I5)]

3. AL : 供試体標点間距離 (mm)
SD : 供試体の幅 (mm)
DD : 供試体の全幅 (mm)
ALF : 載荷側の標点から最初のボルト孔中心までの距離 (mm)
ALR : 固定端の標点から最後のボルト孔中心までの距離 (mm)
DBOLT : ボルト直径 (mm)
HBOLT : ボルト孔径 (mm)
TBP : 母材板厚 (mm)
TSP : 添接板板厚 (mm)
DW : 座金の外径 (mm)
[FORMAT (8F10.0)]

4. E : 弾性定数 (21.0 t/mm²)
POISS : ポアソン比 (0.3)
MYU : 摩擦係数
FAI : 第1補正係数
PHSI : 第2補正係数
[FORMAT (8F10.0)]

5. ICBOLT : 軸力設定指標
0 : 初期ボルト軸力一定
1 : 初期ボルト軸力変化
[FORMAT (16I5)]

6. AIBT (I) : 初期ボルト軸力 (ton)、ただし一定のときは1データのみ。
[FORMAT (8F10.0)]

7. WBP1 : 初期強制変位 (mm)
DWBP1 : 強制変位増分 (mm)
[FORMAT (8F10.0)]

8. IRP (I) : 荷重を反転させるときのステップ番号、(NR ≥ 1 のときだけ必要)
[FORMAT (16I5)]

9. DX : XY出力のX座標刻み、(IPRT = 1 または 3 のときだけ必要)
DY : XY出力のY座標刻み、(同 上)
(プロッタの1cmの目盛りに対する値、X ; mm, Y ; ton)
[FORMAT (8F10.0)]

図 A-9-1 HTBOLT-1の入力データ並びの例 (D-2 供試体の場合)

入力データ並びの中で、[] 内は READ 文の FORMAT を示したものである。

2. の 2 番目の入力、「NBAND」はバンドマトリックス法における半バンド幅であり、1 ユニットに含まれる剛体重心番号相互の差の最大値に 1 をプラスしたものである（1 剛体重心当たり 1 自由度であるから）。従って、1 枚添接板継手のとき 4、また 2 枚添接板継手のときは 6 である。

2. の 3 番目の「NR」は繰返し載荷時における荷重反転回数であり、単純増加荷重の場合は 0、1 回の繰返し荷重の場合は 2、……となる。

2. の 4 番目の「IPRT」は出力モードを与える指標であり、表にあるような 0～3 までの整数とする。ここで、○印は出力要求を示し、×印は出力不要を意味する。LP1 は基本的な出力、LP2 は各荷重段階毎の応力分布、微小すべり発生状況、ボルト軸力減少状況等の出力、また XY は XY プロッタ出力である。

3. の 2 番目、3 番目の「SD」、「DD」はそれぞれ供試体の 1 ゲージ幅と供試体の全幅であり、1 ゲージ継手の場合は SD と DD が同じ値となる。

4. の 3 番目の「MYU」は摩擦係数、すなわち実験によって主すべり発生直前に得られる "sliding friction at rest" である。

5. の「ICBOLT」は初期ボルト軸力分布をどのような型とするかの指標であり、一定のときは 0、初期ボルト軸力分布として変化のあるものを与えるときは 1 とする。

8. の「IRP(I)」は繰返し載荷時における荷重反転ステップ番号を与えるものである。従って、単純増加荷重の場合、すなわち 2. の「NR」が 0 のときは不要である。この荷重反転ステップ番号は予め単純増加荷重による予備的な解析を行なうことによって、強制変位と荷重の関係を把握し、これによって初めて与えられることになる。

9. の「DX」、「DY」は 2. の「IPRT」が 1 または 3 のときだけ必要なデータである。

図 A-9-2 に D-2 供試体の入力データの例を示す。これは次のような条件下のものである。

- ・タイトルを「*** D-2 ***」とする。
- ・単純増加荷重とする。
- ・出力は各荷重段階の状況出力および XY プロッタ出力も行なうこととする。
- ・摩擦係数は 0.621 とする。
- ・第 1 補正係数を 0.4、また第 2 補正係数を 1.3 とする。
- ・初期ボルト軸力は一定値、44.33 ton とする。

- ・強制変位の初期値を 0.20 mm とし、増分を 0.05 mm とする。
- ・XYプロッタ出力におけるX軸（相対変位 β ）の 1 cm を 0.05 mm 相当とし、Y軸（荷重L）の 1 cm を 40.0 ton 相当とする。

	1	2	3	4	5	6	7	8
No.	1234567890	1234567890	1234567890	1234567890	1234567890	1234567890	1234567890	1234567890

1	*** D - 2 ***							
2	12	4	0	3				
3	1265.	203.	203.	55.	55.	30.	34.	65.
4	34.	60.						
5	21.	0.3	0.621	0.4	1.3			
6	0							
7	40.33							
8	0.20	0.05						
9	0.05	40.						

	1234567890	1234567890	1234567890	1234567890	1234567890	1234567890	1234567890	1234567890

図 A-9-2 D - 2 供試体の入力データの例

Appendix 10. 非適合長方形要素に関する補足

平板が面内方向に曲げを受ける場合（図 A-10- 1）、曲げ変形モードを含んでいない双 1 次形長方形要素を用いた解は、要素分割を非常に細かくしない限り、梁の理論解に比較してかなり誤差があることが分かっている。これに対して、隣接する要素との連続性を保証しない非適合要素を用いると比較的精度の良い結果が得られることが報告されている。非適合四辺形要素は数種類考案されており、また、異方性材料の場合についても一般化されている⁵⁹⁾。

等方性部材に限定して、双 1 次形長方形要素と非適合要素についてまとめると次のようになる。

一般の長方形要素は次式のような変位ベクトル $\{\delta\}$ と形状関数 N_i を有する。

$$\{\delta\}^T = [u_i \ v_i \ u_j \ v_j \ u_k \ v_k \ u_l \ v_l] \quad \dots\dots\dots (A-10- 1)$$

$$N_i = [1/(ab)] (ab - bx - ay + xy)$$

$$N_j = [1/(ab)] (bx - xy)$$

$$N_k = [1/(ab)] (xy)$$

$$N_l = [1/(ab)] (ay - xy)$$

$$\dots\dots\dots (A-10- 2)$$

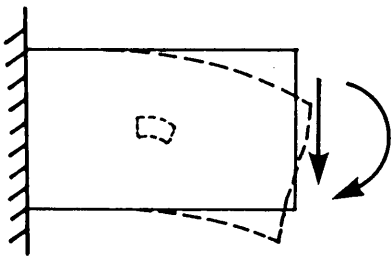


図 A-10- 1 面内曲げ問題

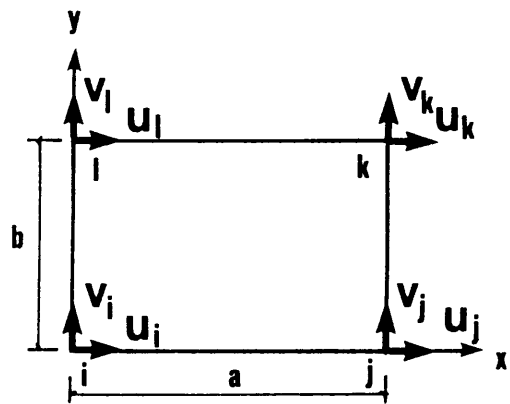


図 A-10- 2 長方形要素

式(A-10-2)は要素内の変位場を次式のような x, y の双 1 次形式に仮定し、

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy$$

$$v = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 xy$$

$$\dots\dots\dots (A-10- 3)$$

8 個の未知定数 $\alpha_1 \sim \alpha_4, \beta_1 \sim \beta_4$ を (x, y) に節点座標を代入して得られる 2 組の 4 元連

立方程式から求めたものである。

従って、歪み分布は式(-3) より、次式で表わせる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \partial u / \partial x = \alpha_2 + \alpha_4 y \\ \varepsilon_y &= \partial v / \partial y = \beta_3 + \beta_4 x \\ \gamma_{xy} &= \partial u / \partial y + \partial v / \partial x = \alpha_3 + \beta_2 + \alpha_4 x + \beta_4 y \end{aligned} \right\} \dots (A-10-4)$$

一方、式(A-10-3)における係数 α_i ($i=1, \dots, 4$)の物理的意味を考えると、下図に示すようになる。

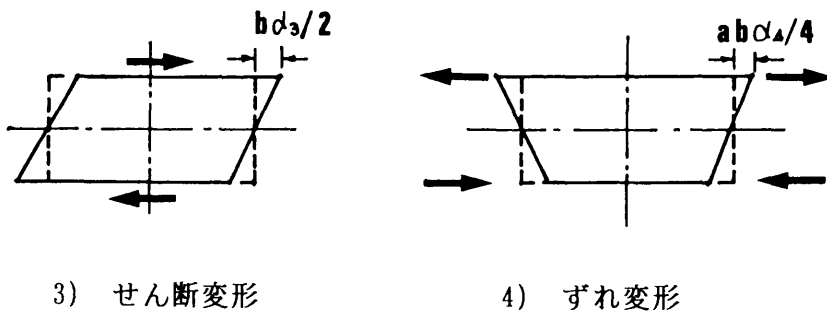
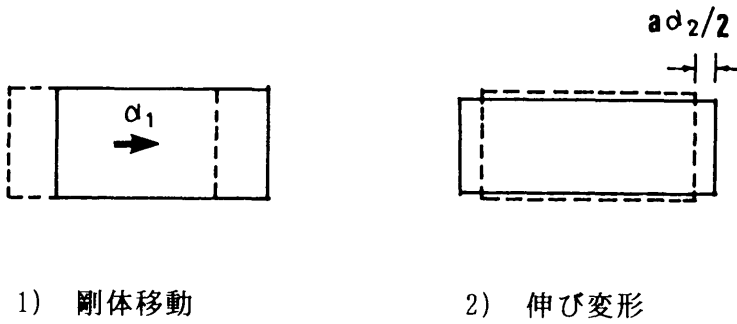


図 A-10-3 係数 α_i ($i=1, \dots, 4$)の物理的意味

図 A-10-3 を参照し、この要素に曲げ荷重が作用したときの変位と歪みを求めると次式のようなになる。

$$\left. \begin{aligned} u &= (\alpha_4 / 4) x y \\ v &= 0 \\ \varepsilon_x &= (\alpha_4 / 4) y \\ \varepsilon_y &= 0 \\ \gamma_{xy} &= (\alpha_4 / 4) x \end{aligned} \right\} \dots (A-10-5)$$

要素に蓄えられる歪みエネルギー V^* は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 V^* &= \frac{1}{2} \frac{Et}{1-\nu^2} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} [\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + 2\nu \varepsilon_x \varepsilon_y + \frac{(1-\nu)}{2} \gamma_{xy}^2] dy dx \\
 &= \frac{Et}{2(1-\nu^2)} \int_{-a/2}^{a/2} \left\{ \left[\frac{\alpha_4^2}{48} y^3 + \frac{(1-\nu)}{32} \alpha_4^2 x^2 y \right]_{-b/2}^{b/2} \right\} dx \\
 &= \frac{Etba \alpha_4^2}{384 (1-\nu^2)} \left\{ b^2 + \frac{(1-\nu)}{2} a^2 \right\} \\
 &= \frac{Etba (\alpha_4/4)^2}{24 (1-\nu^2)} \left\{ b^2 + \frac{(1-\nu)}{2} a^2 \right\} \dots\dots\dots (A-10-6)
 \end{aligned}$$

また、はり理論では、 ρ を曲率とすると歪みエネルギー V は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{1}{2} E I t \rho^2 \\
 &= \frac{1}{2} E \frac{ab^3 t}{12} \rho^2 \\
 &= \frac{E ab^3 t}{24} \rho^2 \dots\dots\dots (A-10-7)
 \end{aligned}$$

ここで、

$$\rho = \alpha_4 / 4 \dots\dots\dots (A-10-8)$$

と考え、次にはり理論の歪みエネルギー V に対する双 1 次式長方形要素の歪みエネルギー V^* の比をとると、次式のようになる。

$$\frac{V^*}{V} = \frac{1}{(1-\nu^2)} \left\{ 1 + \frac{1-\nu}{2} \frac{a^2}{b^2} \right\} \dots\dots\dots (A-10-9)$$

式(A-10-9)は双 1 次式で補間される四辺形要素とはり理論との間のエネルギーの比である。式(A-10-9)の第 2 項はせん断歪みによる項であり、 a^2/b^2 に比例して誤差が大きくなる。この誤差は式(A-10-5)の第 5 式で、 $\gamma_{xy} = (\alpha_4/4) x$ と表わされるためであり、これを取り除くために、次の多項式近似が考えられる。

$$\begin{aligned}
 u^* &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy + \frac{\beta_4}{2} (b^2 - y^2) \\
 v^* &= \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 xy + \frac{\alpha_4}{2} (a^2 - x^2) \quad \left. \vphantom{\frac{\alpha_4}{2}} \right\} \dots\dots\dots (A-10-10)
 \end{aligned}$$

式(A-10-10) に対応する歪みを求めると、次のようになる。

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \alpha_2 + \alpha_4 y \\ \varepsilon_y &= \beta_3 + \beta_4 x \\ \gamma_{xy} &= \alpha_3 + \beta_2 x \quad \dots\dots (\text{const.}) \end{aligned}$$

}

$$\dots\dots\dots (A-10-11)$$

従って、この場合、

$$\frac{V^*}{V} = \frac{1}{(1-\nu^2)}$$

$$\dots\dots\dots (A-10-12)$$

となる。ポアソン比による誤差は一般に小さく、式(A-10-10) のような変位関数を使用すればはり理論に非常に近い結果が得られることが期待される。

Appendix 11. 長方形2次元問題の解析

図 A-11-1 に示すような、長さ ℓ 、幅 $2c$ の長方形板の上下縁にそれぞれ、 $A_i \sin \alpha_i x$ 、 $B_i \sin \alpha_i x$ 、($\alpha_i = i\pi/\ell$ 、 $i=1, 2, \dots \infty$) が加わっているような一般的な問題は文献 49) で扱っている。

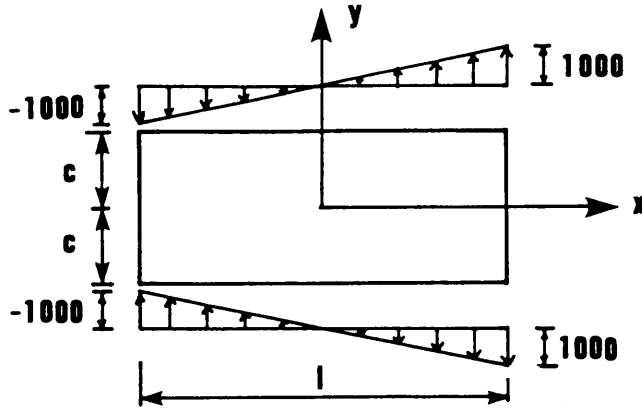


図 A-11-1 曲げを受ける長方形板

y 方向の内部応力は σ_y は次式で表わされる。

$$\sigma_y = \sum_{i=1}^{\infty} \sigma_{yi} \quad \dots\dots\dots (A-11-1)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \sigma_{yi} = & - (A_i + B_i) \frac{(\alpha_i c \cosh \alpha_i c + \sinh \alpha_i c) \cosh \alpha_i y - \alpha_i y \sinh \alpha_i y \sinh \alpha_i c}{\sinh 2\alpha_i c + 2\alpha_i c} \sin \alpha_i x \\ & + (A_i - B_i) \frac{(\alpha_i c \sinh \alpha_i c + \cosh \alpha_i c) \sinh \alpha_i y - \alpha_i y \cosh \alpha_i y \cosh \alpha_i c}{\sinh 2\alpha_i c - 2\alpha_i c} \sin \alpha_i x \\ & \dots\dots\dots (A-11-2) \end{aligned}$$

である。

最大値が ± 1000 であるような純曲げ力は次式のようにフーリエ級数表示できる。

$$f(x) = \frac{8000}{\pi^2} \left(\sin \frac{\pi x}{\ell} - \frac{1}{3^2} \sin \frac{3\pi x}{\ell} + \frac{1}{5^2} \sin \frac{5\pi x}{\ell} \dots\dots\dots \right) \quad \dots\dots\dots (A-11-3)$$

図 A-11-2 は $\ell = 2400\text{mm}$ として、式(A-11-3)の第1項から第10項までを示したものであり、図 A-11-3 には第10項までの $f(x)$ を示した。

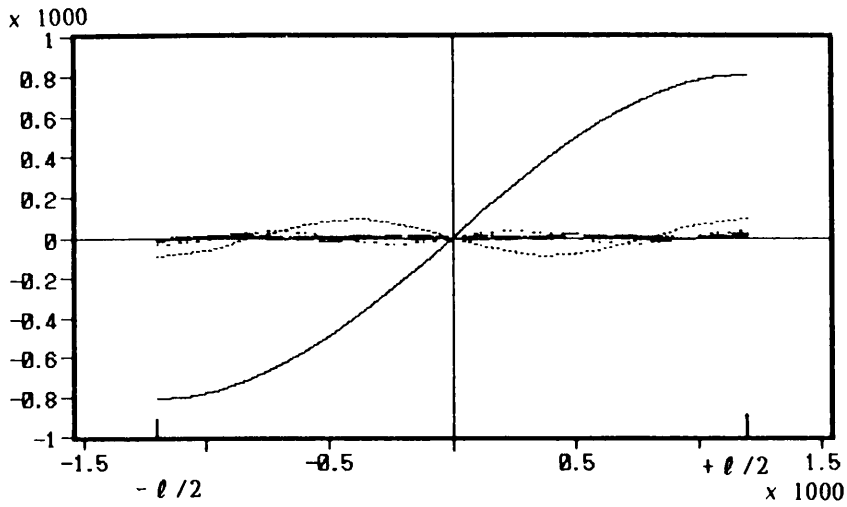


図 A-11-2 純曲げ力のフーリエ級数表示 (式(A-11-3)右辺の各項)

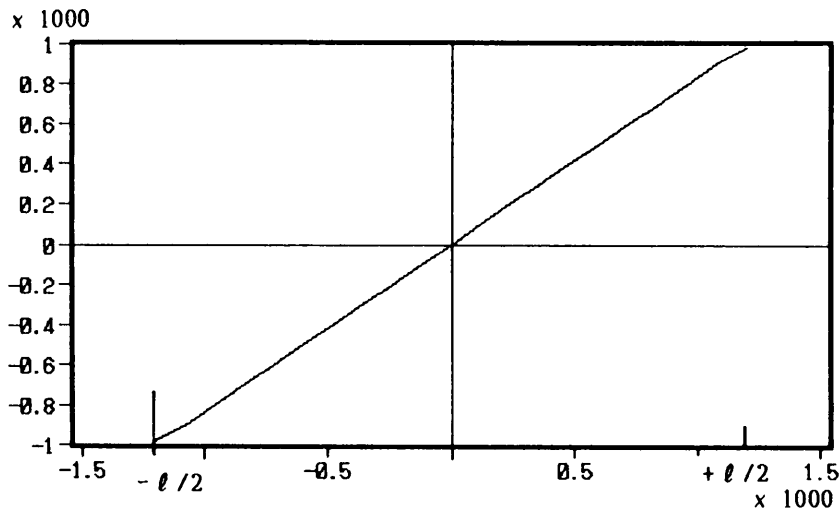


図 A-11-3 純曲げ力のフーリエ級数表示 (第10項まで)

純曲げ力の絶対値が最大となる、 $x = \pm \ell/2$ 付近の $f(x)$ は、その他の部分における近似の収束が速いのに対して、ゆるやかに収束する。このため、第10項までとっても多少近似曲線が折れ曲がっている。

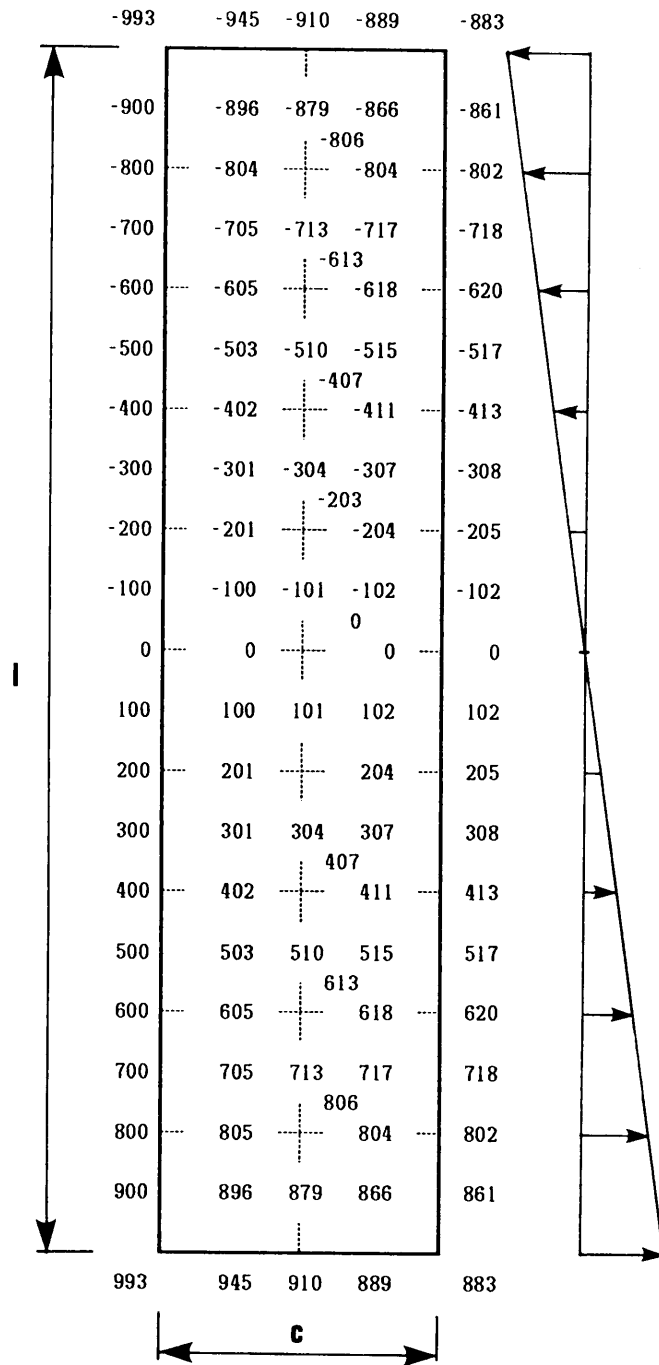
式(A-11-2)中の A_i , B_i , α_i は次式で示される。

i が偶数のとき、 $A_i = B_i = 0$

i が奇数のとき、 $A_i = B_i = (-1)^{m+1} \frac{8000}{i^2 \pi^2}$, (m : i が奇数のときの項数)

$\alpha_i = i\pi/\ell$

..... (A-11- 4)

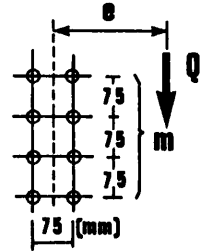
図 A-11-4 長方形板の内部応力 σ_y の分布 (Airyの応力関数を用いたもの)

式(A-11-2)および式(A-11-4)を用い、 $c = 500\text{mm}$ 、 $\ell = 2400\text{mm}$ として、長方形板の内部応力 σ_y を計算した結果を図 A-11-4 に示す。ただし、級数 i は59項までとった結果である。

Appendix 12. 複合応力場における摩擦接合継手の設計に用いる係数C

(2列、75 mm × 75 mm、その1)

$$C = Q / \rho_a : Q = C \rho_a$$



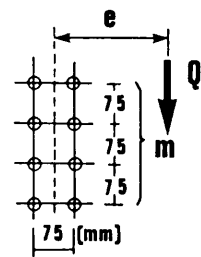
2列 (75* 75 mm)

e : 20~500 mm

	e (mm)	m													
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
75 mm	20	3.48	5.54	7.55	9.53	11.5	13.5	15.4	17.4	19.3	21.3	23.2	25.2	27.1	29.0
	40	2.87	4.91	7.01	9.07	11.1	13.1	15.1	17.1	19.1	21.0	23.0	25.0	26.9	28.9
	60	2.38	4.22	6.31	8.42	10.5	12.6	14.6	16.7	18.7	20.7	22.7	24.7	26.6	28.6
	80	2.00	3.60	5.61	7.70	9.83	11.9	14.0	16.1	18.2	20.2	22.2	24.2	26.3	28.2
	100	1.71	3.08	4.98	6.99	9.09	11.2	13.3	15.5	17.6	19.6	21.7	23.7	25.8	27.8
	120	1.49	2.69	4.44	6.32	8.37	10.5	12.6	14.7	16.9	19.0	21.1	23.1	25.2	27.3
	140	1.32	2.39	3.99	5.73	7.69	9.75	11.9	14.0	16.1	18.3	20.4	22.5	24.6	26.7
	160	1.18	2.15	3.61	5.22	7.08	9.07	11.1	13.3	15.4	17.5	19.7	21.8	23.9	26.0
	180	1.06	1.95	3.29	4.77	6.54	8.44	10.5	12.5	14.6	16.8	18.9	21.0	23.2	25.3
	200	0.97	1.79	3.01	4.38	6.05	7.86	9.80	11.8	13.9	16.0	18.2	20.3	22.4	24.6
	220	0.89	1.65	2.78	4.04	5.63	7.34	9.20	11.2	13.2	15.3	17.4	19.5	21.7	23.8
	240	0.82	1.53	2.58	3.75	5.25	6.87	8.66	10.6	12.5	14.6	16.7	18.8	20.9	23.1
	260	0.76	1.43	2.40	3.50	4.91	6.45	8.16	9.99	11.9	13.9	16.0	18.1	20.2	22.3
	280	0.71	1.34	2.25	3.28	4.62	6.06	7.70	9.46	11.3	13.3	15.3	17.4	19.5	21.6
	300	0.67	1.26	2.11	3.08	4.35	5.72	7.29	8.98	10.8	12.7	14.7	16.7	18.7	20.8
	320	0.63	1.18	1.99	2.91	4.11	5.41	6.92	8.54	10.3	12.1	14.0	16.0	18.1	20.1
	340	0.59	1.12	1.88	2.76	3.90	5.13	6.57	8.13	9.81	11.6	13.5	15.4	17.4	19.4
	360	0.56	1.06	1.79	2.62	3.70	4.87	6.26	7.75	9.38	11.1	12.9	14.8	16.8	18.8
	380	0.53	1.01	1.70	2.49	3.52	4.64	5.97	7.40	8.97	10.6	12.4	14.3	16.2	18.1
	400	0.51	0.96	1.62	2.38	3.36	4.43	5.71	7.08	8.60	10.2	11.9	13.7	15.6	17.5
	420	0.48	0.92	1.54	2.28	3.22	4.23	5.47	6.79	8.25	9.81	11.5	13.2	15.1	17.0
	440	0.46	0.88	1.48	2.18	3.08	4.06	5.24	6.51	7.93	9.44	11.1	12.8	14.6	16.4
	460	0.44	0.84	1.42	2.09	2.95	3.89	5.04	6.26	7.63	9.09	10.7	12.3	14.1	15.9
	480	0.42	0.81	1.36	2.01	2.84	3.74	4.85	6.02	7.35	8.76	10.3	11.9	13.6	15.4
	500	0.41	0.78	1.31	1.93	2.73	3.60	4.67	5.80	7.08	8.46	9.94	11.5	13.2	14.9

複合応力場における摩擦接合継手の設計に用いる係数C
(2列、75 mm × 75 mm、その2)

$C = Q / \rho_a : Q = C \rho_a$



2列 (75* 75 mm)

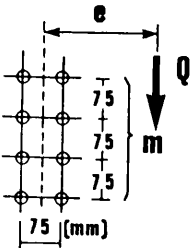
e : 500~1000 mm

	e (mm)	m													
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
75 mm	500	0.41	0.78	1.31	1.93	2.73	3.60	4.67	5.80	7.08	8.46	9.94	11.5	13.2	14.9
	550	0.37	0.71	1.19	1.77	2.50	3.30	4.27	5.31	6.50	7.77	9.15	10.6	12.2	13.8
	600	0.34	0.65	1.09	1.63	2.30	3.04	3.94	4.89	6.00	7.18	8.47	9.84	11.3	12.8
	650	0.31	0.60	1.01	1.51	2.13	2.82	3.65	4.54	5.57	6.67	7.87	9.16	10.5	12.0
	700	0.29	0.56	0.94	1.40	1.98	2.63	3.40	4.23	5.20	6.22	7.36	8.56	9.85	11.2
	750	0.27	0.53	0.88	1.31	1.85	2.46	3.18	3.96	4.87	5.83	6.90	8.03	9.25	10.6
	800	0.26	0.49	0.83	1.23	1.74	2.31	2.99	3.72	4.58	5.48	6.49	7.56	8.72	9.95
	850	0.24	0.46	0.78	1.16	1.64	2.18	2.82	3.52	4.32	5.17	6.13	7.14	8.24	9.40
	900	0.23	0.44	0.74	1.10	1.55	2.06	2.67	3.33	4.09	4.89	5.81	6.77	7.81	8.92
	950	0.22	0.42	0.70	1.04	1.47	1.96	2.53	3.16	3.88	4.65	5.52	6.43	7.43	8.48
	1000	0.21	0.40	0.66	0.99	1.40	1.86	2.41	3.01	3.69	4.42	5.25	6.12	7.07	8.08

複合応力場における摩擦接合継手の設計に用いる係数C

(2 列、 75 mm × 75 mm 、その 3)

$C = Q / \rho_a : Q = C \rho_a$



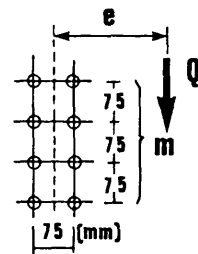
2 列 (75 × 75 mm)

e : 1000 ~ 5000 mm (1/2)

	e (mm)	m										
		10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
75 mm	1000	3.69	5.25	7.07	9.15	11.5	14.0	16.8	19.8	22.9	26.2	29.7
	1100	3.37	4.79	6.46	8.36	10.5	12.9	15.4	18.2	21.1	24.2	27.5
	1200	3.09	4.40	5.94	7.70	9.67	11.9	14.2	16.8	19.6	22.5	25.6
	1300	2.86	4.07	5.50	7.13	8.96	11.0	13.2	15.6	18.2	21.0	23.9
	1400	2.66	3.79	5.11	6.64	8.35	10.3	12.3	14.6	17.0	19.6	22.4
	1500	2.48	3.54	4.78	6.21	7.81	9.59	11.6	13.7	16.0	18.4	21.0
	1600	2.33	3.32	4.49	5.83	7.34	9.02	10.9	12.9	15.0	17.3	19.8
	1700	2.20	3.13	4.23	5.49	6.92	8.50	10.3	12.1	14.2	16.4	18.7
	1800	2.08	2.96	4.00	5.19	6.54	8.05	9.70	11.5	13.4	15.5	17.8
	1900	1.97	2.80	3.79	4.93	6.21	7.63	9.20	10.9	12.8	14.8	16.9
	2000	1.87	2.67	3.60	4.68	5.90	7.26	8.75	10.4	12.2	14.0	16.1
	2100	1.78	2.54	3.43	4.46	5.63	6.92	8.35	9.90	11.6	13.4	15.3
	2200	1.70	2.43	3.28	4.26	5.37	6.61	7.98	9.47	11.1	12.8	14.7
	2300	1.63	2.32	3.14	4.08	5.14	6.33	7.64	9.06	10.6	12.3	14.1
	2400	1.56	2.23	3.01	3.91	4.93	6.07	7.33	8.70	10.2	11.8	13.5
	2500	1.50	2.14	2.89	3.76	4.74	5.83	7.04	8.35	9.78	11.3	13.0
	2600	1.44	2.06	2.78	3.61	4.56	5.61	6.77	8.04	9.41	10.9	12.5
	2700	1.39	1.98	2.68	3.48	4.39	5.41	6.52	7.75	9.07	10.5	12.0
	2800	1.34	1.91	2.58	3.36	4.24	5.21	6.29	7.47	8.75	10.1	11.6
	2900	1.29	1.84	2.49	3.24	4.09	5.04	6.08	7.22	8.46	9.79	11.2
	3000	1.25	1.78	2.41	3.14	3.96	4.87	5.88	6.98	8.18	9.47	10.9
	3100	1.21	1.73	2.33	3.04	3.83	4.72	5.69	6.76	7.92	9.17	10.5
	3200	1.17	1.67	2.26	2.94	3.71	4.57	5.52	6.55	7.68	8.89	10.2
	3300	1.14	1.62	2.19	2.85	3.60	4.43	5.35	6.36	7.45	8.62	9.88
	3400	1.10	1.57	2.13	2.77	3.49	4.30	5.20	6.17	7.23	8.37	9.60
	3500	1.07	1.53	2.07	2.69	3.40	4.18	5.05	6.00	7.03	8.14	9.33

複合応力場における摩擦接合継手の設計に用いる係数C
(2列、75 mm × 75 mm、その4)

$C = Q / \rho_a : Q = C \rho_a$



2列 (75* 75 mm)

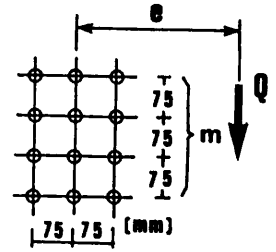
e : 1000~5000 mm (2/2)

	e (mm)	m										
		10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
75 mm	3600	1.04	1.49	2.01	2.62	3.30	4.07	4.91	5.83	6.83	7.91	9.07
	3700	1.01	1.45	1.96	2.55	3.21	3.96	4.78	5.68	6.65	7.70	8.83
	3800	0.99	1.41	1.91	2.48	3.13	3.85	4.65	5.53	6.48	7.50	8.60
	3900	0.96	1.37	1.86	2.42	3.05	3.76	4.53	5.39	6.31	7.31	8.38
	4000	0.94	1.34	1.81	2.36	2.97	3.66	4.42	5.25	6.16	7.13	8.18
	4100	0.91	1.31	1.77	2.30	2.90	3.57	4.31	5.13	6.01	6.96	7.98
	4200	0.89	1.27	1.73	2.24	2.83	3.49	4.21	5.01	5.87	6.79	7.79
	4300	0.87	1.25	1.69	2.19	2.77	3.41	4.12	4.89	5.73	6.64	7.61
	4400	0.85	1.22	1.65	2.14	2.70	3.33	4.02	4.78	5.60	6.49	7.44
	4500	0.83	1.19	1.61	2.10	2.64	3.26	3.93	4.67	5.48	6.35	7.28
	4600	0.82	1.16	1.58	2.05	2.59	3.19	3.85	4.57	5.36	6.21	7.12
	4700	0.80	1.14	1.54	2.01	2.53	3.12	3.77	4.48	5.25	6.08	6.97
	4800	0.78	1.12	1.51	1.96	2.48	3.05	3.69	4.38	5.14	5.95	6.82
	4900	0.77	1.09	1.48	1.92	2.43	2.99	3.61	4.29	5.03	5.83	6.69
	5000	0.75	1.07	1.45	1.89	2.38	2.93	3.54	4.21	4.93	5.72	6.55

複合応力場における摩擦接合継手の設計に用いる係数C

(3列、75 mm × 75 mm、その1)

$$C = Q / \rho_a : Q = C \rho_a$$



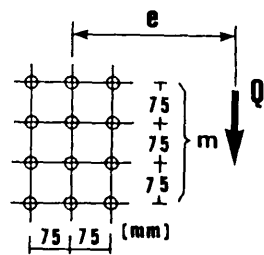
3列 (75* 75 mm)

e : 20~500 mm

	e (mm)	m													
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
75 mm	20	5.30	8.33	11.3	14.3	17.3	20.2	23.1	26.1	29.0	31.9	34.8	37.7	40.7	43.6
	40	4.58	7.49	10.6	13.6	16.7	19.7	22.7	25.7	28.6	31.6	34.5	37.5	40.4	43.3
	60	3.96	6.59	9.61	12.7	15.8	18.9	22.0	25.0	28.0	31.0	34.0	37.0	40.0	42.9
	80	3.45	5.78	8.66	11.7	14.8	18.0	21.1	24.2	27.3	30.3	33.3	36.4	39.4	42.4
	100	3.04	5.12	7.80	10.7	13.8	16.9	20.1	23.2	26.3	29.5	32.5	35.6	38.7	41.7
	120	2.71	4.60	7.06	9.76	12.7	15.8	19.0	22.2	25.3	28.5	31.6	34.7	37.8	40.9
	140	2.43	4.17	6.42	8.93	11.8	14.8	17.9	21.1	24.3	27.4	30.6	33.7	36.9	40.0
	160	2.20	3.80	5.87	8.18	10.9	13.8	16.9	20.0	23.2	26.3	29.5	32.7	35.9	39.0
	180	2.00	3.49	5.39	7.54	10.1	12.9	15.9	18.9	22.1	25.2	28.4	31.6	34.8	38.0
	200	1.84	3.22	4.98	7.00	9.43	12.1	14.9	17.9	21.0	24.1	27.3	30.5	33.7	36.9
	220	1.69	2.98	4.63	6.52	8.81	11.3	14.0	16.9	20.0	23.1	26.2	29.4	32.6	35.8
	240	1.57	2.77	4.31	6.10	8.26	10.6	13.3	16.0	19.0	22.0	25.1	28.3	31.5	34.7
	260	1.46	2.59	4.03	5.73	7.76	10.0	12.5	15.2	18.1	21.0	24.1	27.2	30.4	33.5
	280	1.36	2.42	3.79	5.40	7.32	9.42	11.9	14.4	17.2	20.1	23.1	26.2	29.3	32.4
	300	1.28	2.28	3.57	5.10	6.92	8.92	11.2	13.7	16.4	19.2	22.1	25.1	28.2	31.4
	320	1.20	2.15	3.37	4.83	6.56	8.47	10.7	13.1	15.7	18.4	21.2	24.2	27.2	30.3
	340	1.14	2.03	3.19	4.58	6.23	8.06	10.2	12.5	15.0	17.6	20.4	23.3	26.2	29.3
	360	1.08	1.92	3.03	4.35	5.93	7.69	9.72	11.9	14.3	16.9	19.6	22.4	25.3	28.3
	380	1.02	1.83	2.88	4.15	5.65	7.34	9.29	11.4	13.7	16.2	18.8	21.6	24.4	27.3
	400	0.98	1.74	2.75	3.96	5.40	7.03	8.89	10.9	13.2	15.6	18.1	20.8	23.6	26.4
75 mm	420	0.93	1.66	2.63	3.79	5.17	6.74	8.53	10.5	12.6	15.0	17.4	20.0	22.8	25.6
	440	0.89	1.59	2.52	3.63	4.96	6.47	8.19	10.1	12.2	14.4	16.8	19.3	22.0	24.7
	460	0.85	1.52	2.41	3.48	4.76	6.22	7.88	9.68	11.7	13.9	16.2	18.7	21.3	24.0
	480	0.82	1.46	2.32	3.35	4.58	5.98	7.59	9.33	11.3	13.4	15.7	18.1	20.6	23.2
	500	0.79	1.40	2.23	3.22	4.41	5.77	7.31	9.00	10.9	12.9	15.1	17.5	19.9	22.5

複合応力場における摩擦接合継手の設計に用いる係数C
(3列、75 mm × 75 mm、その2)

$C = Q / \rho_a : Q = C \rho_a$



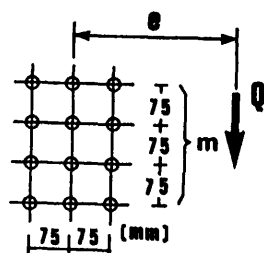
3列 (75* 75 mm)

e : 500~1000 mm

	c (mm)	m													
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
75 mm	500	0.79	1.40	2.23	3.22	4.41	5.77	7.31	9.00	10.9	12.9	15.1	17.5	19.9	22.5
	550	0.72	1.28	2.03	2.94	4.03	5.28	6.71	8.27	10.0	11.9	14.0	16.1	18.4	20.9
	600	0.66	1.17	1.87	2.71	3.72	4.87	6.19	7.65	9.27	11.0	12.9	15.0	17.1	19.4
	650	0.61	1.08	1.73	2.51	3.44	4.52	5.75	7.11	8.62	10.3	12.1	13.9	16.0	18.1
	700	0.56	1.00	1.61	2.33	3.21	4.21	5.36	6.63	8.05	9.58	11.3	13.0	15.0	17.0
	750	0.53	0.94	1.51	2.18	3.00	3.94	5.02	6.22	7.55	8.99	10.6	12.3	14.1	16.0
	800	0.50	0.88	1.41	2.05	2.82	3.70	4.72	5.85	7.11	8.47	10.0	11.6	13.3	15.1
	850	0.47	0.83	1.33	1.93	2.66	3.49	4.45	5.52	6.71	8.00	9.42	10.9	12.6	14.3
	900	0.44	0.78	1.26	1.82	2.51	3.30	4.21	5.23	6.36	7.58	8.93	10.4	11.9	13.6
	950	0.42	0.74	1.19	1.73	2.38	3.13	4.00	4.96	6.04	7.21	8.48	9.85	11.3	12.9
	1000	0.40	0.70	1.13	1.64	2.27	2.98	3.81	4.72	5.75	6.86	8.08	9.39	10.8	12.3

複合応力場における摩擦接合継手の設計に用いる係数C
(3列、75 mm × 75 mm、その3)

$C = Q / \rho_a : Q = C \rho_a$



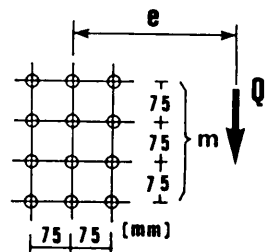
3 列 (75* 75 mm)

e : 1000~5000 mm (1/2)

	e (mm)	m										
		10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
75 mm	1000	5.75	8.08	10.8	13.9	17.4	21.2	25.3	29.8	34.5	39.5	44.6
	1100	5.24	7.38	9.87	12.7	15.9	19.4	23.3	27.4	31.8	36.5	41.4
	1200	4.82	6.78	9.09	11.7	14.7	17.9	21.5	25.3	29.5	33.8	38.5
	1300	4.45	6.28	8.41	10.9	13.6	16.6	20.0	23.6	27.4	31.5	35.9
	1400	4.14	5.84	7.83	10.1	12.7	15.5	18.6	22.0	25.6	29.5	33.6
	1500	3.87	5.46	7.33	9.46	11.9	14.5	17.5	20.6	24.1	27.7	31.6
	1600	3.63	5.13	6.88	8.89	11.2	13.7	16.4	19.4	22.7	26.1	29.8
	1700	3.42	4.83	6.48	8.38	10.5	12.9	15.5	18.3	21.4	24.7	28.2
	1800	3.23	4.57	6.13	7.93	9.95	12.2	14.7	17.4	20.3	23.4	26.7
	1900	3.06	4.33	5.81	7.52	9.44	11.6	13.9	16.5	19.3	22.2	25.4
	2000	2.91	4.12	5.53	7.15	8.98	11.0	13.3	15.7	18.3	21.2	24.2
	2100	2.78	3.92	5.27	6.81	8.56	10.5	12.6	15.0	17.5	20.2	23.1
	2200	2.65	3.75	5.03	6.51	8.18	10.0	12.1	14.3	16.7	19.3	22.1
	2300	2.54	3.58	4.82	6.23	7.83	9.61	11.6	13.7	16.0	18.5	21.2
	2400	2.43	3.44	4.62	5.97	7.51	9.21	11.1	13.2	15.4	17.8	20.3
	2500	2.33	3.30	4.43	5.74	7.21	8.85	10.7	12.6	14.8	17.1	19.5
	2600	2.25	3.17	4.27	5.52	6.94	8.52	10.3	12.2	14.2	16.4	18.8
	2700	2.16	3.06	4.11	5.32	6.68	8.21	9.88	11.7	13.7	15.8	18.1
	2800	2.09	2.95	3.96	5.13	6.45	7.92	9.54	11.3	13.2	15.3	17.5
	2900	2.01	2.85	3.83	4.95	6.23	7.65	9.21	10.9	12.8	14.8	16.9
	3000	1.95	2.75	3.70	4.79	6.02	7.40	8.91	10.6	12.4	14.3	16.4
	3100	1.88	2.66	3.58	4.64	5.83	7.16	8.63	10.2	12.0	13.8	15.9
	3200	1.83	2.58	3.47	4.49	5.65	6.94	8.36	9.91	11.6	13.4	15.4
	3300	1.77	2.50	3.37	4.36	5.48	6.73	8.11	9.62	11.3	13.0	14.9
	3400	1.72	2.43	3.27	4.23	5.32	6.54	7.87	9.34	10.9	12.6	14.5
	3500	1.67	2.36	3.17	4.11	5.17	6.36	7.65	9.08	10.6	12.3	14.1

複合応力場における摩擦接合継手の設計に用いる係数C
(3列、75 mm × 75 mm、その4)

$C = Q / \rho_a : Q = C \rho_a$



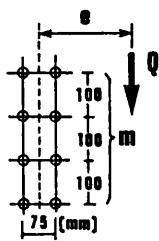
3列 (75* 75 mm)

e : 1000~5000 mm (2/2)

	e (mm)	m										
		10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
75 mm	3600	1.62	2.30	3.09	4.00	5.03	6.18	7.44	8.83	10.3	12.0	13.7
	3700	1.58	2.23	3.00	3.89	4.89	6.01	7.24	8.59	10.1	11.6	13.3
	3800	1.54	2.18	2.93	3.79	4.76	5.85	7.05	8.37	9.79	11.3	13.0
	3900	1.50	2.12	2.85	3.69	4.64	5.70	6.87	8.15	9.54	11.0	12.7
	4000	1.46	2.07	2.78	3.60	4.53	5.56	6.70	7.95	9.31	10.8	12.3
	4100	1.43	2.02	2.71	3.51	4.42	5.43	6.54	7.76	9.08	10.5	12.0
	4200	1.39	1.97	2.65	3.43	4.31	5.30	6.39	7.58	8.87	10.3	11.8
	4300	1.36	1.92	2.59	3.35	4.21	5.18	6.24	7.40	8.66	10.0	11.5
	4400	1.33	1.88	2.53	3.27	4.12	5.06	6.10	7.23	8.47	9.80	11.2
	4500	1.30	1.84	2.47	3.20	4.03	4.95	5.96	7.08	8.28	9.58	11.0
	4600	1.27	1.80	2.42	3.13	3.94	4.84	5.83	6.92	8.10	9.38	10.7
	4700	1.24	1.76	2.37	3.07	3.86	4.74	5.71	6.78	7.93	9.18	10.5
	4800	1.22	1.72	2.32	3.00	3.78	4.64	5.59	6.64	7.77	8.99	10.3
	4900	1.19	1.69	2.27	2.94	3.70	4.55	5.48	6.50	7.61	8.81	10.1
	5000	1.17	1.65	2.23	2.88	3.63	4.45	5.37	6.37	7.46	8.63	9.89

複合応力場における摩擦接合継手の設計に用いる係数C
(2列、75 mm × 100 mm、その1)

$C = Q / \rho_a : Q = C \rho_a$



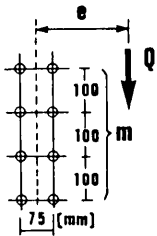
2 列 (75*100 mm)

e : 20~500 mm

	e (mm)	m													
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
100 mm	20	3.62	5.65	7.64	9.60	11.6	13.5	15.5	17.4	19.4	21.3	23.2	25.2	27.1	29.1
	40	3.12	5.23	7.30	9.33	11.3	13.3	15.3	17.3	19.2	21.2	23.1	25.1	27.0	29.0
	60	2.66	4.70	6.83	8.92	11.0	13.0	15.0	17.0	19.0	21.0	22.9	24.9	26.9	28.8
	80	2.27	4.16	6.28	8.41	10.5	12.6	14.6	16.7	18.7	20.7	22.7	24.7	26.6	28.6
	100	1.97	3.66	5.73	7.86	10.0	12.1	14.2	16.3	18.3	20.3	22.4	24.4	26.4	28.3
	120	1.73	3.23	5.22	7.30	9.44	11.6	13.7	15.8	17.9	19.9	22.0	24.0	26.0	28.0
	140	1.53	2.87	4.76	6.77	8.88	11.0	13.2	15.3	17.4	19.5	21.5	23.6	25.6	27.7
	160	1.37	2.58	4.35	6.27	8.33	10.5	12.6	14.7	16.9	19.0	21.1	23.1	25.2	27.3
	180	1.24	2.34	4.00	5.81	7.81	9.90	12.0	14.2	16.3	18.4	20.6	22.6	24.7	26.8
	200	1.13	2.15	3.69	5.40	7.33	9.37	11.5	13.6	15.7	17.9	20.0	22.1	24.2	26.3
	220	1.04	1.98	3.42	5.03	6.88	8.86	10.9	13.0	15.2	17.3	19.5	21.6	23.7	25.8
	240	0.96	1.84	3.19	4.69	6.47	8.39	10.4	12.5	14.6	16.8	18.9	21.0	23.2	25.3
	260	0.89	1.71	2.98	4.40	6.10	7.95	9.92	12.0	14.1	16.2	18.3	20.5	22.6	24.7
	280	0.84	1.61	2.80	4.13	5.76	7.54	9.45	11.5	13.5	15.6	17.8	19.9	22.1	24.2
	300	0.78	1.51	2.63	3.89	5.46	7.16	9.02	11.0	13.0	15.1	17.2	19.3	21.5	23.6
	320	0.74	1.43	2.48	3.67	5.17	6.81	8.61	10.5	12.5	14.6	16.7	18.8	20.9	23.1
	340	0.70	1.35	2.35	3.47	4.92	6.49	8.23	10.1	12.0	14.1	16.1	18.2	20.4	22.5
	360	0.66	1.28	2.23	3.30	4.69	6.19	7.87	9.68	11.6	13.6	15.6	17.7	19.8	21.9
	380	0.63	1.22	2.13	3.14	4.47	5.91	7.54	9.29	11.2	13.1	15.1	17.2	19.3	21.4
	400	0.60	1.17	2.03	3.00	4.27	5.66	7.24	8.93	10.8	12.7	14.6	16.7	18.7	20.8
	420	0.57	1.11	1.94	2.87	4.09	5.42	6.95	8.60	10.4	12.2	14.2	16.2	18.2	20.3
	440	0.54	1.07	1.85	2.75	3.93	5.21	6.68	8.28	10.0	11.8	13.7	15.7	17.7	19.8
	460	0.52	1.02	1.78	2.64	3.77	5.00	6.43	7.98	9.66	11.4	13.3	15.2	17.2	19.3
	480	0.50	0.98	1.71	2.54	3.63	4.81	6.20	7.70	9.33	11.1	12.9	14.8	16.8	18.8
	500	0.48	0.95	1.64	2.44	3.49	4.64	5.98	7.44	9.03	10.7	12.5	14.4	16.3	18.3

複合応力場における摩擦接合継手の設計に用いる係数C
(2列、75 mm × 100 mm、その3)

$C = Q / \rho_a : Q = C \rho_a$



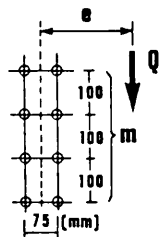
2列 (75*100 mm)

e : 1000~8000 mm (1/3)

	e (mm)	m										
		10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
100 mm	1000	4.82	6.86	9.22	11.9	14.8	18.0	21.4	25.0	28.7	32.6	36.5
	1100	4.40	6.27	8.44	10.9	13.6	16.6	19.8	23.2	26.7	30.4	34.3
	1200	4.05	5.77	7.78	10.1	12.6	15.4	18.4	21.6	25.0	28.5	32.2
	1300	3.75	5.34	7.21	9.34	11.7	14.3	17.2	20.2	23.4	26.8	30.3
	1400	3.49	4.97	6.72	8.71	10.9	13.4	16.1	18.9	22.0	25.2	28.6
	1500	3.26	4.65	6.29	8.16	10.3	12.6	15.1	17.8	20.7	23.8	27.0
	1600	3.06	4.37	5.91	7.67	9.65	11.8	14.2	16.8	19.6	22.5	25.6
	1700	2.88	4.12	5.57	7.23	9.10	11.2	13.4	15.9	18.5	21.3	24.3
	1800	2.72	3.89	5.27	6.84	8.62	10.6	12.7	15.1	17.6	20.3	23.1
	1900	2.58	3.69	5.00	6.50	8.18	10.1	12.1	14.3	16.7	19.3	22.0
	2000	2.46	3.51	4.75	6.18	7.79	9.57	11.5	13.7	16.0	18.4	21.0
	2100	2.34	3.35	4.53	5.89	7.43	9.13	11.0	13.0	15.2	17.6	20.1
	2200	2.23	3.20	4.33	5.63	7.10	8.73	10.5	12.5	14.6	16.8	19.2
	2300	2.14	3.06	4.14	5.39	6.80	8.36	10.1	12.0	14.0	16.1	18.5
	2400	2.05	2.93	3.97	5.17	6.52	8.02	9.68	11.5	13.4	15.5	17.7
	2500	1.97	2.82	3.82	4.97	6.26	7.71	9.30	11.0	12.9	14.9	17.1
	2600	1.89	2.71	3.67	4.78	6.03	7.42	8.95	10.6	12.4	14.4	16.4
	2700	1.82	2.61	3.54	4.60	5.81	7.15	8.63	10.2	12.0	13.9	15.9
	2800	1.76	2.52	3.41	4.44	5.60	6.90	8.33	9.89	11.6	13.4	15.3
	2900	1.70	2.43	3.30	4.29	5.41	6.67	8.05	9.55	11.2	12.9	14.8
	3000	1.64	2.35	3.19	4.15	5.24	6.45	7.78	9.24	10.8	12.5	14.3
	3100	1.59	2.28	3.09	4.02	5.07	6.24	7.54	8.95	10.5	12.1	13.9
	3200	1.54	2.21	2.99	3.89	4.91	6.05	7.31	8.68	10.2	11.8	13.5
	3300	1.49	2.14	2.90	3.78	4.77	5.87	7.09	8.42	9.86	11.4	13.1
	3400	1.45	2.08	2.81	3.67	4.63	5.70	6.88	8.18	9.58	11.1	12.7
	3500	1.41	2.02	2.74	3.56	4.50	5.54	6.69	7.95	9.31	10.8	12.4

複合応力場における摩擦接合継手の設計に用いる係数C
(2列、75 mm × 100 mm 、 その4)

$C = Q / \rho_a : Q = C \rho_a$



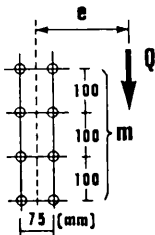
2列 (75*100 mm)

e : 1000~8000 mm (2/3)

	e (mm)	m										
		10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
100 mm	3600	1.37	1.96	2.66	3.46	4.37	5.39	6.51	7.73	9.06	10.5	12.0
	3700	1.33	1.91	2.59	3.37	4.26	5.24	6.33	7.52	8.82	10.2	11.7
	3800	1.30	1.86	2.52	3.28	4.14	5.11	6.17	7.33	8.59	9.94	11.4
	3900	1.26	1.81	2.46	3.20	4.04	4.98	6.01	7.14	8.37	9.69	11.1
	4000	1.23	1.77	2.40	3.12	3.94	4.85	5.86	6.97	8.16	9.46	10.8
	4100	1.20	1.72	2.34	3.04	3.84	4.74	5.72	6.80	7.97	9.23	10.6
	4200	1.17	1.68	2.28	2.97	3.75	4.63	5.59	6.64	7.78	9.01	10.3
	4300	1.15	1.64	2.23	2.90	3.67	4.52	5.46	6.49	7.60	8.81	10.1
	4400	1.12	1.61	2.18	2.84	3.58	4.42	5.34	6.34	7.43	8.61	9.87
	4500	1.10	1.57	2.13	2.77	3.50	4.32	5.22	6.20	7.27	8.42	9.65
	4600	1.07	1.54	2.08	2.71	3.43	4.23	5.11	6.07	7.11	8.24	9.45
	4700	1.05	1.50	2.04	2.66	3.36	4.14	5.00	5.94	6.96	8.07	9.25
	4800	1.03	1.47	2.00	2.60	3.29	4.05	4.89	5.82	6.82	7.90	9.06
	4900	1.01	1.44	1.96	2.55	3.22	3.97	4.80	5.70	6.68	7.74	8.88
	5000	0.99	1.41	1.92	2.50	3.16	3.89	4.70	5.59	6.55	7.59	8.70
	5100	0.97	1.39	1.88	2.45	3.09	3.81	4.61	5.48	6.42	7.44	8.53
	5200	0.95	1.36	1.84	2.40	3.04	3.74	4.52	5.37	6.30	7.30	8.37
	5300	0.93	1.33	1.81	2.36	2.98	3.67	4.44	5.27	6.18	7.16	8.21
	5400	0.91	1.31	1.78	2.31	2.92	3.60	4.35	5.18	6.07	7.03	8.06
	5500	0.90	1.29	1.74	2.27	2.87	3.54	4.28	5.08	5.96	6.90	7.92
	5600	0.88	1.26	1.71	2.23	2.82	3.48	4.20	4.99	5.85	6.78	7.78
	5700	0.87	1.24	1.68	2.19	2.77	3.41	4.13	4.91	5.75	6.66	7.64
	5800	0.85	1.22	1.65	2.16	2.72	3.36	4.06	4.82	5.65	6.55	7.51
	5900	0.84	1.20	1.63	2.12	2.68	3.30	3.99	4.74	5.56	6.44	7.39
	6000	0.82	1.18	1.60	2.08	2.63	3.24	3.92	4.66	5.47	6.33	7.26

複合応力場における摩擦接合継手の設計に用いる係数C
(2列、75 mm × 100 mm、その5)

$C = Q / \rho_a : Q = C \rho_a$



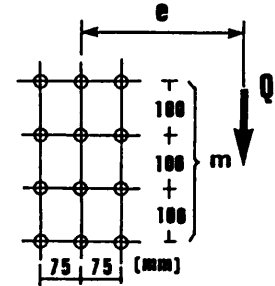
2列 (75*100 mm)

e : 1000~8000 mm (3/3)

	e (mm)	m										
		10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
100 mm	6100	0.81	1.16	1.57	2.05	2.59	3.19	3.86	4.59	5.38	6.23	7.15
	6200	0.80	1.14	1.55	2.02	2.55	3.14	3.80	4.51	5.29	6.13	7.03
	6300	0.78	1.12	1.52	1.98	2.51	3.09	3.74	4.44	5.21	6.03	6.92
	6400	0.77	1.11	1.50	1.95	2.47	3.04	3.68	4.37	5.13	5.94	6.81
	6500	0.76	1.09	1.48	1.92	2.43	3.00	3.62	4.30	5.05	5.85	6.71
	6600	0.75	1.07	1.45	1.89	2.39	2.95	3.57	4.24	4.97	5.76	6.61
	6700	0.74	1.06	1.43	1.87	2.36	2.91	3.51	4.18	4.90	5.68	6.51
	6800	0.73	1.04	1.41	1.84	2.32	2.86	3.46	4.12	4.83	5.59	6.42
	6900	0.72	1.03	1.39	1.81	2.29	2.82	3.41	4.06	4.76	5.51	6.32
	7000	0.71	1.01	1.37	1.79	2.26	2.78	3.36	4.00	4.69	5.43	6.23
	7100	0.70	1.00	1.35	1.76	2.23	2.74	3.32	3.94	4.62	5.36	6.15
	7200	0.69	0.98	1.33	1.74	2.19	2.71	3.27	3.89	4.56	5.28	6.06
	7300	0.68	0.97	1.31	1.71	2.16	2.67	3.23	3.84	4.50	5.21	5.98
	7400	0.67	0.96	1.30	1.69	2.14	2.63	3.18	3.78	4.44	5.14	5.90
	7500	0.66	0.94	1.28	1.67	2.11	2.60	3.14	3.73	4.38	5.07	5.82
	7600	0.65	0.93	1.26	1.65	2.08	2.56	3.10	3.68	4.32	5.01	5.74
	7700	0.64	0.92	1.25	1.62	2.05	2.53	3.06	3.64	4.26	4.94	5.67
	7800	0.63	0.91	1.23	1.60	2.03	2.50	3.02	3.59	4.21	4.88	5.60
	7900	0.63	0.90	1.22	1.58	2.00	2.47	2.98	3.54	4.16	4.82	5.53
	8000	0.62	0.88	1.20	1.56	1.98	2.44	2.94	3.50	4.11	4.76	5.46

複合応力場における摩擦接合継手の設計に用いる係数C
(3列、75 mm × 100 mm、その1)

$$C = Q / \rho_a : Q = C \rho_a$$



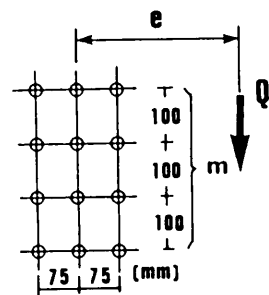
3列 (75*100 mm)

e : 20~500 mm

	e (mm)	m													
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
100 mm	20	5.46	8.48	11.5	14.4	17.3	20.3	23.2	26.1	29.0	32.0	34.9	37.8	40.7	43.6
	40	4.83	7.89	11.0	14.0	17.0	20.0	22.9	25.9	28.8	31.8	34.7	37.6	40.5	43.5
	60	4.24	7.16	10.3	13.4	16.5	19.5	22.5	25.5	28.5	31.5	34.4	37.4	40.3	43.2
	80	3.73	6.42	9.51	12.7	15.8	18.9	22.0	25.0	28.0	31.0	34.0	37.0	40.0	42.9
	100	3.30	5.74	8.75	11.9	15.0	18.2	21.3	24.4	27.5	30.5	33.5	36.5	39.5	42.5
	120	2.95	5.15	8.03	11.1	14.2	17.4	20.6	23.7	26.8	29.9	33.0	36.0	39.0	42.0
	140	2.66	4.68	7.38	10.3	13.4	16.6	19.8	22.9	26.1	29.2	32.3	35.4	38.4	41.5
	160	2.41	4.28	6.80	9.58	12.6	15.8	18.9	22.1	25.3	28.5	31.6	34.7	37.8	40.9
	180	2.20	3.95	6.29	8.92	11.9	15.0	18.1	21.3	24.5	27.7	30.8	34.0	37.1	40.2
	200	2.02	3.65	5.84	8.31	11.2	14.2	17.3	20.5	23.7	26.9	30.0	33.2	36.4	39.5
	220	1.87	3.40	5.44	7.77	10.5	13.4	16.5	19.6	22.8	26.0	29.2	32.4	35.6	38.7
	240	1.73	3.17	5.09	7.28	9.91	12.7	15.7	18.8	22.0	25.2	28.4	31.6	34.8	38.0
	260	1.62	2.97	4.78	6.84	9.37	12.1	15.0	18.0	21.2	24.3	27.5	30.7	33.9	37.1
	280	1.51	2.79	4.50	6.46	8.87	11.5	14.3	17.3	20.4	23.5	26.7	29.9	33.1	36.3
	300	1.42	2.63	4.25	6.12	8.42	10.9	13.7	16.6	19.6	22.7	25.9	29.1	32.3	35.5
	320	1.34	2.48	4.02	5.81	8.00	10.4	13.1	15.9	18.9	21.9	25.1	28.2	31.4	34.6
	340	1.27	2.35	3.81	5.52	7.62	9.92	12.5	15.3	18.2	21.2	24.3	27.4	30.6	33.8
	360	1.20	2.23	3.63	5.27	7.27	9.48	12.0	14.7	17.5	20.4	23.5	26.6	29.8	32.9
	380	1.14	2.12	3.46	5.03	6.95	9.06	11.5	14.1	16.9	19.8	22.7	25.8	28.9	32.1
	400	1.09	2.03	3.30	4.81	6.66	8.68	11.0	13.6	16.3	19.1	22.0	25.1	28.2	31.3
100 mm	420	1.04	1.93	3.16	4.61	6.38	8.33	10.6	13.1	15.7	18.5	21.3	24.3	27.4	30.5
	440	0.99	1.85	3.03	4.43	6.13	8.01	10.2	12.6	15.1	17.8	20.7	23.6	26.6	29.7
	460	0.95	1.77	2.90	4.25	5.89	7.71	9.84	12.1	14.6	17.3	20.0	22.9	25.9	28.9
	480	0.91	1.70	2.79	4.09	5.68	7.43	9.50	11.7	14.1	16.7	19.4	22.3	25.2	28.2
	500	0.88	1.64	2.69	3.94	5.47	7.18	9.17	11.3	13.7	16.2	18.9	21.6	24.5	27.5

複合応力場における摩擦接合継手の設計に用いる係数C
(3列、75 mm × 100 mm 、 その2)

$C = Q / \rho_a : Q = C \rho_a$

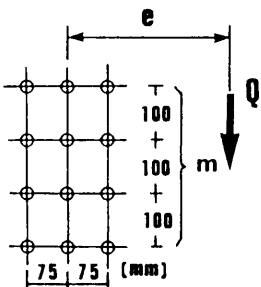


3 列 (75*100 mm) e : 500~1000 mm

	e (mm)	m													
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
100 mm	500	0.88	1.64	2.69	3.94	5.47	7.18	9.17	11.3	13.7	16.2	18.9	21.6	24.5	27.5
	550	0.80	1.49	2.46	3.61	5.02	6.60	8.44	10.4	12.7	15.0	17.5	20.2	22.9	25.8
	600	0.74	1.37	2.26	3.33	4.63	6.10	7.81	9.66	11.8	14.0	16.4	18.9	21.5	24.2
	650	0.68	1.27	2.09	3.09	4.30	5.67	7.27	8.99	11.0	13.0	15.3	17.7	20.2	22.8
	700	0.63	1.18	1.95	2.88	4.01	5.30	6.79	8.41	10.3	12.2	14.4	16.6	19.0	21.5
	750	0.59	1.10	1.82	2.69	3.76	4.97	6.37	7.90	9.64	11.5	13.5	15.7	18.0	20.4
	800	0.55	1.03	1.71	2.53	3.53	4.67	6.00	7.45	9.09	10.8	12.8	14.8	17.0	19.3
	850	0.52	0.97	1.61	2.38	3.33	4.41	5.67	7.04	8.60	10.3	12.1	14.0	16.1	18.3
	900	0.49	0.92	1.53	2.25	3.15	4.18	5.37	6.68	8.15	9.73	11.5	13.3	15.3	17.4
	950	0.47	0.87	1.45	2.14	2.99	3.97	5.10	6.35	7.75	9.25	10.9	12.7	14.6	16.6
	1000	0.44	0.82	1.38	2.03	2.85	3.78	4.85	6.04	7.38	8.82	10.4	12.1	14.0	15.9

複合応力場における摩擦接合継手の設計に用いる係数C
(3列、75 mm × 100 mm、その3)

$C = Q / \rho_a : Q = C \rho_a$



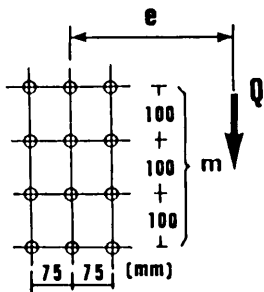
3列 (75*100 mm)

e : 1000~8000 mm (1/3)

	e (mm)	m										
		10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
100 mm	1000	7.38	10.4	14.0	17.9	22.3	27.1	32.2	37.5	43.1	48.9	54.9
	1100	6.75	9.53	12.8	16.5	20.5	25.0	29.8	34.8	40.2	45.7	51.4
	1200	6.21	8.78	11.8	15.2	19.0	23.2	27.7	32.5	37.5	42.8	48.3
	1300	5.75	8.14	10.9	14.1	17.7	21.6	25.8	30.3	35.1	40.2	45.5
	1400	5.35	7.58	10.2	13.2	16.5	20.2	24.2	28.5	33.0	37.8	42.9
	1500	5.00	7.09	9.54	12.3	15.5	18.9	22.7	26.8	31.1	35.7	40.5
	1600	4.70	6.66	8.97	11.6	14.6	17.8	21.4	25.3	29.4	33.8	38.4
	1700	4.42	6.28	8.46	11.0	13.7	16.8	20.2	23.9	27.8	32.0	36.4
	1800	4.18	5.94	8.00	10.4	13.0	16.0	19.2	22.7	26.4	30.4	34.7
	1900	3.97	5.63	7.59	9.83	12.4	15.2	18.2	21.6	25.2	29.0	33.0
	2000	3.77	5.36	7.22	9.36	11.8	14.4	17.4	20.6	24.0	27.6	31.5
	2100	3.59	5.11	6.88	8.92	11.2	13.8	16.6	19.6	22.9	26.4	30.2
	2200	3.43	4.88	6.58	8.53	10.7	13.2	15.9	18.8	21.9	25.3	28.9
	2300	3.29	4.67	6.30	8.17	10.3	12.6	15.2	18.0	21.0	24.3	27.7
	2400	3.15	4.48	6.04	7.83	9.86	12.1	14.6	17.3	20.2	23.3	26.7
	2500	3.02	4.30	5.80	7.53	9.47	11.6	14.0	16.6	19.4	22.4	25.7
	2600	2.91	4.14	5.58	7.24	9.12	11.2	13.5	16.0	18.7	21.6	24.7
	2700	2.80	3.99	5.38	6.98	8.78	10.8	13.0	15.4	18.0	20.8	23.8
	2800	2.70	3.84	5.19	6.73	8.48	10.4	12.6	14.9	17.4	20.1	23.0
	2900	2.61	3.71	5.01	6.50	8.19	10.1	12.1	14.4	16.8	19.5	22.3
	3000	2.52	3.59	4.85	6.29	7.92	9.74	11.7	13.9	16.3	18.8	21.6
	3100	2.44	3.48	4.69	6.09	7.67	9.43	11.4	13.5	15.8	18.3	20.9
	3200	2.37	3.37	4.55	5.90	7.43	9.14	11.0	13.1	15.3	17.7	20.3
	3300	2.30	3.27	4.41	5.73	7.21	8.87	10.7	12.7	14.9	17.2	19.7
	3400	2.23	3.17	4.28	5.56	7.00	8.61	10.4	12.3	14.4	16.7	19.1
	3500	2.17	3.08	4.16	5.40	6.80	8.37	10.1	12.0	14.0	16.2	18.6

複合応力場における摩擦接合継手の設計に用いる係数C
(3列、75 mm × 100 mm、その4)

$C = Q / \rho_a : Q = C \rho_a$



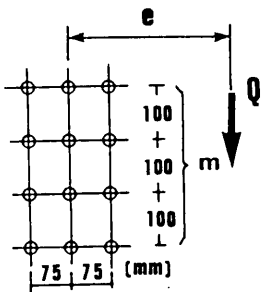
3 列 (75*100 mm)

e : 1000~8000 mm (2/3)

	e (mm)	m										
		10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
100 mm	3600	2.11	3.00	4.05	5.25	6.62	8.14	9.82	11.7	13.6	15.8	18.1
	3700	2.05	2.92	3.94	5.11	6.44	7.92	9.56	11.3	13.3	15.4	17.6
	3800	2.00	2.84	3.83	4.98	6.27	7.72	9.31	11.1	12.9	15.0	17.1
	3900	1.94	2.77	3.74	4.85	6.11	7.52	9.07	10.8	12.6	14.6	16.7
	4000	1.90	2.70	3.64	4.73	5.96	7.33	8.85	10.5	12.3	14.2	16.3
	4100	1.85	2.63	3.56	4.62	5.82	7.16	8.64	10.3	12.0	13.9	15.9
	4200	1.81	2.57	3.47	4.51	5.68	6.99	8.43	10.0	11.7	13.6	15.5
	4300	1.76	2.51	3.39	4.40	5.55	6.83	8.24	9.78	11.5	13.3	15.2
	4400	1.72	2.45	3.31	4.30	5.42	6.67	8.05	9.56	11.2	13.0	14.9
	4500	1.69	2.40	3.24	4.21	5.30	6.53	7.88	9.35	11.0	12.7	14.5
	4600	1.65	2.35	3.17	4.12	5.19	6.39	7.71	9.15	10.7	12.4	14.2
	4700	1.61	2.30	3.10	4.03	5.08	6.25	7.54	8.96	10.5	12.1	13.9
	4800	1.58	2.25	3.04	3.95	4.98	6.12	7.39	8.77	10.3	11.9	13.6
	4900	1.55	2.20	2.98	3.87	4.87	6.00	7.24	8.59	10.1	11.7	13.4
	5000	1.52	2.16	2.92	3.79	4.78	5.88	7.10	8.42	9.87	11.4	13.1
	5100	1.49	2.12	2.86	3.72	4.68	5.76	6.96	8.26	9.68	11.2	12.8
	5200	1.46	2.08	2.81	3.65	4.59	5.65	6.82	8.10	9.49	11.0	12.6
	5300	1.43	2.04	2.75	3.58	4.51	5.55	6.70	7.95	9.31	10.8	12.4
	5400	1.41	2.00	2.70	3.51	4.43	5.45	6.57	7.81	9.14	10.6	12.1
	5500	1.38	1.96	2.65	3.45	4.35	5.35	6.45	7.67	8.98	10.4	11.9
	5600	1.36	1.93	2.61	3.39	4.27	5.25	6.34	7.53	8.82	10.2	11.7
	5700	1.33	1.90	2.56	3.33	4.19	5.16	6.23	7.40	8.67	10.0	11.5
	5800	1.31	1.86	2.52	3.27	4.12	5.07	6.12	7.27	8.52	9.86	11.3
	5900	1.29	1.83	2.47	3.21	4.05	4.99	6.02	7.15	8.38	9.70	11.1
	6000	1.27	1.80	2.43	3.16	3.98	4.90	5.92	7.03	8.24	9.54	10.9

複合応力場における摩擦接合継手の設計に用いる係数C
(3列、75 mm × 100 mm 、 その5)

$C = Q / \rho_a : Q = C \rho_a$



2列 (75*100 mm)

e : 1000~8000 mm (3/3)

	e (mm)	m										
		10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
100 mm	6100	1.24	1.77	2.39	3.11	3.92	4.82	5.82	6.92	8.10	9.38	10.8
	6200	1.22	1.74	2.35	3.06	3.86	4.75	5.73	6.81	7.97	9.23	10.6
	6300	1.21	1.72	2.32	3.01	3.80	4.67	5.64	6.70	7.85	9.09	10.4
	6400	1.19	1.69	2.28	2.96	3.74	4.60	5.55	6.59	7.73	8.95	10.3
	6500	1.17	1.66	2.25	2.92	3.68	4.53	5.47	6.49	7.61	8.81	10.1
	6600	1.15	1.64	2.21	2.87	3.62	4.46	5.38	6.40	7.49	8.68	9.95
	6700	1.13	1.61	2.18	2.83	3.57	4.39	5.30	6.30	7.38	8.55	9.80
	6800	1.12	1.59	2.15	2.79	3.52	4.33	5.23	6.21	7.27	8.42	9.66
	6900	1.10	1.57	2.12	2.75	3.47	4.27	5.15	6.12	7.17	8.30	9.52
	7000	1.08	1.54	2.09	2.71	3.42	4.21	5.08	6.03	7.07	8.18	9.38
	7100	1.07	1.52	2.06	2.67	3.37	4.15	5.01	5.95	6.97	8.07	9.25
	7200	1.05	1.50	2.03	2.64	3.32	4.09	4.94	5.86	6.87	7.96	9.13
	7300	1.04	1.48	2.00	2.60	3.28	4.03	4.87	5.78	6.78	7.85	9.00
	7400	1.03	1.46	1.97	2.56	3.23	3.98	4.80	5.71	6.69	7.74	8.88
	7500	1.01	1.44	1.95	2.53	3.19	3.93	4.74	5.63	6.60	7.64	8.76
	7600	1.00	1.42	1.92	2.50	3.15	3.88	4.68	5.56	6.51	7.54	8.65
	7700	0.99	1.40	1.90	2.46	3.11	3.83	4.62	5.49	6.43	7.44	8.54
	7800	0.97	1.39	1.87	2.43	3.07	3.78	4.56	5.42	6.35	7.35	8.43
	7900	0.96	1.37	1.85	2.40	3.03	3.73	4.50	5.35	6.27	7.26	8.32
	8000	0.95	1.35	1.83	2.37	2.99	3.68	4.45	5.28	6.19	7.17	8.22

Appendix 13. 複合応力場における継手設計に用いる係数Cを計算するプログラム

係数Cを求めるプログラム（BASIC言語）を示す。本プログラムは、2または3本の垂直列（ゲージライン）を有する継手に対して計算できる。また、偏心量 e と水平列の数 m に対して、それぞれ初期値、最終値および刻み幅を与えることによって、種々のケースを

```

10 ' COEFFICIENT C
20 DIM PS(2,100)
30 PI=3.14159
40 '-----
50 NGALN=2
60 PITCH=100:GAGE= 75
70 ES= 20:EL= 100:DE= 20
80 RZZ=0!:DRZZ=1!
90 NS= 2:NL= 5:DN=1
100 '-----
110 LPRINT "Num. of gage lines :";NGALN
120 LPRINT "Pitch :";PITCH;" Gage :";GAGE
130 LPRINT "Eccentricity : From ";ES;" to ";EL;" step ";DE
140 LPRINT "Num. of bolts in a vertical row : From ";
150 LPRINT NS;" to ";NL;" step ";DN:LPRINT ""
160 LPRINT " e      m      C      r      C*0.97":LPRINT ""
170 '
180 FOR IE=ES TO EL STEP DE
190 FOR IN=NS TO NL STEP DN
200 NOB=NGALN*IN
210 FOR JN=1 TO NOB STEP NGALN
220 IF NGALN=2 THEN PS(1,JN)=-GAGE/2:PS(1,JN+1)=GAGE/2
230 IF NGALN=3 THEN PS(1,JN)=-GAGE:PS(1,JN+1)=0:PS(1,JN+2)=GAGE
240 PS(2,JN)=-PITCH/2*(IN-1)+PITCH*INT(JN/NGALN)
250 IF NGALN=2 THEN PS(2,JN+1)=PS(2,JN)
260 IF NGALN=3 THEN PS(2,JN+1)=PS(2,JN):PS(2,JN+2)=PS(2,JN)
270 NEXT JN
280 RZ=RZZ
290 *CONTI:SUMD=0:SUMT=0
300 FOR JN=1 TO NOB
310 SUMD=SUMD+SQR(PS(2,JN)^2+(PS(1,JN)+RZ)^2)
320 A1=PS(2,JN):A2=PS(1,JN)+RZ
330 IF A1>0 THEN *PLAS ELSE *MINUS
340 *PLAS:IF A2>0 THEN T=ATN(A1/A2) ELSE T=ATN(A1/A2)+PI
350 GOTO *ANGLE
360 *MINUS:IF A1=0 THEN *ZERO
370 IF A2>0 THEN T=ATN(A1/A2) ELSE T=ATN(A1/A2)+PI
380 GOTO *ANGLE
390 *ZERO:IF A2>0 THEN T=0 ELSE T=PI
400 *ANGLE:SUMT=SUMT+T
410 NEXT JN
420 CC=SUMD/(IE+RZ)
430 PRINT RZ,CC,SUMT
440 IF CC<SUMT THEN *CONV
450 RZ=RZ+DRZZ:GOTO *CONTI
460 *CONV:PRINT IE,IN,CC,RZ,CC*.97:RZZ=RZ
470 LPRINT USING "####    ##    ##.##    #####.##    ##.##";IE,IN,CC,RZ,CC*.97
480 NEXT IN
490 RZZ=0!:LPRINT ""
500 NEXT IE
510 STOP
520 END

```

図 A-13-1 係数Cを求めるプログラム（BASIC言語）

一括して計算できるようになっている。ピッチとゲージはそれぞれについて任意に与えることができるが、一つの継手に対してばらばらのピッチまたはゲージを設定することはできない。

ここで例示したプログラムは、垂直列（ゲージライン） [NGALN] が 2 列、ピッチ [PITCH] が 100mm、ゲージ [GAGE] が 75 mm、偏心距離が 20 [ES] ~ 100 [EL] mm（刻み幅 [DE] 20mm）、水平列が 2 [NS] ~ 5 [NL] 列（刻み幅 [DN] 1 列）の場合である。これらの値は予めプログラム中の指定された箇所に書き込む必要がある。また、これらの設定と共に、収束計算に必要な 2 つの定数を与えなければならない。すなわち、ボルト群の中心から同時回転中心までの距離 r_0 の初期値 [RZZ] と刻み幅 [DRZZ] である。ここで、 r_0 の初期値は零に固定してかまわない（初期値が零に設定されていても、水平列のみ増加させるルーチン内においては前回求められた値を今回の初期値として自動的に設定するようになっており、計算時間の短縮を計っている）が、刻み幅は計算精度と計算時間に関係するので、適当な値を与える必要がある。刻み幅の目安としては、偏心距離が 20 ~ 500mm に対して 1、500 ~ 1000 mm に対して 0.5、1000 ~ 8000mm に対して 0.2 程度とすれば良い。刻み幅をあまり細かくし

Num. of gage lines : 2
 Pitch : 100 Gage : 75
 Eccentricity : From 20 to 100 step 20
 Num. of bolts in a vertical row : From 2 to 5 step 1

e	m	C	r	C*0.97
20	2	3.73	142.0	3.62
20	3	5.83	337.0	5.65
20	4	7.87	623.0	7.64
20	5	9.90	996.0	9.60
40	2	3.22	85.0	3.12
40	3	5.39	170.0	5.23
40	4	7.53	308.0	7.30
40	5	9.62	492.0	9.33
60	2	2.74	65.0	2.66
60	3	4.84	112.0	4.70
60	4	7.04	201.0	6.83
60	5	9.19	321.0	8.92
80	2	2.34	53.0	2.27
80	3	4.29	80.0	4.16
80	4	6.48	147.0	6.28
80	5	8.67	235.0	8.41
100	2	2.03	46.0	1.97
100	3	3.78	58.0	3.66
100	4	5.91	115.0	5.73
100	5	8.10	182.0	7.86

図 A-13-2 出力例（上記プログラムの実行結果）

ても計算時間の割りには精度が上がらない。以上の計算条件はプログラムの 50～90 行において設定する。上記のプログラムを実行した結果を図 A-13-2に示す。

演算結果は計算条件を示した後、偏心距離 e 、水平列数 m 、直接計算された係数 C 、ボルト群の中心から同時回転中心までの距離 r_o 、3%低減した係数 C の順に出力される。

第 8章および Appendix 12. に示した係数 C は最後の列（図 A-13-2 中に破線で囲んだ列）の値である。この他に、CRT上に収束計算の各ステップにおける r_o , $\{ \sum_{i=1}^n d_i \} / (e + r_o)$, $\sum_{i=1}^n \cos \theta_i$ が出力される。

本プログラムで用いられた変数名のリストを以下に示す。

IN : ボルト垂直方向列数 m
 IE : 偏心量 e
 NOB : 総ボルト本数
 PS : 各ボルトの座標値
 ES : 偏心量 e の初期値 (単位 mm)
 EL : 偏心量 e の最終値 (単位 mm)
 DE : 偏心量 e の刻み幅 (単位 mm)
 PITCH: ピッチ (単位 mm)
 GAGE : ゲージ (単位 mm)
 NGALN: ゲージライン数 (2または 3)
 NS : ボルト垂直方向列数 m の初期値
 NL : ボルト垂直方向列数 m の最終値
 DN : ボルト垂直方向列数 m の刻み幅
 PI : $\pi=3.14159$
 RZ : ボルト群の重心から同時回転中心までの距離 r_o
 RZZ : ボルト群の重心から同時回転中心までの距離 r_o の初期値
 DRZZ : ボルト群の重心から同時回転中心までの距離 r_o の刻み
 SUMD : $\sum_{i=1}^n d_i$ (同時回転中心から各ボルトまでの距離の総和)
 T : θ_i
 SUMT : $\sum_{i=1}^n \cos \theta_i$, (n : 総ボルト本数)
 CC : 係数 C