

離散的選択モデルとしてみた空間的相互作用のモデル化について

—エントロピー最大化モデルから多項ロジット・モデルへ—

矢野 桂 司

I はじめに

マクロな流動現象を記述・説明・予測しようとする空間的相互作用モデル研究は、社会物理学に端を発する古典的重力モデルから、Wilson(1967)のエントロピー最大化モデルへと発展した(杉浦, 1986)。そして、地理学や地域科学、都市計画学において、空間的相互作用モデルは、都市モデル、立地モデル、立地・配分モデルなどのサブ・モデルとして、その重要性が認識されてきた(矢野, 1990)。1970年代後半に、空間的相互作用モデルの距離パラメータの解釈や、モデルの誤った推定に関する論争を経て、近年、さまざまな空間的相互作用モデルが開発されてきた(石川, 1988)。そして、これらのモデルの多くは、同様の数学的・統計的特性を有することから(Baxter, 1982)、エントロピー最大化モデル(Wilson, 1967)、ポアソン重力モデル(Flowerdew and Aitkin, 1982)、対数線形モデル(Willekens, 1983a, b)、競合着地モデル(Fotheringham, 1983)などの空間的相互作用モデルは、一般線形モデル(Nelder and Wedderburn, 1972)の枠組において統合されることになる(矢野, 1991)。これらの空間的相互作用モデルの多くは、個々のトリップを地区間の流動として集計した空間的相互作用を分析対象とするマクロな理論に基づくものである。しかし、個々のトリップは、移動主体の意志決定の結果であり、その集計としてマクロな空間的相互作用が存在する。それゆえ、空間的相互作用に関するミクロな理論の構築が空間的相互作用研究には不可欠であるといえる。本研究は、既存の空間的相互作用に関するミクロな理論を概観し、空間的相互作用モデルにみられる個人の意志決定過程のメカニズムを多属性選択理論の考え方によって整理する。そして、ランダム効用理論に基づく多項ロジット・モデルを紹介し、マクロな空間的相互作用モデルとの関連を明らかにする。その結果、個人レベルの行動とその合計としての集計レベルの挙動を結び付ける、いわゆる集計問題に対して一つの回答

を与える。そして、最後に、ミクロ理論に基づく空間的相互作用モデルの今後の課題について言及する。

II 空間的相互作用モデルにみられる個人の行動仮説

空間的相互作用モデルをミクロにモデル化する場合、個人の意志決定過程に対する様々な仮説が存在する。従来の個人の意志決定に対する考え方は、決定論的選択理論と確率論的選択理論に大別され、後者は、さらに、定数効用理論とランダム効用理論の2つに分けられる(Sheppard, 1978)。

決定論的選択理論とは、重力モデルをミクロ経済学における効用理論から、重力モデルを誘導したNiedercon and Bechdolt (1969)によって代表されるように、移動費用の制約のもとで個人の効用関数を最大にするトリップ・パターンを特定しようとするものである。その結果、同じ属性をもつ個人は常に同じトリップ・パターンを行なうことになる。これに対して、確率論的選択理論は、確率的な概念によって選好についての決定論的な概念を置き換えるもので、ある選択肢 a に対する選択肢 b の絶対的な効用を考えるかわりに、選択肢 a に対して選択肢 b を選ぶ確率を考えるのである。さらに、定数効用モデルの場合、各選択肢が一定の固定した効用をもち、ある選択肢を他の選択肢に対して選ぶ確率は、それら効用の間の差(距離)の関数となる。他方、ランダム効用モデルは、個人は常に最大の効用をもつ選択肢を選ぶが、効用自体は定数でなく確率変数であるとする。2つの確率論的アプローチの違いは、ランダム成分を、どこに取り込むかによって異なる。すなわち、定数効用モデルは、決定の仕方がランダムであり、ランダム効用モデルでは、効用がランダムなのである(クームスほか, 1974)。

いま、空間的相互作用モデルの対象を次のように限定する。地区 i に居住する個人 n が J 個ある着地区群の中から1つの着地区 j を選択するとい

うトリップ行動を想定し、上に述べた3つのアプローチを概観する。

1 決定論的選択理論

いま、個人 n は、 J 個の着地区の集合の中から1つの着地区の選択に直面している。発地区 i から着地区 j へのトリップによって得られる個人の効用は、個人 n が着地区 j へ行なう単位時間当りのトリップ数の関数（対数や指数関数）で表わされるとする。1トリップで1回の相互作用（着地区で人や物に接することによって効用が得られる）を仮定すると、個人 n が得ることができる効用は、着地区の人口 P_j に比例して増加する。その結果、発地区 i にいる個人 n が、全ての着地区における相互作用によって得られる単位時間当りの個人の効用は、以下のようになる。

$$U_{in} = a \sum_j P_j f(t_{ijn}), \quad (1)$$

ここで、 a は比例定数である。ただし、個人は、無制限にトリップを行なうことはできず、所得あるいは時間の制約を受けることになる。 M_{in} は、個人 n がトリップに支払うことができる単位時間あたりの総額、 d_{ij} は着地区 j までの距離、 r は一単位当りの移動コストである（Niedercon and Bechdolt, 1969）。

$$\text{Max. } U_{in} = a \sum_j P_j f(t_{ijn}), \quad (2)$$

$$\text{Subject to } r \sum_j t_{ijn} d_{ij} \leq M_{in}.$$

個人 n の効用最大化は、次のラグランジュ関数を、偏微分した連立方程式によって、得られる。

$$L = a \sum_j P_j f(t_{ijn}) - \lambda (r \sum_j t_{ijn} d_{ij} - M_{in}). \quad (3)$$

そして、 $f(T_{ijn}) = \ln(T_{ijn})$ と仮定すると、

$$T_{ijn} = \frac{M_{in}}{r} \cdot \frac{P_j}{\sum_k P_k} \cdot \frac{1}{d_{ij}}, \quad (4)$$

となる。この式を、発地区 i の全ての移動者で合計し、発地区 i の総移動費用 ($\sum_n M_{in}$) が発地区の人口 P_i に比例するとするならば、発地区 i から着地区 j へのトリップ数 $T_{ij} (\sum_n T_{ijn})$ は、着地区 j の人口 P_j に比例し、距離に反比例するという、古典的な重力モデルと同型となる。ただし、本来説明されるべき、トリップ数を説明変数とする論理矛盾を含んでいる（Mathur, 1970；Niedercon and Bechdolt, 1972）。この他に、効用関数の中に負の効用である移動費用を明示的に取り込んだ Smith (1976) のモデルなどがある。

この効用最大化仮説は、個人の行動に関する公

理を説明しようとするものであり、同一の効用関数をもつ個人の集計化のみが可能である。従って、発地区の異なる個人間の違いを説明することはできず、さらに、現実に生じる、行動の非合理性、不完全情報、費用便益の認知に対する個人差、集計問題、費用の制約の影響の差異など、を取り込むことは困難である。

2 定数効用理論

Luce の選択公理に基づく、定数効用理論の空間的相互作用モデルへの適用は、Huff (1963) モデルに代表される。個人 n が、選択可能な着地区の中から着地区 j を選択する確率 P_{jn} は、個人 n が着地区 j を選択することによって得られる効用 V_{jn} に比例するとする。

$$P_{jn} = \frac{V_{jn}}{\sum_k V_{kn}}. \quad (5)$$

そして、特定の2つの選択肢 i, j のうちの一方を選ぶ確率の比は、他の選択肢の存在と無関係であり、その効用比は、次のように表わされる。

$$\frac{P_{in}}{P_{jn}} = \frac{V_{in}}{V_{jn}}. \quad (6)$$

これが、無関係選択肢からの独立性（Independence from Irrelevant Alternatives；IIA）特性と呼ばれるものである。

個人 n の着地区 j に対する効用は、着地区 j の吸引力 a_j と着地区 j までの距離 d_j によるとすると、

$$V_{jn} = f(a_j, d_j), \quad (7)$$

となり、以下の確率論的選択理論に基づく空間的相互作用モデルが導出される。

$$P_{jn} = \frac{f(a_j, d_j)}{\sum_k f(a_k, d_k)}. \quad (8)$$

Luce の理論は、実際の選択行動にみられる不斉一性を説明するための単純な記述モデルである。すなわち、個人の選択行動を、全ての個人は同じ刺激に従って行動する（同じ効用関数をもつ）が、全てが合理的に行動するわけではない（Sheppard, 1978）、と述べるだけで、選択に関するメカニズムに関しては、選択確率が効用比に比例することを仮定しているに過ぎない。

3 ランダム効用理論

定数効用理論と異なって、ランダム効用理論では、個人はある選択状況において、最も望ましい（最大の効用をもつ）選択肢を選択すると仮定さ

れている。そして、各選択肢の効用は確率的に変動すると考えられている。すなわち、1) 個人の行動は必ずしも常に合理的選択行動に従うとは限らない、2) 個人によって選択肢の属性に対する情報や評価の仕方が異なる、3) 分析者が個人の効用に影響を与える属性を全て正確にとらえることはできない、などの理由から、個人の選択肢に対する効用関数に確率的要素を付加することは極めて合理的であるといえる。

個人 n の選択肢 j に対する効用 U_{jn} は、確率変数として定義され、確率的に変動しない確定項 V_{jn} と、変動する確率項 ε_{jn} に分けられ、その線形性を仮定して以下のように表わされる。

$$U_{jn} = V_{jn} + \varepsilon_{jn}. \quad (9)$$

確定項 V_{jn} は、全ての個人に共通な典型的な効用の成分で、選択肢 j や個人 n の測定可能な属性の関数で特定され、確率項 ε_{jn} は、観察し得ない影響を反映した効用の確率的な成分である。この確率項の分布を、同一でかつ独立に分布する (Identically and Independently Distributed ; IID) ワイブル分布と仮定すると、多項ロジット・モデルが導出されることになる。

ただし、このランダム効用理論においても、定数効用理論同様に、無関係選択肢からの独立性 (Independence from Irrelevant Alternatives ; IIA) 特性が満たされていないなければならない。この制約の克服に対しては、多項プロビット・モデルや nested ロジット・モデルなどが開発されつつある (原田, 1985)。

以上の着地区選択過程にみられる個人の行動仮説のうち、ランダム効用理論に基づくものが、個人の効用が確率的に変化するという点で、最も合理的な解釈を与えるものであると判断される。次には、個人の選択過程に関する全体的な枠組みとして、多属性選択モデルの考え方を紹介する。

4 多属性選択モデル

個人の選択行動に関する研究は、1950年代以後、数理心理学、マーケティング研究、計量経済学、オペレーションズ・リサーチなどの分野で研究され、1970年代、交通計画・交通工学の分野においても積極的に取り込まれてきた。そして、地理学においてそれは、行動論的アプローチの主要な研究トピックスとして位置付けられている (Golledge and Stimson, 1987 ; Golledge and Timmer-

mans, 1988)。その主な目的は、1) 個人の選択結果から選択対象の効用値やその属性の部分効用値を測定すること、2) 個人ならびに集団による選択行動を記述・予測すること、である。このような目的のためには、個人の選択行動に関する概念化が不可欠であり、その1つの枠組みが、多属性選択モデルである (第1図)。

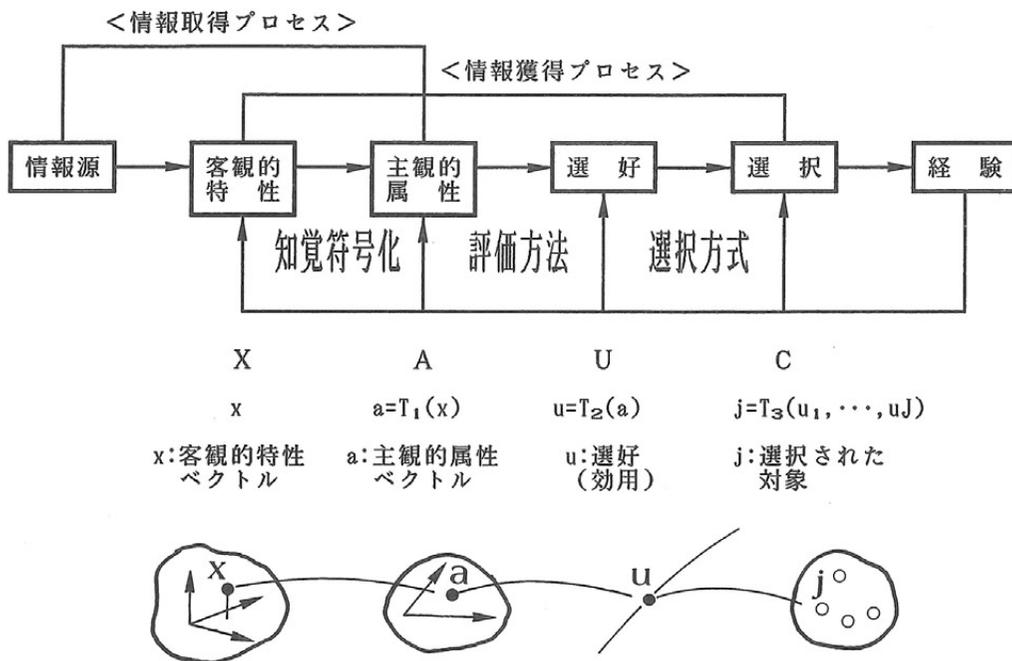
まず、用語の定義として、選択 (choice) は、個人が一群の対象物の中から特定の対象を選び出すことを意味し、選好 (preference) は、個人が選択対象について感じる主観的評価 (効用と同義) を意味する。そして、属性 (attribute) は対象の性質 (主観的なものも客観的なものも含む) を表わすものとする。以下では、多属性選択モデルを消費者の商品選択に適用している中西 (1984) にしたがって、その着地区選択への適用を概観する。

いま、発地区 i の個人 n が選択肢としての着地区の選択 (すなわち、トリップの発生) に直面しているとする。多属性分析の考え方では、まず、着地区の客観的に測定可能な特性を問題とする。ここで、客観的特性のかたまりとみなされる1つのある着地区が、個人の目的の達成に寄与するかどうかを判断するプロセスを知覚符号化と呼ぶ。すなわち、それは、対象の客観的的特性から、主観的属性への変換の過程を意味する。各着地区は、それぞれの客観的的特性を次元とする客観的的特性空間 (X) 上のベクトル x として表わすことができる。そして、知覚符号化とは、この客観的的特性空間における着地区を主観的属性空間 (A) に射影する、変換に他ならない。主観的属性空間上の当該の着地区のベクトルを a とすると、知覚符号化にともなう変換 T_1 を用いてそれは次のように表わされる。

$$a = T_1(x). \quad (10)$$

知覚符号化は、移動者の行なう、情報取得プロセスと情報統合プロセスからなる情報処理活動の一部である。主観的属性に影響を与えるものは、第1に経験である。しかし、行ったことのない地域に対しては、人やメディアからの情報が重要となる。ただし、個人は情報の収集活動を無限に行なうのではなく、環境や費用 (時間) の制約を受ける。この様に情報収集プロセスで得られた情報から主観的属性が形成される。

次に、個人は、着地区の主観的属性に基づいて



第1図 多属性選択モデル (中西(1984)の図1.3を転載)

選好を形成する。この際に用いる情報統合のパターンのことを評価方式、選好から特定の着地区を選択を行なう際の情報処理のルールを選択方式と呼ぶ。数学的に、前者は、主観属性空間 (A) から選好空間 (U) への変換であり、後者は、選好空間から選択集合 (C) への変換である。 u は、主観的属性空間上の選択肢が評価方式の変換 T_2 によって、一次元空間の選好空間上に射影された、(主観的) 評価値を示す。選好を一次元であるとするならば、異なる選択肢 (着地区) がこの空間 (線) 上で序列化されることになる。そして、選択肢集合の中から選択方式 T_3 に従って、ある選択肢 j が選択されることになる。

$$u = T_2(a), \quad (11)$$

$$j = T_3(u_1, u_2, \dots, u_j). \quad (12)$$

この多属性選択モデルは、個人の選択行動に関する全体的な枠組みを提示するが、これら全てが一貫して、分析されているわけでない。先に検討した、3つの選択行動仮説では、明示的に知的符号化を扱っているわけではなく、選択肢の客観的特性から、直接、評価方式を特定し、効用最大化

という選択方式を採用しているものと考えることができる。

III 多項ロジット・モデル

以下では、確率論的選択理論の中のランダム効用理論に基づく多項ロジット・モデル (Ben-Akiva and Lerman, 1985) に着目し、その概要を述べる。

1 多項ロジット・モデルの導出

いま、一様な選好をもつ選択者からなる母集団 ($n=1, \dots, N$) を考えよう。各々の選択者は離散的選択肢 ($i=1, \dots, J$) の中から1つものを選択する状況に直面しているとする。個人 n の J 個の選択肢からなる集合 A_n を、個人 n の選択肢集合 choice set と呼ぶ。個人 n が選択肢 i を選択することによってえられる効用 U_{in} を効用特性の確定項 V_{in} と確率的に変動する ϵ_{in} から構成されるとすると、以下のような効用関数が特定される。

$$U_{in} = V_{in} + \epsilon_{in}. \quad (13)$$

効用最大化モデルは、個人 n が選択肢 i を選ぶ選択確率を表わす次式から導かれる。

$$\begin{aligned}
P_{in} &= \text{Prob.} [U_{in} \geq U_{jn}; \forall i \neq j, j \in A_n], \\
&= \text{Prob.} [V_{in} + \varepsilon_{in} \geq V_{jn} + \varepsilon_{jn}; \\
&\quad \forall i \neq j, j \in A_n], \\
&= \text{Prob.} [V_{in} + \varepsilon_{in} \geq \text{Max}_{\substack{j \neq i \\ j \in A_n}} (V_{jn} + \varepsilon_{jn})]. \quad (14)
\end{aligned}$$

そして、確率項 ε_{in} が独立で同一のワイブル分布に従うとすると、次の多項ロジット・モデルが導出される（証明は、太田（1984）を参照）。

$$P_{in} = \frac{e^{V_{in}}}{\sum_{j \in A_n} e^{V_{jn}}} = \frac{1}{\sum_{j \in A_n} e^{(V_{jn} - V_{in})}}, \quad i \in A_n. \quad (15)$$

いま、効用関数を以下のように特性変数の線形式で表わされるものとする。

$$V_{in} = \theta X_{in} = \sum_k \theta_k X_{ink}, \quad i \in A_n. \quad (16)$$

ただし、 $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K]$ はパラメータ・ベクトルで、 $X_{in} = [X_{in1}, X_{in2}, \dots, X_{inK}]$ は個人 n の選択肢 i の特性変数ベクトルである。

式(15)に式(16)を代入すると、多項ロジット・モデルは次のようになる。

$$P_{in} = \frac{e^{\sum_k \theta_k X_{ink}}}{\sum_{j \in A_n} e^{\sum_k \theta_k X_{jnk}}} = \frac{1}{\sum_{j \in A_n} e^{\sum_k \theta_k (X_{jnk} - X_{ink})}}, \quad i \in A_n. \quad (17)$$

2 パラメータの推定

いま、 δ_{in} を確率変数とみなし、 δ_{in} が 1 である確率（個人 n が選択肢 i を選択する確率）が、 P_{in} で与えられているものとする。そのとき、個人 n の選択結果 $\delta_{1n}, \dots, \delta_{in}, \dots, \delta_{Jn}$ が実現する同時確率は、

$$f(\delta_{1n}, \dots, \delta_{in}, \dots, \delta_{Jn}) = \frac{\sum_i \delta_{in}}{\delta_{1n}! \dots \delta_{in}! \dots \delta_{Jn}!} P_{1n}^{\delta_{1n}} \dots P_{in}^{\delta_{in}} \dots P_{Jn}^{\delta_{Jn}} \quad (18)$$

の多項分布に従う（ただし、 $i \in A_n$ ）。なお、選択結果 $\delta_{1n}, \dots, \delta_{in}, \dots, \delta_{Jn}$ はいずれか 1 つの選択肢が 1 で、他は 0 であるため、

$$f(n) = \prod_{i=1}^J P_{in}^{\delta_{in}} \quad (19)$$

となる。さらに、個人 $1, \dots, n, \dots, N$ の選択結果の同時確率は、

$$f(1) \dots f(n) \dots f(N) = \prod_{n=1}^N \prod_{i \in A_n} P_{in}^{\delta_{in}} \quad (20)$$

となり、この多項分布からの標本の尤度関数となる。

$$L = \prod_{n=1}^N \prod_{i \in A_n} P_{in}^{\delta_{in}} \quad (21)$$

ただし、

$$P_{in} = \frac{e^{\sum_k \theta_k X_{ink}}}{\sum_{j \in A_n} e^{\sum_k \theta_k X_{jnk}}} = \frac{1}{\sum_{j \in A_n} e^{\sum_k \theta_k (X_{jnk} - X_{ink})}}, \quad i \in A_n. \quad (22)$$

いま、個人 n が選択肢 i を選択する確率 P_{in} ($i=1, \dots, J$) が既知で、多項分布からの標本であるとするならば、選択結果の同時確率分布は、

$$f(\delta_{in}; P_{in}) = \prod_{i \in A_n, n=1, \dots, N} \prod_{n=1}^J P_{in}^{\delta_{in}} \quad (23)$$

で表わされる。そして、個々の選択確率は一定であるが、選択結果は観測によって変化するとみなされることになる。すなわち、同時確率分布は、確率 P_{in} を固定した選択結果の関数であるといえる。

ここで、個人 N 人の選択結果 ($\delta_{in}; i \in A_n, n=1, \dots, N$) だけが利用可能な情報であるとき、確率（モデル） P_{in} をどのように特定すれば良いだろうか。 $\sum_i P_{in} = 1.0$ ($i \in A_n$) という制約のもとで、当該確率を変化させて、観察された標本（選択結果）がおこる確率、同時確率が最大になる、確率 P_{in} を求めることが合理的である。すなわち、観察された選択が実現したのは、当該の選択結果が生起する同時確率が最も高いためと考え、その同時確率が最大になる確率（モデル）が最も良いと考えるのである。この様に、標本値を固定して、同時確率分布 $f(\cdot)$ を、確率 P_{in} の関数とみなしとき、 $f(\cdot)$ を尤度と呼び、以下のように表わす。

$$L(P_{in}; \delta_{in}) = \prod_{i \in A_n, n=1, \dots, N} \prod_{n=1}^J P_{in}^{\delta_{in}} \quad (24)$$

この場合の確率 P_{in} は、多項ロジット・モデルのように、未知のパラメータ・ベクトルをもつ、個人 n が選択肢 i を選択する確率を表わすモデルであり、この尤度を最大にするような未知のパラメータ・ベクトルを推定することを最尤推定法という。

尤度 L を最大にするパラメータの値と、尤度の対数の対数尤度 $\ln L$ を最大にするパラメータは同じであることが知られており、以下では、この対数尤度の最大化を図る。

$$\begin{aligned} \ln L(\theta_k; \delta_{in}) &= \sum_{n=1}^N \sum_{i \in A_n} \delta_{in} \ln P_{in}, \quad (25) \\ &= \sum_{n=1}^N \sum_{i \in A_n} \delta_{in} \ln \left[\frac{e^{\sum_k \theta_k X_{ink}}}{\sum_{j \in A_n} e^{\sum_k \theta_k X_{jnk}}} \right], \\ &= \sum_{n=1}^N \sum_{i \in A_n} \delta_{in} \ln \left[\sum_{k=1}^K \theta_k X_{ink} - \ln \sum_{i \in A_n} e^{\sum_k \theta_k X_{jnk}} \right]. \end{aligned}$$

尤度 L は、未知のパラメータ θ_k に関して、一般に凹関数であることから、 L を最大にする最尤推定量ベクトル θ は、対数尤度を θ_k に関して微分したものを 0 とした、 K 元非線形連立方程式の解である。解の存在は保証されないが、存在する場合はその解は唯一であることが知られている。なお、この解法には、通常、ニュートン・ラフソン法などが用いられる。

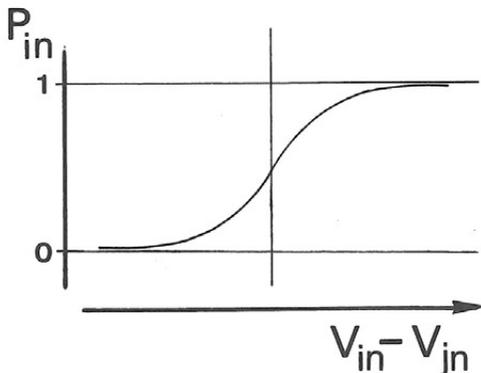
3 効用関数の特定とデータの作成

式(16)の個人 n の選択肢 i に対する効用の確定項 V_{in} を特定する。特性変数 X_{in} は、基本的には、選択肢に関する特性と、選択する個人の特性に大別される。そして前者はさらに、選択肢固有ダミー変数、選択肢固有変数、共通変数（一部、完全）の3つから構成される（森杉, 1984）。これらの変数は、個人 n に対して第1表の様に集計される。

多項ロジット・モデルにおいて、個人 n が選択肢 i を選択する確率 P_{in} は、その効用そのものではなく、効用差 ($V_j - V_i; j \in A_i$) に依存する。式(17)から分かるように、効用差がない場合、選択確率は等確率となる。そして、当該の選択肢 i の効用が大きくなれば、分母は小さくなり（分子は1）、選択確率 P_{in} は、ロジスティック的に増加するこ

第1表 多項ロジット・モデルの特性変数

選択肢	選択結果	選択肢特性				個人特性
		選択肢固有ダミー変数	選択肢固有変数	一部共通変数	完全共通変数	
	1	$J-1$	m_1	m_2	m_3	$(J-1) \times m_4$
1	0	10...0...00	$X_{10} \ 0 \ 0$	$X_{1r} \dots \ 0$	$X_{1t} \dots X_{1u}$	$X_v \ 0 \dots \ 0 \dots \ 0 \ 0$
2	0	01...0...00	$0 \ X_{2p} \dots \ 0$	$X_{2r} \dots \ 0$	$X_{2t} \dots X_{2u}$	$0 \ X_v \dots \ 0 \dots \ 0 \ 0$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
i	1	00...1...00	$0 \ 0 \dots \ 0$	$0 \dots X_{is}$	$X_{it} \dots X_{iu}$	$0 \ 0 \dots X_v \dots \ 0 \ 0$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$J-1$	0	00...0...01	$0 \ 0 \dots \ 0$	$0 \dots X_{js}$	$X_{j-1t} \dots X_{j-1u}$	$0 \ 0 \dots \ 0 \dots \ 0 \ X_v$
J	0	00...0...00	$0 \ 0 \dots X_{jq}$	$0 \dots X_{js}$	$X_{jt} \dots X_{ju}$	$0 \ 0 \dots \ 0 \dots \ 0 \ 0$



第2図 効用差と選択確率の関係
(選択肢が2つの場合)

とになる。選択肢が2つの場合は、第2図のようになる。

以下では、効用関数に取り込まれる特性変数を簡単な仮想データを用いて概観することにする。いま、東京都立大学のスタッフ・院生・学生14人が、独立に昼食に出かけようとしている状況での選択問題を例にとりあげてみよう。都立大学の新キャンパスでの昼食先は、1) 国際交流会館レストラン(会館)、2) 大学生協食堂(生協)、3) カフェテリア館(カフェ)の3つしか存在しないとする。個人 n が3つの中から1つの店を選ぶ場合、当該の個人が評価する、各店で支払う価格と研究室から店までの距離、そして、そのときの所持金が、店の選択に大きな影響を与えるものと考

えられる。さらに、生協に関しては、食堂以外に、書籍などの購買部が存在し、食事の前後に購買部に寄るか否か、といったことも、店の選択に考慮されるであろう。ちなみに、各選択肢の店の平均価格は、会館が最も高く、次いで、生協、カフェの順である。これらの特性を第1表に対応させてみると、認知された価格と距離が共通変数に、生協を選択した場合に生協購買部に立ち寄るか否かのダミー変数が（生協の）選択肢固有変数に対応することになる。そして、昼食に充てることができる所持金は、個人属性とみなされることになる。その結果、この例の仮想データは第2表の様に集計される。

本研究で用いる多項ロジット・モデルのプログ

とになる。なお、この例のファイル名は“LUNCH.PRN”とする。そして、入力データ・ファイルの大きさや特性変数の定義などは、第3表のような制御文によって行なわれることになる。第1行目では、入力データのファイル名を定義する。そして、第2行目では、選択肢の数、入力データ・ファイルに含まれる変数の数、サンプル数が示される。続く、第3行目は、特性変数の数を定義するもので、左から、共通変数の数、各選択肢の選択肢固有変数の数（選択肢の数だけ必要で、当該の選択肢に対して選択肢固有変数がない場合には、0を入れなければならない）、個人特性変数の数、選択肢固有ダミー変数の有無（選択肢固有ダミーを入れる場合は1を、入れない場合は0を入れる）、第

第2表 入力データファイル

番号	個人	選択結果	個人特性			選択肢特性			生協		
			所持金	価格	距離	会館	生協	カフェ	会館	生協	カフェ
1	A	1	1500	900	600	500	2	5	7	1	
2	B	1	1500	900	600	500	1	3	7	0	
3	C	1	1200	900	600	500	1	5	7	0	
4	D	2	900	900	600	500	3	3	7	0	
5	E	2	800	900	410	500	2	5	7	1	
6	F	2	1000	900	410	500	1	3	7	1	
7	G	2	500	650	410	500	2	5	7	1	
8	H	1	700	900	600	500	2	3	7	0	
9	I	3	500	650	410	400	2	5	6	1	
10	J	3	500	650	410	400	2	3	6	0	
11	K	2	600	650	410	400	2	5	6	1	
12	L	3	400	650	410	400	2	3	6	0	
13	M	2	600	650	410	400	2	5	6	1	
14	N	2	600	650	410	400	2	3	6	1	

変数番号 ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

ただし、選択結果の1は会館、2は生協、3はカフェである。

ラムは、東京工業大学工学部土木計画学科森地研究室において開発されたMLMODELである（屋井, 1981）。なお、MLMODELの開発言語はFORTRAN77で、以下の分析は全てパソコンで実行された（NDP-FORTRANを利用）。

この例の場合、MLMODELに対する入力データは、第2表の1、2列目の番号と個人名を除く、14行×9列のデータ行列で、9列の変数は、左から変数番号①から⑨までの通し番号が割り当てられる。そして、行方向は14人の個人に対応するこ

第3表 多項ロジット・モデルの制御文

COLUMN	123456789012345678901234567890
1行目	a: lunch.prn
2行目	3 9 14
3行目	2 0 1 0 1 0
4行目	1
5行目	3 4 5
6行目	6 7 8
7行目	9
8行目	2

第6表 MLMODEL の出力結果

```

num. of generic var. = 2
  mode      1  2  3
    1 var. no.  3  4  5
    2 var. no.  6  7  8
mode<1> num. of mode-specific var. = 0
mode<2> num. of mode-specific var. = 1
        var. no.      9
mode<3> num. of mode-specific var. = 0
num. of socio-economic var. = 1
        var. no.      2
mode-specific-constant not used

***** mean & s. d of data *****
no.  mode=      1      2      3
  1 mean  0.775E+03  0.478E+03  0.457E+03
  s. d.  0.125E+03  0.910E+02  0.495E+02
  num.    14.      14.      14.
  2 mean  0.186E+01  0.400E+01  0.657E+01
  s. d.  0.515E+00  0.100E+01  0.495E+00
  num.    14.      14.      14.
  3 mean  0.000E+00  0.571E+00  0.000E+00
  s. d.  0.000E+00  0.495E+00  0.000E+00
  num.    14.      14.      14.
  4 mean  0.807E+03  0.000E+00  0.000E+00
  s. d.  0.353E+03  0.000E+00  0.000E+00
  num.    14.      14.      14.
  5 mean  0.000E+00  0.807E+03  0.000E+00
  s. d.  0.000E+00  0.353E+03  0.000E+00
  num.    14.      14.      14.

***** estimated parameter *****          num. of iterations = 5
no.  estimated parameter      standard error      t-value      d. f
  1   -0.1270205E-01      0.8648793E-02      -1.4686      23
  2    0.2283941E+00      0.5843285E+00      0.3909      23
  3    0.1423878E+01      0.1634831E+01      0.8710      23
  4    0.7353500E-02      0.4900599E-02      1.5005      23
  5    0.1967870E-02      0.3221144E-02      0.6109      23

chi-square = 11.2199      d. f. = 5
l * (0) = -14.4844      l * (*) = -8.8745
roh = 0.3873      rohbar = 0.2541

*** estimated probability of each sample ***
mode      1  2  3
  1 obs.  1.000 0.000 0.000
    est.  0.890 0.103 0.007
  2 obs.  1.000 0.000 0.000
    est.  0.969 0.021 0.010

      <省 略>

 12 obs.  0.000 0.000 1.000
    est.  0.138 0.425 0.436
 13 obs.  0.000 1.000 0.000
    est.  0.116 0.799 0.084
 14 obs.  0.000 1.000 0.000
    est.  0.165 0.716 0.119

```

第6表 (つづき)

*** prediction success table ***

volume				
predict	4.0	8.0	2.0	14.0
actual	4.0	7.0	3.0	14.0
share (%)				
predict	28.6	57.1	14.3	
actual	28.6	50.0	21.4	
Hit-ratio =	71.42857%			14

$$\begin{aligned}
 V_{1n} - V_{2n} &= \theta_1 \text{ (会館の価格-生協の価格)} \\
 &+ \theta_2 \text{ (会館までの距離-生協までの距離)} \\
 &+ \theta_3 \text{ (0-購買部の存在)} \\
 &+ \theta_4 \text{ (所持金-0)} \\
 &+ \theta_5 \text{ (0-所持金)} \\
 V_{1n} - V_{3n} &= \theta_1 \text{ (会館の価格-カフェの価格)} \\
 &+ \theta_2 \text{ (会館までの距離-カフェまでの距離)} \\
 &+ \theta_3 \text{ (0-0)} \\
 &+ \theta_4 \text{ (所持金-0)} \\
 &+ \theta_5 \text{ (0-0)} \\
 V_{2n} - V_{3n} &= \theta_1 \text{ (生協の価格-カフェの価格)} \\
 &+ \theta_2 \text{ (生協までの距離-カフェまでの距離)} \\
 &+ \theta_3 \text{ (購買部の存在-0)} \\
 &+ \theta_4 \text{ (0-0)} \\
 &+ \theta_5 \text{ (所持金-0)}
 \end{aligned}$$

ここで注意することは、個人特性の変数が、選択肢固有変数と同様に扱われている点である。もし、1つの説明変数として個人特性をとらえると、同一の個人が選択を行なうために、どの選択肢に対しても同様の効用が付加され、選択確率に影響を与えない。そこで、他の全ての要因による効用が同一の場合に、当該の選択肢を選んだ場合、その個人特性がどれだけ、効用に影響を与えるかをみることにするのである。例の場合であれば、カフェを基準にして、会館を選ぶ場合は、 θ_4 のウェイトで所持金の大きさが、会館の選択効用に影響を与えると考える。そして、生協を選ぶ場合は、 θ_5 のウェイトで所持金の大きさが、生協の選択効用に影響を与えると考えるのである。

第5表の推定結果から、特性変数の選択行動への影響をみてみることにする。推定されたパラメータ値自体は、入力データの大きさに依存することから、その絶対値は意味がない(通常重回帰分析の標準偏回帰係数でなく、偏回帰係数に対応する)。したがって、求められた、 t 値から当該

のパラメータが有意であるか否かを判断しなくてはならない(この場合、 $\theta=0$ が帰無仮説となる)。例の場合、自由度23で、有意水準10%で t 値は、1.319である。したがって、価格と会館を選択した場合の所持金が、効用を決定する場合に重要な要因であることが分かる。価格は負のパラメータをもつことから、基本的に、価格が安い店が好まれ、高い店は嫌われることになる。そして、所持金の多い個人は、会館を選択する際に得られる効用も大きくなる。しかし、生協を選択する場合は、所持金の大きさはあまり影響しないといえる。また、距離に関しては、ほとんど抵抗を感じないようであり、 t 値は最も低い。また、生協の選択肢固有変数である購買部ダミーは、 t 値は低いが正の値を示しており、生協を選択する場合に効用を増加させる要因であるといえる。

全体的な適合度に関しては、カイ二乗値(χ^2)、尤度比(ρ^2)、的中率(HR)などの統計量がある。カイ二乗値は、パラメータ θ_k をすべて0とした場合の対数尤度($L(0)$)と、最大対数尤度($L(\theta)$)の差から、以下のように定義される。

$$\chi^2 = -2(L(0) - L(\theta)). \quad (26)$$

この統計量は、全てのパラメータが0のもとで、自由度 K の χ^2 分布に漸近することが知られている。したがって、 $\chi^2 > \chi^2(\alpha)$ の場合、有意であると判断される。

尤度比は、パラメータ θ_k をすべて0とした場合の対数尤度($L(0)$)と、最大対数尤度($L(\theta)$)の比から、以下のように定義される。

$$\rho^2 = 1 - L(\theta)/L(0). \quad (27)$$

決定係数と同様に、 ρ^2 は、1と0の間にあり、1に近いほどモデルの適合度がよいことを示す。経験的に、0.2~0.4で十分に高い適合度をもつと判断してよい。

的中率は、観察された選択結果とモデルによっ

て予測された最大選択確率をもつ選択肢の一致の比率を表わす。通常、80%以上ならば非常に高い中率とみなされる。

この例の場合、カイ二乗値、尤度比、的中率のいずれも、高い適合度を示していると判断される。

ここで、個人 n の各選択肢に対する選択確率について試みることにする。選択肢が2つの場合は、第2図のように効用差から簡単に理解することができるが、選択肢が3つ以上の場合は、やや複雑で、効用差よりも、個人の各選択肢に対する効用の指数の総和に占める、当該の選択肢の効用の指数の比で、選択確率を求めた方が理解しやすい。

式(17)から、個人 n の会館（選択肢1）の選択確率は、

$$P_{1n} = \frac{e^{V_{1n}}}{e^{V_{1n}} + e^{V_{2n}} + e^{V_{3n}}}, \quad (28)$$

または、

$$P_{1n} = \frac{1}{1 + e^{(V_{2n} - V_{1n})} + e^{(V_{3n} - V_{1n})}}, \quad (29)$$

と表わされる。いずれにせよ、会館を選択することによって得られる効用 V_{1n} が大きければ、その選択確率 P_{1n} は大きくなる。ただし、その効用差が指数であるために、その差は第2図の様にロジスティック的に変化するといえる。

第7表は、各個人ごとの、各特性変数から求めた効用、全体効用とその指数、さらに選択確率をまとめたものである。絶対値の大きいものが全体効用に影響を与えており、個人ごとに全体効用は異なっているのが分かる。例えば、個人Aの場合、選択肢1（会館）を選択した時に得られる効用は0.055で、選択肢2（生協）を選択したときに得られる効用は-2.104で、選択肢3（カフェ）を選択した場合にえられる効用は-4.752である。そして、各選択肢の選択確率は、各選択肢の効用の指数の比に相当するので、それぞれ、0.890、0.103、0.007の確率で選択されることになる。ロジット・モデルでは、最大選択確率をもつ選択肢が選択されると仮定するので、個人Aは選択肢1の会館を選択するものと予測される。

この例では、選択肢固有ダミー変数を追加しなかった。個人の効用は、分析者が観察不可能な特

性変数によっても影響を受けるものと考えられるが、その影響が大きい場合、この選択肢固有ダミーが取り込まれるべきである。モデル構造上それは、ランダム効用の平均値を定めているものとも解釈される (Train, 1986)。

IV エントロピー最大化モデルと多項ロジット・モデルの統合

1 エントロピー最大化モデル族

N 発地区と N 着地区からなる空間的相互作用システムに対する、エントロピー最大化モデル族は、式(30)、(31)で表わされる。各発地区の発生量と各着地区の吸収量の制約条件の違いによって、非制約型、発生制約型、吸収制約型、二重制約型、の4つのモデル族に分けられる (Wilson, 1971)。

$$O_j = \sum_i T_{ij}, \quad (30)$$

$$D_j = \sum_i T_{ij}. \quad (31)$$

非制約型モデルは、発生量・吸収量の制約を受けないモデルで、古典的な重力モデルと同型で以下のようなものである。

$$T_{ij} = K \cdot U_i^{\beta_1} \cdot V_j^{\beta_2} \cdot f_{ij}, \quad (32)$$

ただし、 U_i は発地区の放出性を、 V_j は着地区の吸引力を表わし、 f_{ij} はパワー関数や指数関数で表わされる距離関数である。 K は総流動量を一致させるパラメータである。

そして、発生制約型モデルは、発生量の制約をもつモデルで、発地区の均衡因子 A_i と発生量 O_i 、着地区の吸引力 V_j から以下のように表わされる。

$$T_{ij} = A_i \cdot O_i \cdot V_j^{\beta_2} \cdot f_{ij}, \quad (33)$$

$$A_i = 1 / \sum_j V_j^{\beta_2} \cdot f_{ij}. \quad (34)$$

さらに、吸収制約型モデルは、吸収量の制約をもつモデルで、着地区の均衡因子 B_j と吸収量 D_j 、発地区の放出性 U_i から以下のように表わされる。

$$T_{ij} = U_i^{\beta_1} \cdot B_j \cdot D_j \cdot f_{ij}, \quad (35)$$

$$B_j = 1 / \sum_i U_i^{\beta_1} \cdot f_{ij}. \quad (36)$$

最後に、二重制約型モデルは発生量・吸収量の両方の制約を受けるもので、2つの均衡因子を含んで以下のように特定される (Wilson, 1967)。

$$T_{ij} = A_i \cdot O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot f_{ij}, \quad (37)$$

第7表 選択確率の計算過程

1) 入力データ

選択結果	1	価格			距離			生協購買			所持金(会館)			所持金(生協)			
		1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	
A	1	900	600	500	2	5	7	0	1	0	1500	0	0	0	1500	0	0
B	1	900	600	500	1	3	7	0	0	0	1500	0	0	0	1500	0	0
C	1	900	600	500	1	5	7	0	0	0	1200	0	0	0	1200	0	0
D	2	900	600	500	3	3	7	0	0	0	900	0	0	0	900	0	0
E	2	900	410	500	2	5	7	0	1	0	800	0	0	0	800	0	0
F	2	900	410	500	1	3	7	0	1	0	1000	0	0	0	1000	0	0
G	2	650	410	500	2	5	7	0	1	0	500	0	0	0	500	0	0
H	1	900	600	500	2	3	7	0	0	0	700	0	0	0	700	0	0
I	3	650	410	400	2	5	6	0	1	0	500	0	0	0	500	0	0
J	3	650	410	400	2	3	6	0	0	0	500	0	0	0	500	0	0
K	2	650	410	400	2	5	6	0	1	0	600	0	0	0	600	0	0
L	3	650	410	400	2	3	6	0	0	0	400	0	0	0	400	0	0
M	2	650	410	400	2	5	6	0	1	0	600	0	0	0	600	0	0
N	2	650	410	400	2	3	6	0	1	0	600	0	0	0	600	0	0

2) 各変数ごとの確定効用

	$\beta_1 = -0.013$			$\beta_2 = 0.228$			$\beta_3 = 1.424$			$\beta_4 = 0.007$			$\beta_5 = 0.002$		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
A	-11.43	-7.621	-6.351	0.457	1.142	1.599	0.000	1.424	0.000	11.030	0.000	0.000	0.000	2.952	0.000
B	-11.43	-7.621	-6.351	0.228	0.685	1.599	0.000	0.000	0.000	11.030	0.000	0.000	0.000	2.952	0.000
C	-11.43	-7.621	-6.351	0.228	1.142	1.599	0.000	0.000	0.000	8.824	0.000	0.000	0.000	2.361	0.000
D	-11.43	-7.621	-6.351	0.685	0.685	1.599	0.000	0.000	0.000	6.618	0.000	0.000	0.000	1.771	0.000
E	-11.43	-5.208	-6.351	0.457	1.142	1.599	0.000	1.424	0.000	5.883	0.000	0.000	0.000	1.574	0.000
F	-11.43	-5.208	-6.351	0.228	0.685	1.599	0.000	1.424	0.000	7.354	0.000	0.000	0.000	1.968	0.000
G	-8.26	-5.208	-6.351	0.457	1.142	1.599	0.000	1.424	0.000	3.677	0.000	0.000	0.000	0.984	0.000
H	-11.43	-7.621	-6.351	0.457	0.685	1.599	0.000	0.000	0.000	5.147	0.000	0.000	0.000	1.378	0.000
I	-8.26	-5.208	-5.081	0.457	1.142	1.370	0.000	1.424	0.000	3.677	0.000	0.000	0.000	0.984	0.000
J	-8.26	-5.208	-5.081	0.457	0.685	1.370	0.000	0.000	0.000	3.677	0.000	0.000	0.000	0.984	0.000
K	-8.26	-5.208	-5.081	0.457	1.142	1.370	0.000	1.424	0.000	4.412	0.000	0.000	0.000	1.181	0.000
L	-8.26	-5.208	-5.081	0.457	0.685	1.370	0.000	0.000	0.000	2.941	0.000	0.000	0.000	0.787	0.000
M	-8.26	-5.208	-5.081	0.457	1.142	1.370	0.000	1.424	0.000	4.412	0.000	0.000	0.000	1.181	0.000
N	-8.26	-5.208	-5.081	0.457	0.685	1.370	0.000	1.424	0.000	4.412	0.000	0.000	0.000	1.181	0.000

3) 各選択肢ごとの確定効用 (V_i) とその指数, および選択確率 (P_i)

	V_1	V_2	V_3	$\exp(V_1)$	$\exp(V_2)$	$\exp(V_3)$	P_1	P_2	P_3	予想選択肢
A	0.055	-2.104	-4.752	1.057	0.122	0.009	(0.890)	0.103	0.007	1 ○
B	-0.173	-3.984	-4.752	0.841	0.019	0.009	(0.969)	0.021	0.010	1 ○
C	-2.379	-4.118	-4.752	0.093	0.016	0.009	(0.788)	0.139	0.073	1 ○
D	-4.129	-5.165	-4.752	0.016	0.006	0.009	(0.529)	0.188	0.283	1 ×
E	-5.092	-1.068	-4.752	0.006	0.344	0.009	0.017	(0.959)	0.024	2 ○
F	-3.850	-1.131	-4.752	0.021	0.323	0.009	0.060	(0.915)	0.024	2 ○
G	-4.123	-1.658	-4.752	0.016	0.191	0.009	0.075	(0.885)	0.040	2 ○
H	-5.828	-5.559	-4.752	0.003	0.004	0.009	0.191	0.250	(0.559)	3 ×
I	-4.123	-1.658	-3.710	0.016	0.191	0.024	0.070	(0.824)	0.106	2 ×
J	-4.123	-3.539	-3.710	0.016	0.029	0.024	0.232	(0.417)	0.351	2 ×
K	-3.387	-1.461	-3.710	0.034	0.232	0.024	0.116	(0.799)	0.084	2 ○
L	-4.858	-3.736	-3.710	0.008	0.024	0.024	0.138	0.425	(0.436)	3 ○
M	-3.387	-1.461	-3.710	0.034	0.232	0.024	0.116	(0.799)	0.084	2 ○
N	-3.387	-1.918	-3.710	0.034	0.147	0.024	0.165	(0.716)	0.119	2 ○

注: () 内は最大選択確率を示す。
○は適合, ×は不適合を示す。

ただし,

$$A_i = 1/\sum_j B_j \cdot D_j \cdot f_{ij}, \quad (38)$$

$$B_j = 1/\sum_i A_i \cdot O_i \cdot f_{ij}. \quad (39)$$

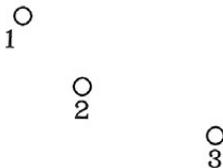
2 ロジット・モデルによる空間的相互作用モデル族の特定

エントロピー最大化モデル族を個人の選択モデルとみなすと、それは、OD表のセルにあたる発地区・着地区のペアを選択肢とする多項ロジット・モデルとなる(Anas, 1983). すなわち、全ての移動者は、各発地区の放出性、各着地区の吸引力、当該地区間の距離に関する情報から(移動者の評価は一樣と仮定)、発地区・着地区ペアの選択に直面している状態を想定している。したがって、そのような状況は、本来、発地区が固定している個人の移動に関する意志決定仮定とは異なるものといえる。

いま、3発地区×3着地区からなる仮想的空間的相互作用システムを想定しよう(第8表、第3図)。まず、このデータに対して、空間的相互作用のマクロな理論に基づくエントロピー最大化モデル族を適用する。エントロピー最大化モデルの汎用プログラムSIMODEL(Williams and Fotheringham, 1984)の適用結果は、第9表のようである。なお、この場合の距離関数は指数関数である。

第8表 仮想空間的相互作用システム

1) OD 行列						2) 距離行列					
		着地区						着地区			
		1	2	3	O_i	人口			1	2	3
発地区	1	10	2	3	15	411	発	1	3	4	9
	2	1	4	2	7	254	地	2	4	3	6
	3	1	2	15	18	2088	区	3	9	6	3
D_j		12	8	20	40						



第3図 仮想地域

この数値例の場合、二重制約型、発生制約型、吸収制約型、非制約型の順に適合度がよい。

では、このマクロな理論に基づく結果を、空間的相互作用のミクロな理論に基づいて解釈してやることにする。このことは、集計問題へのアプローチの1つである、ミクロなデータとミクロな理論を所与として、まずマクロな理論を想定し、次に、その両理論の命題と整合的なミクロなデータとマクロなデータの関係を明らかにすることを意味する(井原, 1978)。

この仮想的空間的相互作用におけるミクロなデータは、40人の移動者に関する各個人のデータであり、彼らは各選択肢に対する効用にしたがって、合計9通りある発地区と着地区のペアの中の1つを選択したもののみをみることが出来る。非制約型モデル、発生制約型モデル、吸収制約型モデル、二重制約型モデルに対応する多項ロジット・モデルは、選択肢の効用関数を特定する特性変数の違いによって区別されることになる。各モデルに対応する効用関数の特性変数は第10表のようになる。

1) 非制約型モデル

非制約型モデルの場合、個人 n が発地区・着地区ペア (i, j) を選択することによって得られる効用は、次のように、当該発地区の放出性(人口の対数)、当該着地区の吸引力(人口の対数)、当該地区間の距離、によって特定される。なお、距離に関しては、その対数を用いると、エントロピー最大化モデルの距離関数をパワー関数としたものに対応することになる。

$$U_{ijn} = \theta_1 d_{ijn} + \theta_2 \ln U_{in} + \theta_3 \ln V_{jn} + \epsilon_{ijn}. \quad (40)$$

2) 発生制約型モデル

発生制約型モデルの場合の個人 n の効用は、非制約型モデルに含まれた発地区に関する共通変数の代わりに、発地区の固有ダミー (A'_{1n}, A'_{2n}) を取り入れることによって特定される。発地区1の固有ダミー A'_{1n} は、発地区・着地区ペアのうち発地区が1のものに対しては1、それ以外のペアに対しては0が与えられる。そして、発地区2の固有ダミー A'_{2n} は、同様に、発地区・着地区ペアのうち発地区が2のものに対しては1、それ以外のペアに対しては0が与えられる。

$$U_{ijn} = \theta_1 A'_{1n} + \theta_2 A'_{2n} + \theta_3 d_{ijn} + \theta_4 \ln V_{jn} + \epsilon_{ijn}. \quad (41)$$

第9表 エントロピー最大化モデル族の適用結果

0) 仮想 OD データ

	1	2	3	O_i 人口		1	2	3	p_i	
1	10	2	3	15	411	0.250	0.050	0.075	0.375	
2	1	4	2	7	254	0.025	0.100	0.050	0.175	
3	1	2	15	18	2088	0.025	0.050	0.375	0.450	
D_j	12	8	20	40		$p_{.j}$	0.300	0.200	0.500	1.000

1) 非制約型モデル

	1	2	3	O_i		1	2	3	p_i	
1	5.4	3.2	1.4	10.0		0.135	0.080	0.035	0.250	
2	3.5	4.0	3.4	10.9		0.088	0.100	0.085	0.273	
3	1.1	2.4	15.6	19.1		0.028	0.060	0.390	0.478	
D_j	10.0	9.6	20.4	40.0		$p_{.j}$	0.250	0.240	0.510	1.000

2) 発生制約型モデル

	1	2	3	O_i		1	2	3	p_i	
1	8.1	4.5	2.4	15.0		0.203	0.113	0.060	0.375	
2	2.1	2.4	2.5	7.0		0.053	0.060	0.063	0.175	
3	0.8	1.8	15.3	17.9		0.020	0.045	0.383	0.448	
D_j	11.0	8.7	20.2	39.9		$p_{.j}$	0.275	0.218	0.505	0.998

3) 吸収制約型モデル

	1	2	3	O_i		1	2	3	p_i	
1	6.5	2.6	1.3	10.4		0.163	0.065	0.033	0.260	
2	4.1	3.2	3.2	10.5		0.103	0.080	0.080	0.263	
3	1.4	2.1	15.5	19.0		0.035	0.053	0.388	0.475	
D_j	12.0	7.9	20.0	39.9		$p_{.j}$	0.300	0.198	0.500	0.998

4) 二重制約型モデル

	1	2	3	O_i		1	2	3	p_i	
1	8.6	4.0	2.3	14.9		0.215	0.100	0.058	0.373	
2	2.4	2.2	2.5	7.1		0.060	0.055	0.063	0.178	
3	1.0	1.8	15.2	18.0		0.025	0.045	0.380	0.450	
D_j	12.0	8.0	20.0	40.0		$p_{.j}$	0.300	0.200	0.500	1.000

	定数項	放出項	吸引力	距離	A_1	A_2	A_3	B_1	B_2	B_3	R^2	SRMSE
1) 非制約型モデル	0.2960	0.2433	0.4077	-0.3362	—	—	—	—	—	—	0.820	0.4339
		(0.0235)	(0.1716)	(0.0893)								
2) 発生制約型モデル	—	—	0.5165	-0.3440	0.0679	0.0542	0.0461	—	—	—	0.922	0.2857
			(0.0918)	(0.2181)								
3) 吸収制約型モデル	—	0.2795	—	-0.3330	—	—	—	0.2745	0.2327	0.2485	0.854	0.3912
		(0.0936)		(0.2044)								
4) 二重制約型モデル	—	—	—	-0.3372	0.1449	0.1194	0.1047	0.9105	0.8947	1.1101	0.936	0.2596
				(0.0864)								

注：() 内の数字は、標準誤差を表わす。

第10表 エントロピー最大化モデル族と多項ロジット・モデルの関係

1) 非制約型モデル

選択肢	選択肢特性		
	完全共通 発地区の放出性	着地区の吸引力	地区間距離
1-1	$\ln U_1$	$\ln V_1$	d_{11}
1-2	$\ln U_1$	$\ln V_2$	d_{12}
1-3	$\ln U_1$	$\ln V_3$	d_{13}
2-1	$\ln U_2$	$\ln V_1$	d_{21}
2-2	$\ln U_2$	$\ln V_2$	d_{22}
2-3	$\ln U_2$	$\ln V_3$	d_{23}
3-1	$\ln U_3$	$\ln V_1$	d_{31}
3-2	$\ln U_3$	$\ln V_2$	d_{32}
3-3	$\ln U_3$	$\ln V_3$	d_{33}

2) 発生制約型モデル

選択肢	選択肢特性		
	選択肢固有ダミー A'_{1n}, A'_{2n}	完全共通 着地区の吸引力	地区間距離
1-1	1 0	$\ln V_1$	d_{11}
1-2	1 0	$\ln V_2$	d_{12}
1-3	1 0	$\ln V_3$	d_{13}
2-1	0 1	$\ln V_1$	d_{21}
2-2	0 1	$\ln V_2$	d_{22}
2-3	0 1	$\ln V_3$	d_{23}
3-1	0 0	$\ln V_1$	d_{31}
3-2	0 0	$\ln V_2$	d_{32}
3-3	0 0	$\ln V_3$	d_{33}

3) 吸収制約型モデル

選択肢	選択肢特性		
	選択肢固有ダミー B'_{1n}, B'_{2n}	完全共通 発地区の放出性	地区間距離
1-1	1 0	$\ln U_1$	d_{11}
1-2	0 1	$\ln U_1$	d_{12}
1-3	0 0	$\ln U_1$	d_{13}
2-1	1 0	$\ln U_2$	d_{21}
2-2	0 1	$\ln U_2$	d_{22}
2-3	0 0	$\ln U_2$	d_{23}
3-1	1 0	$\ln U_3$	d_{31}
3-2	0 1	$\ln U_3$	d_{32}
3-3	0 0	$\ln U_3$	d_{33}

4) 二重制約型モデル

選択肢	選択肢特性		
	選択肢固有ダミー $A'_{1n}, A'_{2n}, B'_{1n}, B'_{2n}$	完全共通 地区間距離	
1-1	1 0 1 0	d_{11}	
1-2	1 0 0 1	d_{12}	
1-3	1 0 0 0	d_{13}	
2-1	0 1 1 0	d_{21}	
2-2	0 1 0 1	d_{22}	
2-3	0 1 0 0	d_{23}	
3-1	0 0 1 0	d_{31}	
3-3	0 0 0 1	d_{32}	
3-3	0 0 0 0	d_{33}	

3) 吸収制約型モデル

吸収制約型モデルの場合の個人 n の効用は、非制約型モデルに含まれた着地区に関する共通変数の代わりに、着地区の固有ダミー (B'_{1n}, B'_{2n}) を取り入れることによって特定される。発地区の固有ダミーと同様に、着地区1の固有ダミー B'_{1n} は、発地区・着地区ペアのうち着地区が1のものに対しては1、それ以外のペアに対しては0が与えられ、発地区2の固有ダミー B'_{2n} は、発地区・着地区ペアのうち着地区が2のものに対しては1、それ以外のペアに対しては0が与えられる。

$$U_{ijn} = \theta_1 B'_{1n} + \theta_2 B'_{2n} + \theta_3 d_{ijn} + \theta_4 \ln U_{in} + \varepsilon_{ijn}. \quad (42)$$

4) 二重制約型モデル

二重制約型モデルの場合、効用を特定する共通変数は距離のみとなり、発地区の固有ダミー (A'_{1n}, A'_{2n}) と、着地区の固有ダミー (B'_{1n}, B'_{2n}) がそれに取り込まれることになる。

$$U_{ijn} = \theta_1 A'_{1n} + \theta_2 A'_{2n} + \theta_3 B'_{1n} + \theta_4 B'_{2n} + \theta_5 d_{ijn} + \varepsilon_{ijn}. \quad (43)$$

以上の効用関数に含まれる特性変数のうち共通変数 X_{ijn} は、本来、移動者である個人 n ごとに異なるはずである。しかし、エントロピー最大化モデル族では、共通変数にみられる個人差がみられないと仮定している。すなわち、対象となる全ての移動者は、発地区の放出性、着地区の吸引力、そして当該地区間の距離を同様に評価した状態を仮定しているのである。またはそれは、個々の個人によって評価される特性値 (X_{ijn}) を、当該の移動者集合の平均 (\bar{X}_{ij}) とみなしていると解釈することもできる。

$$\bar{X}_{ij} = \frac{1}{N} \sum_n X_{ijn}. \quad (44)$$

いま、仮定の空間的相互作用にみられた40人が、各発地区・着地区ペアに対して、全く同等の評

価を与えると仮定した状況において、選択結果が、第8表のOD行列にみられたトリップ分布のようであったとする。その選択結果と個々のエントロピー最大化モデル族で特定した特性変数に基づいて、多項ロジット・モデルを適用した結果が、第11表である。共通変数に対して推定されたパラメータは、エントロピー最大化モデルによって推定されたものと全く一致しているのが分かる。そして、発地区・着地区の固有ダミー (A'_i, B'_j) と、発地区・着地区の均衡因子 (A_i, B_j) との対応関係は以下のものである。ただし、仮想データの場合、 $A'_3 = B'_3 = 0$ である。

$$A_i O_i \propto \exp(A'_i), \quad (45)$$

$$B_j D_j \propto \exp(B'_j). \quad (46)$$

また、推定結果に関しては、多項ロジット・モデルによって推定された、各発地区・着地区ペアの選択確率が、エントロピー最大化モデルの推定されたODの頻度確率に一致している。例えば、二重制約型モデルの発地区1から着地区1への推定値の場合、頻度確率は0.216 (= 8.6/40) となる。そして、多項ロジット・モデルの場合、発地区1・着地区1のペアの選択確率は、0.216となっている。計算上の誤差で小数第3位の値が少しずれているが、同じ値とみなすことができる。

従来、二重制約型モデルにおいて、地区間距離は、移動者の距離による摩擦効果として解釈されてきた。しかし、多項ロジット・モデルにしたがえば、地区間距離は、移動者が発地区・着地区ペア (i, j) を選ぶ際の効用を特定する選択肢特性の1つとして理解されることになる。

選択肢固有ダミー変数は、選択肢特性値では表現し切れない当該選択肢固有の効用を表わすもの、あるいは、確率効用項 ε の平均値を定めているもの(回帰分析の y 切片に対応する)、と理解されている (Train, 1986)。エントロピー最大化モデル族を多項ロジット・モデルとしてみた場合の、発地区固有ダミーは、個人 n が当該の発地区を選択する場合に付加される効用であり、着地区固有ダミーは、個人 n が当該の着地区を選択する場合に付加される効用で、それらは他の発地区あるいは着地区に対する相対的な値である。

二重制約型モデルの均衡因子について、従来、様々な解釈がなされてきたが(矢野, 1989)、ここでは、均衡因子そのものではなく、発地区の均衡

因子と発生量の積、あるいは着地区の均衡因子と吸収量の積が意味をもつことになる。Cesario (1977) は、これらを、放出性、吸引力と定義し、他の発地区ないし着地区に対する相対的な値として定義している。その結果、彼の定義する放出性と吸引力は、発地区、着地区の固有ダミーと全く等価なものとなる。Cesario (1977) は、発生量 O_i や吸引量 D_j が、本来、着地区あるいは発地区の近接性によってその大きさが決まるものと仮定し、均衡因子に対して、1) 着地区の近接性1単位当りの各発地区のからの流出量は一定、2) 発地区の近接性1単位当りの各着地区への流入量は一定、という暗黙の仮定が存在するものと述べている。例えば、発地区の周りに多くの着地区が分布する近接性の高い状態では、当該発地区の発生量は大きく、逆に着地区が近傍に少なく近接性の低い状態では、当該発地区の発生量は少なくなるであろう。したがって、発地区の発生量、あるいは着地区の吸収量には、発地区・着地区の空間的な配置の影響が含まれることになる。そこで、均衡因子が着地区の近接性、あるいは発地区の近接性の影響を取り除く働きをするものと理解するのである。その結果、発地区の発生量と均衡因子の積で定義される放出性と、着地区の吸収量と均衡因子の積で定義される吸引力は、いずれも発地区・着地区の空間的配置の影響を受けないものとみなされ、各発地区の放出性ないし各着地区の吸引力の差異は、各発地区ないし着地区の固有の効果となる。したがって、Cesario (1977) の定義する、放出性・吸引力は、他の発地区・着地区に対する、当該発地区・着地区の真の放出性・吸引力に相当するものといえる。ただし、ここで定義される近接性が、特定された距離関数と着地区の吸引力、あるいは発地区の放出性によって定義されるものである。

一方で、均衡因子は、地区間の関係として地区間距離の関数を用いた結果、距離関数に含まれる、発地区・着地区の近接性が、流出量と流入量にそれぞれ加重されたものを相殺し、調整するもの、とも解釈できる (Yano, 1992)。

このように、均衡因子の解釈をめぐる議論は、未だ固定的ではないが、ミクロな行動的解釈に基づくならば、均衡因子そのものよりも、均衡因子と発生量、あるいは吸収量を掛け合わせた、放出

第11表 多項ロジット・モデルの適用結果

1) 非制約型モデル

<入力データ>

samp. no. ==>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	3.000	4.000	9.000	4.000	3.000	6.000	9.000	6.000	3.000
2	6.019	6.019	6.019	5.537	5.537	5.537	7.644	7.644	7.644
3	6.019	5.537	7.644	6.019	5.537	7.644	6.019	5.537	7.644
<省略>									
samp. no. ==>	40	1	2	3	4	5	6	7	8
1	3.000	4.000	9.000	4.000	3.000	6.000	9.000	6.000	3.000
2	6.019	6.019	6.019	5.537	5.537	5.537	7.644	7.644	7.644
3	6.019	5.537	7.644	6.019	5.537	7.644	6.019	5.537	7.644

<推定されたパラメータ>

no.	estimated parameter	standard error	t-value	d.f.
1	-0.3361665E+00	0.9645543E-01	-3.4852	317
2	0.2432716E+00	0.1981864E+00	1.2275	317
3	0.4077089E+00	0.1975905E+00	2.0634	317
chi-square = -8.1792		d.f. = 3		
l*(0) = -70.9087		l*(*) = -74.9983		
roh = -0.0577		rohbar = -0.0677		

<選択確率>

mode	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1 obs.	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
est.	0.136	0.080	0.035	0.086	0.099	0.085	0.027	0.060	0.391
<省略>									
40 obs.	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000
est.	0.136	0.080	0.035	0.086	0.099	0.085	0.027	0.060	0.391

<選択結果>

volume	1	2	3	4	5	6	7	8	9
predict	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	40.0
actual	10.0	2.0	3.0	1.0	4.0	2.0	1.0	2.0	40.0
share (%)									
predict	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	100.0
actual	25.0	5.0	7.5	2.5	10.0	5.0	2.5	5.0	37.5
Hit-ratio = 37.50000% = 15 / 40									

2) 発生制約型モデル

<入力データ>

samp. no. ==>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1.000	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.000	0.000	0.000	1.000	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000
3	3.000	4.000	9.000	4.000	3.000	6.000	9.000	6.000	3.000
4	6.019	5.537	7.644	6.019	5.537	7.644	6.019	5.537	7.644
<省略>									
samp. no. ==>	40	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1.000	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.000	0.000	0.000	1.000	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000
3	3.000	4.000	9.000	4.000	3.000	6.000	9.000	6.000	3.000
4	6.019	5.537	7.644	6.019	5.537	7.644	6.019	5.537	7.644

<推定されたパラメータ>

no.	estimated parameter	standard error	t-value	d.f.
1	0.2049093E+00	0.4513220E+00	0.4540	316
2	-0.7826399E+00	0.4999175E+00	-1.5655	316
3	-0.3440214E+00	0.9371227E-01	-3.6710	316
4	0.5165118E+00	0.2181155E+00	2.3681	316
chi-square = -4.1556		d.f. = 4		
l*(0) = -70.9087		l*(*) = -72.9865		
roh = -0.0293		rohbar = -0.0423		

<選択確率>

mode	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1 obs.	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
est.	0.203	0.112	0.060	0.054	0.059	0.062	0.021	0.046	0.383
<省略>									
40 obs.	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000
est.	0.203	0.112	0.060	0.054	0.059	0.062	0.021	0.046	0.383

<選択結果>

volume	1	2	3	4	5	6	7	8	9
predict	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	40.0
actual	10.0	2.0	3.0	1.0	4.0	2.0	1.0	2.0	40.0
share (%)									
predict	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	100.0
actual	25.0	5.0	7.5	2.5	10.0	5.0	2.5	5.0	37.5
Hit-ratio = 37.50000% = 15 / 40									

第11表 (つづき)

3) 吸収制約型モデル

<入力データ>

samp. no. ==>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000
2	0.000	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000
3	3.000	4.000	9.000	4.000	3.000	6.000	9.000	6.000	3.000
4	6.019	6.019	6.019	5.537	5.537	5.537	7.644	7.644	7.644

<省略>

samp. no. ==>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000
2	0.000	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000
3	3.000	4.000	9.000	4.000	3.000	6.000	9.000	6.000	3.000
4	6.019	6.019	6.019	5.537	5.537	5.537	7.644	7.644	7.644

<推定されたパラメータ>

no.	estimated parameter	standard error	t-value	d.f.
1	-0.4113475E+00	0.4345915E+00	-0.9465	316
2	-0.9821185E+00	0.4601296E+00	-2.1344	316
3	-0.3330415E+00	0.9415537E-01	-3.5371	316
4	0.2795099E+00	0.2044096E+00	1.3674	316

chi-square = -7.4682 d.f. = 4
 l*(0) = -70.9087 l*(*) = -74.6428
 roh = -0.0527 rohbar = -0.0660

<選択確率>

mode	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1 obs.	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
est.	0.163	0.066	0.033	0.102	0.081	0.079	0.035	0.053	0.387
<省略>									
40 obs.	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000
est.	0.163	0.066	0.033	0.102	0.081	0.079	0.035	0.053	0.387

<選択結果>

volume	1	2	3	4	5	6	7	8	9
predict	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	40.0
actual	10.0	2.0	3.0	1.0	4.0	2.0	1.0	2.0	15.0
share (%)									
predict	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	100.0
actual	25.0	5.0	7.5	2.5	10.0	5.0	2.5	5.0	37.5

Hit-ratio = 37.50000% = 15 / 40

4) 二重制約型モデル

<入力データ>

samp. no. ==>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1.000	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.000	0.000	0.000	1.000	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000
3	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000
4	0.000	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000
5	3.000	4.000	9.000	4.000	3.000	6.000	9.000	6.000	3.000

<省略>

samp. no. ==>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1.000	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.000	0.000	0.000	1.000	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000
3	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000
4	0.000	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000
5	3.000	4.000	9.000	4.000	3.000	6.000	9.000	6.000	3.000

<推定されたパラメータ>

no.	estimated parameter	standard error	t-value	d.f.
1	0.1424482E+00	0.4741437E+00	0.3004	315
2	-0.8135925E+00	0.5037916E+00	-1.6149	315
3	-0.7090754E+00	0.4852323E+00	-1.4613	315
4	-0.1132015E+01	0.4779155E+00	-2.3687	315
5	-0.3371894E+00	0.9352043E-01	-3.6055	315

chi-square = -4.0086 d.f. = 5
 l*(0) = -70.9087 l*(*) = -72.9130
 roh = -0.0283 rohbar = -0.0446

<選択確率>

mode	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1 obs.	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
est.	0.216	0.101	0.058	0.059	0.054	0.061	0.025	0.045	0.381
<省略>									
40 obs.	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000
est.	0.216	0.101	0.058	0.059	0.054	0.061	0.025	0.045	0.381

<選択結果>

volume	1	2	3	4	5	6	7	8	9
predict	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	40.0
actual	10.0	2.0	3.0	1.0	4.0	2.0	1.0	2.0	15.0
share (%)									
predict	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	100.0
actual	25.0	5.0	7.5	2.5	10.0	5.0	2.5	5.0	37.5

Hit-ratio = 37.50000% = 15 / 40

性・吸引力が意味をもつことになる。すなわち、放出性・吸引力は、発地区・着地区のペアーの選択問題としてみる多項ロジット・モデルの、発地区あるいは着地区のダミー変数に対応し、当該選択肢（発地区・着地区ペアー）を選んだ時に得られる相対的な効用に相当する。

V おわりに

本研究では、空間的相互作用の集計モデルであるエントロピー最大化モデルと、個人の行動モデルである多項ロジット・モデルの関係を、実際の数値例を通して、明らかにした。その結果、エントロピー最大化モデルは、OD行列の各セルに対応する、発地区・着地区ペアーの選択問題とまったく等価であることが示された。そして、従来のエントロピー最大化モデルの中で距離遞減効果を表わすと解釈されてきた地区間距離は、多項ロジット・モデルにおいては、選択肢の効用を特定する、選択肢固有変数の1つとして理解されることになる。そして、非制約型、発生制約型、吸引制約型、二重制約型といったエントロピー最大化モデル族の違いは、発地区・着地区の選択肢固有ダミーを取り込む組み合わせによって区別されることがわかった。

従来の集計レベルでの空間的相互作用モデルにみられた個人の行動レベルでの理解は曖昧で、移動者がどの着地区を選ぶかといった単純な意志決定過程を想定したものであった。しかし、通常のエントロピー最大化モデルに代表される空間的相互作用モデルでは、発地区・着地区ペアーの同時選択モデルであり、意志決定者は、着地区を選択するだけでなく、発地区も選択しなければならない。その結果、発地区を固定し、着地区を選択するといった状況を考えるならば、その場合のエントロピー最大化型モデルは、各発地区ごとに距離パラメータを推定する、発地区固定型の発生制約型モデルがもっともうまく対応する。Fotheringham (1983) の競合着地モデルと彼のその後の理論的展開(Fotheringham, 1986; 1987; Fotheringham and O'Kelly, 1989) は、この発地区固定型発生制約型モデルであり、移動者の着地区選択問題として、マクロ・レベルの解釈とミクロ・レベルでの解釈を比較的簡単に結合することが可能である。このような移動者の着地区選択行動のモデル

化は、従来行なわれてきた、国内の都市間人口移動や大都市圏内部における居住地移動研究、消費者行動研究における購買地選択および購買店選択研究に対して、新たな視点を与えるものとして注目される。

Fotheringham の二段階の着地区選択過程のモデル化と多項ロジット・モデル、特に、nested ロジット・モデルとの関係などについては、別の機会に譲りたい。

(立命館大学・文学部)

付記

本研究をすすめるにあたり、多項ロジット・モデルのプログラムを利用させていただいた東京工業大学工学部土木工学科の屋井鉄雄先生に感謝します。

なお、本研究は、平成3・4年度文部省科学研究費一般研究(C)「ロジット・モデルによる消費者の購買地選択過程の分析」(研究代表者: 杉浦芳夫、課題番号02680194)の一部を利用した。

文 献

- 石川義孝(1988):『空間的相互作用モデル—その系譜と体系—』地人書房, 254ページ。
- 井原健雄(1978):空間的相互作用モデルのモデル化について—その展望と研究課題—。香川大学経済論叢, 6, 71-85。
- 太田勝敏(1984):非集計行動モデルの理論的展開—ロジットモデルを中心として—。土木学会土木計画学研究委員会編:『非集計行動モデルの理論と実際—土木計画学講習会テキスト』土木学会, 9-23。
- クームス, C. H.・ドース, R. M.・トヴァスキー, A. 著, 小野 茂監訳(1974):『数理心理学序説』新曜社, 452ページ。
- Coombs, C. H., Dawes, R. M. and Tversky, A. (1970): *Mathematical Psychology: an elementary introduction*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 419p.
- 杉浦芳夫(1986):空間的相互作用モデルの近年の展開—重力モデルからエントロピー最大化型モデルまで—。野上道男・杉浦芳夫著:『パソコンによる数理地理学演習』古今書院, 137-185。
- 中西正雄編著(1984):『消費者行動分析のニュー・フロンティア』誠文堂新光社, 296ページ。
- 原田 昇(1985):Nested Logit モデルの理論と適用に関する研究のレビュー。土木学会論文集, 353, 33-42。
- 森杉壽芳(1984):非集計行動モデルの推定と検定。土木学会土木計画学研究委員会編:『非集計行動モデ

- ルの理論と実際 土木計画学講習会テキスト』土木学会, 25-66.
- 屋井鉄雄(1981): 最尤法によるモデルパラメータの推定方法. 18ページ (未発表資料: 東京工業大学工学部土木工学科森地研究室からコピー可能)
- 矢野桂司(1989): エントロピー最大化型空間的相互作用モデルの均衡因子に関する一考察. 理論地理学ノート, 6, 17-34.
- 矢野桂司(1990): イギリスを中心とした都市モデル研究の動向—引用分析のアプローチを用いて—. 人文地理, 42, 118-145.
- 矢野桂司(1991): 一般線形モデルによる空間的相互作用モデルの統合. 地理学評論, 64(Ser. A), 367-387.
- Anas, A. (1983): Discrete choice theory, information and multinomial logit and gravity models. *Transpn. Res.*, 17B, 13-23.
- Baxter, M. (1982): Similarities in methods of estimating spatial interaction models. *Geogr. Anal.*, 14, 267-272.
- Ben-Akiva, M. and Lerman, S. (1985): *Discrete Choice Analysis: Theory and Application to Predict Travel Demand*. MIT Press, Cambridge, MA, 390p.
- Cesario, F. J. (1977): A new interpretation of the "normalizing" or "balancing" factors of gravity-type spatial models. *Socio.-Econ. Plan. Sci.*, 11, 131-136.
- Flowerdew, R. and Aitkin, M. (1982): A method of fitting the gravity model based on the Poisson distribution. *J. Reg. Sci.*, 22, 191-202.
- Fotheringham, A. S. (1983): A new set of spatial-interaction models: the theory of competing destinations. *Environ. Plann. A*, 15, 15-36.
- Fotheringham, A. S. (1986): Modelling hierarchical destination choice. *Environ. Plann. A*, 18, 401-418.
- Fotheringham, A. S. (1987): Hierarchical destination choice: discussion with evidence from migration in Netherlands. *Working Paper*, 69, Netherlands Interuniversity Demographic Institute, 46p.
- Fotheringham, A. S. and O'Kelly, M. E. (1989): *Spatial Interaction Models: Formulations and Applications*. Kluwer, Dordrecht, 221p.
- Golledge, R. G. and Stimson, R. J. (1987): *Analytical Behavioural Geography*, Croom Helm, London, 345p.
- Golledge, R. G. and Timmermans, H. (1988): *Behavioural Modelling in Geography and Planning*. Croom Helm, London, 497p.
- Huff, D. L. (1963): A probabilistic analysis of shopping center trade areas. *Land Economics*, 39, 81-90.
- Mathur, V. K. (1970): An economic derivation of the "Gravity Law" of spatial interaction: a comment. *J. Reg. Sci.*, 10, 403-405.
- Nelder, J. A. and Wedderburn, R. W. M. (1972): Generalised linear models. *J. Roy. Stat. Soc.*, A135, 370-384.
- Niedercorn, J. R. and Bechdolt, B. J. Jr. (1969): An economic derivation of the "Gravity Law" of spatial interaction. *J. Reg. Sci.*, 9, 273-282. ニーダーコーン, J. H.・ベクトルト, B. V.著, 下総 薫監訳 (1987): 空間相互作用の「グラビティ法則」の経済学的誘導. 『都市解析論文選集』古今書院, 170-194.
- Niedercorn, J. R. and Bechdolt, B. J. Jr. (1972): An economic derivation of the "Gravity Law" of spatial interaction: a further reply and a reformulation. *J. Reg. Sci.*, 12, 127-136.
- Sheppard, E. S. (1978): Theoretical underpinnings of the gravity hypothesis. *Geogr. Anal.*, 10, 386-402.
- Smith, T. E. (1976): Spatial discounting and the gravity hypothesis. *Reg. Sci. Urb. Econ.*, 6, 331-356.
- Train, K (1986): *Qualitative Choice Analysis: Theory, Econometrics, and An Application to Automobile Demand*. MIT Press, Cambridge, MA, 252p.
- Willekens, F. J. (1983a): Log-linear modelling of spatial interaction. *Pap. Reg. Sci. Assoc.*, 52, 187-205.
- Willekens, F. J. (1983b): Specification and calibration of spatial interaction models: a contingency-table perspective and an application to intra-urban migration in Rotterdam. *Tijd. Econ. Soc. Geogr.*, 74, 239-252.
- Williams, P. A. and Fotheringham, A. S. (1984): *The Calibration of Spatial Interaction Models by Maximum Likelihood Estimation with Program SIMODEL*. Geographic Monograph Series 7, Department of Geography, Indiana University, 93 p.
- Wilson, A. G. (1967): A statistical theory of spatial distribution models. *Transpn. Res.*, 1, 221-227. ウィルソン, A. G.著, 下総 薫監訳 (1987): 空間分布モデルの統計理論. 『都市解析論文選集』古今書院, 170-194.

- Wilson, A. G. (1971): A family of spatial interaction models, and associated developments. *Environ. Plann.*, 3, 1-32.
- Yano, K. (1992): *The Integration of Spatial Interaction Models: A General Theory of Spatial Interaction*. Doctoral dissertation, Department of Geography, Tokyo Metropolitan University, Tokyo, 115p.