

修 士 学 位 論 文

ストレートマイクロチューブから 流出するマイクロ噴流の全圧測定

指導教授 浅古 豊 教授

平成 26 年 2月 18日 提出

首都大学東京大学院

理工学研究科 機械工学専攻

学修番号 13883338

氏 名 若生 琢也

学位論文要旨（修理工学）

論文著者名 若生 琢也

論文題名：ストレートマイクロチューブから流出するマイクロ噴流の全圧測定

本文

微細加工技術などを使って加工した、径がマイクロサイズの流路はマイクロチャネルと呼ばれている。マイクロチャネルの応用分野は各種半導体の冷却、マイクロマシンなど広範囲におよび、今後の機器の省エネルギー、環境保全、その他ナノテクノロジーの核になる技術として期待されている。

流体分野においては、MEMS(micro electro mechanical system)技術を用いたマイクロデバイスの設計・製造のために、たとえば、マイクロバルブ、マイクロジェクター、マイクロ熱交換器等のマイクロ流体システムにおける流れを理解する必要性が高まっている。マイクロチャネル内でのガス流では壁面でのスリップ、表面粗さ、圧縮性が支配的である。そのため、流れの特性を解明するために多くの実験・計算が行われてきた。

圧縮性流体の一次元理論では直管内の流れが音速に達する($Ma=1$)とそれ以上加速されないチョークという現象が知られている。このとき背圧を低くしても管出口での圧力は変わらず、流れは不足膨張となる。

しかしながら、ミリサイズの直管流路出口において流速が音速を超えることがいくつかの研究で報告されている。これは流路壁に形成される境界層の厚さは流路出口で0になり、境界層がラバルノズルの役目をするためと考えられている。マイクロチャネルではこの効果がより大きく現れると考えられており、最近 Hong らがストレートマイクロチューブからのガス流のマッハ数を測定し、ストレートマイクロチャネル出口において流速が音速を超え、不足膨張となることを報告した。しかしながらストレートマイクロチャネル出口における不測膨張ガス流の特性を解明するために、出口における圧力、温度、速度を測定しなければならない。mm オーダーのチャネル出口の値で求めるため、宮里らは径が 15mm のチューブ出口のピトー全圧を測定した。しかしながら、マイクロチューブ出口断面の圧力、温度、速度等を測定するのは測定の限界から極めて難しいため、マイクロチャネルの不足膨張ガス流の特性を解明するため手法としては数値シミュレーションが有用である。しかし、数値計算結果は検証が必要で、マイクロチューブの測定データが数値計算結果を検証するために求められている。数値解析データとしては吉丸が半径 0.49mm のチューブ出口からのマイクロ噴流のピトー全圧を測定し、数値解

析と比較することである程度の計算の妥当性を検証した。しかし、数値解析結果の検証に用いる実験データはまだ不足しており、さらに径の小さなマイクロチューブの実験データが必要とされている。

本研究ではない径が 0.36mm のストレートマイクロチューブの出口からのマイクロ噴流のピトー全圧を測定し、数値計算の妥当性を検証することが目的である。

本論分は全 5 章で構成されている。以下にその概要を述べる。

第一章「所論」ではストレートマイクロチューブに関する従来の研究状況を概観し、本研究の目的を記述した。

第二章「ピトー全圧測定」では実験装置の概略および実験方法を述べた。

第三章「数値計算」では計算に用いた支配方程式や乱流モデル、境界条件を述べた。

第四章「結果」では数値計算結果と実験結果を比較し妥当性の検証をしたうえで、マイクロチューブ内部や外部の数値計算結果を示した。

第五章「結論」では本論の結論を述べた。

第1章 緒論.....	2
1.1. 研究背景.....	2
1.2. 研究目的.....	2
1.3. 従来の研究.....	3
1.4. 本論文の章構成.....	4
記号と添字.....	4
第2章 ピトー全圧測定.....	6
2.1 実験装置.....	6
2.1.2 全圧ピトー管.....	6
2.1.2 全圧ピトー管作製.....	7
2.1.1. ピトー全圧測定実験装置.....	7
第3章 数値計算.....	10
3.1 基礎方程式.....	10
3.1.1 支配方程式.....	10
3.2 数値解析.....	11
3.2.1 計算方法概要.....	11
3.2.2 計算領域, 計算格子および境界条件.....	11
3.2.2 境界条件 3.2.2 境界条件.....	14
3.2.3 流れ場の諸条件 3.2.3 流れ場の諸条件.....	15
4.結果.....	17
4.1 ピトー全圧測定実験結果.....	17
4.2 解析結果.....	19
4.2.1 マイクロチューブからの噴流.	19
4.2.2 マイクロチューブの内部の解析.....	20
4.2.3 速度境界層の検討.....	22
5. 結論.....	23
参考文献.....	24

第1章 緒論

1.1. 研究背景

微細加工技術などを使って加工した、径がマイクロサイズの流路はマイクロチャンネルと呼ばれている。マイクロチャンネルの応用分野は各種半導体の冷却、マイクロマシンなど広範囲に及び、今後の機器の省エネルギー、環境保全、その他ナノテクノロジーの核になる技術として期待されている。

流体分野においては、MEMS (micro electro mechanical system) 技術を用いたマイクロデバイスの設計・製造のために、例えばマイクロバルブ、マイクロジェクター、マイクロ熱交換器等マイクロ流体システムにおける流れを理解する必要性が高まっている。マイクロチャンネル内のガス流では壁面でのスリップ、表面粗さ、圧縮性が支配的である。そのため、流れの特性を解明するために多くの実験・計算が行われてきた[1-3]。

圧縮性流体の一次元理論では直管内の流れが音速に達する ($Ma=1$) とそれ以上加速されないチョークという現象が知られている。このとき、背圧を低くしても管出口での圧力は変わらず、流れは不足膨張となる[4]。

しかしながら、ミリサイズの直管流路出口において流速が音速を超えることがいくつかの研究で報告されている[5, 6]。これは流路壁に形成される速度境界層がチャンネルの入口から成長し出口でわずかに薄くなるため、チャンネル内の主流の流路がラバルノズルの様な形状になり流れが加速されるためである。マイクロオーダーの流路をもつものではこの効果がより大きく現れると考えられており、最近、Hong らがストレートマイクロチューブからのガス流のマッハ数を測定し、ストレートマイクロチャンネル出口において流速が音速を超え、不足膨張になることを報告した[7]。マイクロチューブ出口の不足膨張ガス流や、内部における伝熱特性解明するためには、内部や出口の圧力、温度、速度を測定しなければならないが、マイクロオーダーの流れを実験的に明らかにすることは測定機器の問題から極めて困難である。そこで、マイクロチャンネル内部の流れや出口の不足膨張ガス流の特性を解明には数値シミュレーションが有用になる。現在、その数値計算結果を検証するためにマイクロのチューブの測定データが求められている。

Aniskin らは、径 $60\mu\text{m}$ の先細円ノズルと先細矩形ノズルから流出した流れのピトー全圧を測定した[8]。彼らは径 $12\mu\text{m}$ の特殊なマイクロピトー管を測定に用いた。吉丸は直径が 0.5mm のストレートマイクロチューブ出口から流出する流れのピトー全圧を測定した。また、吉田らのシュリーレン法によってストレートマイクロチューブ出口からの流出した流れを可視化した結果があり[9]、数値計算の密度をそれらと定性的に比較することが出来る程度である。しかし、より小さな径のストレートマイクロチューブの実験データがまとめられている。

1.2. 研究目的

マイクロチューブ内部の流れや温度を測定することは難しい。そこで、内部の状況を解明する有用な手段として数値解析がある。その数値解析結果の妥当性は実験で検証されるが、先述したとおり内部の状況を計測することは現実的ではない。そこで、マイクロチューブから流出する噴流のピトー管全圧を測定することで数値計算結果の検証を行う。これまでに、 0.5mm 程度の直径のマイクロチューブの噴流の全圧測定が行われているが、より径の小さいチューブの実験データを得ることが本研究の目的である。

1.3. 従来の研究

1981年にTuckermanらによって、マイクロチャンネルを用いた半導体素子の冷却法が提唱されて以来、多くの実験および数値解析による研究が行われた[23]。1983年にマイクロチ

チャンネル内のガス流と表面粗さの関係についての実験的な研究が Pfahler によって行われた。さらに 2000, 2001 年には Turner らが表面粗さ、表面スリップ、圧縮性など複雑な影響に関して研究を行なった[26, 27]。これは表面粗さが制御された管を用いて表面粗さの影響を系統的に調査した初めての研究であった。Prud'homme らは 1986 年にストレートマイクロチューブ内の理想気体の等温層流を 2 次元解析し、圧縮性の効果について研究した[28]。また、Berg ら 1993 年に同様にストレートマイクロチューブ内の理想気体の等温層流を 2 次元解析し、圧縮性の効果について研究した[31]。これらは低マッハ数流れに限定されており、管摩擦係数 f とレイノルズ数 Re の積の値がポアズイユ数より大きかったものの、従来の値とほとんど同じだった。Sayegh らは 1999 年に直接数値シミュレーション Monte Carlo (DSMC, 計算領域内に実際に含まれる全ての粒子を扱うのではなく、それよりはるかに少ない粒子 (標本粒子) に基づいた計算で、実際の場合を模擬した計算) によって $Kn=0.009$ の希薄流の $f \cdot Re$ の値を得た[32]。さらに 2000 年に Sun と Faghri によって DSMC を用いてマイクロチャンネル内のガス流の圧縮と希薄の影響が研究された[33]。また、1997 年に Guo らもマイクロチューブ内の圧縮性の効果を調べ、その効果が重要であることを見出した[34]。2003 年には Asako らが広範囲の Re とマッハ数について流れに及ぼす圧縮性の効果を計算し、 $f \cdot Re$ が、ガス流が加速する準発達領域ではマッハ数の関数であることを見出した[37]。彼らは Turner らによる実験データと計算結果とを比較し、両者が同じ傾向にあることを見出した。最近では Hong らによって内径が $500\mu\text{m}$ のストレートマイクロチューブから流出する不足膨張流中にナイフエッジを挿入し、エッジ先端から発生した衝撃波の衝撃波角が測定されている。その結果、衝撃波角とエッジ角との関係式、チューブ出口からの噴流の密度と圧力が変動すること、圧力比の増加に従ってチューブ出口からのマッハディスクの距離が増すことが報告された[7]。

一方ガス流の熱伝達特性においては、ミニチャンネルとマイクロチャンネル内の熱伝達についての 2003 年の Garimella らの展望によると、実験結果の大半が、従来のサイズの管での予測から逸脱していた[38]。1991 年に Choi によって測定された窒素ガスの熱伝達は、従来のサイズの管での予測を上回った[39]。しかしながら、Peng らによって 1996 年に得られた水での測定値は予測を下回り、熱伝達に対する信頼できるデータは得られなかった[40]。2003 年に Lee と Garimella が水力直径が $318 \sim 903\mu\text{m}$ のマイクロチャンネル内の水の熱伝達について詳細な研究を行なった[41]。彼らはマイクロチャンネルにおける熱伝達は従来のサイズの管の熱伝達から十分に予測できると報告した。2000 年に Guo らはマイクロチャンネル内のガス流の熱伝達特性について数値計算を行った[42]。最近では Asako らによって径が $10 \sim 100\mu\text{m}$ のマイクロチューブ内のガス流の伝熱特性を知るために数値計算が行なれており、壁温とよどみ点温度との差が 50K よりも大きい場合は 10% の誤差で非圧縮流れの混合平均温度からガス流の全温を予測でき、温度差が小さい場合はチューブ出口でのマッハ数の関数、非圧縮流れの動温、混合平均温度からガス流の全温を予測できることが報告されている[10]。

1.4. 本論文の章構成

本論文は全 5 章で構成されている。

第 1 章は緒論で、従来の研究や本研究の目的等について述べた。研究背景や過去に行われたマイクロチャンネルからの不足膨張ガス流に関する研究、圧力等の測定における数値シミュレーションの重要性を紹介し、本研究の目的について述べた。

第 2 章は実験装置および方法で、ピトー全圧分布を得るための実験装置・方法について述べた。そしてシャドウグラフ法でマイクロチューブからの噴流を可視化し、その全圧を全圧ピトー管で測定した。

第 3 章はシミュレーションの説明で、シミュレーションの支配方程式や乱流モデル、計

算領域について述べた．用いた支配方程式を記し，RANS モデルの Spalart-Allmaras 計算モデルについて述べた．また，計算に用いた解析ソフトや数や境界条件についても説明した．

第 4 章は結果と考察である．

第 5 章は結論で，本研究で得られた結論を述べた．

記号と添字

記号

C_p	specific heat at constant pressure	J/(kg·K)
d	micro-tube diameter	m
H	water head	m
i	specific internal energy	J/kg
k	turbulence energy	m ² /s
L	micro-tube length	m
Ma	Mach number	-
p	static pressure	Pa
p_b	back pressure	Pa
p_{pitot}	pitot total pressure	Pa
q	heat flux	W/m ²
\dot{Q}	volume flow rate	m ³ /s
R_s	gas constant	J/(Kg·K)
Re	Reynolds number	-
T	static temperature	K
u, v	velocity components	m/s
x, y, r	coordinate	m
γ	specific heat ratio	-
ε	turbulence dissipation rate	m ² /s ³
k	thermal conductivity	W/(m·K)
μ	viscosity	Pa·s
ν	kinematic viscosity	m ² /s
ρ	density	kg/m ³
τ	shear stress	Pa
ϕ	dissipation function	W/m ³

添字

ave	averaged value in a cross-section
in	tube inlet
out	tube outlet
stg	stagnation value
t	turbulence
-	Reynolds-averaged value
~	Favre-averaged value

i	specific internal energy	J/kg
k	turbulence energy	m ² /s

第2章 ピトー全圧測定

2.1 実験装置

2.1.1 全圧ピトー管の応答時間

マイクロチューブ出口の全圧をピトー管を用いて測定した。本実験で用いる全圧ピトー管の内径は約 20 μm , そのため圧力計の指示が最終値になるまでに時間が掛かる。ここでは、ピトー管を用いて全圧を測定する際の目安となる応答時間の定式化を行う。Fig.2.1 は全圧ピトー管のモデルである。ピトー管を通るガスの質量流量 \dot{m} は以下のように表せる。

$$\dot{m} = \frac{\pi \rho (p_i - p) d^4}{128 \mu L} \quad (2.1)$$

p_i はピトー管の外側の測定する圧力である。この体積中のガスの圧力は状態方程式で表される。

$$p = \frac{mRT}{V} \quad (2.2)$$

ここでの V は圧力変換器、チャンバーおよびコネクティングパイプの体積の和である。等温を仮定して式(2)を微分すると、

$$\frac{dp}{dt} = \frac{RT}{V} \frac{dm}{dt} = \frac{RT}{V} \dot{m} \quad (2.3)$$

この式(3)を式(2)に代入して微分方程式を解くと、

$$\frac{p - p_i}{p_0 - p_i} = \exp\left(-\frac{\pi \rho d^4 RT}{128 \mu L V} t\right) \quad (2.4)$$

\exp の指数が -1 となる時間が時定数なので、

$$\tau = \frac{128 \mu L V}{\pi \rho d^4 RT} \quad (2.5)$$

これが全圧ピトー管圧力が入り口圧力の 67% になるまでの時間である。実際に 99% になる時間はもっと長い。

これが圧力が定常になるまでにかかる必要とされる時間の目安となる。

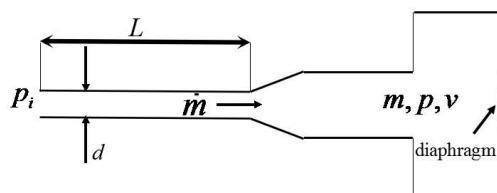


Fig2.1 Model of pitot tube

2.1.2 全圧ピトー管の作製

本実験で用いたピトー管は 3 つの径の異なるチューブを用いて作製した。全圧ピトー管の解像度を決定する最も重要な先端部分にはステンレス管を用い、その次にやや径の大きいシリカガラス管、マイクロチューブといったように徐々に径を大きくする。これら三つのチューブを接着剤で空気が漏れないよう固定する。この全圧ピトー管の寸法を Fig.2.4 に示す。

この全圧ピトー管の寸法は式(2.5)から分かるように、全圧測定に要する時間を決定するものである。式に示される通り、全圧ピトー管の長さに一次で比例するため、ピトー管の長さはなるべく短いことが望ましい。全圧ピトー管に用いたステンレス管の先端の断面と、マイクロチューブの断面図を Fig.2.3 に示す。ステンレス管断面はバリのようなものがあり、正確な直径を計測することが出来ない。レーザー顕微鏡によって測定した結果、ステンレス製の外径が 60mm であり、内径は約 20~24mm であった。マイクロチューブには PEEK チューブ (IDEX, 1532, 内径：約 360 μ m, 長さ：60.5mm) を用いた。それぞれの内径の寸法はキーエンスレーザー顕微鏡で測定した。

マイクロチューブと全圧ピトー管の写真を Fig.2.2, 2.3 に示す。

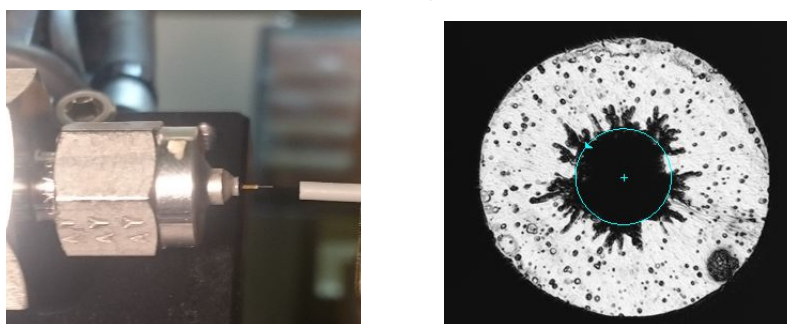


Fig. 2.2 : Micro-tube and total pressure pitot tube Fig.2.3 : A cross section of the stainless tube

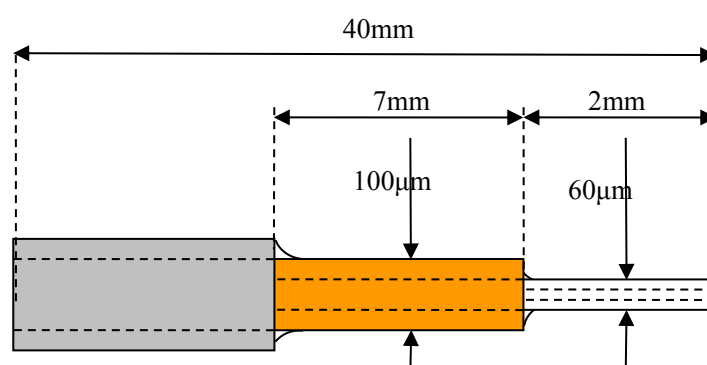


Fig. 2.4 : The schematic of total pressure pitot tube

2.1.3 ピトー全圧測定実験装置

実験装置の概略図と写真を Fig.2.5 に示す。

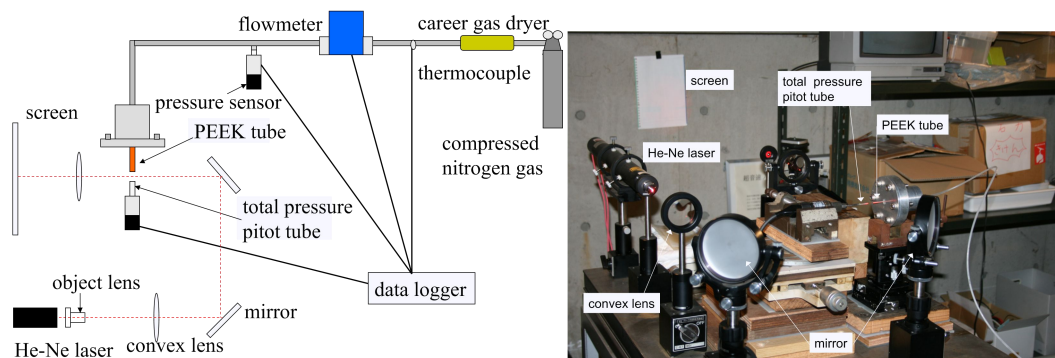


Fig. 2.5 : Experimental setup

作動流体は窒素ガスである．上流部の圧力調整はレギュレーターで行う．ガスボンベから送られた窒素ガスはレギュレーター，乾燥管，熱電対，流量計（Kofloc, 3105-30SLM），圧力センサー（Valcom, VESX500G2，圧力レンジ（ゲージ圧）：500kPa）を通過し，マイクロチューブから大気中へ流出する．マイクロチューブは適当な高さに固定し，全圧ピトー管を鉛直方向，軸方向，径方向の3方向に位置を調整できるように，3つのステージを組み合わせた装置上に設置した．マイクロチューブには PEEK チューブ（IDEX, 1532，内径：約 360 μ m，長さ：60.5mm）を用いた．このことで1マイクロメートル単位で全圧ピトー管を可動ににする．軸方向と径方向に動くステージは駿河精機の自動 xy ステージを用いた．このステージの詳細を Table3 に示す．

噴流の圧力は，圧力センサー（Valcom, VESX500G2）によって流量計とチャンバーとの間で測定した．ガスの温度は，T タイプの熱電対を用いて測定した．熱電対，圧力センサー，流量計からの信号はデータロガー（江藤電機, CADAC21）で収集した．

ピトー全圧は圧力センサー（Valcom, VESX200G2 または VESX500G2）で測定した．流量計，圧力センサー，熱電対の不確かさを Table1 に示す．

本実験では全圧ピトー管とマイクロチューブの軸を一致させるための一つの方法としてシャドウグラフ法を用いており，レーザーやミラーを Fig.2.5 のように配置してある．

シャドウグラフ法とは流れを可視化する方法の一つである．密度勾配のある部位を光が通過する際に屈折することを利用し，衝撃波のように密度勾配が急激に変化する流れを観察する際に利用されている．He-Ne レーザー発振器から出たレーザー光を対物レンズで拡大，凸レンズで平行光にした後，噴流を通過して凸レンズで集光させ，Fig.2.6 のようにスクリーンへ像を結ばせた．

Table 1 Uncertainty of equipments

Equipment	Uncertainty
pressure transducer VESX200G2 (0 ~ 200 kPa) VESX500G2 (0 ~ 500 kPa)	$\pm 0.25\%$ of F.S. (± 0.5 kPa) $\pm 0.25\%$ of F.S. (± 1.25 kPa)
Flow meter Kfloc 3105 (0 ~ 30 SLM)	$\pm 1.0\%$ of F.S. (± 0.3 SLM)
Thermo-couple type-T	± 0.1 K

Table 2 Uncertainty of stage

KXL0605-N1-G3A	Uncertainty
一方向位置決め精度[以内]	15 μ m
繰返し位置決め精度[以内]	$\pm 1\mu$ m
バックラッシュ[μ m 以内]	2
真直度[μ m 以内]	10
平行度[μ m 以内]	50

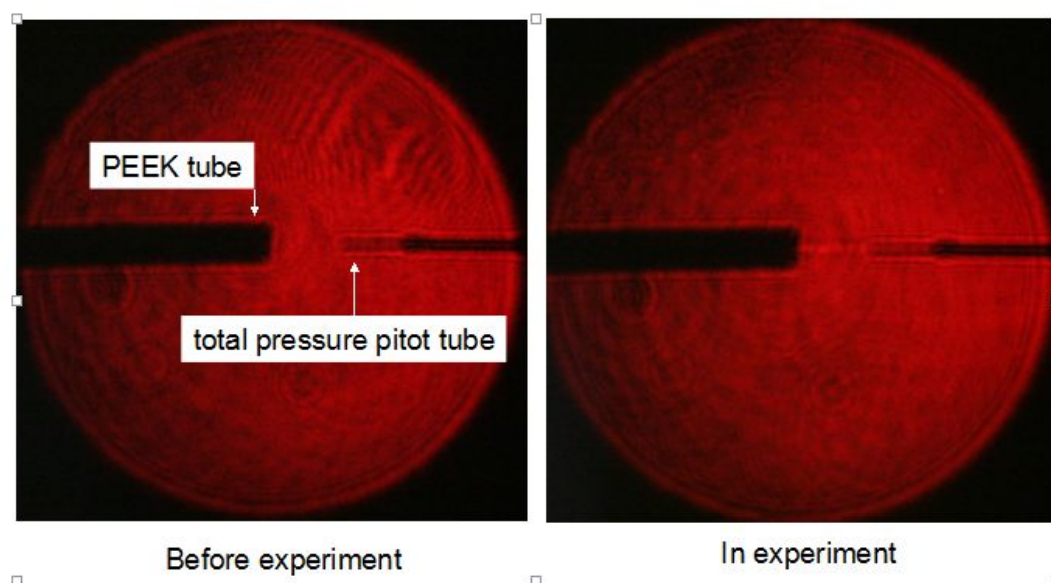


Fig. 2.6 Flow visualization by the shadow graph method [Yoshimaru Takahiro]

カメラには Canon 製 EOS Kiss Digital X を使用した. シャドウグラフ法による像を撮影するため, レンズを外し, 手ブレを無くすためにリモートスイッチ RS-60E3, 三脚を用いた. 設定は, ISO 感度: 100, 露出補正: -2, シャッタースピード: 1/4000 とした.

2.2. 実験方法

貯気槽圧力を 520kPa(ゲージ圧力)として PEEK チューブから窒素ガスを噴出し, シャドウグラフ法を用いて噴流を可視化し, 全圧ピトー管が噴流の中心に位置するように調整した. そして PEEK チューブの出口断面の中心を原点とし, 噴流方向および噴流方向である軸方向に全圧ピトー管を 0.1mm ずつ, 径方向に 60 μ m 動かしてピトー全圧を測定した. 測定範囲は半径方向に ± 0.42 mm, 軸方向に一点につき圧力が定常になるまでの 15 分間ピトー管を静止させ計測した.

また, よどみ点圧力, 温度, 流量も同時に測定し, 平均値を得た. 実験結果を表示するにあたり, Fig2.7 のように PEEK チューブ出口中心に座標原点を取り, 流れ方向に z 軸, 水平方向に r 軸をとった.

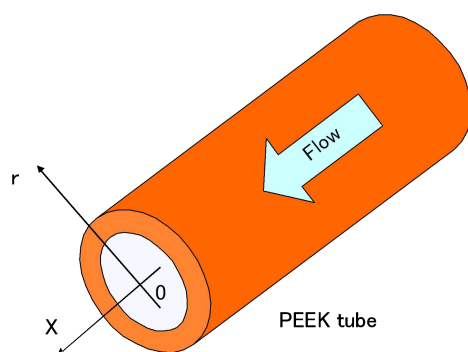


Fig2.7 : The axis of coordinates

第3章 数値計算

3.1 基礎方程式

本研究におけるマイクロチューブ内部と出口における窒素ガスの流れは非常に高速となり、特にマイクロチューブ出口では超音速になることが分かっている。通常、流れの速度がマッハ数に換算して 0.3 以上であれば、圧縮性の影響を考慮して解析する必要がある。

3.1.1 支配方程式

圧縮性流れを解くための方程式は以下の式が必要である

- 連続の方程式
- 運動方程式
- エネルギー方程式
- 状態方程式
- 粘性係数 μ に対する近似式

それぞれの式を以下に示す。

運動方程式

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \nabla \cdot \left[-p \mathbf{i} + (\mu + \mu_r) (\nabla \cdot \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) - \frac{2}{3} (\mu + \mu_r) (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{i} \right] + F \quad (3.1)$$

連続の式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (3.2)$$

状態方程式

$$\rho = \frac{p_A}{R_s T} \quad (3.3)$$

エネルギー方程式

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p \mathbf{u} \cdot \nabla T = \nabla \cdot (k \nabla T) + Q + Q_{vh} + W_p \quad (3.4)$$

ここで、 C_p , Q_{vh} , W_p は以下のようにになっている。

$$C_p = \frac{\gamma R_s}{(\gamma - 1)}$$

$$Q_{vh} = \mu (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{i} : \nabla \mathbf{u}$$

$$W_p = \frac{T}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right) \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla p_A \right) \quad W_p = \frac{T}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right) \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla p_A \right)$$

粘性係数 μ に対する近似式はサザーランドの式を用いて

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{T_0 + S_\mu}{T + S_\mu} \quad (3.5)$$

ここで、通常の窒素の場合、 $S_\mu = 111$ である。また T_0 は基準温度で、 μ_0 は T_0 での粘性係数である。

3.2 数値解析

3.2.1 計算方法概要

数値シミュレーションには、汎用工学シミュレーションソフト COMSOL Multiphysics[(株)計測エンジニアリングシステム]を用いた。COMSOL は有限要素法をベースにした解析ソフトである Fig3 にこの数値計算に用いた概略図を示す。本研究では高マッハ流れ、軸対称 2 次元圧縮粘性流れを仮定して解析を行った。

また解析を行う際には時間的収束解と、CFL 条件を考慮して解析を行った。

3.2.1.1 時間的収束解

非定常法を用いて定常解を求めようとしているため、定常解が存在することを仮定している。一般的に超音速自由噴流では乱流理論における適当な時間平均あるいは空間的局所的な意味においてのみ定常解が期待できる。

3.2.1.2 CFL 条件

積分の時間間隔が、波動が格子間隔を伝播するのにかかる時間よりも小さくなければならない。このような条件を CFL 条件(Courant-Friedrichs-Lewy condition) という。CFL 条件は解の安定性のための条件である。波動が伝播する速さを c 、格子間隔を Dx 、積分の時間間隔（つまり非定常計算における時間刻み） Dt とすると、以下の式を満たす必要がある。

$$\Delta t \leq \frac{1}{c} \Delta x \quad (3.6)$$

3.2.2 計算領域、計算格子および境界条件

計算概要

計算格子には 3 角形メッシュを用いており、特にマイクロチューブ出口において細かくなってい

る．マイクロチューブ出口以降の計算領域は大気圧開放を仮定したもので，マイクロチューブに対して十分に大きい計算領域を与えた．三角形メッシュの最小の要素 $0.002[\text{mm}]$ のものを用い，計算領域では 56000 のメッシュを与えた．境界条件として計算領域入り口には法線方向に流入マッハ数 M_{in} を仮定し，全温度と総圧一定条件を，計算領域出口には出口圧力一定条件を与えた．また流入，流出口以外では断熱壁を仮定し，断熱，すべり無し条件を与えた．本計算に用いたメッシュ数は約 28000 である．このときの計算モデルを fig.3.1 に，計算メッシュを fig.3.2 に示す．マイクロチューブ中のメッシュは最小で 1 辺 0.017mm の 3 角形メッシュを用いた．計算は軸対称で非定常計算が収束するまで計算を行った．

圧縮性流体は，よどみ点圧力 P_{tot} ，よどみ点温度 T_{tot} のレザーバからマイクロチューブに流れ込み，背圧 P_{out} の下流域に流れ出る．この計算モデルを Fig.3 に示す．

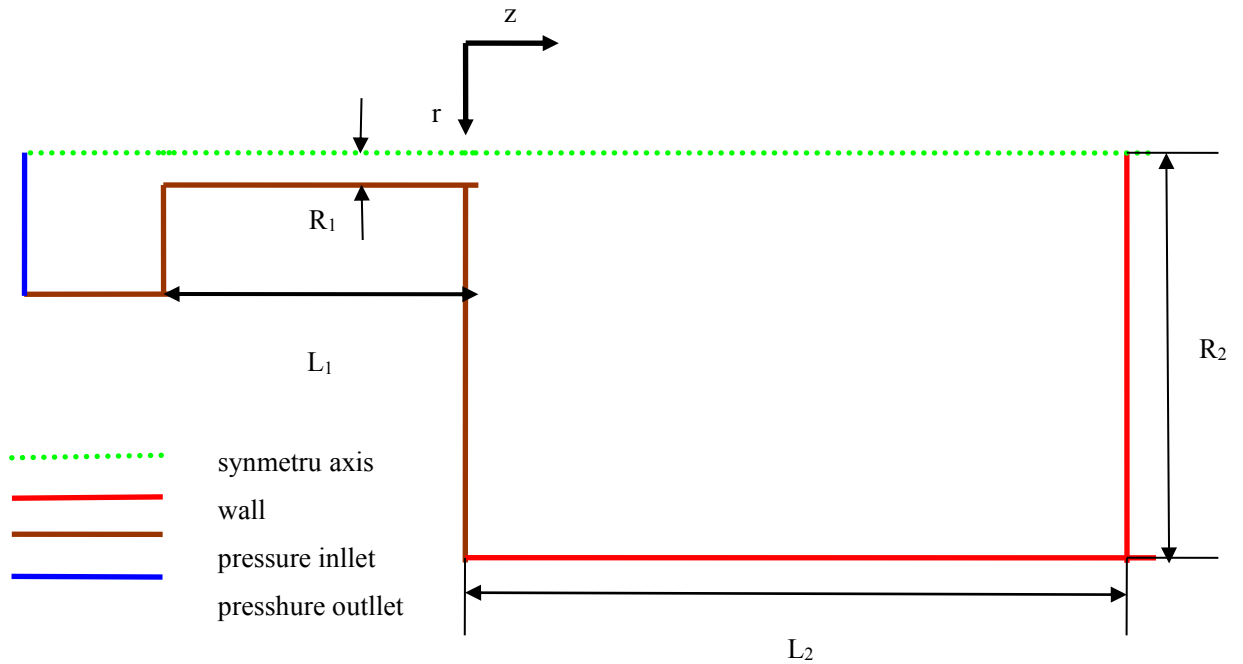


Fig.3 計算モデル

3.2.2.1 乱流モデル

乱流モデルは *spalart allmaras* の乱流モデルを用いている．*spalart allmaras* モデルでは渦動粘性パラメータ ν^t に対する一本の輸送方程式が含まれ，代数方程式を用いて長さスケールを指定し，外部の空気力学での境界層を小さい計算付加で計算する．

動的な渦粘性 ν^t に関係し，次式で与えられる

$$\mu_T = \rho \nu^t f_{\nu} \quad (3.7)$$

式には高レイノルズ数の場合には 1 となる壁面ダンピング関数 f_{ν} が含まれる．そのため，この場合，運動の渦粘性パラメータ ν^t と運動の渦粘性 ν_t はちょうど等しい．壁では f_{ν} は 0 となる．

v^t に対する輸送方程式は、次式の通りである.

$$\frac{\partial v^t}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) v^t = C_{bt} St v^t - C_{w1} f_w \left(\frac{v^t}{l_w} \right)^2 + \frac{1}{\sigma_v} \nabla \cdot ((v + v^t) \nabla v^t) + \frac{C_{b2}}{\sigma_v} \nabla v^t \cdot \nabla v^t \quad (3.8)$$

ここで、平均渦度は

$$S = \sqrt{2\Omega : \Omega}, \quad (3.9)$$

および平均渦度テンソル

$$\Omega = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} - (\nabla \mathbf{u})^T) \quad (3.10)$$

である.

ここでそれぞれの係数は以下のようにになっている.

$$\nabla G \cdot \nabla G + \sigma_w G (\nabla \cdot \nabla G) = (1 + 2\sigma_w) G^4$$

$$l_w = \frac{1}{G} - \frac{l_{ref}}{2}$$

$$C_{w1} = \frac{C_{b1}}{k_v} + \frac{1 + C_{b2}}{\sigma_v}$$

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{v1}^3}, \quad f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi^{f_{v1}}}, \quad \chi = \frac{v^t}{v}$$

$$f_w = g \left(\frac{1 + C_{w3}^6}{g^6 + C_{w3}^6} \right), \quad g = r + C_{w2} (r^6 - r), \quad r = \frac{v^t}{S^t k_v l_w^2}$$

$$S^t = S + \frac{v^t}{k_v^2 l_w^2} f_{v2},$$

このときの乱流パラメータは Table3.1 に示す

Table3.1 Turbulence parameter

C _{b1}	C _{b2}	C _{v1}	sn	C _{w2}	C _{w3}	k _v
0.1355	0.622	7.1	2/3	0.3	2	0.41

3.2.2 境界条件

境界条件および初期条件を Table3.2 示し，その詳細を以降に示す．

Table3.2 Boundary conditions and Initial conditions

境界条件		初期条件	
壁面	$\mathbf{u}=0, v_i=0, G=1/lref$	流入 u	$u=u_{in}$
流入口	$p=p_{intot}, T=T_{intot}, Ma=Ma_{in}$	圧力 p	$p=p_{instat}$
流出口	$p=p_o$	温度 T	$T=T_{instat}$
		粘度 μ	$\mu=\mu_{in}$
		密度 ρ	$\rho=\rho_{in}$
		レイノルズ数 Re	$Re=Re_{in}$

流入境界

仮定する方程式は以下のようになっている

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(\lambda_1, \dots, \lambda_5)$$

$$p = p(\lambda_1, \dots, \lambda_5)$$

$$\lambda_i = \lambda_i(Ma_0, p_{0stat}, T_{0stat})$$

$$\frac{p_{otot}}{p_{0stat}} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_0^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \frac{T_{0tot}}{T_{0stat}} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_0^2$$

$$\mathbf{v}^t = \mathbf{v}_0, \nabla G \cdot \mathbf{n} = 0$$

境界条件は仮定した貯気槽の流入口におけるよどみ点圧力 p

$$p=p_{intot}=620\text{kPa}$$

貯気槽温度 T

$$T=T_{intot}$$

流入マッハ数 Ma

$$Ma=Ma_{in}$$

流出境界

$$\nabla \mathbf{v}^t \cdot \mathbf{n} = 0, \nabla G \cdot \mathbf{n} = 0$$

$$-\mathbf{n} \cdot (-k \nabla T) = 0$$

下部流域の出口圧力は大気圧開放 $p=p_0$

壁面境界

壁面は断熱ですべりなし条件を仮定している

断熱条件

$$-\mathbf{n} \cdot (-k \nabla T) = 0$$

すべりなし条件

$$\mathbf{u} = 0$$

$$\nu' = 0, G = \frac{2}{l_{ref}}$$

初期条件

初期条件として流れ場に静圧 $p_{in.stat}$, 静温 $T_{in.stat}$, 速度場 u_{in} があるとする.

これらの値は等エントロピー流れを仮定した場合に以下のように決定される.

$$T_{in.stat} = \frac{T_{in.tot}}{1 + \frac{1}{2} M_{in}^2 (\gamma - 1)}$$

$$p_{in.stat} = \frac{p_{in.tot}}{\left(1 + \frac{1}{2} M_{in}^2 (\gamma - 1)\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$$

$$u_{in} = M_{in} \sqrt{\gamma R s T_{in.stat}}$$

ここでの Min は初期値として与えたもので繰り返し計算の過程で最終解に収束するため厳密な値を与える必要は無い. しかし, 定常となった最終解に近い値を用いたほうが収束解が得やすい.

3.2.3 流れ場の諸条件

熱伝導率

熱伝導率 k はプラントル数 Pr と粘性係数 μ を用いて表される

$$k = \frac{\mu}{Pr}$$

粘性係数 m

粘性係数は Sutherlands 則を用いて決定した.

$$\mu = \mu_{ref} \left(\frac{T}{T_{\mu.ref}} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{T_{\mu.ref} + S_{\mu}}{T + S_{\mu}}$$

参照粘度は流入口での値を使う.

ここで参照温度 $T_{m.ref}$ での温度と粘度は以下のようにあらわされる.

$$T_{\mu.ref} = T_{in.stat}$$

$$\mu_{ref} = \frac{\rho_{in} u_{in} h_{in}}{Re_{in}}$$

ここで流入密度は次式で表される．

$$\rho_{in} = \frac{p_{in.stat} T_{in.tot}}{Rs}$$

作動流体は窒素である．この計算に用いた物性値を Table3.3 に計算に用いたパラメータを Table3.4 に示す．

Table3.3 Physical properties of nitrogen

比熱比 g	1.4
気体定数 Rs	297 J/(kg · K)
Sutherland's 定数 S	111 K
プラントル数 Pr	0.72

Table3.4 parameter of calculation

流入マッハ数 Ma_{in}	0.01
流入レイノルズ数 Re_{in}	2×10^4
流入口圧力 p_{intot}	620[kPa]
流出口圧力 p_0	101[kPa]
貯気曹温度 T_{intot}	300[K]

4.結果

4.1 ピトー全圧測定実験結果

実験に用いた諸条件を表に記す．実験流入口にて計測された平均値である．

ここで，質量流量，貯気槽圧力，温度は実験によって得られた値であり，レイノルズ数，速度，粘度はマイクロチューブの直径とこの Table4.1 に示す実験値を下に計算された値である．この実験値は大気圧下，20°Cの値に変換されて出力されている．

Table4.1 Experiment values

体積流量 \dot{Q} [L/m]	4.72
質量流量 \dot{m} [kg/s]	9.02×10^{-5}
貯気槽ゲージ圧力 $p_{in,tot}$ [kPa]	520
レイノルズ数 Re	1.9×10^4
密度 ρ [kg/m ³]	1.176
粘度係数 μ [Pa · S]	1.862×10^{-5}
参照温度 $T_{in,tot}$ [K]	300
速度 v [m/s]	621

この実験によって得られたマイクロチューブ出口からの噴流の圧力分布は Fig.4.1 のようになっている．

測定したピトー管全圧と，解析によって得られた圧力分布の比較を行う．解析解は軸対称なので半分のみの分布を示す．

ピトー全圧の算出

数値計算で計算される物理量は静圧，静温，流速なので，それらからピトー全圧を計算することになる．亜音速流れの場合，全圧ピトー管によって測定される圧力は全圧である．しかしながら超音速流れの中に全圧ピトー管を置くとその前面に衝撃波が形成される．衝撃波の下流の全圧は衝撃波前面の全圧より低く，全圧ピトー管で測定される圧力は衝撃波下流の全圧である[5]．このため，

$$Ma = \frac{u}{\sqrt{\gamma RT}} \quad (4.1)$$

とすると，

Ma < 1 の場合

$$p_{pitot} = p \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (4.2)$$

Ma > 1 の場合

$$p_{pitot} = p \left(\frac{(\gamma+1)Ma^2}{2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left(\frac{\gamma+1}{2\gamma Ma^2 - (\gamma-1)} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (4.3)$$

とした。

シミュレーションで得られた流速, 静温, 静圧を用い(4.1)～(4.3)式からピトー全圧を算出した。

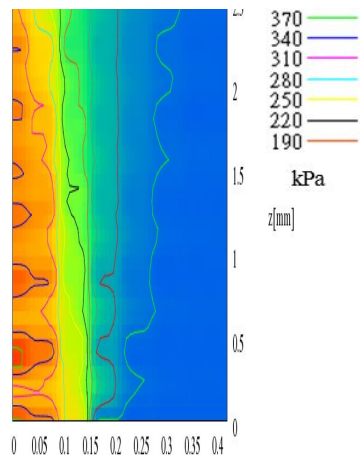
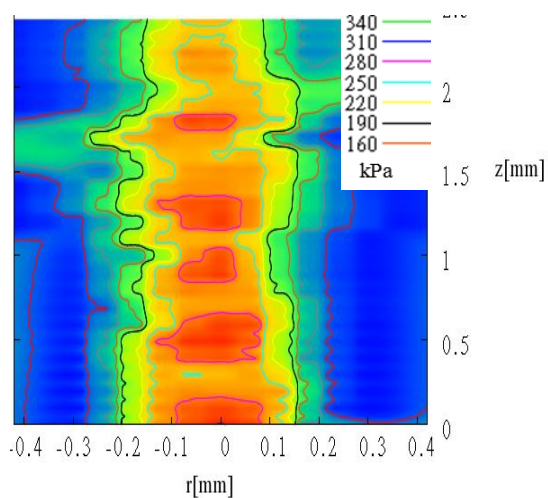


Fig4.1 Pitot total pressure (result of experiment) Fig.4.2 Pitot total pressure (result of numerical)

実験の結果と数値解を比較すると、やや解析解のほうが絶対値が大きく減衰が小さい。しかし定性的な観点からするとかなりの類似が見られるため、数値解の信憑性は高いのではないかと考えられる。この結果から以降マイクロチューブ内外の解析結果を示す。

4.2 解析結果

4.2.1 マイクロチューブからの噴流.

まずはマイクロチューブから流出する噴流の解析結果を示す.

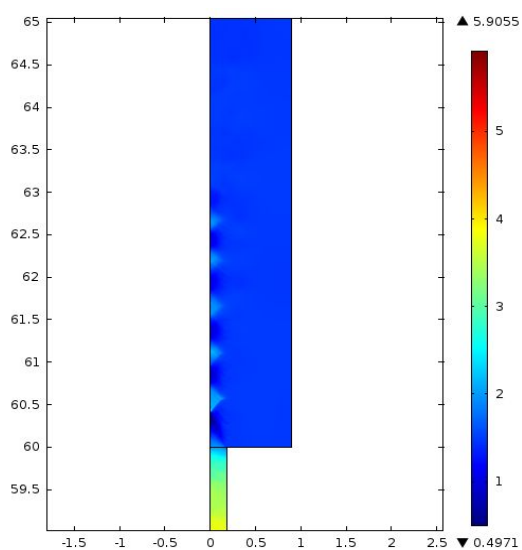


Fig4.3 Density distribution

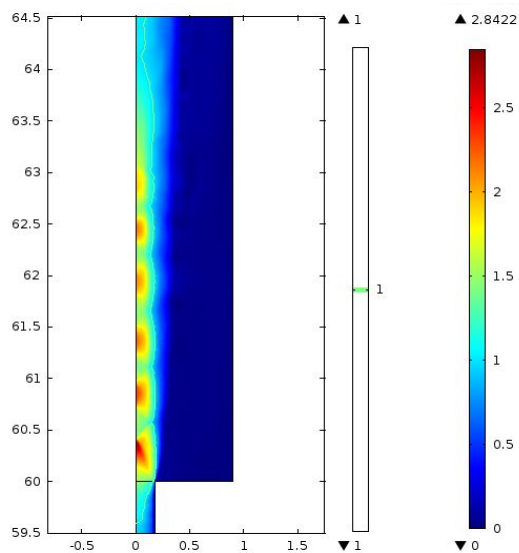


Fig4.4 Mach number distribution

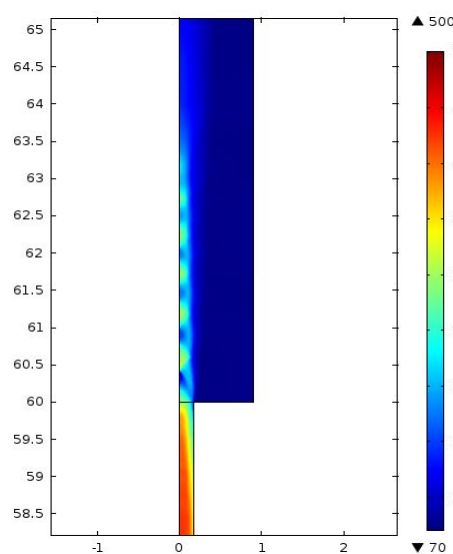


Fig4.5 Total pressure distribution

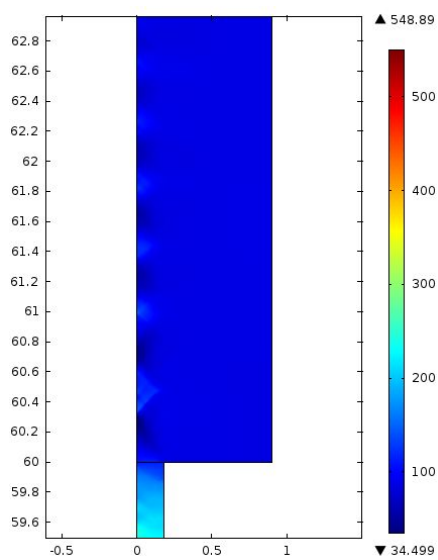


Fig4.6 static pressure distribution

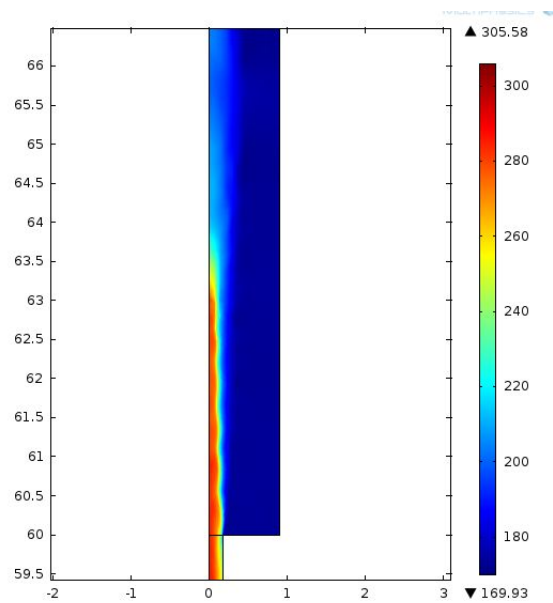


Fig4.7 Total temperature distribution

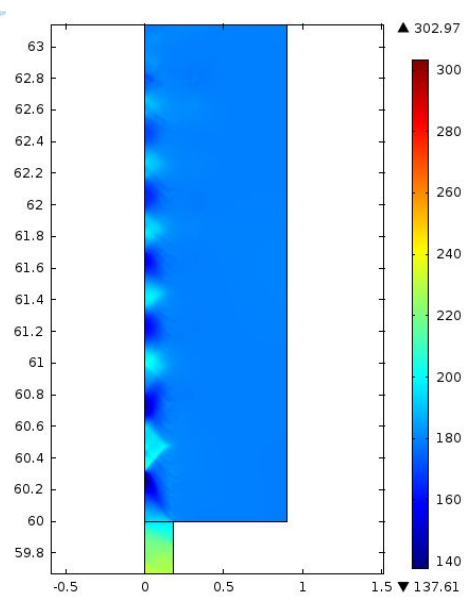


Fig4.8 static temperature distribution

Fig.4.3 では

これらの図から，出口以降ではマッハ数を超えており，かつマイクロチューブの出口の圧力は背圧を超えており，不足膨張となっていることが分かる．

4.2.2 マイクロチューブの内部の解析

本節はマイクロチューブ内部の状況について論じる．マイクロチューブにおけるガスの速度，温度，マッハ数などの軸方向の変化を見ていく．

グラフの横軸はマイクロチューブの長さである． $Z=0\text{mm}$ の地点は窒素ガスの流入口であり， 60mm の地点はガスの流出口である．それぞれの値はマイクロチューブの断面平均値である．

Fig4.8-4.10 に示すように，速度の上昇とともに静温度が減少し，密度も低下する．管内で圧力が減少することでガスが膨張し静温度が減少しする．それにともなって速度の上昇をもたらしている．また，管内ではマッハ数が 0.3 を超えるような流れとなり，下流にいくにしたがって高速になるため密度も変化している．

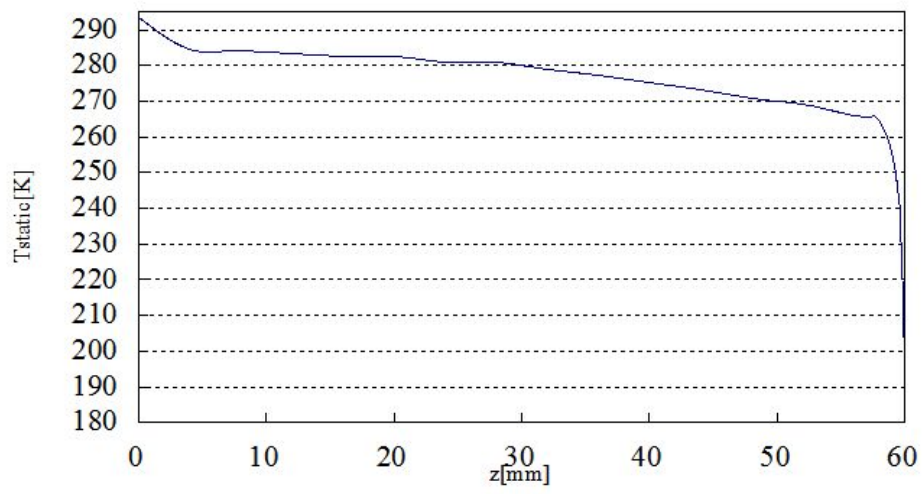


Fig.4.8 Static temperature distribution in micro-tube

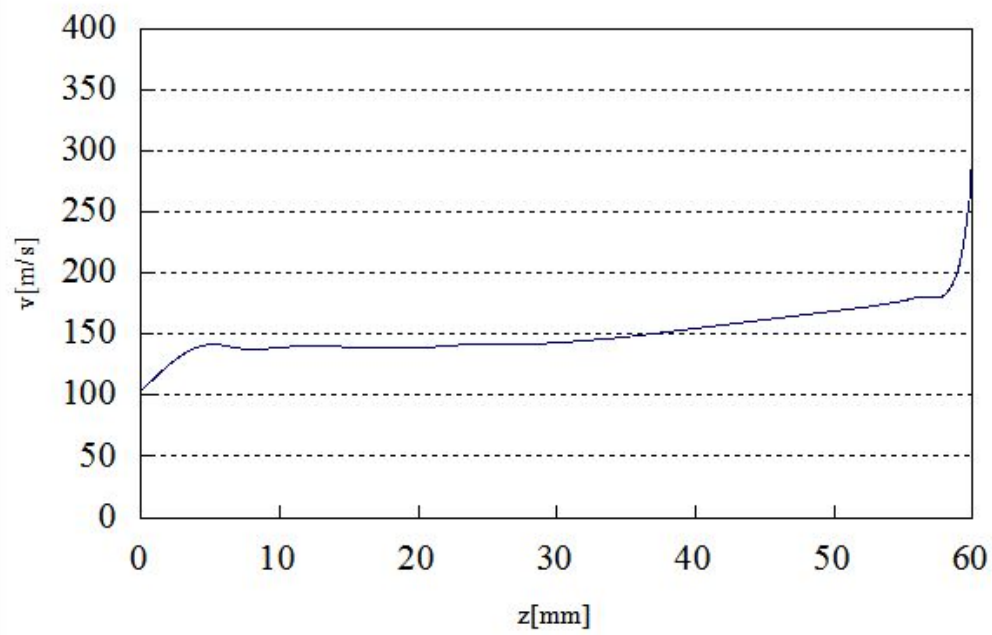


Fig4.9 Velocity distribution in micro-tube

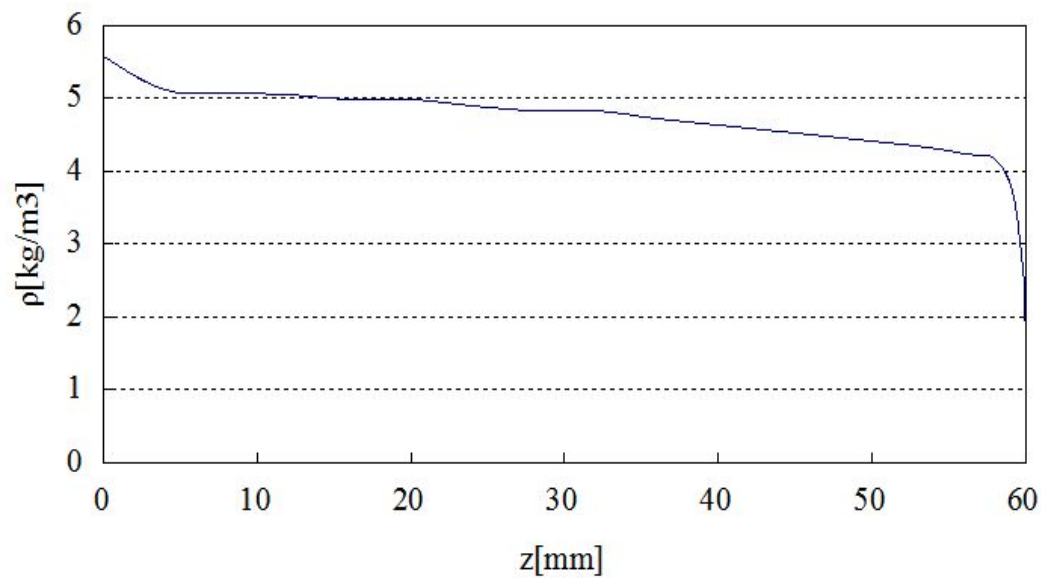


Fig4.10 Density distribution in micro-tube

4.2.3 速度境界層の検討

マイクロチューブを流れるガスが音速を超える要因は、マイクロチューブ中の速度境界層がノズルのような役割をするためであると考えられているが、実際にどのように境界層が形成されているのか解析結果から示す。Fig4.12 は各断面の主流速度の 95%以上となっている境界を示している。つまりグラフの内側が主流の 95%以上の領域であり、外側が 95%以下の速度境界層部分である。Z=40mm 以降で完全に流れが安定になり、出口近傍から境界層は急激に減少する。発達した管内流れでは 1/7 乗則とほぼ一致する。

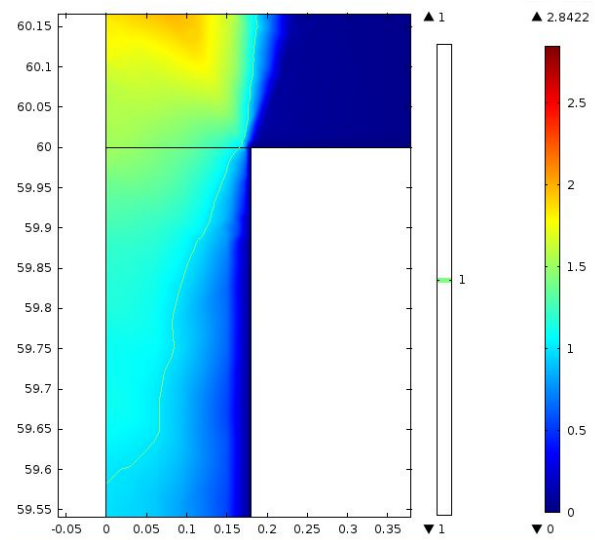


Fig4.11 mach number distribution

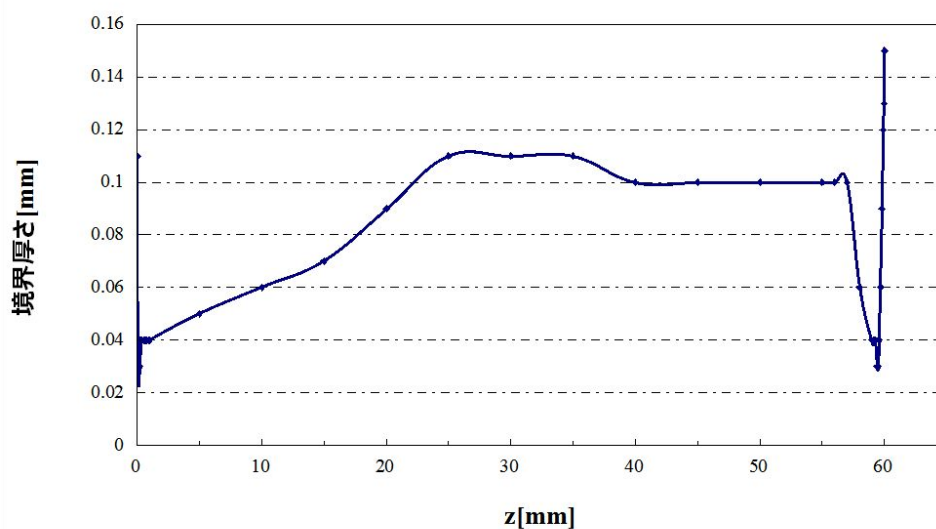


Fig4.12 Within 95%Velocity distribution

速度境界がノズルの役割をし、マッハを超える流れが生じると考えられているが、その検証を行う。

Fig4.11 はマイクロチューブ出口近傍の状態を拡大したものである。マッハ数が1となっている部分にコンターが引かれている。

マッハ数が1 初めて越えた部分でガスがチョークしていると考えられる。Fig.4.12 ではマイクロチューブの 59mm 超えた近傍でもっとも速度境界層が厚くなり、出口に向かう方向

に境界層は薄くなっていくことを示している．この働きによってガスは超音速になると現在考えられている．マッハ数が1を超えている境界内部は主流の95%以上の速度を持っている部分であるから，ここでは速度境界層を主流速度の95%以下の領域であると定義する．

速度が95%以下の速度境界層がノズルとして働くという仮定が正しければ，ノズルの加速理論からもこの境界層内部の質量流量は一定であるはずである．

$z=30\text{mm}, 50\text{mm}, 59.65\text{mm}, 59.70\text{mm}$ での主流部の値を Table4.2 に示す．

各断面の平均の速度，密度，断面長さ，圧力を示す．59.65mm 以降はマッハ数が1以上となっている流れである．

Table4.2 value

位置	30mm	50mm	59.65mm	59.70mm
速度[m/s]	187.8	194.7	323	326.6
密度[kg/m ³]	4.54	4.46	3.1	3.07
断面[mm]	0.11	0.1	0.064	0.075
圧力 P[kPa]	366.4	356.8	219.1	212
質量流量[kg/m/s]	93.78	86.8	64.08	75.06

この結果から，ある程度は質量流量を用いることでノズルとして働く部分の見積もりが出来るのではないかとと思われる．しかし，まだ誤差が大きく検討の余地が大いにある．

5. 結論

マイクロチューブの内部の特性を解明するシミュレーションの検証用データを得ることが出来た．また計算結果はある程度の妥当性があると考えられる．

マイクロチューブ内部で質量流量が一定となる境界がノズルとして働くのではないかと考えられる．

参考文献

- [1] Y. Asako, K. Nakayama and T. Shinozuka, 2005, "Effect of Compressibility on Gaseous Flows in a Micro-tube", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48, pp. 4985-4994.
- [2] Y. Asako and H. Toriyama, 2005, "Heat Transfer Gaseous Flow in Microchannels", *Microscale Thermophysical Engineering*, 9, pp. 15-31.
- [3] S. Murakami and Y. Asako, 2011, "Local Friction Factor of Compressible Laminar or Turbulent Flow in Micro-tube", *ASME 2011 9th ICNMM*, ICNMM2011-58036, Alberta, Canada.
- [4] A. H. Shapibo, 1953, "The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow", John Wiley & Sons, Inc., Vol.1 & 2
- [5] 馬杉尚次, 1953, 境界層を考えた圧縮流体のノズル内流動 (第3報 先細および末広ノズルの理論計算とシュリーレン写真実験結果), *日本機械学会論文集*, 20 巻 97 号, pp. 599-604.
- [6] Y. Miyazato, K. Kubo, Y. Kondo and K. Matsuo, 2009, "Investigations of Choking in a Convergent Nozzle Flow (1ST Report, an Experiment on Choking Pressure Ratio and Choked Flow Rate)", *The Japan Society of Mechanical Engineers*, 75-752, pp. 156-161.
- [7] C. Hong, Y. Yoshida, Y. Asako and K. Suzuki, 2010, "Flow Structure of Supersonic Jet from a Straight Micro-tube", *8th International Conference on Nanochannels, Microchannels, and Minichannels*, Montreal, Canada, FEDSM-ICNMM2010-30622.
- [8] V. Aniskin, A. Maslov and S. Mironov, 2010, "The Structure of Supersonic Two-dimensional and Axisymmetric Microjets", *2nd European Conference on Microfluidics-Microfluidics 2010-Toulouse*, μ FLU10-82.
- [9] Y. Yoshida, C. Hong, Y. Asako, K. Suzuki, 2009, "Supersonic Flow at Micro-tube Outlet", *ASME 2009 IMECE*, IMECE2009-12404, Florida, USA.
- [10] Y. Asako, 2004, "Heat transfer Characteristics of Gaseous Flow in a Micro-tube", *Thermal Science & Engineering*, 12-5, pp. 31-36
- [11] Water(LAPWS Industrial Formulation 1998-ITs 1990), pp.179-189
- [12] A. A. Amsden, H. M. Rupell and C. W. Hire, 1980, "SALE A Simplified ALE Computer Program of Fluid Flow at All Speeds", *Los Alamos Scientific Lab Rep.*, LA-8095.
- [13] C. K. G. Lam and K. Bremhorst, 1981, "A Modified Form of the $k-\epsilon$ Model for Predicting Wall Turbulence", *J. of Fluid Engineering*, vol.103, pp. 456-460.
- [14] V. C. Patel, W. Rodi and G. Scheuerer, 1984, "Turbulence Models for Near-Wall and Low Reynolds Number Flows: A Review", *AIAA journal*, 23-9, pp. 1308-1319.
- [15] K.C. Karki, 1986, "A Calculation Procedure for Viscous Flows at All Speeds in Complex Geometries", Ph. D. thesis, University of Minnesota.
- [16] D. Kawashima and Y. Asako, 2102, "Data Reduction of Friction Factor of Compressible

Flow in Micro-Channels”, the ASME 2012 International Mechanical Engineering Congress & Exposition, Houston, Texas, USA

[17] 機械工学実験編集委員会, “大学高専 機械工学実験”, 1982, 産業図書発行

[18] 大宮司久明, 三宅裕, 吉澤徴, “乱流の数値流体力学—モデルと計算法”, 1998, 東京大学出版会発行

[19] 檜谷賢士, 宮里義昭, 益田光治, 矢野栄宜, 松尾一泰, “軸対称ノズルからの適正膨張超音速層流噴流の構造 (ピトー全圧に及ぼすレイノルズ数の影響)”, 1997, 日本機械学会論文集 (B 編) 63 巻 616 号

[20] 村上信太郎, 浅古豊, “等角写像を用いて任意の 2 次元単連結領域に直交曲線格子を生成する一数值計算法”, 日本機械学会論文集 B 編, Vol.76, No. 768 (2010) pp.1214-1223.

[21] 大宮司久明, 三宅裕, 吉澤徴, 1998, “乱流の数値流体力学—モデルと計算法”, 牧製本印刷

[22] Y. Asako and H. Toriyama, 2005, “Heat Transfer Characteristics of Gaseous Flows in Microchannels”, *Microscale Thermophysical Engineering*, 9:15-31

[23] D. B. Tuckerman and R. F. W. Peasse, 1981, “High-Performance Heat Sinking for VLSI”, *IEEE Electron Device Letters*, vol. EDL-2(5), pp. 126-129

[24] E. B. Arkilic, M. A. Schmidt and K. S. Breuer, 1994, “Gaseous Flow in Micro Channel”, *ASME Symposium on Micro Machining and Fluid Mechanics*, pp. 1-10

[25] A. Bebek and G. E. Karniadakis, 1994, “Simulation of Heat and Momentum Transfer in Complex Micro Geometries”, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, vol. 8(4), pp.647-655

[26] P. Wu and W. H. Little, 1983, “Measurement of Friction Factors for the Flow of Gases in Very Fine Channels Used for Micro Miniature Joule-Thompson Refrigerators”, *Cryogenics*, vol. 23(5), pp. 273-277

[27] J. Pfahler, J. Harley, J. H. Bau and J. N. Zemel, 1991, “Gas and Liquid Flow in Small Channels”, *Micro Mechanical Sensors, Actuators and Systems*, DSC, vol. 32, pp.49-60

[28] S. E. Turner, H. Sun, M. Faghri and O. J. Gregory, 2000, “Effect of Surface Roughness on Gaseous Flow Through Micro channels,” *IMECE, HTD* vol.366(2), pp. 291-298

[29] S. E. Turner, M. Faghri and O. J. Gregory, 2001, “Compressible Gas Flow through Smooth and Rough Microchannels”, *IMECE, HTD* 24145, pp. 1-4

[30] R. K. Prud’homme, T. W. Chapman and J. R. Bowen, 1986, “Laminar Compressible Flow in a Tube”, *Applied Scientific Research*, vol. 43, pp. 67-74

[31] H. R. Berg, C. A. Seldam and P. S. Gulik, 1993, “Compressible Laminar Flow in a Capillary”, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 246, pp. 1-20

[32] R. Sayegh, M. Faghri, Y. Asako, and B. Sunden, 1999, “Direct Simulation Monte Carlo of Gaseous Flow in Microchannel”, *33rd National Heat Transfer Conference, HTD* 99-256, pp. 1-10

[33] H. Sun and M. Faghri, 2000, “Effect of Rarefaction and Compressibility of Gaseous Flow in

Micro-channel Using DSMC”, Numerical Heat Transfer, Part A, vol. 38, pp.153-158

[34] Z. Y. Guo and X. B. Wu, 1997, “Compressibility Effect on the Gas Flow and Heat Transfer in a Microtube”, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 40(13), pp. 3251-3254

[35] T. Araki, R. Fujimoto, M. S. Kim, K. Inaoka and K. Suzuki, 1999, “An Experimental Investigation of Gaseous Flow Characteristics in Microtubes”, Proceedings of Kyoto University-Tsinghua University Joint Conference on Energy & Environment, pp. 7-12

[36] T. Araki, M. S. Kim, H. Iwai and K. Suzuki, 2000, “An Experimental Investigation of Gaseous Flow Characteristics in Microchannels”, Proceedings of International Conference on Heat Transfer and Transport Phenomena, pp. 155-161

[37] Y. Asako, T. Pi, M. Faghri and S. E. Turner, 2003, “Effect of Compressibility of Gaseous Flow in Microchannels”, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 46, pp. 3041-3050

[38] S. V. Garimella and V. Singhal, 2003, “Single-Phase Flow and Heat Transfer in Microchannel Heat Sinks”, First International Conference on Microchannels and Minichannels, ICMM2003 vol. 1018, pp. 159-169

[39] S. B. Choi, R. F. Barron and R. O. Warrington, 1991, “Fluid Flow and Heat Transfer in Micro-tubes”, Proceedings of ASME Winter Annual Meeting, Micromechanical Sensors, Actuators and Systems, DSC vol. 32, pp. 123-134

[40] X. F. Peng and G. P. Peterson, 1996, “Convective Heat Transfer and Flow Friction for Water Flow in Microchannel Structures”, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 39(12), pp. 2599-2608

[41] P. Lee and S. V. Garimella, 2003, “Experimental Investigation of Heat Transfer in Microchannels”, Proceeding of ASME, Summer Heat Transfer Conference, HT 2003-47293, pp. 1-7

[42] Z. Y. Guo, 2000, “Size Effect on Flow and Heat Transfer Characteristics in MEMS”, Proceedings of the International Conference on Heat Transfer and Transport Phenomena in Microscale, pp. 24-31

[43] 河村洋, 川島紀英, 1993, “壁乱流型 $k-\epsilon$ 方程式モデル (続報)”, 数値流体力学シンポジウム講演論文集, pp. 315-318

