

## 【研究ノート】

# マーケティング・サイエンスにおける離散選択モデルの展望

土田 尚弘\*

### Abstract

Discrete choice models have received much attention as the major methodologies for modeling consumer behaviors. Based on the framework of random utility models, many researchers have proposed a variety of consumer decision models. The purpose of this article is to provide an intensive survey and overview of the area, with particular applications in quantitative marketing. Moreover the issues and future developments are discussed in terms of the managerial implications and enhancements of their specification.

## 1 はじめに

本稿では、マーケティング・サイエンス分野における離散選択モデル (Discrete Choice Models) の応用のレビューを行う。そしてこれまでに提唱されたモデルの問題点と改善点、そしてマーケティングへの応用上の課題について論じ、今後の発展のための示唆をする。

離散選択モデルとは個人が選択集合の中から代替案を選択する事象について定式化したものである。マーケティング・サイエンスでは、スキャナー・パネル・データを使った市場競争分析やコンジョイント分析など多くの応用分野で離散選択モデルが使われている。通常は1つの選択集合の中から1つの代替案を選ぶことが仮定されており、本稿でも主にそれを仮定するが、広義には選択集合内の選好順序 (個人内の選好に対するランキング)、複数個選択などの場合も離散選択モデルによる分析の対象の範疇に入れることができる。マーケティング・サイエンスで離散選択モデルが広汎に使われる理由は、マーケティング変数を原因として、購買すなわち市場での選択行動を結果とする消費者行動を個人レベルで検証できる方法だからである。

人間の選択行動は意思決定を通じて行われ、経済学、経営学、心理学などの多分野にわたって、そのモデルが論じられている。マーケティング・サイエンスをはじめ、ミクロ計量経済学、計量心理学や交通工学などの分野では計量的な取扱いが簡便な確率的効用モデル (Random Utility Models) に基づいて消費者の選択の決定がなされていると考えることが多い。確率的効用モデルは選択集合と個人の選択結果とそれに関わる価格、製品属性、消費者についてのデモグラフィック属性や心理的な指標がデータとしてあれば統計的推測が可能になる。そのデータの収集についても情報技術の発展に伴い、個人別のデータへのアクセスが昔より容易になり、また個人の選択確率に重みを付けた合計は、マーケティングで言えばマーケットシェアにあたり、市場の競争環境を示す指標にあたるので、その理由

\* 首都大学東京大学院社会科学部研究科経営学専攻博士後期課程

も併せて既存のマーケティング・サイエンスの研究の多くは、消費者行動モデルとして離散選択モデルを利用している。

個人別の離散選択モデルのマーケティングへの応用は Guadagni and Little (1983) のスキャナー・パネル・データへの応用から始まった。そしてそれ以降、今日までの研究過程において様々な改良とバリエーションが生み出されるに至った。離散選択モデルは、マーケティング・サイエンスの分野で選好分析、コンジョイント分析、非集計的プロモーション分析等の分野で広範な応用が行われ、いかなる形であれ離散的な変数を説明しようという文脈では欠くことのできない手法となっている (片平・杉田, 1994)。そこで本稿では、これまでの確率的効用モデルを中心とした離散選択モデルの研究のこれまでの論点を整理をして、マーケティング上の問題点とこれからの発展方向について指摘する。そのことによって本研究は今後のこの分野の発展に寄与できるであろう。

## 2 離散選択モデルの理論的背景

マーケティング・サイエンスの分野では、計量的な選択行動のモデリングには、確率的効用モデルが多く用いられている。ここではその確率的効用モデルとそれに関連するモデルの説明を行う。

### 2.1 基本的な確率的効用モデル

最初に確率的効用モデルについて簡潔に説明をする<sup>1</sup>。選択集合はアプリオリに規定されていると仮定して、その中から1つの代替案を選ぶ事象を対象とする。なお確率的効用モデルは計量心理学分野での Thurstone (1927, 1931) のモデルを発端とし、Marschak (1959) が経済学的な効用最大化プロセスとして解釈したものである。ここで代替案の数は  $m$  個とする。まず消費者  $i$  の代替案  $j$  の確率的効用  $u_{ij}$  を次のように考える。

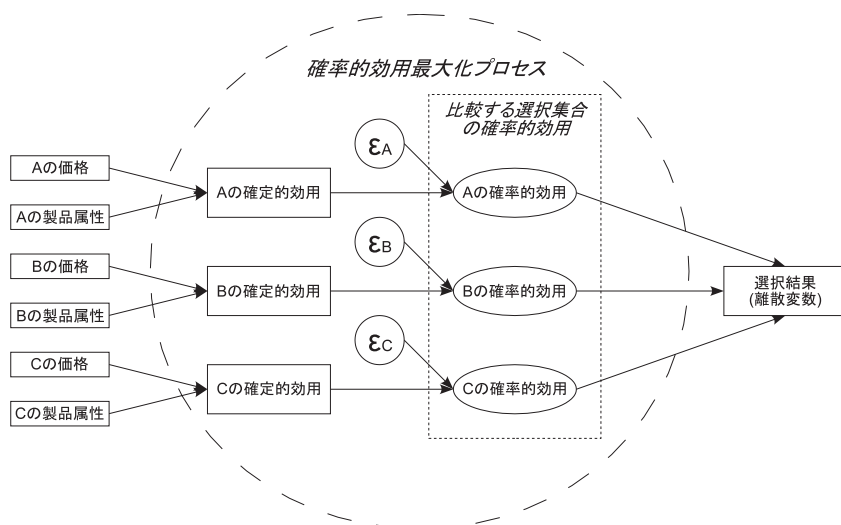


図1 確率的効用モデルの概念図

$$u_{ij} = v_{ij} + \varepsilon_{ij}, \quad (1)$$

ここで  $v_{ij}$  は確定的効用と呼ばれる。これは確率変数ではなく、後で述べるように観測可能な要因、マーケティングでは価格や製品属性を説明変数として組み込んでモデル化される。一方、 $\varepsilon_{ij}$  は誤差効用や不確定要因などと呼ばれ、確率変数である<sup>2</sup>。確率的効用は確定的効用と不確定な誤差効用の二つの要素の線形結合で表わされる。 $\mathbf{u}_i = (u_{i1}, \dots, u_{im})'$  として、 $m$  個の代替案の中から  $j$  が選択するならば 1、それ以外は 0 とするインディケーター変数  $y_{ij}$  を考える。選択集合の中から代替案  $j$  が選ばれる事象は以下のように記述される。

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } \mathbf{u}_i \text{ の中で一番 } u_{ij} \text{ が大きい,} \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (2)$$

選択集合  $\{A, B, C\}$  の場合の確率的効用モデルの概念を図 1 に示す。確率的効用モデルは、マーケティング変数による刺激と選択行動の反応の間にマーケティング変数の関数である確定的効用と観測不可能な誤差効用  $\varepsilon_j (j = A, B, C)$  が結合して確率的効用を形成し潜在的効用最大化プロセスが仮定されている。

そして選択確率、すなわち  $u_{ij}$  が一番大きい確率は  $\mathbf{u}_i$  の範囲に関して積分したものになる。

$$\Pr(y_{ij} = 1) = p_{ij} = \int_{R_{ij}} f(\mathbf{u}_i) d\mathbf{u}_i, \quad (3)$$

ここで  $f(\mathbf{u}_i)$  は  $\mathbf{u}_i$  の確率密度関数であり、 $R_{ij}$  は式 (2) に基づいた  $\mathbf{u}_i$  のとりうる範囲である。ここで  $f(\mathbf{u}_i)$  に多変量正規分布の確率密度関数を仮定すると多項プロビット・モデル (Multinomial Probit Models: MNP) と呼ばれる選択モデルになる<sup>3</sup>。しかしその場合は式 (3) は解析的に解けず、通常選択確率の計算をする際には、シミュレーションによる数値計算が必要である。しかし  $f(\mathbf{u}_i)$  に独立な第一種極値分布<sup>4</sup>の確率密度関数を仮定すると、式 (3) は解析的に解けて、以下の式になる (McFadden, 1974)。

$$\Pr(y_{ij} = 1) = p_{ij} = \frac{\exp v_{ij}}{\sum_{k=1}^m \exp v_{ik}}, \quad (4)$$

式 (4) を多項ロジット・モデル (Multinomial Logit Models; MNL) という<sup>5</sup>。このモデルは多項プロビット・モデルと比べて容易に選択確率を求めることができ、なおかつ識別性の条件や解釈面も容易であるので、非常に多くのマーケティング・モデルで使われている。

次は確定的効用  $v_{ij}$  についてのモデル化である。マーケティングでは、価格、広告や製品属性などのマーケティング変数が消費者の選択に影響するか否かに興味がある。また性別や年齢の消費者属性によってブランドへの選好が異なることもセグメンテーションとターゲットティングの際には興味深い対象である。基礎的な考え方は以下のように線形モデルを想定する。

$$v_{ij} = \beta_{0j} + \mathbf{x}'_{ij}\beta_1 + \mathbf{d}'_i\gamma_j, \quad (5)$$

ここで  $\mathbf{x}_{ij}$  は代替案  $j$  ごとに異なる価格、プロモーションの有無や製品属性などの観測可能な説明変数ベクトル、 $\beta_1$  は回帰係数ベクトルであり、各説明変数の効果を表す。 $\mathbf{d}_i$  は性別や年齢などのデモグラフィック変数や消費者の心理属性などの代替案によって変化しな

い観測可能な説明変数ベクトルである。 $\gamma_j$  は、消費者属性と代替案の間の交互作用を表す  $d_i$  の回帰係数ベクトルであり、代替案ごとに異なっている。また  $\beta_{0j}$  はブランドごとに異なる切片であり、すべての代替案のマーケティング変数が同一の場合に確定的効用のブランド間の差異を表す。通常多項ロジット・モデルでは識別性のために  $\beta_{0m} = 0, \gamma_m = \mathbf{0}$  とする。 $\{\beta_{0j}, \gamma_j\} (j = 1, \dots, m-1)$  は、それぞれベースラインとした代替案  $m$  と比較しての効果を表している。

ここでは確率的効用モデルから誤差効用の従う分布の違いにより、二つの代表的な選択モデルについて述べた。この二つのモデルは非常に似ており、Hausman and Wise (1978); 片平 (1991) では予測などの精度は近似した結果と結論付けている<sup>6</sup>。他の確率的効用の確率分布を用いた例はマーケティングでは少ないが<sup>7</sup>、Ansari and Iyengar (2006) では混合正規分布を用いた方法を提案し、スキャナー・パネル・データの分析に応用している。

また以上では選択集合から、一つの代替案を選択している事象を記述している。これを拡張すると、個人内の選好順序 (ランキング・データ) を扱える。例えば  $m$  個の代替案があるとして、選好順序データは背後に以下のような構造があると考ええる。

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } \mathbf{u}_i \text{ の中で 1 番目に } u_{ij} \text{ が大きい,} \\ 2 & \text{if } \mathbf{u}_i \text{ の中で 2 番目に } u_{ij} \text{ が大きい,} \\ \vdots & \vdots \\ m-1 & \text{if } \mathbf{u}_i \text{ の中で } m-1 \text{ 番目に } u_{ij} \text{ が大きい,} \\ m & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (6)$$

誤差効用が独立で第一種極値分布に従う場合はランク・ロジット・モデル (Beggs et al., 1981; Strauss, 1979; Chapman and Staelin, 1982) として多項ロジット・モデルを用いて簡単に定式化できる。また式 (6) の考え方の応用で  $m$  個の代替案の中から一部分抜き出した選好順序や代替案を好きか嫌いなどの選択集合に分ける方法 (Yu et al., 2005) や閾値を設定して順序カテゴリカル・データを処理する方法 (McCullagh, 1980) などがある。

## 2.2 一般化線形モデル

2.1 では確率的効用モデルから多項ロジット・モデルと多項プロビット・モデルを導出し、確定的効用が線形である場合のモデルについて述べた。ここでは同じモデルの導出を一般化線形モデル (Generalized Linear Models; GLM) からの視点で述べる。一般化線形モデル (Nelder and Wedderburn, 1972) とは、指数分布族のパラメーターの関数であるリンク関数を線形モデルと結びつけたモデルである。特に分布の自然母数 (natural parameter) をリンク関数にすることを正準リンク (canonical link) という。例えば正規分布の場合は重回帰モデル、二項分布の場合はロジスティック回帰モデル、ポアソン分布の場合は対数線形モデルが導出される。一般化線形モデルを多変量に拡張して多項分布のリンク関数を線形モデルで結び、 $p_{ij}$  について解くと以下の式が表れる。

$$\Pr(y_{ij} = 1) = p_{ij} = \frac{\exp(\beta_{0j} + \mathbf{d}_i' \gamma_j)}{\sum_{k=1}^{m-1} \exp(\beta_{0k} + \mathbf{d}_i' \gamma_k) + 1}, \quad (7)$$

これをベースライン・カテゴリー・モデル (Baseline-Category Logit Models) という<sup>8</sup>。このモデルは線形モデル中の説明変数が代替案によって変わらないものだけであるが、 $(x_{ij} - x_{im})' \beta_1$  をネイピア数の指数の部分に入れば線形型効用の多項ロジット・モデルと同等である。また正準リンクではなく多変量プロビット・リンクを指定すると多項プロビット・モデルになる。

以上では簡潔であるが確率的効用モデルと一般化線形モデルから同等の離散選択モデルを導出した<sup>9</sup>。確率的効用モデルは個人の選択の背後に潜在的な効用が仮定されて演繹的に導出されるものであり、一方、一般化線形モデルの場合は情報を一つの分布に集約するのではなく各個体について差異を示す情報がある場合に個体によって異なる分布、特に位置パラメーターについて線形モデルが仮定されて異質性を許容しようとするアプローチによって導出される点において考え方に差異がある。後者は多様な従属変数の確率変数の分布 (例えばポアソン分布) に概念を適応できる反面、前者のように選択モデルに特化していないので、多様な選択行動を記述するのに概念的には限界がある (例えばランキング・データの扱い)。しかしながら、線形モデルをノンパラメトリック関数の和に拡張した一般化加法モデル (Generalized Additive Models; GAM; Hastie and Tibshirani, 1986) など新しいモデルがその視点から研究されている<sup>10</sup>。

## 2.3 他の選択モデル

以上の項では、選択した/しないという事象について選択確率を導入してモデル化を行った。しかし離散選択変数を扱うモデルはマーケティング・サイエンスの分野で他に存在している。一つは集計レベルの選択確率モデルと確率的効用モデルを使わないモデルである。

前者の代表的なものにはディリクレ分布を使ったマーケットシェア・モデル (Goodhardt et al., 1984)<sup>11</sup>やハフ・モデル (Huff, 1964)、その一般形で対数中心化変換によって一般化最小二乗法 (GLS) で推定できる MCI モデル (Nakanishi and Cooper, 1974) など<sup>12</sup>が挙げられる。ディリクレ・モデルは異質性のある消費者の選択行動を離散分布で表したもので、ブランドの売り上げが低ければ購入者も少ないというという売上とシェアに関する二重苦 (Double Jeopardy) の現象を説明することが可能であることが知られている (Goodhardt et al., 1990)。しかしマーケティング変数などの説明変数項を組み込みにくい欠点がある。またハフ・モデルや MCI モデルは、選択確率を求める点で確率的効用モデルと似ているが、従属変数に選択した/しないという名義尺度の変数をとるのではなく、直接選択確率をとる点で異なっている。確率的効用モデルは、選択行動の主体は個人であったが、これらのモデルは地域や店舗などの半集計レベルの個体の選択行動を想定している。店舗選択に関するモデルならば地域 A の住民の店舗 1 の選択確率やマーケットシェアに関するモデルならば店舗 A のブランド 1 のシェアが個体の従属変数の例として挙げられる。近年では照井 (2005) が MCI モデルの対数中央化変換に伴う推定上の問題をベイズ推定を用いることで克服し、さらに時系列効果を含む拡張モデルを提案しており、その有用性を示している。

一方、確率的効用モデルを使わない代表的な方法には人工ニューラルネットワークがある。マーケティングへの応用例として Agrawal and Schorling (1996); Fish et al. (2004); Kumar et al. (1995) がそれを用いて購買行動の予測をしている。ホールドアウト・データを用いた予測の検証では、多項ロジット・モデルを上回っている一方、解釈面<sup>13</sup>と計算がブ



ラックボックスな面が難点とされている。また Abe (1995) では確率的効用プロセスの仮定を必要としないノンパラメトリックな選択確率モデルの方法論をベイズの定理とカーネル密度推定を使った方法で提案している。スキャナー・パネル・データへの応用での多項ロジット・モデルとの比較結果、ノンパラメトリック・モデルは説明力と予測力は上回っていたが、カリブレーション・データにない範囲の予測ができないことと多変量の説明変数を用いる際には非現実的なデータが必要であるという欠点があることを述べている。データベース・マーケティングでは、判別分析 (Discriminant Analysis) が頻繁にロジット・プロビットなどの離散選択モデルの代わりに用いられている。判別分析とロジット・モデルを比べると計算の負荷が、判別分析の方が優れているが (Maddala, 1983)、コンピューターの性能が向上した現在では、その差には意味がないとされている (Blattberg et al., 2008)。

### 3 マーケティングへの応用

様々なマーケティング分野の分析で離散選択モデルは応用されている。ここではこれまでの研究の包括的な研究のレビューを行う。まずはマーケティング上の応用の分野について述べる。近年情報技術が発達し調査の質が向上した背景をもとに、大量の個人別データが蓄積されてきた。Guadagni and Little (1983) がスキャナー・パネル・データの解析に多項ロジット・モデルを応用して以来、個人の購買履歴をもとに市場競争分析の技法として離散選択モデルが用いられている。スキャナー・パネル・データは、行動の結果のデータであるが、一方、質問紙を用いる設問型データであるサーベイ・データに対しても離散選択モデルが使われている。その代表格が新製品開発などに使われるコンジョイント分析である。古典的コンジョイント分析 (Kruskal, 1965; Johnson, 1974, 1975) は提示されたプロフィールに対して選好順序、ランキングをつけてもらうことを前提としていた。しかしその後、モデルの推定の簡易性から評定法 (rating-based) と<sup>14</sup>、離散選択モデルの研究の発展と購買状況の現実性からプロフィール集合を複数回提示する選択型 (choice-based) のコンジョイント分析が発展してきた<sup>15</sup>。そして後者の方法には Louviere and Woodworth (1983) を契機に多くの研究で多項ロジット・モデルもしくは多項プロビット・モデルが利

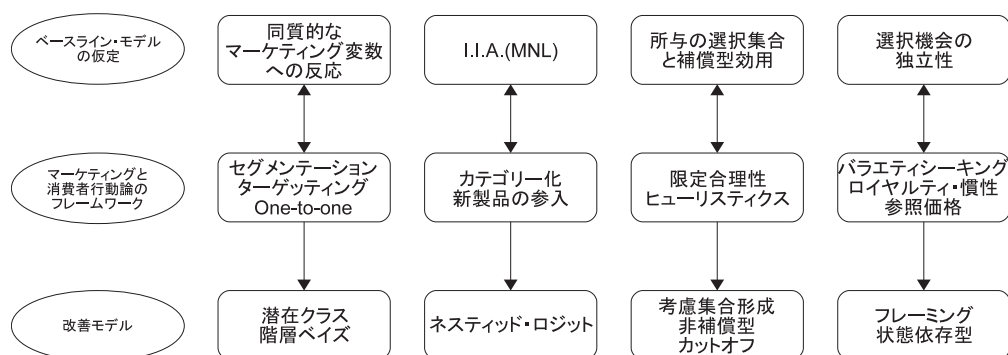


図2 論点の整理

用されている。

さらに離散選択モデルは、知覚マップ作成の方法論としても用いられている。製品知覚はメーカーにとっても自明ではなく、消費者の知覚判断を調査してその結果を空間表示することで製品の心理的ポジションをビジュアルに表現し、また製品の類似性の規定要因を探る目的でマーケティング上で知覚マップが使われ始めた(朝野・山中, 2000)。例えば Katahira (1990); 片平 (1991) の LOGMAP ではブランドの類似度順序や選好順序データを使って消費者の知覚マップを作成している。Elrod (1988); Chintagunta (1994) ではスキャナー・パネル・データから、それぞれランダム係数と潜在クラスを用いて選好度の消費者異質性を考慮した知覚マップを、Andrews and Manrai (1999) ではスキャナー・パネル・データから潜在的なセグメントの選好ベクトルとブランドを同時に布置をする MDS を行っている。Cooper and Inoue (1996) ではスキャナー・パネル・データの集計データを使って理想点モデルとブランドの属性を組み込み、かつ製品の成長度をマルコフ過程を使ってモデリングした市場分析のためのマッピングの方法論を提案している。里村 (2004) では、家計ごとの動的なセグメンテーションを使ったブランド・マップを、杉田 (2005) では直前の購買履歴を考慮した動的なマッピングをそれぞれスキャナー・パネル・データを使った方法で提案している。また阿部 (2003) では、ランク・ロジット・モデルで個人の異質性を考慮した知覚マップに理想ベクトルを布置する外的分析を提案している。

ここでは 2.1 で述べた線形型確定的効用のモデルをベースラインとして拡張の論点を述べる<sup>16</sup>。マーケティングや消費者行動の知見と合わせてベースラインのモデルには仮定に様々な不都合がある。それらの関係を図 2 に示す。それらに準じて様々な拡張モデルがマーケティングの応用上で開発されている。まず個人の異質性を考慮することが考えられた。マーケティングでは、Smith (1956) がセグメンテーションの概念について述べて以来、顧客別の戦略の重要性が実務上でも確かめられている。マーケティングでは消費者の細分化が進み、近年では細分化の最小単位である One-to-one マーケティングが重要視されている。式 (5) の線形効用では  $d_i\gamma_j$  が個人属性を示す項になるが、これだけでは個人の異質性をとらえきれない。式 (5) ではブランド定数  $\{\beta_{0j}\}$  とマーケティング変数  $x_{ij}$  に対して回帰係数  $\beta_1$  の値が、全個人について一定である。これは説明変数にブランドの価格変数があるならば、全消費者の価格に対する効果が一定であるという仮定をおくが、実際には消費者の価格感度はバラツキがある。

次に、無関係な代替案からの独立 (Independence of Irrelevant Alternatives; I.I.A.) の問題がある。マーケティングでは計算の簡便性と予測のロバストネスから多くのモデルで多項ロジット・モデルが使われているが、それには選択集合が変化しても、代替案間の選択確率比が一定という I.I.A. 特性がある。例えば<sup>17</sup>ビールの市場で競合するブランド A と B があるとする。その確定的効用は同じ、すなわち選択確率はどちらも 0.5 である。しかしブランド A の企業が、同じ確率的効用で缶の色が異なるブランド A1 を市場に投入したとしよう。すると多項ロジット・モデルで計算した選択確率は 0.33 となる。实际的に考えて、ブランド A のラインアップの選択確率が 0.5 から 0.66 に上がるとは考えにくく、これはマーケットシェアに関しての直観的な仮定を満たしていない。

またベースラインのモデルは効用が線形型で表わされている。これはフィッシュバイン・モデルのように属性間で補償型の選好構造を示している<sup>18</sup>。補償型モデルは非補償型モデルの近似ができるとは言われているが (Green and Srinivasan, 1978; Heeler et al., 1973;

Johnson and Meyer, 1984)、厳密には消費者は、多様なルールでブランド選択を行っていることが知られている (Einhorn, 1970; Einhorn and Hogarth, 1981; Tversky, 1972; Gensch, 1987)。消費者はその情報処理に限界があるため、情報処理の負担が高い補償型で仮定されている与えられたすべての代替案の属性間比較を避け、比較的負担が低いヒューリスティックな方法で与えられた選択集合から考慮集合<sup>19</sup>に狭めてから比較を行うのである (Bettman, 1979; Shugan, 1980; Lussier and Olshavsky, 1979)。例えば、一つの属性でも自身の規準を満たさないとカットオフされる連結型ルール、一つの属性でも要件を満たしていればよい分離型ルール、重要である属性から徐々に精査していく辞書編纂型ルール、属性によって逐次代替案を排除していく EBA(elimination by aspects) 型などがある。

消費者の行動は様々な文脈によって変化しうる。しかしベースラインの多項ロジットもしくはプロビット・モデルは定常 0 次 (zero-order) の仮定を置くため時系列効果を考慮していない。このことは特にパネル・データの場合に問題になる。消費者行動での連続する購買行動の変化に対しての概念として、バラエティ・シーキング行動がある<sup>20</sup>。他人の行動やマーケティング的な外的な刺激によって、または消費者自身の飽きなどの内面的な変化によって選択の変化が起きる (McAlister and Pessemier, 1982)。また同時に慣性行動についての概念がある (Jeuland, 1979)。それは製品をトライアルした際の満足度やスイッチングに対するコストから続けて同じブランドを購入する惰性的な行動である。さらに選好がそれまでの選択や価格変化の履歴の経路に依存する場合がある。プライシングの分野では、消費者が参照価格を形成し、それに従って損得の感じ方が規定されると述べられている<sup>21</sup>。価格の効果は購買機会について独立ではなく、消費者の文脈に依存して変化している (Della and Monroe, 1974)。例えば、 $t$  期に製品の価格が 100 円、または 120 円のいずれかだったとする。 $t+1$  期に 110 円の価格であるとする、 $t$  期に 100 円だった場合に比べて、120 円だった方が  $t+1$  期の価格が割安に消費者は感じやすい。このことはマーケティング上では価格戦略におけるタイミングや新製品導入の際のプライシングに影響するので重要な側面である。

そしてマーケティング・サイエンスでは実証的側面が大きいため推定方法について論じることも重要である。モデルは構築したが、それをマーケティング上の知見の発見や戦略に応用するためにはデータからの精度のよい推定が必要になる。以下では以上であげたトピックに対して、どのようなモデルの改良があったかを述べる。

### 3.1 潜在クラス・モデルとランダム係数 (階層型ベイズ)・モデル

現在マーケティングの異質性を考慮するモデルには、潜在クラス (Latent Class Models) とランダム係数 (Random Coefficient Models) の二つのアプローチが用いられている (阿部・近藤, 2005)<sup>22</sup>。

潜在クラスは母集団の中に同じ傾向を示す複数のグループがいることを仮定するモデルであり、有限混合分布モデル (Finite Mixture Models) と呼ばれる<sup>23</sup>。このモデルはマーケティング上の離散選択モデルにおいては、Kamakura and Russell (1989) が提唱した。まずブランド切片と回帰係数のパラメーター  $\beta = (\beta_{01}, \dots, \beta_{0(m-1)}, \beta'_1)'$  が母集団の中に  $K$  個のバリエーションのクラスを持つと仮定する<sup>24</sup>。そのクラス  $k$  のパラメーター  $\beta^{(k)}$  は、



$\pi_k (> 0)$  の確率で決定されると考える。よって選択確率は具体的には以下になる。

$$\Pr(y_{ij} = 1) = \sum_{k=1}^K \Pr(y_{ij} = 1 | \beta^{(k)}) \pi_k, \quad \sum_{k=1}^K \pi_k = 1, \quad (8)$$

ここで  $\Pr(y_{ij} = 1 | \beta^{(k)})$  は、 $\beta^{(k)}$  のパラメーターを持つ多項ロジット (プロビット) ・モデルである。潜在クラスはマーケティングではセグメンテーションの概念と一致し、ヒューリスティックなクラスター分析と異なり統計モデルベースにより仮説検定が利用できる利点がある (阿部・近藤, 2005)。さらに潜在セグメントの所属確率  $\pi_k$  にデモグラフィック変数を入れ子にした潜在クラス・モデルを Gupta and Chintagunta (1994) は提案している。

またランダム係数モデルは、パラメーターが連続的な確率分布に従っていると想定される。ランダム係数モデルと呼ばれるモデルには、切片パラメーター  $\{\beta_{0j}\}$  のみが確率変数であるモデルと、それを一般化して回帰係数パラメーター  $\{\{\beta_{0j}\}, \beta_1\}$  が確率変数に従うとしたモデルがある<sup>25</sup>。マーケティング上で前者のモデルを用いたものには Chintagunta et al. (1991) がある。後者の方法を多項ロジット・モデルや多項プロビット・モデルに応用させるには計算上難しい難点があったが、ベイジアン・アプローチで用いられる MCMC 法を応用することで解決する方法が考えられた。ベイジアン・アプローチ自体は経験ベイズ法<sup>26</sup>で推定する方法を Rossi and Allenby (1993) が提案していたが、その後回帰係数パラメーターにデモグラフィック情報の線形結合を組み込んだ階層ベイズ<sup>27</sup>型のランダム係数モデルを MCMC 法で推定する方法を Rossi et al. (1996) が提案をして、Allenby and Rossi (1999) で述べられているように、多くの個人異質性を考慮したモデルで階層ベイズ・モデルの方法論が使われることになった。そのパラメーター・ベクトルは以下になる。

$$\beta_i = \gamma_0 + \Gamma d_i + \delta_i, \quad (9)$$

ここで、 $\Gamma$  はデモグラフィック情報  $d_i$  が  $\beta_i$  に影響を与える度合を示す回帰係数行列で、 $\gamma_0$  は切片パラメーターである。そして  $\delta_i$  はある確率分布に従う個人異質性を示す誤差項部分である。Rossi et al. (1996) では母平均 0 の多変量正規分布を仮定している。階層ベイズ・モデルの利点は、個人ごと独立に推定するよりも異質性に少数のパラメーターの分布を仮定し、全体の不確実性をプールできる点にある。しかしながら、消費者異質性を表す誤差項  $\delta_i$  の分布は正規分布のように中心に対して対称になることはなく、また正規分布の形状の特性から中心に寄りすぎてしまう可能性もある。そこで Rossi et al. (2005) は  $\delta_i$  の分布を正規分布の混合分布で非正規分布に近似する方法を述べた。具体的には、以下になる。

$$\delta_i \sim N(\mu_{k_i}, \Sigma_{k_i}), \quad k_i \sim \text{Multinomial}_K(\pi_1, \dots, \pi_K), \quad (10)$$

個人の異質性の分布は、 $K$  個のパラメーターの異なる正規分布からなっていることを仮定する。混合する分布の数はモデル選択の規準によって決める必要がある。また Fiebig et al. (2009) では、回帰ベクトルに対するスケールファクターの異質性 (例えば  $\beta_i = \sigma_i \gamma_0 + \delta_i$  における  $\sigma_i$  に分布を想定する) を考慮したモデルを提案している。

### 3.2 ネスティッド・モデル

多項ロジット・モデルの I.I.A. の仮定は直感的な選択ルールと異なるため、それに対する改良モデルが考案されてきた。多項プロビット・モデルは誤差項の相関構造を仮定することによって I.I.A. 特性を克服できる。後で述べるようにそれは現在では改善されているが尤度計算が困難であり、ロジット型のモデルで回避する方法が提案された。その代表モデルがネスティッド・ロジット・モデル<sup>28</sup>である。ネスティッド・ロジット・モデルは Williams (1977); Daly and Zachary (1978); McFadden (1978) の研究で独立に異なる方法で発見された。ネスティッド・ロジット・モデルは誤差効用に一般化極値 (Generalized Extreme Value; GEV) 分布を仮定し I.I.A. の問題を回避する。選択集合の中の各代替案はあるネストに属し、個人はそのネストをまずは選択し、その中から代替案を選択するという段階的な意思決定が解釈的には仮定される。ここでネスト  $k$  の選択集合を  $B_k (k = 1, \dots, K)$  とする。ブランド  $j \in B_k$  の確定的効用を以下のように記述する。

$$v_{ij} = w_{ik} + z_{ij}, \quad (11)$$

ここで  $w_{ik}$  をネスト間で変化するネスト内では変化しない確定的効用、 $z_{ij}$  はネスト内で変化する確定的効用とする。そしてブランド  $j \in B_k$  の選択確率は以下のように規定される。

$$\Pr(y_{ij} = 1) = \Pr(y_{ij} = 1|B_k)\Pr(B_k), \quad (12)$$

そしてネストを選択する確率は、

$$\Pr(B_k) = \frac{\exp(w_{ik} + \lambda_k D_{ik})}{\sum_{s=1}^K \exp(w_{is} + \lambda_s D_{is})}, \quad \text{where } D_{ik} = \log \sum_{j \in B_k} \exp(z_{ik}/\lambda_k) \quad (13)$$

となる。ここで  $\lambda_k$  は、ネスト  $k$  の誤差効用の中で独立の度合いを示すパラメーターである。これが大きくなるほどその度合いが強まる。そして、ネスト内の代替案  $j$  の選択確率は、

$$\Pr(y_{ij} = 1|B_k) = \frac{\exp(z_{ij}/\lambda_k)}{\sum_{r \in B_k} \exp(z_{ir}/\lambda_k)}, \quad (14)$$

となる。ネストはマーケティングでは、マーケットの中のサブ・マーケットとしてとらえることができる。しかし事前にネストの構造を決めなければならないという欠点がある。ネスト化には事前の客観的な知識や、また構造に関する検定を通じて決める必要がある。Kannan and Wright (1991) では、消費者の製品間の市場構造を把握するための検定の方法論を提示している。ネスト化と選好の異質性を潜在クラスで考慮した分析を Kamakura et al. (1996) では提案して、通常多項ロジット・モデルや潜在クラス・ロジット・モデルと比較して良い結果を示している。また特筆すべき応用例としては、Silva-Risso and Ionova (2008) では、自動車販売のプライシングとプロモーション効果を測定する方法論に階層ベイズのネスティッド・ロジット・モデルを利用している<sup>29</sup>。

### 3.3 考慮集合形成モデルと非補償型モデル

Hauser and Wemerfelt (1990) では考慮集合はそれに追加するコストとベネフィットの期待効用に準じて形成されることを論じ、Roberts and Lattin (1991) ではそれを用いた離散選択モデルを提案している。しかしデータはサーベイ・データであり、考慮集合に入るか否かを直接調査対象者に聞いているのでスキャナー・パネル・データには応用できない。Manski (1977) では、考慮集合の形成を確率的に考えたモデルを提案している。具体的な方法はまず考慮集合  $C$  の形成、次にその考慮集合  $C$  の形成の条件下での選択行動をモデリングしている。ブランド選択の確率は以下ようになる。

$$\Pr(y_{ij} = 1) = \sum_{C \in G_i} \Pr(y_{ij} = 1 | C) \Pr(C), \quad (15)$$

ここで  $G_i$  は入手可能性集合  $M_i$  の要素の空ではない組み合わせの集合である。また  $a_{ij}$  を考慮集合に入る場合は 1、それ以外を 0 とする潜在的なインディケーターとすると、考慮集合  $C$  の形成の確率は、

$$\Pr(C) = \frac{\Pr(\{a_{ij} = 1, \forall j \in C\} \cap \{a_{ij} = 0, \forall j \in M_i \setminus C\})}{1 - \Pr(a_{ij} = 0, \forall j \in M_i)}, \quad (16)$$

となる (Swait, 1984)。ここで  $M_i \setminus C$  は  $M_i \cap C$  の補集合である。そして二段階目の考慮集合形成後のブランド選択モデルは通常確率的効用モデルと変わらない。各代替案が考慮集合に入るか否かは、代替案について独立として各代替案の考慮集合に入る確率を Ben-Akiva and Boccara (1995) ではロジスティック回帰モデル、Andrews and Srinivasan (1995) では、プロビット・モデルを用いて考慮集合の確率モデルを構築している。守口・森 (1996) では考慮集合からの脱落を指数分布を用いた確率モデルを使って構築している。そしてこれらの方法が通常多項ロジット・モデルより優れていたことを述べている。Chiang et al. (1999) では考慮集合がディレクレ分布に従い潜在的に決定されるとした階層ベイズ・モデルを構築している。また Mehta et al. (2003) では、消費者の学習とコスト・ベネフィットの期待効用に準じた考慮集合の形成過程を組み込んだモデルをスキャナー・パネル・データに応用し、シミュレーティッド・モーメント法で推定し既存の方法と比較して優れた予測力を示した。Swait and Erdem (2007) では、ブランドの信頼性変数を考慮集合の形成過程に入れたモデルを提案し、サーベイ・データによる実証分析でその信頼性の効果を検証した。

しかしながらこれらの二段階モデルは容易にわかるように考慮集合の組み合わせについて代替案が増えると指数的にその数が増え、推定の際に尤度の計算の負荷が増えてしまう問題がある<sup>30</sup>。また式 (15) のモデルは考慮集合の絞り込み、そして考慮集合の中での選択プロセスを仮定している。これには一段階目の絞り込みの時点で Andrews and Srinivasan (1995) のようにマーケティング変数を用いる方式とそうではない方式がある。Andrews and Srinivasan (1995) で仮定されていることは、守口・森 (1996) が述べたように考慮集合の絞り込みの時点で補償型の考慮集合モデルを使っており非補償型で考慮集合を形成するという消費者行動論の知見を無視している。しかし逆に Chiang et al. (1999) のようにマーケティング変数を入れない方式であると考慮集合の形成は購買時点でのマーケティング変数とは無関係の仮定を置くことになり、例えばプロモーション変数によって消費者の考慮集合に加えられる可能性を無視することになる。

そこで事前に指定した属性のカットオフ確率で考慮集合の形成を行い、さらに消費者異質性として潜在クラスを利用したモデルを Andrews and Manrai (1998) では提案をしている。この方式であると、属性の水準値が離散型である仮定を置かなければならないが<sup>31</sup>、代替案の属性の積の数しか考慮集合を考える必要がなく、また非補償型ルールによってスクリーニングを行っていることになる。また Gilbride and Allenby (2004) では、製品属性値と価格に潜在的なスクリーニング・ルールを採用し、データ拡大法を用いた階層ベイズ・モデルを構築した。さらにそのカットオフの規準に補償型のスクリーニング、連結型と分離型のオプションを加えている。このモデルの場合は段階的ではなく入手可能集合の中で包括的にスクリーニングの規準を使って代替案の比較を行うと仮定されているため、上記の指数的に増える考慮集合の組み合わせの数や段階評価による問題は起こらない。APS カメラのコンジョイント・モデルへの実証分析では、他の考慮集合モデルの比較は行われなかったが通常の階層ベイズ多項プロビット・モデル (Rossi et al., 1996) と比べてモデルの精度が良くなった。ちなみに以上のオプションでは連結型のモデルが一番良かったことを報告している。さらに Gilbride and Allenby (2006) では、消費者異質性を考慮した EBA モデルとコスト・ベネフィット関数を用いてスクリーニングを行うモデルを提案し、実証分析では上記の連結型モデル、階層ベイズ多項プロビット・モデルと比較し、実証分析では提案モデルしたコスト・ベネフィット関数を用いてスクリーニングを行うモデルが一番良い結果を示したことを述べている。

### 3.4 慣性傾向とバラエティ・シーキング、状態依存モデル、参照価格を考慮したモデル

Bawa (1990) では慣性的行動とバラエティ・シーキング行動のハイブリッド行動の説明変数を用いる多項ロジット・モデルを構築した。個人  $i$  の購買機会  $t$  においてブランド  $j$  の連続選択回数を  $r_{ij}^{(t)}$  として、確定的効用を以下のように記述した。

$$v_{ij}^{(t)} = a_j + br_{ij}^{(t)} + c \left( r_{ij}^{(t)} \right)^2 = c \left( r_{ij}^{(t)} + \frac{b}{2c} \right)^2 - \frac{b^2}{4c} + a_j, \quad (17)$$

ここで  $a_j$  はブランド定数、 $b, c$  はパラメーターである。 $b > 0$  かつ  $c < 0$  であると、 $-b/(2c)$  の時点で確定的効用が最大になり、その後減衰することになる<sup>32</sup>。このことは最初の方は、ブランド・スイッチによるコストなどから惰性的な行動をとり、それを超えてからは飽きなどからバラエティ・シーキングに移行することを仮定している。このモデルに対し、坂巻 (2005) では、連続選択回数が続くとマイナスの無限大に発散する性質を指摘し、連続選択回数ではなく、経過選択機会を説明変数にしてバラエティー・シーキング効果を収束させる関数を用いて WEB サイトの閲覧選択モデルを構築した。また近藤・樋口 (2009) では、Bawa (1990) のバラエティ・シーキング変数に購買間隔を説明変数に含ませて混合分布を用いた階層ベイズ多項ロジット・モデルで推定し、Bawa (1990) のモデルと比較をして、よい結果を示した。その他、Lattin (1987) では製品属性を消費するバランスからバラエティ・シーキングが行われるという仮定において、多項ロジット・モデルで属性の残存効果を考慮した選択モデルを提案している。



また状態依存 (State-Dependence) モデルを用いて、購買行動の慣性行動やバラエティシーキング行動を捉えようとする研究がある。その一つの方法として効用部分に前回までの選択したか否かのインディケーター変数を説明変数として入れ込む方法がある。スキャナー・パネル・データの解析の契機となった Guadagni and Little (1983) では、平滑化した状態依存の変数を用いている。Gupta et al. (1997) では、状態依存項を入れたモデルをヨーグルト、ピーナッツバターと液体洗剤のカテゴリーに対しスキャナー・パネル・データで、それぞれ独立に分析し潜在クラス・モデルを使った異質性ととも、それが重要であることを示した。Seetharaman et al. (1999) では、マルチカテゴリーの状態依存モデルを構築している。その実証分析の結果、個人内カテゴリー間の状態依存効果は相関があることが示された。Erdem and Sun (2001) では、状態依存とマーケティング変数についての時間的な効果があるか否かを検定する方法を述べた。またブランド・スイッチングに関してマルコフ・モデルを使って慣性的な行動を説明しようとするモデルがある。Roy et al. (1996) では、Goodman (1961) の移動者-滞在者 (Mover-Stayer) モデルを、Seetharaman and Chintagunta (1998) では、Givon (1984) のバラエティ・シーキングと慣性行動を説明するマルコフ・モデルを組み込んだモデルを提案した。その他に Allenby and Lenk (1994) では、誤差効用部分に一次の自己回帰モデルを仮定し、状態依存性を考慮した階層ベイズ・モデルを構築した。Erdem (1996); Chintagunta (1999) では、状態依存効果と異質性に加えて知覚マップを内在したモデルを構築した。Seetharaman (2004) では、分布ラグを確率的効用の内部の変数項に仮定した。確率的効用には前回購買まで購買インディケーター、マーケティング変数と誤差効用が含まれ、その残存効果係数をそれぞれ選択状態依存、キャリアオーバー効果と習慣持続性 1 として、さらに個人の選好の連続性を Givon (1984) のモデルで表し、それを習慣持続性 2 としてこの 4 つの状態依存効果を入れたモデルを提案した。Dubé et al. (2008) では、混合正規分布を利用した階層ベイズ多項ロジット・モデルに状態依存性の説明変数を含ませ、カテゴリーのプライシングモデルを提案した。

またパネル・データにおいて参照価格を考慮したモデルがある。Lattin and Bucklin (1989) では、平滑化を使って参照価格を確定的効用に含めたモデルを提案した。また Kalyanaram and Little (1994) では、ソフトドリンクの内的参照価格の範囲をスキャナー・パネル・データを用いた多項ロジット・モデルによって明らかにしている。Bell and Lattin (2000) では、参照価格を上回った場合の利得と下回った場合の損失についての価格感度を別々にしてモデルを構築した。そして Terui and Dahana (2006) では、参照価格域を利得レジーム、価格受容域と損失レジームの 3 つに分割した個人異質性モデルを構築している。

表 1 主な離散選択モデルの推定法

推定法	数値計算法	MNL	潜在クラス MNL	MNP	ランダム係数 (階層ベイズ)
最尤法	最大化プログラムのみ	○	△	—	—
	EM アルゴリズム	—	○	—	—
	尤度シミュレーション	—	—	○	○
ベイズ法	ギブスサンプラー	—	—	○	○(MNP)
	M-H 法を含む方法	○	○	—	○(MNL)

### 3.5 パラメーター推定法とその数値計算法、モデル選択

マーケティング・モデルにおける確率的効用モデルは、多くのモデルは最尤法とベイズ法で推定される。ここではそれぞれの推定法の特徴を述べる。表 1 に主な離散選択モデルの推定法と数値計算法を示す。

最尤法は、対数尤度関数を最大化するパラメーターを推定値として採用する推定法である。漸近的に推定量が正規分布に従うので、それを用いて近似的にパラメーターの仮説検定ができる。パラメーターの集合を  $\theta$ 、個人  $i$  の選択確率モデルにデータを当てはめてパラメーターの関数としたものを  $l(\theta; Data_i)$  とすると確率的効用モデルの対数尤度関数は、以下のように記述できる。

$$LL(\theta; \{Data_i\}) = \sum_{i=1}^n \log l(\theta; Data_i), \quad (18)$$

通常は対数尤度を最大化するパラメーターを求めるのに解析的には解けず、式 (18) をパラメーターで微分したグラデュエント・ベクトルの成分が各々 0 となる推定値を数値計算で探索して最尤解の候補を探すことになる。線形型多項ロジット・モデルの対数尤度関数は局所最適解が一つしかなく、数値計算の汎用な最大化のプログラムがあれば最尤法での推定が実行可能である。最大化のための数値計算の方法には、BFGS 法 (Broyden, 1970; Fletcher, 1970; Goldfarb, 1970; Shanno, 1970)<sup>33</sup>や BHHH 法 (Berndt et al., 1974) が多く使われている。

しかしモデルが単純でなく対数尤度関数が複雑になってしまうと汎用な最大化の数値計算法では計算ができない可能性がある。潜在クラス・モデルにおいては通常潜在的なセグメント所属インディケーターを導入して対数尤度関数の最大化を行う EM アルゴリズム (Dempster et al., 1977) が多く使われる。またランダム係数モデルと多項プロビット・モデルの対数尤度関数は解析的に解くことのできない積分形式で表わされているため、シミュレーション法によって数値計算する方法がとられる。多項プロビットの尤度計算で多く使われる方法は、GHK 法 (Geweke, 1991; Keane, 1994) であり、それまでのシミュレーション法と比較して良い結果を残していることを示している (Hajivassiliou et al., 1996)<sup>34</sup>。

一方、ベイズ推定は特徴として事前の知識を活かすことができる。また統計学的決定理論の面における許容性、論理整合性などに他の方法と比較してアドバンテージがある。さらに極端にサンプル数が少なく他の推定法だと計算不可能な場合や尤度関数が微分不可能で正則条件を満たさない場合にも理論的に不都合を起こさない推定が可能である。最尤法などは点推定であるが、ベイズ法は事後分布という形で推定の結果が導出される。通常は、事後分布の母平均を用いて結果を報告することが多い。具体的な手順は、分析者がパ

ラメーターの事前分布  $\pi(\theta)$  を恣意的に設定し、データから尤度関数を構築して、ベイズの定理から事後分布の導出をする。事後分布の形状は以下ようになる。

$$\pi(\theta|\{Data_i\}) = \frac{\prod_{i=1}^n l(\theta; Data_i)\pi(\theta)}{\int \prod_{i=1}^n l(\theta; Data_i)\pi(\theta)d\theta}, \quad (19)$$

式 (19) の右辺の分母の部分の正規化定数、また事後分布から各パラメーターの周辺分布の計算の際には積分計算が必要であるので、ベイズ推定は計算の困難さから、利用が限定的であったが、マルコフ連鎖モンテカルロ法 (Markov Chain Monte Carlo; MCMC) というシミュレーションによる事後分布の近似ができるようになってからマーケティングに限らず多くの分野で使われている。MCMC 法は複雑な分布からの乱数発生が困難な場合、比較的発生が容易な近似した分布から乱数を発生させて詳細釣り合い条件 (detailed balance condition) を満たすようにサンプリングする方法である。その種類には、条件付き事後分布がよく知られた分布の場合に用いられるギブス・サンプラー (Gibbs sampler; Geman and Geman, 1984; Gelfand and Smith, 1990) とその一般系であるメトロポリス-ヘイスティングス・アルゴリズム (Metropolis-Hastings Algorithm; Hastings, 1970; Metropolis et al., 1953) がある<sup>35</sup>。確率的効用モデルでは、事前分布には通常は回帰係数のパラメーターには多変量正規分布、分散パラメーターには逆ウィシャート分布が頻繁に使われる。そして線形型効用の多項プロビット型のモデルであればデータ拡大法 (Tanner and Wong, 1987) を用いて事前分布を適切なものを指定すると多重積分の計算を回避でき、ギブス・サンプラーだけで事後分布からの乱数サンプリングを行うことができるので (Albert and Chib, 1993; McCulloch and Rossi, 1994; Imai and van Dyk, 2005; McCulloch et al., 2000)<sup>36</sup>、メトロポリス-ヘイスティングス・アルゴリズムを用いる多項ロジット・モデルと比較して容易に実行できる。MCMC 法による乱数発生は乱数列内で自己相関を生じさせ、特に Rossi et al. (2005) が述べているように、確率的効用モデルのデータ拡大法を用いた方法は効率が悪いので、用いる際には注意が必要である。

次に変数選択などに関わるモデル選択について述べる。最尤法の場合、モデルの検定には漸近理論を使ったカイ二乗検定が実行できる。また最尤法では相対的なモデルの良さを示す情報量規準 AIC (Akaike, 1974) や BIC (Schwarz, 1978) を使ったモデル選択が可能である。ベイズ法では対数周辺尤度と二つのモデルの比であるベイズ・ファクターがモデル選択に使われる。しかしその過程で積分計算が入るため、その導出は容易でない。そのため、周辺尤度の式を項等的に変化させて MCMC 法のアウトプットから計算する方法が提案されている。Newton and Raftery (1994) では尤度の調和平均をとる方法、Chib (1995) では事後分布のモードや平均を使う方法を提案している。

また確率的効用モデルの推定を実行するソフトウェアであるが、本稿で述べた多くのモデルは、自らプログラミングをする必要がある。しかし線形効用の多項ロジット・モデルは SPSS や SAS、R などのソフトウェアで標準的に実装されており、それを用いて推定を実行できる。また Rossi et al. (2005) では、マーケティングにおけるベイズ推定の R 用パッケージ bayesm を提供しており、それを用いて階層ベイズによる混合分布を用いた多項ロジット・モデルや連結型ルールのスクリーニングを考慮集合の形成に採用する多項プロビット・モデルなどの MCMC 法を用いたベイズ推定が実行できる。

## 4 討論

個人の異質性は3.1で述べたように、階層ベイズもしくは潜在クラス・モデルの利用によって考慮することが可能になった。しかしながらいくら個人の異質性を考慮しても現実には時間とともにそれは変動している。それを考慮するには二つの方向が考えられる。一つは消費のシチュエーションで区切る方法である。例えばコーヒーと緑茶の選択問題を考えると朝は眠気覚ましのコーヒー、昼は弁当に合う緑茶が選好されることが考えられる。嗜好品や購買後、即時消費されるような食品や飲料の分野で、この概念は重要になる。その研究の例を挙げると、Yang et al. (2002) では、消費者のシチュエーションとモチベーションによって異なる選好を考慮した離散選択モデルをサーベイ・データから構築している。またもう一つは消費者全体のトレンドが時系列で変化することである。例えば長期的広告効果によってブランド定数が相対的に大きくなる、または景気の変動によって価格感度に変化することが考えられる。Lachaab et al. (2006) では階層ベイズの回帰パラメーターに状態空間モデルを導入しており、時間に関して平均パラメーターが変動していることを示している。前者の研究ではサーベイ・データではない場合のシチュエーションの情報の取得、後者には長期的なデータの取得の方法<sup>37</sup>に難があるが、これらの結果からパラメーターに消費者の購買時間帯や購入場所、チラシや陳列に関する以外のプロモーション変数、例えばテレビや雑誌の質や量の変数をモデルに投入して消費者の選好の変動要因を探る必要があるといえる。これらの方法を用いれば、短期的にも長期的にも消費者選好の変化を、より理解できるであろう。また Mitchell (1981) が述べるようにカテゴリーに対する関与の大きさと消費者の情報処理に違いがあるので、非補償型ルールや考慮集合の規定などの選択方式にも個人の異質性があるといえる。これは妥当ともいえるが、そうなるとモデルが複雑になりすぎる可能性も否定できない。

そして同時に個人別のパラメーターを求めてから、どのようにその知見を利用して One-to-one マーケティング戦略を実行すればよいのかも課題になる。Rossi et al. (1996) では階層ベイズで得たモデルを使って、シミュレーションによって個人別の価格戦略を提案しているが、実行する場合には、Feinberg et al. (2002) で述べられたように個別の価格戦略の際に生じる裏切り効果と嫉妬効果<sup>38</sup>に対する考慮も必要になるであろう。また他の戦略としては電子メールを使ってカスタマイズされたレコメンデーションや時間別のプロモーション活動を実行することが考えられる。その際には、消費者にとって単に迷惑メールになってしまわないようなレコメンデーション・モデルの構築が必要である。

また社会的相互作用を考慮した離散選択モデルの構築もこれからの研究の課題になる。消費者行動論の分野では準拠集団の存在が購買選択に影響していることが明らかになっている (Witt and Bruce, 1972; Park and Lessig, 1977)。その効果を考慮した離散選択モデルを挙げると、杉田・片平 (1990) ではバンドワゴン、スノップおよび顕示効果を効用に含めたモデルを提示している。Brock and Durlauf (2001, 2002) では準拠集団の選択確率を効用に含むモデルを提示している。Arora and Allenby (1999); Aribarg et al. (2009) では、確率的効用モデルを用いたグループの集団意思決定モデルを提案している。また水野・池田 (2007) では準拠集団をアプリオリに決定されたものではなく、潜在クラスを用い、そのグループ間の影響度を効用部分に入れたモデルを提示している。また Yang and Allenby (2003) では居住地域の空間的な位置を考慮した個人間の選好の類似性を考慮したモデルを



提案している。これらのモデルでは準拠集団のレベル、例えば公式集団と非公式集団などの区別がされていないのでそれを考慮した方法、そして長期的なパネル・データならば、ミクロ・マクロ・ループを考慮した方法に拡張もできるであろう。また社会ネットワーク分析の概念を用いたモデルによる社会相互依存モデルも考えることができるであろう。しかしマーケティングへの応用の際にどのようにデータを取得すればよいのが課題になる。

次に I.I.A. と誤差効用の相関についての議論をする。最近の研究では相関のある多項プロビット・モデル、もしくは多項ロジット・モデルの効用に多変量正規分布に従う確率変数を含ませ I.I.A. の問題を回避していると述べている場合が多い。しかし、相関構造と I.I.A. の性質の関係は整理されていない。ここで誤差項に相関があり、かつ I.I.A. の例を示す。多項プロビット・モデルの誤差効用が独立の場合である独立プロビット・モデルは I.I.A. である。Tsai (2000) は、そのモデルに対して同値のモデルが無数存在していることを示した。具体的には  $m$  次の誤差効用  $\varepsilon_i$  の分散共分散行列  $\Sigma$  とすると、

$$\Sigma^* = c\Sigma + d\mathbf{1}'_m + \mathbf{1}_m d', \quad (20)$$

に変換したモデルと同値のモデルになる。ここで  $c$  は正のスカラーで、 $d$  は  $m$  次の任意のベクトルで  $\mathbf{1}_m$  は  $m$  次の単位ベクトルである。変換の例を出すと  $m = 3$  で確定的効用はすべての代替案で 0 として  $\Sigma$  を  $3 \times 3$  の単位行列、 $c = 1/20$ 、 $d = (19/40, 19/40, 19/40)'$  とする。すると、

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \Sigma^* = \begin{pmatrix} 1 & 0.95 & 0.95 \\ 0.95 & 1 & 0.95 \\ 0.95 & 0.95 & 1 \end{pmatrix}, \quad (21)$$

となり、双方のモデルの選択確率は同一になる。 $\Sigma^*$  は一見すると相関構造があり I.I.A. 特性はないように思える。しかしこれは  $\Sigma$  のモデルと同一の構造を持つので選択集合を変えても選択確率の比は同一で、この選択集合内では I.I.A. 特性をもつ<sup>39</sup>。誤差項間で相関があっても I.I.A. 特性をもたないとは必ずしも言えない。よって  $m$  次型の確率的効用モデルのシミュレーションなどで誤差効用に相関を入れる場合は、このことを考慮しなくてはならないことに注意するべきである。独立プロビットではない多項プロビット・モデルは通常識別性の問題から  $j = 1, \dots, m-1$  の代替案の確率的効用から最後の代替案の確率的効用を引く操作  $u_{ij} - u_{im}$  が行われる<sup>40</sup>。この操作を行い尺度パラメーターを適切に設定することによって式 (20) の構造は一意的に決まる。しかしながら推定の際には  $\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{im}$  と  $\varepsilon_{ik} - \varepsilon_{im} (j \neq k)$  との共分散の推定になる。マーケティング上ではポジショニング・マップに代表されるようにブランド間の類似性に興味がある場合があるが、この誤差効用の相関構造に対するマーケティングの解釈も必要であろう<sup>41</sup>。Tversky (1972); Huber et al. (1982); Simonson (1989) では、選択集合によって代替案の価値が変化することが述べられている。代替案の追加、削除によって消費者のブランドの選択が変化するのは、新製品開発、ブランド・マネジメントやカテゴリー・マネジメント上で重要な意味を持つので、相関構造の解釈は離散選択モデルにおける重要な課題と言える。さらに市場に新製品投入の際の誤差効用の既存製品との相関構造の推定方法と、マルチカテゴリーで分析する際のカテゴリー間の相関の解釈の方法と回帰係数パラメーター  $\beta$  については異質性を考慮したモデルが多

いが、あまり問題視されていない誤差効用の相関構造の異質性の議論も必要であろう。

分析の適応法であるが、本稿でレビューをしたように多くはスキャナー・パネル・データによる市場分析とコンジョイント分析に離散選択モデルは使われおり、その方法論への考察をする。まずスキャナー・パネル・データを用いた分析については、元来の研究では、モデルの仮定への疑問視から、それを改善する方法の提案、そして実際に低関与商品についての実証分析を行い、情報量規準で既存モデルと比較し最後に予測精度についてのチェックをするという手順で分析を行っている。分析者が研究者ではなくマーケッターの場合にこの方法には疑問が残る。まずマーケッターが製品ブランドのメーカーである場合と、小売業者なのかで大きく条件と目的が異なると言える<sup>42</sup>。まず前者の場合は自社製品のマーケットシェアの増大が目的になる。しかしながら、データから得た知見をもとに、説明変数であるマーケティング変数の調節を実行しようとしても、それらは小売業者が最終的に決定するものであり、さらには小売業者が決定する未来のマーケティング変数の情報自体は通常知ることでもできないので予測ができないことになる。そのため予測の際には、価格やプロモーションが所与ではなく小売行動を予測するような枠組みをモデルに含ませる必要があるであろう。また後者の場合は、離散選択モデルは相対比較に過ぎないので、それは利益増大のためのカテゴリー内の価格最適化や在庫調節のための方法論となる。その際には消費者の予算制約や他の小売店の競合関係や他のカテゴリーとの関連を考慮するべきであろう。

またコンジョイント・モデルの離散選択モデルはスキャナー・パネル・データと異なり、柔軟に消費者の情報を取得できる。近年では、インターネット調査の普及により以前と比較して低価格で調査を実行できる。質問数が増えすぎて大きな回答誤差の発生を招くような状況になってはならないが、マーケティングや消費者行動の理解に役立つ情報をコンジョイント・モデルに入れる余地もあるであろう。例えばプロフィールの選好情報という従来のコンジョイント分析のデータに加え、消費者の心理状態や知覚構造を組み込んだモデルを開発する必要がある。McFadden (1986); Ben-Akiva et al. (1999) では、マーケティングでは消費者の知覚、属性と選択行動をすべて統合し、それらの間の結合させることを念頭においた統計的モデルの利用することが重要であると述べている。それには Maydeu-Olivares and Böckenholt (2005) で提示された離散選択モデル(ランキング、一対比較)と構造方程式モデリングの組み合わせたようなアプローチが一つの方法として考えられる。また選択法と評定法のどちらがいいのかも議論されるべき対象である。Elrod et al. (1992); Oliphant et al. (1992) ではデータを比較した結果、そのパフォーマンスはあまり変化しないと論じているが、Chakraborty et al. (2002) では個人の異質性の考慮によってそのパフォーマンスが変化することをモンテカルロ法を使って確かめた。また Sethuraman et al. (2005) では、選択法と評定法、そしてインターネット調査と質問紙による郵送調査の違いを比べた結果、評定法では二つの調査法の違いはなかったが、選択法では違いがあることを結論づけた。これらの方法は単一カテゴリーまたはシミュレーション・データとやや一般性を欠いたものなので、複数カテゴリーで実際のシェアと照らし合わせ、費用と回答者の負担を考慮し検証する必要があるであろう。

データの取得についてであるが、様々なデータを組み合わせる方法も模索できるであろう。例えば、Swait and Andrews (2003) ではデータ強化(Data Enrichment)としてスキャナー・パネル・データとサーベイ・データを組み合わせている。また Kamakura and Wedel (1997);

Gilula et al. (2006) のように独立なデータを組み合わせるデータ融合 (Data Fusion) も今後のモデルの拡張のための方法として考えられる。また現在では各企業は FSP (Frequent Shoppers Program) による購買履歴データなど膨大な顧客情報を保持している。スキャナー・パネル・データやサーベイ・データに依らないデータベース・マーケティングの際のモデリングも、今後の離散選択モデルの応用上の一つの有用な実務上の発展方向である。例えば Blattberg et al. (2008) では、顧客獲得のモデリングの際に一例としてロジット・モデルを使っている。また Khan et al. (2009); Netzer et al. (2008) では CRM (Customer Relationship Management) に関するモデリングに離散選択モデルを用いている。

推定の問題であるが、モデルの仮定によって推定値が異なることが指摘されている。例えば、Abramson et al. (2000); Chintagunta et al. (2001) では、状態依存モデルを用いてロジット・モデルの推定を比較し、異質性がないと大きく状態依存の項の係数の推定値が異なることを示した<sup>43</sup>。また Villas-Boas and Winer (1999) は、マーケッターには観測不可能な内生性が価格に影響を及ぼし、推定にバイアスを生じさせることを論じている。例えば通常スキャナー・パネル・データを使った分析の場合、説明変数は価格、チラシ掲載の有無と特別陳列の有無のみであり、「テレビで紹介された」という変数自体は観測されない。しかしそれが消費者の選好に影響を与え、小売側のチラシ掲載や陳列、価格の変更に影響を与える場合は観測されない内生変数になり、モデルの推定にバイアスを与える。またこれに関連して重要なのは、ブランド定数や説明変数間に内生的な構造が発生していることである。ブランド定数、説明変数項に入れられる価格と広告は互いに独立ではなく、相互に関連しているといえる。例えばカテゴリー内で価格を相対的に低くすると短期的はシェアの拡大を生むが、当然ながら長期的にはブランド力の低下を招く。逆にブランド力の高い製品は小売業の価格やチラシ掲載に影響を与えることも考えられる。また価格自体がブランドの質を表している場合もある。Erdem et al. (2008) では、価格、広告の露出量と選択モデルの同時方程式モデルを構築しており、製品の質、価格と広告は互に関連していることを示している。また 3.4 で述べた既存の状態依存性を考慮した分析は、それがいない場合と比較してよい結果を生んでいる。しかし状態依存性は探索コストの軽減や消費した際の製品の質の良さとロイヤルティなどの合成的な代理変数でしかない。Bettman (1979) の消費者情報処理モデルでは、消費者は選択した後に消費経験を通じてブランドの評価をし、次の選択の際のフィードバックを行うとされており、その選択の状態依存性というより、消費を通じた評価と学習も考慮する方が消費者行動論に即した妥当なモデリングであろう。それを考慮するには、例えばベイジアン学習過程を含むモデル (Mehta et al., 2003; Erdem et al., 2008) が発展の方向として考えられる。

また実務的な観点からも考察が必要である。マーケティング・リサーチの現場では、統計学の技法を重要な因子やトレンドを抽出し情報を集約するために記述統計的に用いていることが多い。よって個人レベルのモデリングで個人が各々異なるという前提では扱いにくいジレンマがある。これに対しては、それを用いたマーケティング戦略の有用性を研究者が示すべき課題でもある。また複雑なモデルは推定の際にコンピューティングの難易度を上げることになる。実務上で使われるにはその点も重要になる。Rossi et al. (2005) のように自身のモデルに対するソフトウェアの提供も研究者側から必要である。

離散選択モデルは、個人レベルの選択を記述するマーケティング・モデルとして汎用なモデルである。今までのマーケティングにおける離散選択モデルは心理学、消費者行動論や

行動経済学による知見と統計学の新たな方法を組み合わせることで大きく発展を遂げた。マーケティング・モデルは古典的な経済学のパラダイムでは説明しきれない事象を構築する面で発達してきたが、現在、再び経済学やゲーム理論のパラダイムで市場分析の方法が新たに構築されている。離散選択モデルがその中の消費者行動モデルとして、どのように実務的なマーケティング・ディシジョンと理論構築に貢献するかが上記で述べたことに加えて今後の発展方向を指し示すといえるであろう。

## 注

- 1 モデルの性質や推定の際の識別性の問題は Rossi et al. (2005); 阿部・近藤 (2005); Train (2003); 片平 (1987); 照井 (2008); 守口 (2001) に詳しく記述がある。
- 2 通常確率的効用モデルを説明の際、 $u_{ij}$  と  $\varepsilon_{ij}$  とともに確率的効用と呼ぶ場合がある。本稿では  $u_{ij}$  と  $\varepsilon_{ij}$  を区別するため前者を確率的効用、後者を誤差効用と呼ぶ。
- 3 多項プロビット・モデルは計量心理学の分野では Thurstone (1927, 1931) に基づいてサーストニアン・モデル、サーストン・モデルとも呼ばれる。また代替案が二つの場合は単にプロビット・モデル、または二つの代替案であることを強調して二項プロビットと呼ばれることが多い。
- 4 二重指数分布、またはガンベル分布とも呼ばれる。
- 5 多項ロジット・モデルは経済学の分野では条件付きロジット、計量心理学の分野では Luce (1959) の選択モデルと一致しているのでルース・モデルとも呼ばれることもある。また二項の場合はロジスティック回帰モデルと数理的に一致する。
- 6 心理学・教育学で用いられる項目反応理論ではロジット・モデルをプロビット・モデルの近似として扱っている。
- 7 計量経済学では Maddala (1983); Aldrich and Nelson (1984) において他の分布が提案されているが、Greene (1997) によれば、この分野でもロジット・モデルとプロビット・モデルが離散選択モデルとして使われることが多い。
- 8 このモデルの具体的な特性や利用法は Agresti (2002); 朝野 (2005) にある。
- 9 他には比例ハザード・モデル (Cox, 1972) の特別な場合にも多項ロジット・モデルを導出できる。
- 10 GAM のマーケティングへの応用例は阿部・近藤 (2005) で述べられている。
- 11 清水 (1999) では、ディリクレ・モデルのマーケティング上の応用に対する考察をしている。
- 12 ハフ・モデル、MCI モデルと多項ロジット・モデルの選択モデルの関係を朝野 (2003) では整理をしている。
- 13 値引きの効果がどれくらいかや、プロモーションの効果があるか否かという統計的検定による検証が不可能である。
- 14 通常評定法のコンジョイント・モデルは最小二乗法 (OLS) で推定する。これは Excel をはじめ多くのソフトウェアで実行可能である。
- 15 現在の研究では評定型と選択型を並記して新しいコンジョイント分析を提案していることが多い。例えば Allenby and Ginter (1995) など。また確率的効用モデルは、式 (6) の考え方を使って順序型データのコンジョイント・モデルにも用いることができる。Chapman and Staelin (1982); Ogawa (1987) では順序型データをランク・ロジットで分析をしている。また Bradley and Terry (1952) の一対比較法のコンジョイント・モデルも離散選択モデルを通じて定式化できる。



- 16 ここでの論点の抽出には、片平・杉田(1994); 守口(2001); 阿部・近藤(2005); Chandukala et al. (2008) を参考にしている。
- 17 これは赤バス青バス問題 (Chipman, 1960; Debreu, 1960) とも呼ばれている。
- 18 補償型とは、ある属性の部分効用が互いに代替可能なことを指し示している。それに対してブランド属性に必須な要件がある場合等は非補償型である。
- 19 考慮集合と似たような概念に想起集合などの概念がある。これらの定義は厳密には異なることがあるが、ここでは同一的に見なしブランド選択の際に真剣に比較検討される代替案の集合とする。また Shocker et al.(1991) では選択モデル構築の際の考慮集合の重要性を論じている。
- 20 Kahn (1995); 小川(2005) では、バラエティ・シーキング行動の統合的なレビューを行っている。
- 21 Kalyanaram and Winer (1995); Mazumdar et al. (2005) はその実証分析についてレビューをしている。
- 22 これらの異質性モデルの比較は、例えば Andrews et al. (2002) でされている。
- 23 Dillon and Kumar (1994); Wedel and DeSarbo (1994) では、マーケティング上での潜在クラスを使ったモデルのレビューをしている。
- 24 潜在クラスの数、多くの研究において 2 から 8 個程度である。この値は通常モデル選択の手続きをもって決定される。
- 25 マーケティングの分野では、購買量のモデリングにおいてポアソン分布のパラメーターにガンマ分布を想定したモデル (Goodhardt and Ehrenberg, 1967) でその概念があり、計量経済学ではいち早く Hausman and Wise (1978) がその概念を多項プロビット・モデルに導入している。
- 26 はじめに全体のデータで最尤法によってパラメーターを求め、任意の定数でパラメーターのバラツキ具合をコントロールした後、それを事前分布として、再度個別のパラメーターの推定をする方法である。
- 27 ここではランダム係数モデルで、ベイズ推定したものを階層ベイズ・モデルと呼ぶことにする。
- 28 ネスティッド・ロジット・モデルは階層型ロジット・モデルや入れ子型ロジット・モデルとも呼ばれる。
- 29 Silva-Risso and Ionova (2008) は *Marketing Science* 誌の 2008 年度 Practice Prize Winner の論文である。
- 30 例えば事前に省略する組み合わせがなければ 6 個の代替案であると選択集合の組み合わせは  $2^6 - 1 = 63$  である。
- 31 価格のような連続型の属性変数については、いくつかに分割する必要がある。
- 32 この符号は実証分析にて、ほとんどすべての家計でそうなったことが示されている。
- 33 準ニュートン法とも呼ばれる。
- 34 シミュレーションによる計算方法では、尤度の対数変換の際のバイアスが発生する。詳しくは Train (2003) を参照。
- 35 大森(2001) では、包括的にベイズ推定における MCMC 法について述べている。
- 36 他の数値計算法では Girolami and Rogers (2006) が変分ベイズ法で多項プロビット・モデルを推定している。
- 37 Lachaab et al. (2006) の実証分析では 8 年間のデータが使われた。
- 38 裏切り効果 (betrayal effect) は、利用しているブランドの企業がスイッチャーに対して特別

なプロモーションをする際に生じる利用ブランドの選好度を下げる効果で、嫉妬効果 (jealousy effect) は自身の利用していないブランドの企業がそのブランドに対してプロモーションをする際に生じる利用ブランドの選好度を下げる効果である。

- 39 直感的な理解としてこの場合、3 つすべての代替案の選択確率は  $1/3$  である。よって選択確率の比はすべての組み合わせについて 1 である。そして代替案を一つ省くと選択確率は  $1/2$  であり、選択確率比は 1 になり、この選択集合内では I.I.A. 特性をもつ。
- 40 例えば Train (2003); Rossi et al. (2005); 照井 (2008) を参照。
- 41 例えば Maydeu-Olivares and Böckenholt (2005) では確率的効用の距離に基づいた解釈を提案している。
- 42 プライベートブランドの場合を除いて議論をする。
- 43 計量経済学では、経験によってその後の行動が変化することを真の状態依存性 (true state dependence) と呼び、時間的に持続している変数の代理変数として状態依存項が役割をなしていることを見せかけの状態依存性 (spurious state dependence) という (Heckman, 1978)。

## 引用文献

- Abe, M. (1995) A nonparametric density estimation method for brand choice using scanner data, *Marketing Science*, Vol. 14(3), 300–325.
- 阿部誠 (2003) プロダクト空間とブランド空間を考慮したジョイント・スペース・マップ—北米ピックアップ・トラック市場への応用—, *オペレーションズ・リサーチ*, Vol. 48(10), 719–728.
- 阿部誠・近藤文代 (2005) 「マーケティングの科学—POS データの解析—」, 朝倉書店.
- Abramson, C., R. L. Andrews, I. S. Currim, and J. M. Jones (2000) Parameter bias from unobserved effects in the multinomial logit model of consumer choice, *Journal of Marketing Research*, Vol. 37(November), 410–426.
- Agrawal, D. and C. Schorling (1996) Market share forecasting: An empirical comparison of artificial neural networks and multinomial logit model, *Journal of Retailing*, Vol. 72(4), 383–407.
- Agresti, A. (2002) “*Categorical Data Analysis*”, John Wiley.
- Akaike, H. (1974) A new look at the statistical model identification, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 19(6), 716–723.
- Albert, J. H. and S. Chib (1993) Bayesian analysis of binary and polychotomous response data, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 88(422), 669–679.
- Aldrich, J. and F. Nelson (1984) “*Linear Probability, Logit, and Probit Models*”, Sage Publications.
- Allenby, G. M. and J. L. Ginter (1995) Using extremes to design products and segment markets, *Journal of Marketing Research*, Vol. 32(November), 392–403.
- Allenby, G. M. and P. J. Lenk (1994) Modeling household purchase behavior with logistic normal regression, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 89(428), 1–14.
- Allenby, G. M. and P. E. Rossi (1999) Marketing models of household heterogeneity, *Journal of Econometrics*, Vol. 89, 57–78.
- Andrews, R. L. and A. K. Manrai (1998) Feature-based elimination: Model and empirical comparison, *European Journal of Operational Research*, Vol. 111(2), 248–267.
- (1999) MDS maps for product attributes and market response: An application to scanner panel data, *Marketing Science*, Vol. 18(4), 584–604.
- Andrews, R. L. and T. C. Srinivasan (1995) Studying consideration effects in empirical choice models using scanner panel data, *Journal of Marketing Research*, Vol. 32(February), 30–41.
- Andrews, R., A. Ansari, and I. S. Currim (2002) An empirical comparison of logit choice models with discrete versus continuous representations of heterogeneity, *Journal of Marketing Research*, Vol. 34(November), 479–487.
- Ansari, A. and R. Iyengar (2006) Semiparametric Thurstonian models for recurrent choices: A Bayesian analysis, *Psychometrika*, Vol. 71(4), 631–657.

- Aribarg, A., N. Arora, and M. Y. Kang (2009) Predicting joint choice using individual data, *Marketing Science*, forthcoming.
- Arora, N. and G. M. Allenby (1999) Measuring the influence of individual preference structures in group decision making, *Journal of Marketing Research*, Vol. 36(November), 476–487.
- 朝野熙彦・山中正彦 (2000) 「新製品開発」, 朝倉書店.
- 朝野熙彦 (2003) ハフモデルの今日的意味に関する一考察, 専修大学マーケティング研究会 (編) 「商業まちづくり—商業集積の明日を考える」, 白桃書房, 146–169.
- 朝野熙彦 (2005) Baseline–Category Logit Model の特性と利用法, 専修大学情報科学研究所年報, Vol. 26, 37–54.
- Bawa, K. (1990) Modeling inertia and variety seeking tendencies in brand choice behavior, *Marketing Science*, Vol. 9(3), 263–278.
- Beggs, S., S. Cardell, and J. Hausman (1981) Assessing the potential demand for electric cars, *Journal of Econometrics*, Vol. 16, 1–19.
- Bell, D. R. and J. M. Lattin (2000) Looking for loss aversion in scanner data: The confounding effect of price response heterogeneity, *Marketing Science*, Vol. 19(2), 185–200.
- Ben-Akiva, M. and B. Boccara (1995) Discrete choice models with latent choice sets, *International Journal of Research in Marketing*, Vol. 12(1), 9–24.
- Ben-Akiva, M., D. McFadden, T. Gärling, D. Gopinath, J. Walker, D. Bolduc, A. Börsch-Supan, P. Delquié, O. Larichev, T. Morikawa, A. Polydoropoulou, and V. Rao (1999) Extended framework for modeling choice behavior, *Marketing Letters*, Vol. 10(3), 187–203.
- Berndt, E. K., B. H. Hall, R. E. Hall, and J. A. Hausman (1974) Estimation and inference in nonlinear structural models, *Annals of Economic and Social Measurement*, Vol. 3/4, 653–665.
- Bettman, J. R. (1979) “*An Introduction Processing Theory of Consumer Choice*”, Addison Wesley.
- Blattberg, R. C., B. D. Kim, and S. A. Neslin (2008) “*Database Marketing*”, Springer.
- Bradley, P. M. and M. E. Terry (1952) Rank analysis of incomplete block designs: The method of paired comparisons, *Biometrika*, Vol. 39(3–4), 324–345.
- Brock, W. A. and S. N. Durlauf (2001) Discrete choice with social interactions, *Review of Economic Studies*, Vol. 68(2), 235–60.
- (2002) Multinomial-choice model of neighborhood effects, *American Economic Review*, Vol. 92(2), 298–303.
- Broyden, C. G. (1970) The convergence of a class of double-rank minimization algorithms, *Journal of the Institute of Mathematics and Its Applications*, Vol. 6, 76–90.
- Chakraborty, G., D. Ball, G. J. Gaeth, and S. Jun (2002) The ability of ratings and choice conjoint to predict market shares: A Monte Carlo simulation, *Journal of Business Research*, Vol. 55(3), 237–249.
- Chandukala, S. R., J. Kim, T. Otter, P. E. Rossi, and G. M. Allenby (2008) Choice models in marketing: Economic assumptions, challenges and trends, *Foundations and trend in marketing*, Vol. 2(2), 97–184.
- Chapman, R. G. and R. Staelin (1982) Exploiting rank ordered choice set data within the stochastic utility model, *Journal of Marketing Research*, Vol. 19(August), 288–301.
- Chiang, J., S. Chib, and C. Narasimhan (1999) Markov chain Monte Carlo and models of consideration set and parameter heterogeneity, *Journal of Econometrics*, Vol. 89(1–2), 223–248.
- Chib, S. (1995) Marginal likelihood from the Metropolis-Hastings algorithm, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 90(432), 1313–1321.
- Chintagunta, P. K. (1994) Heterogeneous logit model implications for brand positioning, *Journal of Marketing Research*, Vol. 31(May), 304–311.
- (1999) Variety seeking, purchase timing, and the “Lightning Bolt” brand choice model, *Management Science*, Vol. 45(4), 486–498.
- Chintagunta, P. K., D. C. Jain, and N. J. Vilcassim (1991) Investigating heterogeneity in brand preference in logit models for panel data, *Journal of Marketing Research*, Vol. 28(November), 417–428.
- Chintagunta, P. K., E. Kyriazidou, and J. Perktold (2001) Panel data analysis of household brand choices, *Journal of Econometrics*, Vol. 103, 111–153.

- Chipman, J. (1960) The foundations of utility, *Econometrica*, Vol. 28(2), 193–224.
- Cooper, L. G. and A. Inoue (1996) Building market structure from consumer preference, *Journal of Marketing Research*, Vol. 43(August), 8–19.
- Cox, D. R. (1972) Regression models and life-tables, *Journal of the Royal Statistical Society B*, Vol. 34(2), 187–220.
- Daly, A. and S. Zachary (1978) Improved multiple choice models, In D. Hensher and M. Dalvi eds. “*Determinants of Travel Choice*”, Saxon House, 335–357.
- Debreu, G. (1960) Review of R. D. Luce individual choice behavior: A theoretical of analysis, *American Economic Review*, Vol. 50(1), 186–188.
- Della, B. A. and K. B. Monroe (1974) The influence of adaptation levels on subjective price perceptions, *Advanced in Consumer Research*, Vol. 1, 359–369.
- Dempster, A. P., N. M. Laird, and D. B. Rubin (1977) Maximum likelihood from incomplete data via the EM-algorithm, *Journal of Royal Statistical Society B*, Vol. 39(1), 1–38.
- Dillon, W. R. and A. Kumar (1994) Latent structure and other mixture models in marketing: An integrative survey and overview, In R. P. Bagozzi ed. “*Advanced Method of Marketing Research*”, Blackwell, 295–351.
- Dubé, J., G. J. Hitsch, P. E. Rossi, and M. A. Vitorino (2008) Category pricing with state-dependent utility, *Marketing Science*, Vol. 27(3), 417–429.
- Einhorn, H. J. (1970) The use of nonlinear, noncompensatory models in decision making, *Psychological Bulletin*, Vol. 73(3), 221–230.
- Einhorn, H. J. and R. M. Hogarth (1981) Behavioral decision theory: Processes of judgment and choice, *Annual Reviews Psychology*, Vol. 32, 52–88.
- Elrod, T. (1988) Choice map: Inferring a product–market map from panel data, *Marketing Science*, Vol. 7(1), 21–40.
- Elrod, T., J. J. Louviere, and K. Davey (1992) An empirical comparison of ratings-based and choice-based conjoint models, *Journal of Marketing Research*, Vol. 24(August), 368–377.
- Erdem, T. (1996) A dynamic analysis of market structure based on panel data, *Marketing Science*, Vol. 15(4), 359–378.
- Erdem, T. and B. Sun (2001) Testing for choice dynamics in panel data, *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 19(2), 142–152.
- Erdem, T., M. P. Keane, and B. Sun (2008) A dynamic model of brand choice when price and advertising signal product quality, *Marketing Science*, Vol. 27(6), 1111–1125.
- Feinberg, F. M., A. Krishna, and Z. J. Zhang (2002) Do we care what others get? A behaviorist approach to targeted promotions, *Journal of Marketing Research*, Vol. 34(August), 277–291.
- Fiebig, D. G., M. P. Keane, J. Louviere, and N. Wasi (2009) The generalized multinomial logit model: Accounting for scale and coefficient heterogeneity, *Marketing Science*, forthcoming.
- Fish, K. E., J. D. Johnson, R. E. Dorsey, and J. G. Blodgett (2004) Using an artificial neural network trained with a genetic algorithm to model brand share, *Journal of Business Research*, Vol. 57(1), 79–85.
- Fletcher, R. (1970) A new approach to variable metric algorithms, *Computer Journal*, Vol. 13, 317–322.
- Gelfand, A. E. and A. F. M. Smith (1990) Sampling-based approaches to calculating marginal densities, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 85(410), 398–409.
- Geman, S. and D. Geman (1984) Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images, *The IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 6(6), 721–741.
- Gensch, D. H. (1987) Empirical evidence supporting the use of multiple choice models in analyzing a population, *Journal of Marketing Research*, Vol. 24(May), 197–207.
- Geweke, J. (1991) Efficient simulation from the multivariate normal and Student-t distributions subject to linear constraints. *Proceedings of the Twenty-Third Symposium on the Interface*.
- Gilbride, T. J. and G. M. Allenby (2004) A choice model with conjunctive, disjunctive, and compensatory screening rules, *Marketing Science*, Vol. 23(3), 391–406.
- (2006) Estimating heterogeneous EBA and economic screening rule choice models, *Marketing*



- Science*, Vol. 25(5), 494–509.
- Gilula, Z., R. E. McCulloch, and P. E. Rossi (2006) A direct approach to data fusion, *Journal of Marketing Research*, Vol. 43(February), 73–83.
- Girolami, M. and S. Rogers (2006) Variational Bayesian multinomial probit regression with Gaussian process priors, *Neural Computation*, Vol. 18(8), 1790–1817.
- Givon, M. (1984) Variety seeking through brand switching, *Marketing Science*, Vol. 3(1), 1–22.
- Goldfarb, D. (1970) A family of variable metric updates derived by variational means, *Mathematics of Computation*, Vol. 24, 23–26.
- Goodhardt, G. J. and A. S. C. Ehrenberg (1967) Conditional trend analysis: A breakdown by initial purchasing level, *Journal of Marketing Research*, Vol. 4(May), 155–161.
- Goodhardt, G. J., A. S. C. Ehrenberg, and C. Chatfield (1984) The Dirichlet: A comprehensive model of buying behaviour, *Journal of the Royal Statistical Society A*, Vol. 147(5), 621–655.
- Goodhardt, G. J., A. S. C. Ehrenberg, and T. P. Barwise (1990) Double Jeopardy Revisited, *Journal of Marketing*, Vol. 54(July), 82–91.
- Goodman, L. A. (1961) Statistical methods for the Mover-Stayer model, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 56(296), 841–868.
- Green, P. E. and V. Srinivasan (1978) Conjoint analysis in consumer research: Issues and outlook, *Journal of Consumer Research*, Vol. 5(1), 103–123.
- Greene, W. H. (1997) *Econometric Analysis*, Prentice Hall.
- Guadagni, P. M. and J. D. Little (1983) A logit model of brand choice calibrated on scanner data, *Marketing Science*, Vol. 2(3), 203–238.
- Gupta, S. and P. K. Chintagunta (1994) On using demographic variables to determine segment membership in logit mixture models, *Journal of Marketing Research*, Vol. 31(February), 128–136.
- Gupta, S., P. K. Chintagunta, and D. R. Wittink (1997) Household heterogeneity and state dependence in a model of purchase strings: Empirical results and managerial implications, *International Journal of Research in Marketing*, Vol. 14(4), 189–213.
- Hajivassiliou, V., D. McFadden, and P. Ruud (1996) Simulation of multivariate normal rectangle probabilities and their derivatives, *Journal of Econometrics*, Vol. 72, 85–134.
- Hastie, T. and R. Tibshirani (1986) Generalized additive models, *Statistical Science*, Vol. 1(3), 297–318.
- Hastings, W. K. (1970) Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications, *Biometrika*, Vol. 57(1), 97–109.
- Hauser, J. R. and B. Wernerfelt (1990) An evaluation cost model of evoked sets, *Journal of Consumer Research*, Vol. 16(March), 393–408.
- Hausman, J. A. and D. A. Wise (1978) A conditional probit model for qualitative choice: Discrete decisions recognizing interdependence and heterogeneous preferences, *Econometrica*, Vol. 46(2), 403–426.
- Heckman, J. J. (1978) Simple statistical models for discrete panel data developed and applied to test the hypothesis of true state dependence against the spurious state dependence, *Annales de l'INSEE*, Vol. 30(1), 227–269.
- Heeler, R. M., M. J. Kearney, and B. J. Meahaffey (1973) Modeling supermarket product selection, *Journal of Marketing Research*, Vol. 10(February), 34–37.
- Huber, J., J. W. Payne, and C. Puto (1982) Adding asymmetrically dominated alternatives: Violations of regularity and the similarity hypothesis, *Journal of Consumer Research*, Vol. 9(June), 90–99.
- Huff, D. L. (1964) Defining and estimating a trading area, *Journal of Marketing*, Vol. 28(3), 34–38.
- Imai, K. and D. A. van Dyk (2005) A Bayesian analysis of the multinomial probit model using marginal data augmentation, *Journal of Econometrics*, Vol. 124(2), 311–334.
- Jeuland, A. P. (1979) Brand choice inertia as one aspect of the notion of brand loyalty, *Management Science*, Vol. 25(7), 671–682.
- Johnson, R. M. (1974) Trade-off analysis of consumer values, *Journal of Marketing Research*, Vol. 11(May), 121–127.
- (1975) A simple method for pairwise monotone regression, *Psychometrika*, Vol. 40(2), 163–

168.

- Johnson, E. J. and R. J. Meyer (1984) Compensatory models of non-compensatory choice processes: The effect of varying context, *Journal of Consumer Research*, Vol. 11(1), 528-541.
- Kahn, B. E. (1995) Consumer variety-seeking among goods and services: An integrative review, *Journal of Retailing and Consumer Services*, Vol. 2(3), 139-148.
- Kalyanaram, G. and J. D. C. Little (1994) An empirical analysis of latitude of price acceptance in consumer package goods, *Journal of Consumer Research*, Vol. 21(December), 408-418.
- Kalyanaram, G. and R. S. Winer (1995) Empirical generalizations from reference price research, *Marketing Science*, Vol. 14(3), 161-169.
- Kamakura, W. A. and G. J. Russell (1989) A probabilistic choice model for market segmentation and elasticity structure, *Journal of Marketing Research*, Vol. 26(November), 379-390.
- Kamakura, W. A. and M. Wedel (1997) Statistical data fusion for cross-tabulation, *Journal of Marketing Research*, Vol. 34(November), 485-498.
- Kamakura, W. A., A. Wagner, B. D. Kim, and J. Lee (1996) Modeling preference and structural heterogeneity in consumer choice, *Marketing Science*, Vol. 15(2), 152-172.
- Kannan, P. K. and G. P. Wright (1991) Modeling and testing structured markets: A nested logit approach, *Marketing Science*, Vol. 10(1), 58-82.
- 片平秀貴 (1987) 「マーケティング・サイエンス」, 東京大学出版会.
- Katahira, H. (1990) Perceptual mapping using logit analysis, *Marketing Science*, Vol. 9(1), 1-17.
- 片平秀貴 (1991) 「新しい消費者分析—LOGMAPの理論と応用—」, 東京大学出版会.
- 片平秀貴・杉田善弘 (1994) マーケティング・サイエンスの最近の動向: 米国を中心にして, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 39(4), 178-188.
- Keane, M. P. (1994) A computationally practical simulation estimator for panel data, *Econometrica*, Vol. 62(1), 95-116.
- Khan, R., M. Lewis, and V. Singh (2009) Dynamic customer management and the value of one-to-one marketing, *Marketing Science*, forthcoming.
- 近藤文代・樋口知之 (2009) CRMのための購買間隔を考慮したバラエティシーキングによる顧客セグメンテーション, マーケティング・サイエンス, Vol. 16(1・2), 95-114.
- Kruskal, J. B. (1965) Analysis of factorial experiments by estimating monotone transformations of the data, *Journal of the Royal Statistical Society B*, Vol. 27(2), 251-263.
- Kumar, A., V. R. Rao, and H. Soni (1995) An empirical comparison of neural network and logistic regression models, *Marketing Letters*, Vol. 6(4), 251-263.
- Lachaab, M., A. Ansari, K. Jedidi, and A. Trabelsi (2006) Modeling preference evolution in discrete choice models: A Bayesian state-space approach, *Quantitative Marketing and Economics*, Vol. 4(1), 57-81.
- Lattin, J. M. (1987) A model of balanced choice behavior, *Marketing Science*, Vol. 6(1), 48-65.
- Lattin, J. M. and R. E. Bucklin (1989) Reference effects of price and promotion on brand choice behavior, *Journal of Marketing Research*, Vol. 26(August), 299-310.
- Louviere, J. J. and G. Woodworth (1983) Design and analysis of simulated consumer choice or allocation experiments: An approach based on aggregate data, *Journal of Marketing Research*, Vol. 20(November), 350-367.
- Luce, R. D. (1959) "Individual Choice Behavior", John Wiley.
- Lussier, D. A. and R. W. Olshavsky (1979) Task complexity and contingent processing in brand choice, *Journal of Consumer Research*, Vol. 6(September), 154-165.
- Maddala, G. (1983) "Limited Dependent and Qualitative Variables in Econometrics", Cambridge University Press.
- Manski, C. (1977) The structure of random utility models, *Theory and Decision*, Vol. 8(3), 229-254.
- Marschak, J. (1959) Binary choice constraints on random utility indications, In K. Arrow ed. "Stanford Symposium on Mathematical Methods in the Social Science", Stanford University Press, 312-329.
- Maydeu-Olivares, A. and U. Böckenholt (2005) Structural equation modeling of paired-comparison and ranking data, *Psychological Method*, Vol. 10(3), 285-304.
- Mazumdar, T., S. P. Raj, and I. Sinha (2005) Reference price research: Review and propositions, *Journal of Marketing*, Vol. 69(4), 84-102.

- McAlister, L. and E. A. Pessemier (1982) Variety-seeking behavior: An interdisciplinary review, *Journal of Consumer Research*, Vol. 9(December), 311–322.
- McCullagh, P. (1980) Regression models for ordinal data, *Journal of the Royal Statistical Society B*, Vol. 42(2), 109–142.
- McCulloch, R. and P. E. Rossi (1994) An exact likelihood analysis of the multinomial probit model with fully identified parameters, *Journal of Econometrics*, Vol. 64, 207–240.
- McCulloch, R. E., N. G. Polson, and P. E. Rossi (2000) A Bayesian analysis of the multinomial probit model with fully identified parameters, *Journal of Econometrics*, Vol. 99, 173–193.
- McFadden, D. (1974) Conditional logit analysis of qualitative choice behavior, In P. Zarembka ed. *“Frontiers in Econometrics”*, New York: Academic Press, 105–142.
- (1978) Modeling the choice of residential location, In A. Karlqvist, L. Lundqvist, F. Snickars, and J. Weibull eds. *“Spatial Interaction Theory and Planning Models”*, North-Holland.
- (1986) The choice theory approach to market research, *Marketing Science*, Vol. 5, 275–297.
- Mehta, N., S. Rajiv, and K. Srinivasan (2003) Price uncertainty and consumer search: A structural model of consideration set formation, *Marketing Science*, Vol. 22(1), 58–84.
- Metropolis, N., A. W. Rosenbluth, M. N. Rosenbluth, A. H. Teller, and E. Teller (1953) Equations of state calculations by fast computing machines, *Journal of Chemical Physics*, Vol. 21(6), 1087–1092.
- Mitchell, A. A. (1981) The dimensions of advertising involvement, *Advanced in Consumer Research*, Vol. 8(1), 25–30.
- 水野誠・池田竜哉 (2007) 購買履歴データからインフルエンサーを発見する – 影響関係を含む潜在クラスモデリング, マーケティング・サイエンス学会第 81 回研究大会報告概要.
- 守口剛 (2001) 市場反応分析, 岡太彬訓・木島正明・守口剛 (編) 「マーケティングの数理モデル」, 朝倉書店, 137–163.
- 守口剛・森雅夫 (1996) 想起集合を考慮したブランド選択モデル, マーケティング・サイエンス, Vol. 4(1・2), 1–15.
- Nakanishi, M. and L. G. Cooper (1974) Parameter estimation for a multiplicative competitive interaction model – Least squares approach, *Journal of Marketing Research*, Vol. 11(August), 303–311.
- Nelder, J. A. and R. W. M. Wedderburn (1972) Generalized linear models, *Journal of the Royal Statistical Society A*, Vol. 135(3), 370–384.
- Netzer, O., J. M. Lattin, and V. Srinivasan (2008) A hidden Markov model of customer relationship dynamics, *Marketing Science*, Vol. 27(2), 185–204.
- Newton, M. A. and A. E. Raftery (1994) Approximate Bayesian inference by the weighted likelihood bootstrap, *Journal of the Royal Statistical Society B*, Vol. 56(1), 3–48.
- Ogawa, K. (1987) An approach to simultaneous estimation and segmentation in conjoint analysis, *Marketing Science*, Vol. 6(1), 66–81.
- 小川孔輔 (2005) バリエーション・マーケティング行動モデル: 既存文献の概括とモデルの将来展望, 関西学院大学商学論究, Vol. 52(4), 35–52.
- Oliphant, K., T. G. Eagle, J. J. Louviere, and D. Anderson (1992) Cross-task comparison of ratings-based and choice-based conjoint, In M. Metegrano ed. *“Sawtooth Software Conference Proceedings”*, 83–92.
- 大森裕浩 (2001) マルコフ連鎖モンテカルロ法の最近の展開, 日本統計学会誌, Vol. 31(4), 305–344.
- Park, C. W. and V. P. Lessig (1977) Students and housewives: Differences in susceptibility to reference group influence, *Journal of Consumer Research*, Vol. 4(2), 102–110.
- Roberts, J. H. and J. H. Lattin (1991) Development and testing of a model of consideration set composition, *Journal of Marketing Research*, Vol. 28(November), 429–440.
- Rossi, P. E. and G. Allenby (1993) A Bayesian approach to estimating household parameters, *Journal of Marketing Research*, Vol. 30(May), 171–182.
- Rossi, P. E., R. E. McCulloch, and G. Allenby (1996) The value purchase history data in target marketing, *Marketing Science*, Vol. 15(4), 321–340.
- (2005) *“Bayesian Statistics and Marketing”*, John Wiley.
- Roy, R., P. K. Chintagunta, and S. Haldar (1996) A framework for investigating habits, “the hand of

- the past,” and heterogeneity in dynamic brand choice, *Marketing Science*, Vol. 15(3), 280–299.
- 坂巻英一 (2005) バリエティ・シーキングを考慮した選択集合概念を用いたインターネットユーザの WEB サイト選択モデル, マーケティング・サイエンス, Vol. 14(1・2), 36–60.
- 里村卓也 (2004) マッピングを利用した市場反応の動的反応分析, マーケティング・サイエンス, Vol. 12(1・2), 1–23.
- Schwarz, G. (1978) Estimating the dimension of a model, *Annals of Statistics*, Vol. 6(2), 461–464.
- Seetharaman, P. B. (2004) Modeling multiple sources of state dependence in random utility models: A distributed lag approach, *Marketing Science*, Vol. 23(2), 263–271.
- Seetharaman, P. B. and P. K. Chintagunta (1998) A model of inertia and variety-seeking with marketing variables, *International Journal of Research in Marketing*, Vol. 15(5), 1–17.
- Seetharaman, P. B., A. K. Ainslie, and P. K. Chintagunta (1999) Investigating household state dependence effects across categories, *Journal of Marketing Research*, Vol. 36(4), 488–500.
- Sethuraman, R., R. A. Kerin, and W. L. Cron (2005) A field study comparing online and offline data collection methods for identifying product attribute preferences using conjoint analysis, *Journal of Business Research*, Vol. 58(5), 602–610.
- Shanno, D. F. (1970) Conditioning of Quasi-Newton methods for function minimization, *Mathematics of Computation*, Vol. 24, 647–656.
- 清水聰 (1999) 「新しい消費者行動」, 千倉書房.
- Shocker, A. D., M. Ben-Akiva, B. Boccara, and P. Nedungadi (1991) Consideration set influences on consumer decision-making and choice: Issues, models, and suggestions, *Marketing Letters*, Vol. 2(3), 181–197.
- Shugan, S. M. (1980) The cost of thinking, *Journal of Consumer Research*, Vol. 1(September), 99–111.
- Silva-Risso, J. H. and I. Ionova (2008) A nested logit model of product and transaction-type choice for planning automakers’ pricing and promotions, *Marketing Science*, Vol. 27(4), 545–566.
- Simonson, I. (1989) Choice based on reasons: The case of attraction and compromise effects, *Journal of Consumer Research*, Vol. 16(September), 158–174.
- Smith, W. (1956) Product differentiation and market segmentation as marketing segmentation, *Journal of Marketing*, Vol. 21(July), 3–8.
- Strauss, D. (1979) Some results on random utility models, *Journal of Mathematical Psychology*, Vol. 20(1), 35–52.
- 杉田義弘・片平秀貴 (1990) 消費者選択の相互依存性について, マーケティング・サイエンス, Vol. 35, 19–32.
- 杉田善弘 (2005) スキャンパネル・データを用い文脈効果を考慮したアイデアル・ポイント・モデルによる ジョイント・スペース分析, 学習院大学経済論集, Vol. 42(1), 21–32.
- Swait, J. (1984) Probabilistic choice set formation in transportation demand models. Ph. D. Thesis, Department of Civil Engineering, MIT.
- Swait, J. and R. L. Andrews (2003) Enriching scanner panel models with choice experiments, *Marketing Science*, Vol. 22(4), 442–460.
- Swait, J. and T. Erdem (2007) Brand effects on choice and choice set formation under uncertainty, *Marketing Science*, Vol. 26(5), 679–697.
- Tanner, T. and W. Wong (1987) The calculation of posterior distributions by data augmentation, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 82(398), 528–549.
- 照井伸彦 (2005) マーケットシェアの予測とブランド競合分析: マーケティング戦略意思決定, 和合肇 (編) 「ベイズ計量経済分析—マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用—」, 東洋経済新報社, 137–166.
- (2008) 「ベイズモデリングによるマーケティング分析」, 東京電気大学出版.
- Terui, N. and W. D. Dahana (2006) Estimating heterogeneous price thresholds, *Marketing Science*, Vol. 25(4), 384–391.
- Thurstone, L. L. (1927) A law of comparative judgment, *Psychological Review*, Vol. 79(2), 281–299.
- (1931) Rank order as a psychological method, *Journal of Experimental Psychology*, Vol. 14, 187–201.
- Train, K. E. (2003) “*Discrete Choice Methods with Simulation*”, Cambridge University Press.
- Tsai, R. C. (2000) Remarks on the identifiability of Thurstonian ranking models: Case V, case III, or neither? *Psychometrika*, Vol. 65(2), 233–240.



- Tversky, A. (1972) Elimination by aspects: A theory of choice, *Psychological Review*, Vol. 79(4), 281–299.
- Villas-Boas, J. M. and R. S. Winer (1999) Endogeneity in brand choice models, *Management Science*, Vol. 45(10), 1324–1338.
- Wedel, M. and W. S. DeSarbo (1994) A review of recent developments in latent class regression models, In R. P. Bagozzi ed. “*Advanced Method of Marketing Research*”, Blackwell, 353–388.
- Williams, H. (1977) On the formation of travel demand models and economic evaluation measures of user benefits, *Environment and Planning A*, Vol. 9(3), 285–344.
- Witt, R. E. and G. Bruce (1972) Group influence and brand choice congruence, *Journal of Marketing Research*, Vol. 9(November), 440–443.
- Yang, S. and G. M. Allenby (2003) Modeling interdependent consumer preferences, *Journal of Marketing Research*, Vol. 40(August), 282–294.
- Yang, S., G. M. Allenby, and G. Fennell (2002) Modeling variation in brand preference: The roles of objective environment and motivating conditions, *Marketing Science*, Vol. 21(1), 14–31.
- Yu, P. L. H., K. F. Lam, and S. M. Lo (2005) Factor analysis for ranked data with application to a job selection attitude survey, *Journal of the Royal Statistical Society A*, Vol. 168(3), 583–597.

